

नमस्ते दर्शकों का IIT पाल गणित चैनल में स्वागत है, इसलिए यह समस्या समाधान सत्रों की एक श्रृंखला का हिस्सा है, मैं इंटीग्रल कैलकुलस और डिफरेंशियल इक्वेशन पर कुछ समस्या समाधान सत्र दे रहा हूँ, इसलिए यह व्याख्यान इंटीग्रल कैलकुलस में से एक है, इसलिए आइए कुछ समस्याएं करके शुरू करें समस्याओं को मुख्य रूप से पिछले वर्षों के उन्नत पेपर से चुना जाता है और मैं समस्याओं के साथ-साथ समस्याओं में उपयोग की जाने वाली महत्वपूर्ण अवधारणाओं की समीक्षा करूंगा, इसलिए समस्या नंबर एक से शुरू करते हैं, इसलिए प्रश्न एक कहता है कि अगर मैं माइनस पीआई से 2 ओवर पीआई इंटीग्रल के बराबर हूँ 4 से pi बटा dx का 4 गुणा 1 जमा e से घात ज्या x गुना 2 घटा cos x फिर सत्ताईस गुना मैं वर्ग बराबर जो मूल रूप से हमें इस निश्चित समाकल का मूल्यांकन करना है और फिर सत्ताईस मैं वर्ग के मान की गणना करना है इसलिए यदि हम यहां देखते हैं कि हमारे पास एफएक्सडीएक्स के फॉर्म माइनस ए से ए का इंटीग्रल है तो मुझे याद है कि किसी भी फंक्शन के लिए एफएक्स इंटीग्रल ऑफ माइनस ए से एफएक्सडीएक्स यह एक्स के एक्स प्लस एफ के माइनस एक्सडीएक्स के शून्य के इंटीग्रल के बराबर है। तो मैं माइनस ए से ए तक का मूल्यांकन करने के बजाय हम केवल शून्य से ए का मूल्यांकन कर सकते हैं, इसलिए इसका प्रमाण बहुत सरल है, इसलिए हम जो करते हैं वह माइनस ए से एफएक्सडीएक्स तक इंटीग्रल है, इसे एफएक्सडीएक्स प्लस इंटीग्रल के माइनस ए से जीरो तक इंटीग्रल के रूप में लिखा जा सकता है। शून्य से a fxdx तक यह निश्चित समाकल का एक सरल गुण है कि यदि हमारे पास कुछ a से b तक समाकलन है तो हम a से c और c से b तक के दो समाकलों के योग में विभाजित हो सकते हैं, अब हम जो करते हैं वह पहले में है पहले इंटीग्रल में x को माइनस y के बराबर रखना, इसलिए अगर हम x को माइनस ydx के बराबर रखते हैं, तो माइनस डाई हो जाएगा और जब x के बराबर माइनस a, a के बराबर होगा और जब x, जीरो के बराबर होगा, तो माइनस a का इंटीग्रल होगा। शून्य से fxdx को शून्य से y के f के शून्य से पूर्णांक के रूप में लिखा जा सकता है और dx शून्य से dy है जो कि शून्य से शून्य के शून्य से शून्य के शून्य के बराबर है और इसे शून्य से a के पूर्णांक के रूप में लिखा जा सकता है माइनस ydy का f जिसे शून्य से a से माइनस xdx के f का इंटीग्रल भी लिखा जा सकता है इसलिए min से इंटीग्रल हमें a से af xdx xdx के शून्य से f के पूर्णांक के बराबर है, जो कि हमारा सूत्र है, निश्चित रूप से दो विशेष मामले हैं जो कई समस्याओं में महत्वपूर्ण हैं इसलिए यदि f एक विषम कार्य है जो f का है माइनस एक्स, एक्स के एफ के माइनस के बराबर है, तो माइनस एक्स प्लस एफएक्स का यह एफ शून्य हो जाएगा, इसलिए माइनस ए से एफएक्सडीएक्स का इंटीग्रल शून्य के बराबर होगा और दूसरा यह है कि अगर एफ एक सम फंक्शन है जो कि एफ है माइनस x का सभी x के लिए x के f के बराबर है तो माइनस a से afxdx का इंटीग्रल शून्य से afxdx के दो गुना इंटीग्रल के समान है अब आइए समस्या का समाधान करें ताकि हमारे पास x का f बराबर 1 ओवर हो 1 जमा ई से पाप x गुना दो घटा कॉस दो x अब हम माइनस x के f का मूल्यांकन करते हैं यह 1 बटा 1 जमा ई के बराबर है जो माइनस x गुना 2 माइनस कॉस माइनस 2x है, अब माइनस x की साइन माइनस है x की ज्या तो यह 1 जमा e के बराबर होगा और cos एक सम फलन है इसलिए यह 2 ऋण cos 2x के समान है इसे e से p के रूप में सरल बनाया जा सकता है over sin x को 1 जमा e से sin x गुणा 2 घटा cos 2 x से विभाजित किया जाता है, इसलिए हम देखते हैं कि हर x के f के समान है, इसलिए अब यदि मैं fx जोड़ f घटा x fx जोड़ f घटा x के बराबर हूँ 1 जमा ई से साइन एक्स को 1 जमा ई से पाप x गुना 2 घटा कॉस 2 एक्स तो 1 जमा ई से साइन एक्स रद्द हो जाएगा और यह 1 बटा 2 घटा कॉस 2 एक्स के बराबर है अब मैं सूत्र का उपयोग करूंगा क्योंकि cos 2x 2 cos वर्ग x माइनस 1 के बराबर है, इसलिए यह 1 बटा 3 घटा 2 cos वर्ग x के बराबर है तो हमारे पास जो है वह इंटीग्रल है मैं बराबर है हम 2 बटा pi कारक है जो 0 से pi बटा 4 होगा 1 बटा 3 घटा 2 cos वर्ग x dx अब यह समाकलन करना मुश्किल नहीं है जो हम कर सकते हैं क्या हम इस समाकलन को secant वर्ग x के रूप में 3 secant वर्ग x घटा 2 dx से विभाजित करते हैं और अब यह आपके लिए स्पष्ट होना चाहिए कि यदि हम u को tan x के बराबर रखते हैं, हम इसे 0 से pi बटा 4 secant वर्ग x के रूप में 3 गुणा 1 से विभाजित करके लिख सकते हैं। सीमा जब x शून्य है तो u, tan 0 के बराबर है जो कि 0 है और जब x, pi बटा 4 है, तो 10 pi बटा 4 है, जो 1 के बराबर है। इसलिए मैं 0 से 1 के बराबर 2 बटा pi समाकलन के बराबर है। इस पर डू 3 टैन स्क्वायर x तो 3 यू स्क्वायर प्लस 1 था। अब यह मानक इंटीग्रल में है इसलिए इसे लिखा जा सकता है यदि मैं हर से तीन सामान्य लेता हूँ तो मुझे यू स्क्वायर प्लस वन के ऊपर दो तीन पीआई इंटीग्रल शून्य मिलते हैं तीन से जिसे मैं एक बटा तीन वर्ग के रूप में लिखूंगा इसलिए यह 2 बटा 3 pi के बराबर है और 1 बटा u वर्ग जमा एक वर्ग का समाकल 1 बटा a 1 बटा 1 बटा रूट 3 गुना tan व्युत्क्रम u से विभाजित है 1 बटा रूट 3. और इसका मूल्यांकन शून्य और एक के बीच किया जाना है, इसलिए यह दो बटा रूट तीन pi tan उलटा मूल 3 घटा tan व्युत्क्रम 0 tan उलटा मूल 3 बराबर pi बटा तीन और tan प्रतिलोम शून्य शून्य है इसलिए हमें यह मिलता है इसलिए मैं पीआई के बराबर है यहां दो बटा तीन मूल तीन रद्द करता है इसका मतलब है कि मैं वर्ग चार बटा सत्ताईस के बराबर होगा जिसका अर्थ है सत्ताईस मैं वर्ग चार के बराबर है तो यह पहली समस्या का उत्तर है इसलिए प्रश्न संख्या दो है, पूर्णांक का मान ज्ञात कीजिए मैं 0 से पीआई के बराबर है, कोस थीटा के वर्गमूल को कॉस थीटा के वर्गमूल से विभाजित करके 3 गुणा का 2 गुणा करता हूँ। पाप थीटा की पूरी शक्ति पांच डी थीटा को बढ़ाए इसलिए इस समस्या को हल करने के लिए हम क्या करते हैं पहले हम थीटा को पीआई के बराबर 2 घटा फी से प्रतिस्थापित करते हैं फिर डी थीटा शून्य से डी फी के बराबर होता है और जब थीटा 0 के बराबर होता है तो पीआई होता है 2 से जब थीटा पीआई बटा 2 फाई शून्य के बराबर होता है, कॉस थीटा बराबर पाई के कॉस बटा दो माइनस फी के बराबर होता है जो पाप फी के बराबर होता है और पाप थीटा कॉस फी के बराबर होता है इसलिए इंटीग्रल शून्य से पीआई तक इंटीग्रल हो जाएगा। साइन फी के तीन में से दो वर्गमूल को साइन फी के वर्गमूल से विभाजित करके कॉस फी के वर्गमूल को 5 डी फी की शक्ति तक बढ़ाया गया है, इसलिए ध्यान दें कि यहां मैंने एक कदम छोड़ दिया है, इसलिए इंटीग्रल पीआई से दो से शून्य तक होगा और फिर माइनस d phi होगा और फिर इस इंटीग्रल के माइनस को 0 से pi b . तक इंटीग्रल के रूप में लिखा जा सकता है इसका y 2 फिर से फी के बजाय यह इंटीग्रल मैं थीटा का उपयोग कर सकता हूँ,

इसलिए इसे 0 से पीआई के रूप में भी लिखा जा सकता है, साइन थीटा के 3 के वर्गमूल को कॉस थीटा के वर्गमूल से विभाजित किया जाता है और पाप थीटा के वर्गमूल को घात 5 में विभाजित किया जाता है। d थीटा तो अब इसे जोड़ रहे हैं तो मुझे मूल समीकरण को समीकरण एक कहते हैं और यह एक समीकरण दो है

इसलिए 1 और 2 को जोड़ने पर हमें 2 गुना मिलता है मैं 0 के इंटीग्रल के बराबर 2 3 गुणा कॉस थीटा का वर्गमूल प्लस पाप थीटा के वर्गमूल को कॉस थीटा के वर्गमूल से विभाजित किया गया और पाप थीटा के वर्गमूल को बढ़ाकर 5 डी थीटा कर दिया गया,

इसलिए अब हम इसे रद्द कर सकते हैं और यह कॉस थीटा के वर्गमूल पर 0 से पीआई गुणा 2 3 होगा। पाप थीटा से घात 4 d थीटा अब समस्या इस इंटीग्रल का मूल्यांकन करने के लिए कम हो जाती है अब इसे फिर से एकीकृत करने के लिए हम क्या कर सकते हैं यदि मैं हर से कॉस थीटा कॉमन का वर्गमूल लेता हूँ और यह तीन ओवर सो स्क्वायर हो जाएगा कॉस थीटा रेज टू पावर फोर का रूट कॉस स्क्वायर थीटा होगा और फिर हमारे पास एक होगा प्लस टैन थीटा का वर्गमूल घात 4 डी थीटा तक बढ़ा दिया गया है तो अब हमें टैन थीटा मिल गया है और यदि आप देखते हैं कि मैं अंश 3 सेकेंड स्क्वायर थीटा को 1 प्लस रूट टैन थीटा को घात 4 डी थीटा में ला सकता हूँ तो अब हम कर सकते हैं टैन थीटा को t वर्ग के बराबर रखें तो secant वर्ग थीटा d थीटा दो tdt के बराबर होगा और जब थीटा शून्य t के बराबर होगा तो वह शून्य के बराबर होगा और जब थीटा pi बटा दो tan pi बटा दो अनंत होगा तो यह इंटीग्रल बराबर है

इसलिए यह 2 y बराबर 0 से 3 गुना 2 t dt के अनंत से विभाजित है और t को घात 4 तक बढ़ा दिया गया है

इसलिए 2 को रद्द किया जा सकता है और इसका मतलब है कि मैं 3 गुना इंटीग्रल 0 के बराबर है इन्फिनिटी टी ओवर टी प्लस 1 घात 4 डीटी अब इसे टी प्लस वन माइनस वन बटा टी प्लस वन रेज टू पावर फोर डीटी के रूप में लिखकर आसानी से किया जा सकता है,

इसलिए यह टी प्लस के अनंत के लिए तीन गुना इंटीग्रल शून्य के बराबर है एक बढ़ा हुआ घात घटा तीन डीटी माइनस इंटीग्रल ज़ीरो टू इन्फिनिटी टी प्लस 1 रेज टू पावर माइनस 4 डीटी जो 3 गुना वें के बराबर है माइनस एक बटा दो टी प्लस एक वर्ग माइनस देगा यह जमा एक बटा तीन टी प्लस एक घन शून्य से अब अनंत तक हो जाएगा क्योंकि टी अनंतता एक बटा टी प्लस एक वर्ग की ओर जाता है यह शून्य हो जाता है और यह भी शून्य हो जाता है इसलिए यह तीन गुना शून्य के बराबर होगा यह शून्य के बराबर t हो जाएगा यह एक बटा दो घटा एक बटा तीन हो जाता है यह तीन गुना एक बटा छह है जो एक बटा दो के बराबर है

इसलिए उत्तर का मान है i है एक बटा दो के बराबर है तो चलिए समस्या संख्या तीन पर चलते हैं तो फिर से हम एक निश्चित समाकल का मूल्यांकन करेंगे प्रश्न यह है कि समाकल का मान ज्ञात कीजिए मैं 1 के 0 से आधे के बराबर है और मूल 3 को x जमा 1 वर्ग गुणा 1 से विभाजित किया गया है माइनस x घात से बढ़ा हुआ 6 संपूर्ण घात 1 बटा 4 dx आइए हम इस समस्या को हल करने का प्रयास करें तो पहले हम थोड़ा सरलीकरण करेंगे और इसे लिखेंगे i बराबर है हमारे पास 1 जमा रूट 3 गुना 0 से आधा dx हमारे पास है x जमा 1 वर्ग और फिर हमारे पास घात 1 बटा 4 है जिससे कि x जमा 1 हो जाएगा और आधा गुणा घात हो जाएगा es 1 माइनस x को बढ़ाकर 6 बटा 4 कर दिया गया है जो कि 3 बटा 2 है,

इसलिए ध्यान दें कि इस रेंज में 0 से आधा 1 प्लस x और 1 माइनस x दोनों सकारात्मक हैं

इसलिए अब मैं इसे 1 प्लस रूट 3 बार इंटीग्रल के रूप में लिखूंगा dx के 0 से आधे तक मैं इस 1 माइनस x को घात 3 बटा 2 के रूप में 1 माइनस x गुना 1 माइनस x से पावर हाफ तक लिखूंगा,

इसलिए हमारे पास 1 प्लस x से पावर हाफ और 1 माइनस x से पावर हाफ है। तो यह 1 घटा x वर्ग का वर्गमूल बन जाएगा,

इसलिए हमें dx बटा 1 घटा x गुना 1 घटा x वर्ग और एक वर्गमूल मिलता है, अब हमारे पास एक साधारण प्रतिस्थापन है क्योंकि हमारे पास यह एक घटा x वर्ग पद है, हमें प्रतिस्थापन x बराबर का प्रयास करना चाहिए थीटा को पाप करने के लिए तो dx कॉस थीटा डी थीटा के बराबर होगा और जब x 0 है तो थीटा 0 के बराबर है और जब x आधे पाप के बराबर है तो थीटा आधा है

इसलिए थीटा छह बटा पाई है

इसलिए यह इंटीग्रल मैं रूट के बराबर है dx के 0 से pi बटा 6 का 3 जमा 1 गुना है cos theta d theta को 1 घटा sin थीटा से विभाजित किया जाता है और 1 घटा x वर्ग का वर्गमूल cos थीटा के बराबर होता है

इसलिए cos theta रद्द करता है और हमें d थीटा का 1 माइनस पाप थीटा से इंटीग्रल मिलता है अब यह सीधे आगे है कि हम क्या करते हैं कि आप 1 प्लस पाप थीटा से गुणा और विभाजित करते हैं तो यह 1 प्लस पाप थीटा को 1 माइनस साइन स्क्वायर थीटा से विभाजित किया जाता है ताकि कॉस स्क्वायर हो थीटा डी थीटा यह बराबर रूट 3 जमा 1 गुना इंटीग्रल 0 से पीआई बटा 6 का 1 बटा कॉस स्क्वायर थीटा है सेकेंड स्क्वायर थीटा प्लस साइन थीटा बाय कॉस स्क्वायर थीटा है सेकेंड थीटा टाइम्स टैन थीटा डी थीटा अब आप इंटीग्रल को जान रहे होंगे इसमें से यह रूट 3 जमा 1 गुना टैन थीटा प्लस सेकेंड थीटा के बराबर है जिसका मूल्यांकन शून्य से पीआई बटा छह के बीच किया जाता है यह रूट थ्री प्लस वन गुणा 10 पाई बटा 6 है 1 है रूट 3 प्लस सेकेंड पीआई बटा 6 है 2 रूट से 3 माइनस टैन 0 है 0 और सेकेंड 0 1 यह रूट 3 प्लस 1 गुना यह 3 बटा रूट 3 माइनस 1 है तो रूट 3 प्लस 1 गुना रूट 3 माइनस 1 जो कि 3 माइनस 1 के बराबर है जो 2 है तो

इसलिए समाकल का मान दो के बराबर है तो चलिए अगली समस्या प्रश्न संख्या चार पर चलते हैं तो समस्या यह है कि f को r से r तक जाने दें एक अवकलनीय फलन हो जैसे कि शून्य का f शून्य के बराबर है f पर pi बटा दो तीन के बराबर है और f अभाज्य 0 पर 1 के बराबर है।

इसलिए हमें एक अवकलनीय फलन दिया गया है जिसका मान 0 और pi बटा 2 दिया गया है और f प्राइम 0 अब दिया गया है यदि x का g x से pi बटा 2 f प्राइम t cos पर माइनस cot t cos atft dt पर x के लिए शून्य से pi बटा दो शून्य पर खुला और pi बटा 2 पर समाकलन के बराबर है तो हम x के g की सीमा ज्ञात करनी होगी क्योंकि x 0 के करीब पहुंचता है।

इसलिए x का यह g इस इंटीग्रल के रूप में दिया गया है,

इसलिए पहले हमें x के g के लिए फॉर्मूला खोजने के लिए इस इंटीग्रल का मूल्यांकन करने का प्रयास करना चाहिए और फिर हम इसे खोजने का प्रयास करेंगे। सीमा

इसलिए ध्यान दें कि यहां यदि आप इंटीग्रेंड देखते हैं तो यह एफ प्राइम टी कॉस एट माइनस कॉस एट कॉट टी एफटी है, यह टी टाइम्स कॉस एक्सटी के एफ के व्युत्पन्न के अलावा कुछ भी नहीं है क्योंकि अगर हम व्युत्पन्न के लिए उत्पाद नियम का उपयोग करते हैं तो यह एफएफ का व्युत्पन्न देता है अभाज्य

t गुना cos xt और cos xt का अवकलज माइनस cos xt गुना cot t है

इसलिए x का यह g x से pi बटा d के दो बटा f के dt के समाकल के बराबर है t cos at dt

इसलिए एक बार जब हम इंटीग्रेंड के एंटी-डेरिवेटिव को जान लेते हैं, तो कैलकुलस के मौलिक प्रमेय द्वारा यह ft cos x के बराबर होता है, जिसका मूल्यांकन x और pi बटा दो के बीच किया जाता है, जो कि f के pi बटा दो गुना cos x pi के बराबर होता है। x cos xx के दो माइनस f से अब f का pi बटा दो हमें दिया गया था f का pi बटा दो बराबर तीन है

इसलिए यह तीन के बराबर है क्योंकि x pi बटा दो एक है

इसलिए यह तीन माइनस fx cos xx है तो ध्यान दें वह कॉस एक्स 1 बाय साइन एक्स है

इसलिए इसे एक्स के बराबर 0 पर परिभाषित नहीं किया गया है,

इसलिए ध्यान दें कि कॉस एक्स शून्य परिभाषित नहीं है,

इसलिए हम जीरो का जी नहीं ढूँढ सकते हैं लेकिन हम एक्स के जी की सीमा को एक्स के रूप में खोजने का प्रयास कर सकते हैं। एप्रोच 0 3 माइनस लिमिट x के बराबर है, $f(x)$ के 0 के करीब पहुंच रहा है, क्योंकि xxi , $f(x)$ बाय साइन x के रूप में लिख सकता है, इसलिए अब हमारे पास यह 0 बाय 0 फॉर्म है, अब हम जानते हैं कि साइन एक्स बाय एक्स की लिमिट जैसे ही एक्स 0 के करीब पहुंचती है, 1 है। तो यह मैं तीन ऋण सीमा के रूप में लिख सकता हूँ $x \times x$ के शून्य से $x \times x$ द्वारा विभाजित x से विभाजित होता है अब हम जानते हैं कि सीमा एक है इसलिए यह तीन ऋण सीमा x के बराबर है $x \times x$ के शून्य से x तक पहुंच रहा है इसका कारण यह है कि ज्या x बटा x की सीमा जैसे ही x शून्य के करीब पहुंचती है, अब एक के बराबर है, किसी तरह हमें 0 पर f के व्युत्पन्न का उपयोग करना होगा जो कि 1 है।

इसलिए यह 3 ऋण सीमा के बराबर है x की ओर जाता है एफएक्स माइनस एफ 0 बटा एक्स माइनस 0 यह इसलिए है क्योंकि एफ 0 को 0 के बराबर दिया जाता है।

इसलिए अब हम जानते हैं कि यह सीमा शून्य पर एफ के व्युत्पन्न के अलावा और कुछ नहीं है, इसलिए यह तीन माइनस एफ प्राइम जीरो और एफ प्राइम है। शून्य को एक के बराबर दिया जाता है, इसलिए यह 3 घटा 1 है जो 2 के बराबर है,

इसलिए उत्तर है कि x की सीमा x के g के 0 तक जाती है, दो के बराबर है,

इसलिए मैं यहां एक टिप्पणी करना चाहूंगा,

इसलिए ध्यान दें कि यहाँ हमारे पास $f(x)$ बटा पाप x की यह सीमा है जो शून्य से शून्य रूप में है,

इसलिए आप सीधे यहां लोपिटल नियम लागू करने के बारे में सोच सकते हैं,

इसलिए यदि हम लॉबस्टर नियम लागू करते हैं तो यह एफ प्राइम एक्स बाय कॉस एक्स की सीमा के बराबर होगा और फिर सीमा जैसे-जैसे $x \rightarrow 0$ के करीब पहुंचता है, वैसे-वैसे x का मान 1 होता है,

इसलिए जैसे-जैसे $x \rightarrow 0$ के करीब पहुंचता है, वैसे-वैसे f अभाज्य x की सीमा होती है और फिर आप इसे f अभाज्य 0 के रूप में लिखने के बारे में सोच सकते हैं,

इसलिए आपको यह 3 ऋण f अभाज्य सीधे मिल जाएगा। 0 लेकिन ध्यान दें कि f प्राइम x की सीमा लिखने के लिए जैसे $x \rightarrow 0$ के f प्राइम के बराबर 0 तक पहुंचता है, हमें यह जानने की जरूरत है कि f प्राइम 0 पर निरंतर है, लेकिन यदि आप समस्या देखते हैं तो यह केवल यह दिया जाता है कि f एक अलग कार्य है लेकिन व्युत्पन्न की आवश्यकता निरंतर नहीं है

इसलिए यह सही तर्क नहीं है

इसलिए इसलिए हमने इस सीमा को इस व्युत्पन्न के रूप में 0 पर लिखा है और फिर इसका मूल्यांकन किया है ताकि यह समस्या संख्या चार को समाप्त कर दे, आइए समस्या संख्या पांच पर चलते हैं जो कि हम से थोड़ा अलग है अब तक किया है यहाँ हमें दिया गया है यदि i, k का योग 1 से 98 के बराबर है, k जमा 1 बटा x गुणा x जमा 1 dx से k से k जमा 1 तक तो हमें इनमें से सही विकल्प चुनने होंगे निम्नलिखित 4 विकल्प हैं तो a, i, is बड़ा है 99 का लॉग b क्या मैं लॉग से कम है 99 c क्या $i, 49$ से 50 से कम है और d क्या मैं 49 से 50 से बड़ा है। तो निश्चित रूप से यहाँ अगर आप इसे देखते हैं k जमा एक गुणा x गुणा x जमा एक dx का समाकलन इसका आसानी से मूल्यांकन किया जा सकता है क्योंकि इसे कहते हैं एक x गुणा x प्लस वन को एक बटा x माइनस एक बटा x प्लस वन लिखा जा सकता है और फिर आप इस इंटीग्रल का मूल्यांकन कर सकते हैं और वास्तव में आप i के लिए एक व्यंजक प्राप्त कर सकते हैं लेकिन इसका उपयोग करके इन असमानताओं को प्राप्त करना मुश्किल हो सकता है तो इस तरह का क्या समस्याओं को हमें विकल्पों को देखने का प्रयास करना चाहिए और फिर यह देखने का प्रयास करना चाहिए कि यदि आप विकल्प ए और बी देखते हैं तो मेरी तुलना 99 के प्राकृतिक लॉग से की जाती है,

इसलिए अब ध्यान दें कि लॉग 99 क्या है नोट 99 का लॉग है 1 बटा $x \times dx$ से 1 से 99 तक के समाकलन के अलावा और कुछ नहीं क्योंकि 1 बटा x का प्रति-व्युत्पन्न लॉग x है,

इसलिए हमें यह मिलता है और इसे k के योग के रूप में 1 से 98 तक के समाकलन k से k जमा 1 के योग के रूप में लिखा जा सकता है। $x \times dx$ से क्योंकि k के बराबर 1 के लिए आपको k के बराबर दो के लिए 1 से दो तक समाकलन मिलेगा, यह दो से तीन तक का समाकलन है और इसी तरह अट्टानबे से निन्यानबे तक समाकलन तक है,

इसलिए यह योग निम्न से समाकल के बराबर होगा एक से निन्यानवे तो अब यदि आप देखते हैं कि हमने इस लॉग 99 को k के योग के रूप में 1 से 98 के बराबर लिखा है, तो हमें दिए गए इंटीग्रल की तुलना इस इंटीग्रल से करनी है, यह देखने के लिए कि कौन सा बड़ा है तो अब ध्यान दें कि अगर मेरा $x \times k$ से बड़ा है और k प्लस वन से कम है तो यहां हमारे पास k प्लस 1 x गुणा x प्लस 1 का इंटीग्रल था। तो हमारे पास k जमा 1 x जमा 1 से कम है जिसका अर्थ है k जमा 1 बटा x जमा 1 यह 1 से कम होगा

इसलिए k जमा 1 x गुणा x जमा 1 यह 1 से x से कम है

इसलिए k का अभिन्न अंग है से k जमा एक बटा x गुणा x जमा एक $d x$, यह k से k जमा एक बटा $x d x$ के समाकल से कम है,

इसलिए यह दर्शाता है कि k का योग एक से अट्टानबे समाकलन k से k जमा एक यह लॉग 99 से कम है यह मेरे बराबर था

इसलिए ए झूठा है और बी सच है

इसलिए यह मैं लॉग 99 से कम है यह सच है यह अब झूठा है सी और डी तुलना 49 से 50 के साथ करता है। तो वास्तव में अगर आप देखते हैं कि जिस तरह से हमने इस भाग को प्राप्त किया है, वह यह है कि इंटीग्रल लॉग 99 से कम है, हम एक निचली सीमा भी प्राप्त कर सकते हैं,

इसलिए मैं इसी तरह का उपयोग करके कुछ से बड़ा हूँ जो हम प्राप्त कर सकते हैं यह k प्लू है s एक बटा x एक से बड़ा है यदि x, k और k जमा एक के बीच है तो यहाँ हम k का उपयोग कर रहे हैं एक बटा x एक से बड़ा है

इसलिए k जमा एक बटा x गुणा x जमा एक यह एक गुणा x जमा से बड़ा है एक और अब अगर मैं इसे k से k प्लस एक k प्लस एक x गुणा x प्लस वन dx का एक अभिन्न अंग एकीकृत करता हूँ तो यह k दो k प्लस 1 में से एक x प्लस 1 dx के इंटीग्रल से अधिक होगा और

इसलिए i जो कि योग है इस k का पूर्णांक k दो k जमा एक के 1 से 98 के बराबर है, यह एक से एक से निन्यानबे गुणा x जमा एक dx के समाकलन से बड़ा है,

इसलिए जैसे हमें मिला कि मैं एक से $x d x$ के समाकल से कम है यहां हम निन्यानबे तक इसका एक बटा x जोड़ एक से एक से निन्यानबे तक एक से बड़ा समाकल प्राप्त कर रहे हैं और यह एक से निन्यानबे तक लॉग x जमा एक के बराबर है जो कि सौ ऋण लॉग दो के लॉग के बराबर है जो बराबर है पचास लॉग करने के लिए तो अब यदि आप देखते हैं कि हमें उनतालीस बटा पचास के साथ तुलना करनी है तो स्पष्ट रूप से लॉग पचास एक से बड़ा है जो कि उनतालीस गुणा फाई से बड़ा है $f t y$ तो मैं 49 गुणा 50 से बड़ा हूँ यह सही है

इसलिए d सही है और c गलत है

इसलिए हमें d सही है और यह c चालू है, वास्तव में यदि आप देखते हैं तो हमने साबित कर दिया है कि मैं पचास के प्राकृतिक लॉग से बड़ा हूँ जो 49 बटा 50 दी गई इस संख्या से बहुत बड़ा है। तो आप सोच सकते हैं कि इस संख्या को उनतालीस बटा पचास कैसे प्राप्त करें,

इसलिए यदि आप देखते हैं कि हमारे पास एक से नब्बे आठ तक का योग है तो यह उनतालीस बटा पचास के अलावा और कुछ नहीं है। सौ तो मैं यहां

टिप्पणी लिखूंगा कि यह उनतालीस बटा पचास, नब्बे बटा सौ के बराबर है,

इसलिए यदि हम ऐसा कर सकें कि यह प्रत्येक समाकल एक बटा सौ से बड़ा हो तो योग निन्यानबे गुणा सौ से बड़ा होगा तो चलिए हम इंटीग्रल को देखते हैं यदि हमने देखा कि इंटीग्रल k से k प्लस वन यह प्रत्येक k के लिए एक सौ से बड़ा है तो मैं निन्यानबे गुणा सौ से बड़ा होगा जो कि उनतालीस बटा पचास है यह दर्शाता है कि यह इंटीग्रल एक से बड़ा है सौ मुश्किल नहीं है

इसलिए मैं क्या करूंगा कि हम x को बराबर रखते हैं k जमा y तो क्या होता है यदि मैं x को k जमा y के बराबर रखता हूँ तो जब x k और k जमा एक के बीच होता है जब x ky के बराबर होता है और जब x बराबर होता है k जमा एक y एक के बराबर होता है

इसलिए हम इस इंटीग्रल को इंटीग्रल के रूप में लिख सकते हैं यह अब शून्य से एक तक इंटीग्रल के बराबर है और k जमा एक x बराबर k जमा y गुणा x जमा एक k जमा एक जमा y dy अब है क्योंकि y 0 और 1 के बीच बदल रहा है तो k जमा 1 , k जमा y से बड़ा है इसलिए यह 0 से 1 से k जमा एक जमा y dy से बड़ा है, क्योंकि k जमा एक बटा k जमा y यह एक से बड़ा है और अब यदि आप इसे एकीकृत एक देखते हैं के प्लस वन प्लस वाई द्वारा यह एक से के प्लस टू से बड़ा है और इंटीग्रल शून्य से एक डाई है जो एक देता है

इसलिए यह इंटीग्रल एक से बड़ा है k प्लस टू अब k एक से अठानबे तक बदलता है

इसलिए यह है हमेशा एक बटा सौ के बराबर से बड़ा होता है यदि k एक और अठानबे के बीच होता है तो हमने यह साबित कर दिया है कि यह समाकल एक बटा सौ से बड़ा है वास्तव में हम एक बेहतर b प्राप्त कर सकते हैं इसका उपयोग करके $ound$ k जमा दो से एक से बड़ा होता है और फिर इसे k से एक से अठानबे तक जोड़ दिया जाता है ताकि हम यह प्राप्त कर सकें कि यह d सत्य है इस तरह से भी ठीक है आइए एक और समस्या करते हैं इसलिए प्रश्न संख्या छह तो हम एक फंक्शन दिया जाता है $f(r)$ से r को x के सबसे बड़े पूर्णांक के बराबर $f(x)$ द्वारा परिभाषित किया जाता है यदि x दो के बराबर से कम है और शून्य है यदि x अब दो से बड़ा है यदि i माइनस एक से दो x गुणा f के बराबर है x वर्ग को दो जमा $f(x)$ जमा एक dx से विभाजित किया जाता है, तो हमें i का मान ज्ञात करना होगा,

इसलिए इस समस्या को हल करने के लिए पहले हमें याद दिलाएं कि सबसे बड़ा पूर्णांक फंक्शन यह x से कम या उसके बराबर सबसे बड़ा पूर्णांक है, इसलिए यह n के बराबर है यदि x , n के बराबर से बड़ा है और किसी भी पूर्णांक n के लिए n प्लस वन से सख्ती से कम है, तो हमारे पास यदि आप देखते हैं कि x का f सबसे बड़ा पूर्णांक है, यदि x , 2 के बराबर से कम है और x से बड़ा है तो 0 है। 2 अब मैं इसका अभिन्न अंग हूँ तो चलिए x का g लिखते हैं x वर्ग के x गुणा f के बराबर दो जोड़ $f(x)$ प्लस एक अब x वर्ग का $f(x)$ वर्ग का सबसे बड़ा पूर्णांक है यदि x वर्ग दो से कम है और शून्य यदि x वर्ग दो से बड़ा है तो यह कितना बराबर है तो x वर्ग 2 के बराबर से कम है अर्थात् x शून्य से मूल 2 से मूल 2 के बीच दिया गया है x वर्ग के सबसे बड़े पूर्णांक से अब x वर्ग का सबसे बड़ा पूर्णांक यह 0 के बराबर होगा यदि x शून्य से एक से एक के बीच है क्योंकि इस मामले में x वर्ग सख्ती से एक से कम होगा

इसलिए सबसे बड़ा पूर्णांक शून्य होगा और यदि x इससे बड़ा है एक के बराबर और मूल दो से सख्ती से कम तो x वर्ग एक के बराबर से थोड़ा बड़ा है और सख्ती से दो से कम है

इसलिए x वर्ग का सबसे बड़ा पूर्णांक एक होगा और यदि निश्चित रूप से x मूल दो से बड़ा है तो x वर्ग इससे बड़ा है दो तो यह शून्य के बराबर है इसलिए क्योंकि हमें माइनस एक से दो को एकीकृत करना है,

इसलिए मैंने केवल एक्स के लिए शुरू किया है जो माइनस वन से बड़ा है और एक्स प्लस वन का एफ यदि आप देखते हैं कि यह एक्स प्लस के सबसे बड़े पूर्णांक के बराबर है एक यदि x जोड़ एक दो के बराबर से कम है और शून्य यदि x जोड़ एक बड़ा है तो एक दो तो यह एक्स प्लस वन के सबसे बड़े पूर्णांक के बराबर है यदि मेरा एक्स शून्य से 1 के बीच है एक्स 1 के बराबर से कम है और यह 0 है यदि एक्स 1 से बड़ा है। अब फिर से एक्स प्लस 1 का यह सबसे बड़ा पूर्णांक यह होगा 0 के बराबर यदि x शून्य से कम है और ऋणात्मक एक के बराबर से बड़ा है और यदि x 0 के बराबर से बड़ा और 1 से कम है तो x जमा 1 के बराबर से बड़ा और 2 से कम है तो सबसे बड़ा पूर्णांक 1 होगा और यह 0 के बराबर है यदि x एक से बड़ा है तो अब हम x का g लिख सकते हैं यह x गुणा $f(x)$ वर्ग बटा दो जोड़ f का x जमा एक था

इसलिए यदि आप देखते हैं कि x वर्ग का e^f केवल एक और मूल के बीच शून्य नहीं है दो

इसलिए यदि x 1 के बराबर से बड़ा है और मूल 2 से कम है तो यह x गुणा है $f(x)$ वर्ग 1 है। x के दो जोड़ f से विभाजित किया गया है क्योंकि x 1 से बड़ा है यह 0 के बराबर होगा और यह है 0 यदि x मूल 2 से बड़ा है। तो x का g बराबर x बटा दो है, यदि एक x के बराबर x से कम है और शून्य से कम है तो अब i , g के एक से दो घटा के समाकल के बराबर है $x dx$ इसे हम माइनस एक से एक $g x dx$ प्लस एक का इंटीग्रल टू रूट दो $g x dx$ प्लस इंटीग्रल रूट 2 से $2 g x dx$ के इंटीग्रल के रूप में लिखते हैं। 1 से 2 तक x बटा $2 dx$ जो कि x वर्ग बटा चार आता है, एक और मूल दो के बीच मूल्यांकन किया जाता है और यह उत्तर देता है एक बटा चार गुणा दो घटा एक जो एक बटा चार है

इसलिए मैं एक बटा चार के बराबर है उत्तर ठीक है

इसलिए यह अगले व्याख्यान में अभिन्न कलन पर व्याख्यान समाप्त करता है हम एकीकरण पर कुछ और समस्याओं पर चर्चा करेंगे धन्यवाद