नमस्कार दर्शकांचे iit pal गणित चॅनेलवर स्वागत आहे
त्यामुळे हा समस्या सोडवण्याच्या सत्रांच्या मालिकेचा एक भाग आहे, मी इंटिग्रल कॅल्क्युलस आणि डिफरेंशियल इक्वेशन्सवर काही समस्या सोडवणारी सत्रे देणार आहे,
त्यामुळे हे अविभाज्य कॅल्क्युलसचे एक व्याख्यान आहे,
त्यामुळे काही समस्यांपासून सुरुवात करूया. समस्या प्रामुख्याने मागील वर्षांच्या j प्रगत पेपर्समधून निवडल्या जातात आणि मी समस्यांसह समस्यांमध्ये वापरल्या जाणाऱ्या महत्त्वाच्या संकल्पनांचे पुनरावलोकन करेन, म्हणून समस्या क्रमांक एकपासून सुरुवात करूया , तर प्रश्न एक म्हणतो की जर मी वजा pi पासून 2 ओव्हर pi इंटिग्रल आहे 4 ते pi बाय 4 च्या dx वर 1 अधिक e ते पॉवर sine x गुणिले 2 वजा cos x नंतर सत्तावीस पट i स्क्वेअरच्या बरोबरीचे म्हणजे मुळात आपल्याला या निश्चित इंटिग्रलचे मूल्यमापन करावे लागेल आणि नंतर सत्तावीस i स्क्वेअरचे मूल्य मोजावे लागेल म्हणून जर आपण येथे पाहिले तर आपण fxdx चे a चे वजा a चे integral आहे तर मला आठवते की fx integral of minus a ते afxdx च्या कोणत्याही फंक्शनसाठी हे शून्याच्या अविभाज्य ते x च्या x अधिक f च्या xdx च्या बरोबरीचे आहे. म्हणून मी वजा a ते a चे मूल्यमापन करण्याऐवजी आपण फक्त शून्य ते a पर्यंत मूल्यमापन करू शकतो
त्यामुळे याचा पुरावा अगदी सोपा आहे म्हणून आपण जे करतो ते वजा a पासून afxdx पर्यंत अविभाज्य आहे हे fxdx प्लस इंटिग्रलचे वजा a ते शून्य पर्यंत अविभाज्य असे लिहिले जाऊ शकते शून्य ते fxdx हे निश्चित अविभाज्यांचे एक साधे गुणधर्म आहे की जर आपल्याकडे काही a ते b अविभाज्य असतील तर आपण दोन अविभाज्य मधून अ मधून c आणि c ते b पर्यंत दोन अविभाज्य बेरीज करू शकतो आता आपण जे करतो ते पहिल्यामध्ये आहे पहिल्या अविभाज्य मध्ये x समान वजा y ला अविभाज्य ठेवले म्हणजे x ला उणे ydx बरोबर ठेवले तर वजा dy होईल आणि जेव्हा x समान वजा ay बरोबर असेल तेव्हा a आणि x जेव्हा शून्य y असेल तेव्हा शून्य असेल तर वजा a चा पूर्णांक असेल शून्य ते fxdx हे अविभाज्य असे लिहिले जाऊ शकते. वजा y च्या f च्या a ते शून्य आणि dx हे वजा dy आहे जे वजा ydy च्या अविभाज्य a ते शून्य f च्या शून्याप्रमाणे आहे आणि हे शून्य ते a पर्यंत अविभाज्य असे लिहिले जाऊ शकते. वजा ydy चा f ज्याला शून्य ते a च्या f वजा xdx म्हणून अविभाज्य म्हणून देखील लिहीले जाऊ शकते म्हणून मि पासून अविभाज्य us a ते af xdx हे शून्याच्या अविभाज्य बरोबरीचे आहे f चा उणे x अधिक f चा xdx जो हा आपला फॉर्म्युला आहे अर्थातच दोन विशेष प्रकरणे आहेत जी अनेक समस्यांमध्ये महत्त्वाची आहेत म्हणून जर f हे विषम कार्य असेल तर वजा x हे x च्या f च्या वजा बरोबर असेल तर हा f चा उणे x अधिक fx शून्य होईल
त्यामुळे वजा a ते fxdx चा अविभाज्य शून्य असेल आणि दुसरा म्हणजे f हे सम फंक्शन असेल तर ते f आहे. वजा x हे सर्व x साठी x च्या f च्या बरोबरीचे आहे तर वजा a ते afxdx चे अविभाज्य शून्य ते afxdx पर्यंत दोन पट अविभाज्य आहे आता आता आपण समस्येचे निराकरण करूया म्हणजे आपल्याकडे x चा f 1 ओव्हर आहे 1 अधिक e ते sin x गुणिले दोन वजा cos दोन x आता f चे मूल्यमापन करू या वजा x हे 1 पेक्षा जास्त 1 अधिक e ची पॉवर सायन x गुणिले 2 वजा cos वजा 2x आता वजा x ची सायन वजा आहे x ची sine
त्यामुळे हे 1 अधिक e ची शक्ती वजा sin x बरोबर असेल आणि cos हे सम फंक्शन आहे म्हणून हे 2 वजा cos 2x सारखे आहे हे e ला p म्हणून सरलीकृत केले जाऊ शकते ower sin x ला 1 अधिक e ने भागिले sin x गुणिले 2 वजा cos 2 x म्हणून आपण पाहतो की x च्या f चा भाजक आहे म्हणून आता मी fx अधिक f वजा fx जोडले तर f वजा x बरोबर आहे साइन x ला 1 अधिक e ला भागिले 1 अधिक e ला sin x गुणिले 2 वजा cos 2 x
त्यामुळे 1 अधिक e ते साइन x रद्द होईल आणि हे 1 ओव्हर 2 वजा cos 2 x बरोबर आहे आता मी सूत्र वापरेन cos 2x साठी 2 cos स्क्वेअर x वजा 1 च्या बरोबरीचे आहे तर हे 1 ओव्हर 3 वजा 2 cos स्क्वेअर x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपल्याकडे जे आहे ते इंटिग्रल i आहे आपण 2 बाय pi फॅक्टर आहोत जे 0 ते pi बाय 4 असेल ऑफ 1 बाय 3 वजा 2 कॉस स्क्वेअर x dx आता हे इंटिग्रल करणे कठीण नाही आहे जे आपण करू शकतो आपण या इंटिग्रँडला सेकंट स्क्वेअर x भागिले 3 सेकंट स्क्वेअर x वजा 2 dx असे लिहू आणि आता हे तुम्हाला स्पष्ट झाले पाहिजे की जर आम्ही यू इक्वल टॅन x ला बदलतो आम्ही हे 0 ते पाई बाय 4 सेकंट स्क्वेअर x भागिले 3 गुणिले 1 अधिक टॅन स्क्वेअर x वजा 2 dx असे लिहू शकतो म्हणून आता u इव्हल टॅन x नंतर du म्हणजे सेकंट स्क्वेअर xdx आणि इंटिग्रेशन मर्यादा जेव्हा x शून्य असेल तेव्हा u tan 0 च्या बरोबरीचे असते जे 0 असते आणि x जेव्हा pi च्या बरोबर 4 u असते तेव्हा 10 pi बाय 4 असते जे 1 च्या बरोबर असते.
त्यामुळे i बरोबर 2 ओव्हर pi इंटिग्रल 0 ते 1 च्या du ओव्हर हे 3 टॅन स्क्वेअर x म्हणून 3 u स्क्वेअर अधिक 1 होते. आता हे स्टँडर्ड इंटिग्रलमध्ये आहे म्हणून मी भाजकातून तीन कॉमन घेतल्यास मला दोन ओव्हर थ्री pi इंटिग्रल शून्य ते एक डू ओव्हर यू स्क्वेअर अधिक एक मिळेल तीन ने ज्याला मी एक बाय रूट तीन स्क्वेअर असे लिहीन म्हणजे हे 2 ओव्हर 3 pi च्या बरोबरीचे आहे आणि 1 ओव्हर यू स्क्वेअर अधिक एक स्क्वेअर 1 बाय a म्हणून 1 बाय 1 रूट 3 वेळा tan व्युत्क्रम भागाकार 1 रूट 3 द्वारे 1. आणि हे शून्य आणि एक दरम्यान मूल्यमापन केले पाहिजे म्हणून हे मूळ 3 pi tan व्युत्क्रम रूट 3 वजा tan व्युत्क्रम 0 tan व्युत्क्रम रूट 3 समान pi 3 बाय तीन आणि टॅन व्युत्क्रम शून्य हे शून्य आहे आम्हाला हे मिळाले म्हणजे i समान आहे pi रद्द येथे दोन बाय तीन मूळ तीन याचा अर्थ i वर्ग चार बाय सत्तावीसच्या बरोबरीचा असेल म्हणजे सत्तावीस i चौरस चार आहे तर हे पहिल्या समस्येचे उत्तर आहे म्हणून प्रश्न क्रमांक दोन म्हणजे अविभाज्य i समान 0 ते pi मधील अविभाज्य मूल्य शोधणे म्हणजे cos theta च्या वर्गमूळाच्या 2 च्या 3 पटीने भागाकार cos theta अधिक वर्गमूळ of sin theta संपूर्ण 5 d theta ची पॉवर वर वाढवा
त्यामुळे ही समस्या सोडवण्यासाठी प्रथम आपण theta is equal to pi by 2 उणे phi च्या ऐवजी d theta is equal to minus d phi आणि जेव्हा theta बरोबर 0 phi असेल तेव्हा pi म्हणजे pi by 2 जेव्हा theta pi आहे 2 phi बरोबर आहे शून्य देखील cos theta is equal to cos of pi by two minus phi जे sin phi च्या बरोबरीचे आहे आणि sin theta cos phi च्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे इंटिग्रल शून्य वरून pi पर्यंत अविभाज्य होईल sine phi चे वर्गमूळ तीन पैकी दोन ने भागाकार sine phi चे वर्गमूळ अधिक cos phi चे वर्गमूळ पॉवर 5 d phi वर वाढवले त्यामुळे लक्षात घ्या की येथे मी एक पायरी वगळली आहे
त्यामुळे पूर्णांक पाई पासून दोनने शून्य असेल आणि नंतर वजा d phi असेल आणि नंतर या पूर्णांकाचे वजा 0 ते pi b पर्यंत अविभाज्य असे लिहिता येईल y 2 यापैकी पुन्हा हे phi ऐवजी हे इंटिग्रल i theta वापरू शकतो
त्यामुळे याला 0 ते pi असे देखील लिहिता येईल sine theta च्या 3 पैकी 2 वर्गमूळ भागिले cos theta चे वर्गमूळ आणि sin theta चे वर्गमूळ घात 5 ने वाढवले. d theta म्हणून आता हे जोडत आहे , म्हणून मी मूळ समीकरणाला एक समीकरण म्हणू आणि हे एक समीकरण दोन आहे म्हणून 1 आणि 2 जोडल्यास आपल्याला 2 गुणाकार मिळतात i समान 0 ते pi च्या अविभाज्य बरोबर cos theta च्या 2 3 पट वर्गमूळ अधिक sin theta चे वर्गमूळ भागिले cos theta चे वर्गमूळ अधिक sin theta चे वर्गमूळ 5 d theta वर वाढवले त्यामुळे आता आपण हे रद्द करू शकतो आणि हे cos theta अधिक वर्गमूळ च्या वर्गमूळावर 0 ते pi 2 3 असेल sin theta to the power 4 d theta आता या अविभाज्यतेचे मूल्यमापन करताना समस्या कमी झाली आहे आता पुन्हा येथे हे एकत्रित करण्यासाठी आपण काय करू शकतो जर मी भाजकापासून कॉस थीटा कॉमनचे वर्गमूळ घेतले आणि हे तीन ओव्हर इतके चौरस होईल cos theta raise to power चार चे मूळ cos चौरस थीटा असेल आणि नंतर आपल्याकडे एक असेल टॅन थीटाचे प्लस स्क्वेअर रूट पॉवर 4 डी थीटा वर वाढवले आहे
त्यामुळे आता आम्हाला टॅन थीटा मिळाला आहे आणि जर तुम्ही पाहिल्यास मी 3 सेकंट स्क्वेअर थीटा 1 अधिक मूळ टॅन थीटा पॉवर 4 डी थीटा वर वाढवू

शकतो म्हणून आता आपण करू शकतो पुट टॅन थीटा t स्क्वेअर बरोबर आहे तर सेकंट स्क्वेअर थीटा d थीटा दोन tdt बरोबर असेल आणि जेव्हा थीटा शून्य t असेल तेव्हा मर्यादा शून्य असेल आणि जेव्हा थीटा pi बाय दोन टॅन pi बाय दोन असेल तेव्हा अनंतता असेल तर हे अविभाज्य बरोबर आहे म्हणून हे होते 2 y समान आहे 0 ते अनंत 3 गुणिले 2 t dt भागिले 1 अधिक t ने घात 4 वर वाढवले त्यामुळे 2 रद्द केले जाऊ शकते आणि याचा अर्थ i 3 गुणा अविभाज्य 0 च्या बरोबर आहे infinity t over t plus 1 ने पॉवर 4 dt वर वाढवले आता हे सहज लिहून t अधिक एक वजा एक बाय t अधिक एक वाढवलेला पॉवर चार dt असे लिहून करता येते म्हणजे हे t प्लसच्या अनंताच्या तीन पट अविभाज्य शून्य इतके आहे एक पॉवर वजा तीन dt वजा अविभाज्य शून्य ते अनंत t अधिक 1 पॉवर वजा 4 dt पर्यंत वाढवा जे 3 पट व्या बरोबर आहे is देईल वजा एक बाय टू t अधिक एक चौरस वजा हे अधिक एक बाय तीन t अधिक एक घन होईल शून्य ते अनंत आता जसे t अनंत एक बाय t अधिक एक चौरस हे शून्यावर जाते आणि हे देखील शून्यावर जाते. हे तीन गुणिले शून्य वजा बरोबर असेल हे शून्याच्या t बरोबर होईल हे एक बाय दोन वजा एक करून तीन होईल हे तीन गुणिले एक बाय सहा जे एक बाय दोनच्या बरोबर असेल

त्यामुळे उत्तर म्हणजे i चे मूल्य एक बरोबर दोन दोन म्हणून आपण समस्या क्रमांक तीन वर जाऊ या म्हणून पुन्हा आपण एका निश्चित अविभाज्यतेचे मूल्यमापन करू . प्रश्न म्हणजे अविभाज्य ची किंमत शोधू i समान 0 ते अर्धा 1 अधिक मूळ 3 भागिले x अधिक 1 वर्ग गुणिले 1 उणे x पॉवर 6 पूर्ण वाढवा पॉवर 1 बाय 4 dx या समस्येचे निराकरण करण्याचा प्रयत्न करूया, म्हणून प्रथम आपण थोडे सरलीकरण करू आणि हे लिहू i is equal to 1 अधिक रूट 3 गुणा 0 ते अर्धा dx आहे. x अधिक 1 स्क्वेअर आणि नंतर आपल्याकडे 1 बाय 4 पॉवर आहे म्हणजे x अधिक 1 ची पॉवर हाफ टिम होईल es 1 वजा x हा पॉवर 6 बाय 4 वर वाढवला म्हणजे 3 बाय 2 आहे.

त्यामुळे लक्षात घ्या की या श्रेणीमध्ये 0 ते अर्धा 1 अधिक x आणि 1 वजा x हे दोन्ही धनात्मक आहेत म्हणून आता मी हे 1 अधिक मूळ असे लिहीन . dx च्या 0 ते अर्ध्या पर्यंत मी हे 1 वजा x 3 बाय 2 पर्यंत 1 वजा x गुणिले 1 वजा x घाताच्या अर्ध्यामध्ये असे लिहीन

त्यामुळे आपल्याकडे 1 अधिक x घात अर्ध्याला आणि 1 वजा x घात अर्ध्यामध्ये आहे म्हणजे 1 वजा x वर्गाचे वर्गमूळ होईल

त्यामुळे आपल्याला 1 वजा x गुणिले 1 वजा x वर्ग आणि एक वर्गमूळ dx मिळेल आता येथे आपल्याकडे एक सोपा प्रतिस्थापन आहे कारण आपल्याकडे हे एक वजा x वर्ग पद आहे आपण प्रतिस्थापन x समान करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे sin theta करण्यासाठी मग dx cos theta d theta च्या बरोबरीचा असेल आणि जेव्हा x 0 असेल तेव्हा theta समान असेल 0 आणि x जेव्हा अर्धा असेल तेव्हा sin theta अर्धा असेल तर theta pi by six असेल

त्यामुळे हा अविभाज्य i रूट बरोबर आहे dx च्या 0 ते pi 6 च्या 3 अधिक 1 पट अविभाज्य cos theta d theta भागिले 1 वजा sin theta आणि 1 वजा x वर्गाचे वर्गमूळ cos theta च्या बरोबरीचे आहे म्हणून cos theta रद्द करतो आणि आम्हाला d theta चा 1 वजा sin theta ने अविभाज्यता मिळते आता हे सरळ पुढे आहे आम्ही काय करतो तुम्ही गुणाकार करा आणि 1 अधिक sin theta ने भागा मग तो 1 अधिक sin theta भागाकार 1 वजा सायन थीटा होईल म्हणजे cos वर्ग theta d theta this is equal to root 3 plus 1 times integral 0 to pi by 6 of 1 by cos वर्ग theta is secant चौकोन theta अधिक sine theta by cos square theta is secant theta times tan theta d theta आता तुम्हाला अविभाज्य माहीत असेलच. यापैकी हे म्हणजे रूट 3 अधिक 1 गुणा टॅन थीटा अधिक सेकंट थीटा शून्य ते pi बाय सहा दरम्यान मूल्यमापन केलेले हे मूळ तीन अधिक एक गुणा 10 pi बाय 6 आहे 1 मूळ 3 अधिक सेकंट येथे pi 6 आहे 2 रूट 3 वजा टॅन 0 म्हणजे 0 आणि सेकंट 0 हे 1 हे मूळ आहे 3 अधिक 1 वेळा हे 3 बाय रूट 3 वजा 1 तर रूट 3 अधिक 1 वेळा रूट 3 वजा 1 जे 3 वजा 1 च्या बरोबरीचे आहे जे 2 आहे.

त्यामुळे अविभाज्य मूल्य दोन बरोबर आहे म्हणून पुढील समस्या प्रश्न क्रमांक चार वर जाऊया

त्यामुळे समस्या अशी आहे की f वरून r ला द्या डिफरेंशिएबल फंक्शन असू द्या जसे की शून्याचे f शून्य f बरोबर pi at pi दोन बरोबर तीन आणि f प्राइम 0 बरोबर 1. म्हणून आम्हाला एक भिन्न कार्य दिले जाते ज्याची मूल्ये 0 आणि pi बाय 2 दिली आहेत आणि आता f अविभाज्य 0 दिलेला आहे जर x च्या g समान असेल तर x ते pi द्वारे 2 f prime t cos at minus cot t cos atft dt साठी x शून्य ते pi द्वारे दोन शून्यावर उघडा आणि पाई वर 2 ने बंद केला तर आपण x 0 च्या जवळ येताच x ची g मर्यादा शोधावी लागेल. म्हणून x चा g या अविभाज्य संदर्भात दिलेला आहे, म्हणून प्रथम आपण x च्या g साठी सूत्र शोधण्यासाठी या पूर्णांकाचे मूल्यमापन करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे आणि नंतर आपण हे शोधण्याचा प्रयत्न करू. मर्यादा म्हणून लक्षात घ्या की इथे जर तुम्हाला इंटिग्रँड दिसला तर तो f prime t cos at cot tft वजा cos xt च्या f चा व्युत्पन्न आहे कारण जर आपण व्युत्पन्नासाठी उत्पादन नियम वापरला तर हे ff चे व्युत्पन्न देते. अविभाज्य t गुणिले cos xt आणि cos xt चे व्युत्पन्न उणे cos xt गुणिले cot t आहे

त्यामुळे x चा हा g x पासून pi पर्यंत d च्या दोन बाय d च्या f च्या dt च्या बरोबरीचा आहे t cos at dt म्हणून एकदा का आपल्याला इंटिग्रँडचे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह कळले की मग कॅल्क्युलसच्या मूलभूत प्रमेयानुसार हे x आणि pi द्वारे दोन मध्ये मूल्यमापन केलेल्या ft cos xt च्या बरोबरीचे असते म्हणजे ते pi च्या f च्या बरोबर दोन पट cos x pi च्या बरोबर असते. x cos xx चे f चे दोन वजा आता f चा pi बाय दोन आम्हाला दिला होता f चा pi बाय दोन म्हणजे तीन म्हणजे तीन कॉस x पाई बाय दोन म्हणजे एक म्हणजे हे तीन वजा fx cos xx म्हणून लक्षात ठेवा की cos x 1 बाय sine x आहे

त्यामुळे x बरोबर 0 वर परिभाषित केले जात नाही म्हणून लक्षात घ्या की cos x शून्य परिभाषित नाही म्हणून आपण शून्याचा g शोधू शकत नाही परंतु x च्या g ची मर्यादा पण x म्हणून शोधण्याचा प्रयत्न करू शकतो ॲप्रोच 0 बरोबर 3 वजा मर्यादा x बरोबर 0 च्या जवळ येत fx गुणा cos xxi हे fx बाय sine x म्हणून लिहू शकते म्हणून आता आपल्याकडे हे 0 बाय 0 फॉर्म आहे आता आपल्याला माहित आहे की x 0 च्या जवळ आल्यावर x बाय x ची मर्यादा 1 आहे म्हणून मी हे लिहू शकतो की तीन वजा मर्यादा x हे x ने x ने भागिले fx च्या शून्याकडे झुकते आता आपल्याला मर्यादा एक आहे हे माहित असलेला भाजक आहे म्हणून हे तीन वजा मर्यादा x बरोबर fx च्या शून्याच्या जवळ येत आहे x व्या कारण x ची x ची मर्यादा x शून्याच्या बरोबरीची आहे, आता आपल्याला 0 वर f चे व्युत्पन्न वापरावे लागेल जे 1 आहे. म्हणून हे 3 वजा मर्यादा x बरोबर आहे. fx वजा f 0 चा 0 बाय x उणे 0 हे असे आहे कारण f 0 हे 0 च्या बरोबरीचे आहे.

त्यामुळे आता आपल्याला माहित आहे की ही मर्यादा शून्यावर f चे व्युत्पन्न आहे म्हणून हे तीन वजा f प्राइम शून्य आणि f प्राइम आहे. शून्य एकाच्या बरोबरीसाठी दिले आहे म्हणून हे 3 वजा 1 आहे जे 2 च्या बरोबरीचे आहे. म्हणून उत्तर x ची मर्यादा आहे x च्या g च्या 0 ची बरोबरी दोन आहे म्हणून मी येथे एक टिप्पणी करू इच्छितो म्हणून लक्षात ठेवा की येथे आमच्याकडे sin x ची fx ची मर्यादा आहे जी शून्य बाय शून्य फॉर्मची आहे

त्यामुळे तुम्ही येथे थेट lopital नियम लागू करण्याचा विचार करू शकता म्हणून जर आपण लॉबस्टर नियम लागू केला तर ही मर्यादा f prime x च्या cos x च्या मर्यादेइतकी असेल आणि नंतर मर्यादा असेल cos x चा x 0 च्या जवळ येताच 1 आहे म्हणजे x 0 च्या जवळ येताच f प्राइम x ची मर्यादा आहे आणि नंतर तुम्ही f प्राइम 0 असे लिहिण्याचा विचार करू शकता

त्यामुळे तुम्हाला थेट 3 वजा f प्राइम मिळेल 0 परंतु लक्षात घ्या की x 0 च्या f प्राइम बरोबर 0 च्या जवळ येत असताना f प्राइम x ची मर्यादा लिहिण्यासाठी आपल्याला हे माहित असणे आवश्यक आहे की f प्राइम 0 वर सतत आहे परंतु जर तुम्हाला समस्या दिसली तर फक्त हे दिले जाईल की f हे भिन्न कार्य आहे परंतु व्युत्पन्न सतत असणे आवश्यक नाही म्हणून ते योग्य तर्क नाही म्हणून आम्ही ही मर्यादा 0 वर व्युत्पन्न म्हणून लिहीली आहे आणि नंतर याचे मूल्यमापन केले आहे म्हणून ही समस्या क्रमांक चार पूर्ण करते अहो आपण समस्या क्रमांक पाचवर जाऊ या जी आपल्यापेक्षा थोडी वेगळी आहे

आतापर्यंत केले आहे म्हणून येथे दिलेले आहे जर i बरोबर k ची बेरीज k च्या 1 ते 98 अविभाज्य k प्लस 1 च्या x गुणिले x अधिक 1 dx वरून k ते k अधिक 1 असेल तर आपल्याला योग्य पर्याय निवडावे लागतील. 4 पर्यायांचे अनुसरण करा म्हणजे a is i आहे 99 b च्या नैसर्गिक लॉग पेक्षा मोठा आहे i i लॉग पेक्षा कमी आहे 99 c पेक्षा कमी आहे i 49 बाय 50 पेक्षा कमी आहे आणि d म्हणजे i 49 बाय 50 पेक्षा मोठा आहे.
त्यामुळे अर्थातच तुम्हाला हे दिसले तर k अधिक एक बाय x गुणिले x अधिक एक dx चे अविभाज्य मूल्यमापन सहज करता येते कारण हे एक म्हणणे आहे x गुणिले x अधिक एक हे एक x वजा एक बाय x अधिक एक असे लिहिले जाऊ शकते आणि नंतर आपण या अविभाज्यतेचे मूल्यमापन करू शकता आणि प्रत्यक्षात आपण i साठी एक अभिव्यक्ती मिळवू शकता परंतु या असमानता मिळवणे कठीण होऊ शकते मग या प्रकारात काय? समस्या आपण पर्याय पाहण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे आणि नंतर ते कसे करायचे ते पाहण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे, जर तुम्हाला a आणि b पर्याय दिसला तर i ची तुलना 99 च्या नैसर्गिक लॉगशी केली जाईल, म्हणून आता लक्षात घ्या की लॉग 99 काय आहे लक्षात घ्या की 99 चा लॉग आहे. 1 ते 99 पर्यंत 1 बाय x dx चे अविभाज्य व्यतिरिक्त काहीही नाही कारण 1 बाय x चे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह लॉग x आहे म्हणून आपल्याला हे मिळते आणि हे k च्या समीकरण k ते k अधिक 1 1 च्या 1 ते 98 च्या बरोबरीने लिहिले जाऊ शकते. x dx द्वारे कारण k च्या बरोबरीच्या 1 साठी तुम्हाला 1 ते दोन साठी k बरोबर दोन साठी अविभाज्य मिळेल ते दोन ते तीन पर्यंत अविभाज्य आहे आणि अशाच प्रकारे अठ्याण्णव ते नव्वद पर्यंत अविभाज्य असेल
त्यामुळे ही बेरीज पासून अविभाज्य होईल एक ते एकोणण्णव तर आता जर तुम्ही पाहाल तर हा लॉग ९९ k साठी समीकरणाच्या संदर्भात काही अविभाज्य भागांच्या १ ते ९८ च्या बरोबरीने लिहिला आहे. कोणता मोठा आहे हे पाहण्यासाठी आपल्याला दिलेल्या पूर्णांकाची या अविभाज्यतेशी तुलना करायची आहे, तर आता लक्षात घ्या की जर माझा x k पेक्षा मोठा असेल आणि k अधिक एक पेक्षा लहान असेल तर येथे आपल्याकडे k अधिक 1 चा x गुणिले x अधिक 1 आहे. मग आपल्याकडे k अधिक 1 हे x अधिक 1 पेक्षा कमी आहे म्हणजे k अधिक 1 बाय x अधिक 1 हे 1 पेक्षा कमी असेल म्हणून k अधिक 1 x गुणिले x अधिक 1 हे 1 बाय x पेक्षा कमी आहे
त्यामुळे k चा पूर्णांक आहे k ते k अधिक एक पैकी k अधिक एक x गुणिले x अधिक एक d x हे एक xd x k वरून k अधिक एक च्या अविभाज्य पेक्षा कमी आहे
त्यामुळे हे k ची बेरीज एक ते अठ्याण्णव अविभाज्य k ते k अधिक असे दर्शवते एक हे लॉग पेक्षा कमी आहे 99 हे i च्या बरोबरीचे होते म्हणून a खोटे आहे आणि b सत्य आहे म्हणून हे i लॉग पेक्षा कमी आहे 99 खरे आहे हे एक खोटे आहे आता c आणि d ची तुलना i 49 बाय 50 शी करते .
तर खरं तर अविभाज्य लॉग 99 पेक्षा कमी आहे हे मिळविण्यासाठी आम्ही हा भाग ज्या प्रकारे केला आहे ते तुम्ही पाहा, आम्ही कमी बाउंड देखील मिळवू शकतो म्हणून i काहीतरी पेक्षा मोठे आहे त्याच प्रकारे वापरून आपण हे k प्लू मिळवू शकतो. s एक बाय x हा एक पेक्षा मोठा आहे जर x k आणि k अधिक एक मधला असेल तर येथे आपण k अधिक वापरत आहोत x एक पेक्षा जास्त म्हणजे k अधिक एक x गुणिले x अधिक एक हे x अधिक एक पेक्षा मोठे आहे एक आणि आता मी हे k ते k अधिक एक k अधिक एक x गुणिले x अधिक एक dx चे अविभाज्य समाकलित केले तर हे k दोन k अधिक 1 पैकी 1 बाय x अधिक 1 dx च्या अविभाज्य पेक्षा मोठे असेल आणि म्हणून i जो बेरीज आहे या k चा 1 ते 98 अविभाज्य k दोन k अधिक एक च्या बरोबरीचा हा अविभाज्य पेक्षा एक ते नव्वद एकाचा x अधिक एक dx पेक्षा मोठा आहे म्हणून जसे आपल्याला समजले आहे की i एकाच्या xd x एकाच्या पूर्णांकापेक्षा कमी आहे नव्वद ते एकोणपन्नास येथे आपण त्याचे एक अविभाज्य अविभाज्य पेक्षा मोठे मिळवत आहोत एक ते नव्वद वरून x अधिक एक आणि हे एक ते नव्वद मधील लॉग x अधिक एक म्हणजे शंभर वजा लॉग दोन जे समान आहे पन्नास ला लॉग करण्यासाठी म्हणून आता जर तुम्हाला दिसले की आम्हाला एकोणचाळीस बाय पन्नासशी तुलना करायची आहे आता स्पष्टपणे लॉग फिफ्टी हा एकापेक्षा मोठा आहे जो एकोणचाळीस बाय फाई पेक्षा मोठा आहे fty म्हणून मी 49 बाय 50 पेक्षा मोठा आहे हे बरोबर आहे म्हणून d बरोबर आहे आणि c खोटे आहे म्हणून आपल्याला d बरोबर मिळतो आणि हा c चालू आहे म्हणून खरं तर आपण हे सिद्ध केले आहे की मी पन्नासच्या नैसर्गिक लॉगपेक्षा मोठा आहे जो 49 बाय 50 दिलेल्या या संख्येपेक्षा खूप मोठा आहे.
त्यामुळे तुम्हाला हा आकडा एकोणचाळीस बाय पन्नास कसा मिळवायचा असा प्रश्न पडेल, जर तुम्ही पाहिलं की आमची बेरीज एक ते अठ्ठावीस आहे , तर हा एकोणचाळीस बाय पन्नास म्हणजे अठ्याण्णव बाय काही नाही. शंभर तर मी इथे लिहितो की हे एकोणचाळीस बाय पन्नास म्हणजे अठ्याण्णव बाय शंभरच्या बरोबरीचे आहे, जर आपण असे करू शकतो की हा प्रत्येक अविभाज्य शंभर बाय शंभरपेक्षा मोठा असेल तर बेरीज अठ्याण्णव बाय शंभरपेक्षा मोठी होईल. आपण इंटिग्रल पाहतो जर आपण पाहिले की अविभाज्य k ते k अधिक एक हा प्रत्येक k साठी शंभर बाय शंभर पेक्षा मोठा असेल तर मी अठ्याण्णव बाय शंभर पेक्षा मोठा असेल जे एकोणचाळीस बाय पन्नास असे दर्शविते की हा अविभाज्य एक बाय पेक्षा मोठा आहे शंभर कठीण नाही म्हणून मी काय करू x हे समान आहे k अधिक y म्हणून मी x ला k अधिक y बरोबर ठेवले तर काय होईल जेव्हा x k आणि k अधिक एक मध्ये असेल तेव्हा x ky बरोबर असेल तेव्हा शून्य असेल आणि x बरोबर k अधिक y असेल तेव्हा एक y समान असेल म्हणून आपण हे अविभाज्य असे अविभाज्य असे लिहू शकतो हे आता शून्य ते एक पर्यंत पूर्णांक आहे आणि k अधिक एक x बरोबर k अधिक y गुणिले x अधिक एक k अधिक एक अधिक y dy आहे कारण आता y 0 आणि 1 मध्ये बदलत आहे k अधिक 1 हे k अधिक y पेक्षा मोठे आहे म्हणून हे 0 ते 1 1 द्वारे k अधिक एक अधिक y dy पासून अविभाज्य पेक्षा मोठे आहे कारण k अधिक एक k अधिक y पेक्षा हे एक पेक्षा मोठे आहे आणि आता जर तुम्हाला हे पूर्णांक दिसले तर k अधिक एक अधिक y द्वारे हे k अधिक दोन पेक्षा मोठे आहे आणि अविभाज्य शून्य ते एक dy आहे जे एक देते
त्यामुळे हे अविभाज्य एक पेक्षा k अधिक दोन पेक्षा मोठे आहे आता k एक ते अठ्याण्णव पर्यंत बदलते म्हणून हे आहे k एक ते अठ्याण्णव च्या दरम्यान असल्यास शंभर बाय शंभरच्या बरोबरीने नेहमीच मोठा असतो म्हणून आम्ही हे सिद्ध केले आहे की हा अविभाज्य शंभर बाय शंभर पेक्षा मोठा आहे किंबहुना आपण अधिक चांगले ब मिळवू शकतो. हे वापरून ound एक पेक्षा k अधिक दोन पेक्षा मोठे आहे आणि नंतर त्याची बेरीज k वरून एक ते अठ्याण्णव एवढी आहे म्हणजे आपण हे d सत्य आहे हे या मार्गाने देखील समजू शकतो ठीक आहे आपण आणखी एक समस्या करू या
त्यामुळे प्रश्न क्रमांक सहा तर आपण एक फंक्शन दिले आहे fr to r ला fx द्वारे परिभाषित करू द्या x च्या सर्वात मोठ्या पूर्णांकाच्या समान जर x दोन पेक्षा कमी असेल आणि जर x दोन पेक्षा मोठा असेल तर शून्य आता i समान असेल तर f च्या वजा एक ते दोन x गुणिले पूर्णांक x चौरस भागिले दोन अधिक fx अधिक एक dx नंतर आपल्याला i चे मूल्य शोधावे लागेल म्हणून ही समस्या करण्यासाठी प्रथम आपण हे लक्षात ठेवूया की सर्वात मोठे पूर्णांक फंक्शन हे x पेक्षा कमी किंवा समान सर्वात मोठे पूर्णांक आहे म्हणून हे n च्या बरोबरीचे आहे. जर x हे n च्या बरोबरीने मोठे असेल आणि कोणत्याही पूर्णांकासाठी n अधिक एक पेक्षा काटेकोरपणे कमी असेल तर, जर तुम्हाला दिसले की x ची f ही x ची सर्वात मोठी पूर्णांक असेल तर x 2 पेक्षा कमी असेल आणि x साठी 0 पेक्षा मोठा असेल 2 आता मी याचा अविभाज्य भाग आहे म्हणून x चा g म्हणजे x चौरसाच्या x गुणिले f ने भागाकार दोन अधिक fx अधिक आता x चा चौरस f ने लिहू. x चौरस हा सर्वात मोठा पूर्णांक आहे जर x चौरस दोन पेक्षा कमी असेल आणि शून्य असेल तर x चौरस दोन पेक्षा मोठा असेल तर हे किती समान असेल तर x वर्ग 2 च्या बरोबरीचा आहे म्हणजे x उणे मूळ 2 ते मूळ 2 च्या दरम्यान दिलेला आहे x स्क्वेअरच्या सर्वात मोठ्या पूर्णांकानुसार आता x स्क्वेअरच्या सर्वात मोठ्या पूर्णांकाने x वजा एक ते एक दरम्यान असल्यास हे 0 असेल कारण या प्रकरणात x स्क्वेअर एकापेक्षा कमी असेल
त्यामुळे सर्वात मोठी पूर्णांक शून्य असेल आणि जर x पेक्षा मोठा असेल तर एकाच्या बरोबरीने आणि मूळ दोन पेक्षा काटेकोरपणे लहान असेल तर x चौरस हा एकापेक्षा थोडा मोठा आणि दोन पेक्षा काटेकोरपणे लहान असेल तर x वर्गाची सर्वात मोठी पूर्णांक एक असेल आणि अर्थातच x मूळ दोनपेक्षा मोठा असेल तर x वर्ग पेक्षा मोठा असेल दोन म्हणजे हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे, कारण आपल्याला उणे एक ते दोन समाकलित करायचे आहे, म्हणून मी फक्त x अधिक वजा एक पेक्षा मोठा x आणि x अधिक एकचा f साठी सुरुवात केली आहे, जर तुम्हाला हे x प्लसच्या सर्वात मोठ्या पूर्णांकाच्या

समान आहे. एक जर x अधिक एक दोन पेक्षा कमी असेल आणि शून्य असेल तर x अधिक एक मोठा असेल एक दोन म्हणजे हे x अधिक एक च्या सर्वात मोठ्या पूर्णांकाच्या समान आहे जर माझे x उणे 1 x च्या दरम्यान असेल तर 1 च्या बरोबरीचे असेल आणि x 1 पेक्षा मोठे असल्यास हे 0 असेल. आता पुन्हा x अधिक 1 ची ही सर्वात मोठी पूर्णांक असेल जर x शून्यापेक्षा कमी असेल आणि उणे एकच्या बरोबरीने मोठा असेल आणि जर x 0 पेक्षा मोठा असेल आणि 1 पेक्षा कमी असेल तर x अधिक 1 1 पेक्षा मोठा आणि 2 पेक्षा कमी असेल तर सर्वात मोठी पूर्णांक 1 असेल आणि जर x एकापेक्षा मोठा असेल तर हे 0 च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आता आपण x चा g लिहू शकतो हे x गुणिले fx स्क्वेअर x च्या दोन अधिक f x अधिक एक आहे म्हणून जर तुम्हाला दिसले की x स्क्वेअरचा ef फक्त एक आणि रूटमध्ये शून्य आहे. दोन म्हणून जर x 1 च्या बरोबरीने मोठा असेल आणि रूट 2 पेक्षा कमी असेल तर हा x गुणा fx चौरस 1 आहे . x अधिक एक च्या दोन अधिक f ने भागले कारण x 1 पेक्षा मोठा आहे आणि हे 0 असेल जर x मूळ 2 पेक्षा मोठा असेल तर 0. म्हणून x चा g बरोबर x x दोन असेल तर एक x पेक्षा कमी असेल तर दोन मूळ पेक्षा कमी असेल आणि शून्य असेल अन्यथा आता i समान आहे g च्या वजा एक ते दोन xdx हे आपण अविभाज्य असे लिहितो वजा एक ते एक gxdx अधिक integral of one to root g xdx अधिक integral root 2 to 2 g x dx आता येथे x चा g पहिल्या अंतरात 0 आहे आणि शेवटचा म्हणजे हे समान आहे. x बाय 2 dx चे 1 ते रूट 2 जे एक आणि दोन रूट मधील मूल्यमापन करून x चौरस चौरस निघते आणि हे उत्तर देते एक बाय चार गुणिले दोन वजा एक म्हणजे एक म्हणजे चार म्हणजे i समान एक बाय चार उत्तर बरोबर आहे म्हणून हे पूर्ण झाले आहे इंटिग्रल कॅल्क्युलस वरील लेक्चर पुढच्या लेक्चरमध्ये आम्ही इंटिग्रेशनच्या आणखी काही समस्यांवर चर्चा करू धन्यवाद