

નમસ્તે દર્શકો iit pal ગણિતની ચેનલમાં આપનું સ્વાગત છે

તેથી આ સમસ્યા હલ કરવાના સત્રોની શ્રેણીનો એક ભાગ છે, હું અવિભાજ્ય કેલ્ક્યુલસ અને વિભેદક સમીકરણો પર થોડા સમસ્યા ઉકેલવાના સત્રો આપીશ

તેથી આ અભિન્ન કલનનું એક વ્યાખ્યાન છે

તેથી ચાલો આપણે કેટલીક સમસ્યાઓ કરીને શરૂઆત કરીએ. સમસ્યાઓ મુખ્યત્વે પાછલા વર્ષોના j અધતન પેપરમાંથી પસંદ કરવામાં આવે છે અને હું સમસ્યાઓની સાથે સમસ્યાઓમાં ઉપયોગમાં લેવાતા મહત્વપૂર્ણ ખ્યાલોની સમીક્ષા કરીશ

તેથી ચાલો સમસ્યા નંબર એકથી શરૂઆત કરીએ

તેથી પ્રશ્ન એક કહે છે કે જો $\int_0^1 \sin x dx$ માંથી 2 ઓવર π અવિભાજ્ય સમાન હોય બાય 4 થી π બાય 4 ના dx ઉપર 1 વતા e ની પાવર સાઈન x ગુણ્યા 2 ઓછા $\cos x$ પછી સત્તાવીસ ગુણ્યા i ચોરસ બરાબર શું

તેથી મૂળભૂત રીતે આપણે આ ચોક્કસ અવિભાજ્યનું મૂલ્યાંકન કરવું પડશે અને પછી સત્તાવીસ i ચોરસની કિંમતની ગણતરી કરવી પડશે

તેથી જો આપણે અહીં જોઈએ છીએ કે આપણી પાસે $\int_0^1 \sin x dx$ ના a થી a ના ફોર્મ માઈનસનું ઇન્ટિગ્રલ છે તો ચાલો હું યાદ કરું કે કોઈ પણ ફંક્શન f x ઇન્ટિગ્રલ ઓફ માઈનસ a થી a નું $\int_a^a f(x) dx$ માટે આ શૂન્યના ઇન્ટિગ્રલ ઓફ a ના f ના x પ્લસ f માઈનસ x dx સમાન છે.

તેથી હું માઈનસ a થી a નું મૂલ્યાંકન કરવાને બદલે આપણે ફક્ત શૂન્ય થી a નું મૂલ્યાંકન કરી શકીએ છીએ

તેથી આનો પુરાવો ખૂબ જ સરળ છે

તેથી આપણે જે કરીએ છીએ તે માઈનસ a થી a નું $\int_a^a f(x) dx$ સુધીનું અવિભાજ્ય છે અને $\int_a^a f(x) dx$ વતા અવિભાજ્યના માઈનસ a થી શૂન્ય સુધી અભિન્ન તરીકે લખી શકાય છે શૂન્યથી એ $\int_a^a f(x) dx$ સુધી આ ચોક્કસ અવિભાજ્યના એક સાદા ગુણધર્મ છે કે જો આપણી પાસે અમુક a થી b સુધી અવિભાજ્ય હોય તો આપણે a થી c અને c થી b સુધીના અવિભાજ્ય બે અવિભાજ્યના સરવાળામાં વિભાજિત કરી શકીએ છીએ હવે આપણે જે કરીએ છીએ તે પ્રથમમાં છે અવિભાજ્ય પ્રથમ અવિભાજ્યમાં x બરાબર માઈનસ y ની બરાબર મૂકીએ

તેથી જો આપણે x ને માઈનસ y dx ની બરાબર મુકીએ તો માઈનસ dy થઈ જશે અને જ્યારે x બરાબર માઈનસ ay બરાબર હોય ત્યારે a અને જ્યારે x શૂન્ય y હોય ત્યારે શૂન્ય થાય

તેથી માઈનસ a નું અવિભાજ્ય શૂન્ય માટે $\int_a^a f(x) dx$ એ માઈનસ y ના f ના a થી શૂન્ય સુધી અવિભાજ્ય તરીકે લખી શકાય છે અને dx એ માઈનસ dy છે જે માઈનસ y dy ના અવિભાજ્ય a થી શૂન્ય ની સમાન વસ્તુ છે અને આને શૂન્ય થી a ના અવિભાજ્ય તરીકે લખી શકાય છે.

માઈનસ y dy નું f કે જેને શૂન્ય થી a ના f માઈનસ x dx માટે અવિભાજ્ય તરીકે પણ લખી શકાય છે

તેથી min થી અવિભાજ્ય us a to a f x dx એ શૂન્ય ના અવિભાજ્ય ની બરાબર છે અને x dx ના માઈનસ x પ્લસ f ના f જે આ અમારું સૂત્ર છે અલબત્ત ત્યાં બે વિશિષ્ટ કિસ્સાઓ છે જે ઘણી સમસ્યાઓમાં મહત્વપૂર્ણ છે

તેથી જો f એ વિચિત્ર કાર્ય છે જે f નું છે બાદબાકી x એ x ના f ના ઓછા માઈનસ બરાબર છે તો પછી આ f માઈનસ x પ્લસ f x શૂન્ય થઈ જશે

તેથી માઈનસ a થી $\int_a^a f(x) dx$ નું અવિભાજ્ય શૂન્ય બરાબર થશે અને બીજું એ છે કે જો f એક સમ કાર્ય છે જે f છે બાદબાકી x એ બધા x માટે x ના f બરાબર છે તો બાદબાકી a થી a f x dx ના અવિભાજ્ય એ શૂન્ય થી a f x dx ના બે ગણા અવિભાજ્ય સમાન છે હવે ચાલો સમસ્યાનું નિરાકરણ કરીએ જેથી આપણી પાસે x નો f બરાબર 1 ઓવર છે 1 વતા e નું પાપ x ગુણ્યા બે ઓછા \cos બે x હવે ચાલો માઈનસ x ના f નું મૂલ્યાંકન કરીએ આ 1 વતા e ની ઘાત x ગુણ્યા 2 ઓછા \cos ઓછા 2x હવે ઓછા x ની સાઈન માઈનસ છે x ની સાઈન

તેથી આ 1 વતા e ની ઘાત બાદ $\sin x$ ની બરાબર હશે અને \cos એ એક સમાન કાર્ય છે

તેથી આ 2 ઓછા $\cos 2x$ જેટલું છે આને e ની p તરીકે સરળ બનાવી શકાય છે $\int_0^1 \sin x dx$ ને 1 વતા e વડે ભાગ્યા $\sin x$ ગુણ્યા 2 ઓછા $\cos 2x$

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે છે $\int_0^1 \sin x dx$ ના f ના સમાન છે

તેથી હવે જો હું $\int_0^1 \sin x dx$ વતા f ઓછા x $\int_0^1 \sin x dx$ માઈનસ x ઉમેરીશ તો x બરાબર છે સાઈન x માટે 1 વતા e ને 1 વતા e વડે ભાગ્યા $\sin x$ ગુણ્યા 2 ઓછા $\cos 2x$

તેથી 1 વતા e ની સાઈન x ૨૬ થશે અને આ બરાબર 1 ઓવર 2 ઓછા $\cos 2x$ હવે હું સૂત્રનો ઉપયોગ કરીશ માટે $\cos 2x$ બરાબર 2 $\cos^2 x - 1$

તેથી આ બરાબર 1 over 3 minus 2 $\cos^2 x$ એટલે આપણી પાસે જે છે તે અવિભાજ્ય છે i બરાબર આપણે 2 બાય π ફેક્ટર જે 0 થી π બાય 4 હશે 1 બાય 3 ઓછા 2 \cos ચોરસ x dx હવે આ અવિભાજ્ય માટે આપણે શું કરી શકીએ તે કરવું મુશ્કેલ નથી, આપણે આ પૂર્ણાંકને 3 સેકન્ટ ચોરસ x ઓછા 2 dx વડે વિભાજિત સેકન્ટ ચોરસ તરીકે લખીએ છીએ અને હવે તે તમારા માટે સ્પષ્ટ હોવું જોઈએ કે જો અમે u ઇક્વલ ટુ ટેન x બદલીએ છીએ અમે આને 0 થી પાઇ બાય 4 સેકન્ટ સ્ક્વેર x ભાગ્યા 3 ગુણ્યા 1 વતા ટેન સ્ક્વેર x ઓછા 2 ડીએક્સ તરીકે લખી શકીએ છીએ

તેથી હવે u એ ટેન x બરાબર છે પછી du એ સેકન્ટ સ્ક્વેર x dx છે અને એકીકરણ મર્યાદા જ્યારે x શૂન્ય હોય ત્યારે u tan 0 ની બરાબર હોય જે 0 હોય અને જ્યારે x બરાબર હોય ત્યારે π બાય 4 u બરાબર 10 π બાય 4 જે 1 ની બરાબર હોય.

તેથી i 0 થી 1 ના 2 ઓવર π અવિભાજ્યની બરાબર હોય આની ઉપર du 3 tan ચોરસ x હતી

તેથી 3 u ચોરસ વતા 1. હવે આ પ્રમાણભૂત અવિભાજ્યમાં છે

તેથી આ લખી શકાય જો હું છેદમાંથી ત્રણ સામાન્ય લઉં તો મને બે ઓવર થ્રી પાઈ ઇન્ટિગ્રલ શૂન્યથી એક ડુ ઓવર યુ ચોરસ વતા એક મળે છે ત્રણ વડે જે હું એક બાય રૂટ ત્રણ ચોરસ તરીકે લખીશ

તેથી આ 2 બાય 3 પાઇ બરાબર છે અને 1 ઓવર યુ સ્ક્વેર વતા ચોરસ 1 બાય એ છે

તેથી 1 બાય 1 રૂટ 3 ગુણ્યા યુ ની તન વડે ભાગ્યા મૂળ 3 દ્વારા 1. અને આનું મૂલ્યાંકન શૂન્ય અને એક ની વચ્ચે કરવું પડશે

તેથી આ બે રૂટ ત્રણ બાય પાઈ ટેન વ્યુલ્કમ મૂળ 3 ઓછા ટેન વ્યુલ્કમ 0 ટેન વ્યુલ્કમ મૂળ 3 પાઈ બાય ત્રણ બરાબર છે અને ટેન વ્યુલ્કમ શૂન્ય શૂન્ય છે તેથી આપણે આ મેળવીએ છીએ

તેથી i ઇક્વલ ટુ પાઇ કેન્સલ અહીં બે બાય ત્રણ રૂટ ત્રણ આ સૂચવે છે કે i ચોરસ બરાબર ચાર બાય સત્તાવીસ એટલે કે સત્તાવીસ i ચોરસ બરાબર ચાર

તેથી આ પ્રથમ સમસ્યાનો જવાબ છે

તેથી પ્રશ્ન નંબર બે એ છે કે ઇન્ટિગ્રલની કિંમત શોધો i બરાબર છે ઇન્ટિગ્રલ 0 થી π માંથી 2 વડે કોસ થીટાના 3 ગુણ્યા વર્ગમૂળ ભાગ્યા \cos થીટાના વર્ગમૂળ વતા વર્ગમૂળ ઓફ \sin theta સમગ્ર 5 d થીટાની શક્તિમાં વધારો કરો

તેથી આ સમસ્યાને ઉકેલવા માટે આપણે શું કરીએ તે છે પ્રથમ આપણે થિટા ઇક્વલ ટુ પાઇ બાય 2 માઈનસ ફાઇ પછી d થીટા બરાબર માઈનસ d ફાઇ અને જ્યારે થીટા બરાબર 0 ફી ની થાય ત્યારે પાઇને બદલીએ બાય 2 જ્યારે થીટા પાઈ બાય 2 ફાઈ બરાબર શૂન્ય પણ \cos થીટા બરાબર

\cos of π બાય બે ઓછા ફી જે \sin phi બરાબર છે અને \sin theta is equal to \cos phi
 તેથી ઇન્ટિગ્રલ શૂન્ય થી π માં અવિભાજ્ય બનશે સાઈન ફીના ત્રણ વર્ગમૂળમાંથી બે વડે ભાગ્યા સાઈન ફીના વર્ગમૂળ વડે કોસ ફીના વર્ગમૂળને 5 ડી ફી સુધી વધારવામાં આવે છે
 તેથી નોંધ લો કે અહીં મેં એક પગલું છોડ્યું છે
 તેથી ઇન્ટિગ્રલ પાઈમાંથી બેથી શૂન્ય થશે અને પછી માઈનસ ડી ફી હશે અને પછી આ ઇન્ટિગ્રલના માઈનસને 0 થી π b સુધી ઇન્ટિગ્રલ તરીકે લખી શકાય. આમાંથી y 2 ફરીથી આ અવિભાજ્ય phi i ની જગ્યાએ થીટાનો ઉપયોગ કરી શકે છે
 તેથી આને સાઈન થીટાના 3 ના વર્ગમૂળમાંથી 2 દ્વારા 0 થી π તરીકે પણ લખી શકાય છે અને \cos થીટાના વર્ગમૂળ વડે \sin થીટાના વર્ગમૂળને ઘાત 5 પર વધારી શકાય છે. d થીટા
 તેથી હવે આ ઉમેરી રહ્યા છીએ
 તેથી ચાલો હું મૂળ સમીકરણને સમીકરણ એક તરીકે ઓળખું અને આ એક સમીકરણ બે છે
 તેથી 1 અને 2 ઉમેરવાથી આપણને 2 ગુણ્યા મળે છે i 0 થી π ના પૂર્ણાંકના 2 3 ગુણ્યા કોસ થીટાના વર્ગમૂળની બરાબર છે વત્તા \sin theta નું વર્ગમૂળ ભાગ્યા \cos theta ના વર્ગમૂળ વત્તા \sin theta નું વર્ગમૂળ 5 d થીટા સુધી વધાર્યું
 તેથી હવે આપણે આને રદ કરી શકીએ છીએ અને આ \cos થીટા વત્તા વર્ગમૂળના વર્ગમૂળ ઉપર 0 થી π 2 3 હશે \sin theta to the power 4 d થીટા હવે આ અવિભાજ્યનું મૂલ્યાંકન કરવામાં સમસ્યા ઓછી થાય છે હવે અહીં ફરીથી આને એકીકૃત કરવા માટે આપણે શું કરી શકીએ જો હું છેદમાંથી કોસ થીટા કોમનનું વર્ગમૂળ લઈશ અને તે ત્રણ ઓવર સો ચોરસ બનશે \cos theta raise to power નું મૂળ \cos ચોરસ થીટા હશે અને પછી આપણી પાસે એક છે ટેન થીટાનું વત્તા વર્ગમૂળ ઘાત 4 ડી થીટા સુધી વધાર્યું
 તેથી હવે આપણને ટેન થીટા મળ્યો અને જો તમે જુઓ તો હું અંશ 3 સેકન્ટ ચોરસ થીટા બાય 1 વત્તા રુટ ટેન થીટાને ઘાત 4 ડી થીટામાં વધારી શકીશ તેથી હવે આપણે કરી શકીએ પુટ ટેન થીટા બરાબર t ચોરસ છે તો સેકન્ટ ચોરસ થીટા d થીટા બે tdt ની બરાબર હશે અને જ્યારે થીટા શૂન્ય t ની બરાબર હશે ત્યારે મર્યાદા શૂન્યની બરાબર હશે અને જ્યારે થીટા π બાય બે \tan π બાય બે હશે ત્યારે અનંત થશે તેથી આ અવિભાજ્ય બરાબર છે
 તેથી આ હતો 2 y બરાબર 0 ની અનંતતા ની 3 ગુણ્યા 2 t dt વડે ભાગ્યા 1 વત્તા t ઘાત 4 માટે વધારીને તેથી 2 રદ કરી શકાય અને આ સૂચવે છે કે i બરાબર 3 ગુણ્યા પૂર્ણાંક 0 ની અનંત t ઓવર t પ્લસ 1 ને પાવર 4 dt પર વધાર્યો હવે આને t વત્તા એક ઓછા એક બાય t વત્તા એક વધારીને પાવર ચાર dt તરીકે લખીને સરળતાથી કરી શકાય છે તેથી આ t પ્લસની અનંતતાના ત્રણ ગણા અવિભાજ્ય શૂન્યની બરાબર છે એક ઘાત માઈનસ ત્રણ dt માઈનસ ઇન્ટિગ્રલ શૂન્ય થી અનંત t વત્તા 1 વધારો ઘાત માઈનસ 4 dt જે બરાબર 3 વખત મી છે માઈનસ વન બાય ટુ ટી વત્તા એક ચોરસ માઈનસ આપણે આ વત્તા એક બાય ત્રણ ટી વત્તા એક ઘન બનશે શૂન્યમાંથી અનંત હવે કારણ કે ટી અનંત એક બાય ટી વત્તા એક ચોરસ આ શૂન્યમાં જાય છે અને આ પણ શૂન્ય થાય છે તેથી આ બરાબર ત્રણ ગુણ્યા શૂન્ય ઓછા થશે આ શૂન્યના બરાબર t થશે આ એક બાય બે ઓછા એક બાય ત્રણ થશે આ ત્રણ ગુણ્યા એક બાય છ છે જે એક બાય બે બરાબર છે તેથી જવાબ છે i નું મૂલ્ય એક બાય બે બરાબર તેથી ચાલો આપણે સમસ્યા નંબર ત્રણ પર જઈએ તેથી ફરીથી આપણે એક ચોક્કસ અવિભાજ્યનું મૂલ્યાંકન કરીશું પ્રશ્ન એ છે કે અવિભાજ્યની કિંમત શોધો i 0 થી અડધા 1 વત્તા મૂળ 3 ભાગ્યા x વત્તા 1 વર્ગ ગુણ્યા 1 માઈનસ x પાવર સુધી વધારીને 6 આખા પાવર 1 બાય 4 ડીએક્સ સુધી વધારીએ, ચાલો આપણે આ સમસ્યાનો ઉકેલ લાવવાનો પ્રયાસ કરીએ, તેથી પહેલા આપણે થોડું સરળીકરણ કરીશું અને આ i is equal to લખીશું આપણી પાસે 1 વત્તા રુટ 3 ગુણ્યા 0 થી અડધા dx છે. x વત્તા 1 ચોરસ અને પછી આપણી પાસે પાવર 1 બાય 4 છે જેથી તે x પ્લસ 1 ને પાવર હાફ ટિમમાં વધારીને બનશે es 1 ઓછા x ને પાવર 6 બાય 4 સુધી વધારીને 3 બાય 2 થાય છે. તેથી નોંધ કરો કે આ રેન્જમાં 0 થી અડધા 1 વત્તા x અને 1 ઓછા x બંને ઘન છે તેથી હવે હું આને 1 વત્તા મૂળના 3 ગણા અવિભાજ્ય તરીકે લખીશ dx ના 0 થી અડધા સુધી હું આ 1 ઓછા x ની ઘાત 3 બાય 2 માં 1 ઓછા x ગુણ્યા 1 ઓછા x ઘાત હાફ પર લખીશ તેથી આપણી પાસે 1 વત્તા x ઘાત અડધા અને 1 ઓછા x ઘાત અડધા તેથી તે 1 ઓછા x વર્ગનું વર્ગમૂળ બનશે તેથી આપણને 1 ઓછા x ગુણ્યા 1 ઓછા x વર્ગ અને એક વર્ગમૂળ દ્વારા dx મળે છે હવે અહીં આપણી પાસે એક સરળ અવેજીકરણ છે કારણ કે આપણી પાસે આ એક બાદબાકી x વર્ગ શબ્દ છે આપણે અવેજી x બરાબર અજમાવી જોઈએ થીટાને \sin કરો તેથી dx એ \cos theta d થીટા બરાબર હશે અને જ્યારે x 0 થીટા બરાબર 0 હશે અને જ્યારે x અડધા બરાબર છે \sin થીટા અડધુ છે તેથી થીટા pi by six છે તેથી આ અવિભાજ્ય i બરાબર છે રુટ 3 વત્તા 1 ગણો 0 થી π નું 6 બાય dx ના અવિભાજ્ય \cos theta d થીટા ભાગ્યા 1 ઓછા \sin થીટા અને 1 ઓછા x વર્ગનું વર્ગમૂળ \cos theta બરાબર છે તેથી \cos theta રદ કરે છે અને આપણે d થીટાનો 1 ઓછા \sin થીટા દ્વારા અભિન્ન મેળવીએ છીએ હવે આ સીધું આગળ છે અમે શું કરીએ છીએ તમે ગુણાકાર કરો અને 1 વત્તા \sin થીટા વડે ભાગો તો તે 1 વત્તા \sin થીટા ભાગ્યા 1 ઓછા સાઈન ચોરસ થીટા બને જેથી તે \cos ચોરસ છે થીટા ડી થીટા આ બરાબર છે રુટ 3 વત્તા 1 ગુણ્યા અવિભાજ્ય 0 થી પાઈ બાય 6 ઓફ 1 બાય કોસ સ્ક્વેર થીટા એ સેકન્ટ સ્ક્વેર થીટા વત્તા સાઈન થીટા કોસ સ્ક્વેર થીટા છે સેકન્ટ થીટા ટાઇમ્સ ટેન થીટા ડી થીટા હવે તમે ઇન્ટિગ્રલ જાણતા જ હશો આનો તેથી આ બરાબર છે રુટ 3 વત્તા 1 ગુણ્યા ટેન થીટા વત્તા સેકન્ટ થીટાનું મૂલ્યાંકન શૂન્ય થી પાઈ બાય છ વચ્ચે આ રુટ ત્રણ વત્તા એક ગુણ્યા 10 પાઈ 6 છે 1 બાય રુટ 3 વત્તા સેકન્ટ પર 6 બાય 2 છે 3 ઓછા ટેન 0 એ 0 છે અને સેકન્ટ 0 એ 1 છે આ મૂળ 3 વત્તા 1 વખત આ 3 બાય રુટ 3 ઓછા 1 છે તેથી મૂળ 3 વત્તા 1 ગુણ્યા મૂળ 3 ઓછા 1 જે 3 ઓછા 1 જે 2 છે. તેથી તેથી અવિભાજ્યનું મૂલ્ય બે બરાબર છે તેથી ચાલો હવે પછીની સમસ્યા પ્રશ્ન નંબર ચાર પર જઈએ જેથી સમસ્યા એ છે કે f થી r સુધી ચાલો ડિફરન્સિએબલ ફંક્શન બનો જેમ કે શૂન્યનું f શૂન્ય f બરાબર p પર બે બાય બે બરાબર ત્રણ અને f પ્રાઇમ 0 બરાબર 1. તેથી અમને એક ડિફરન્સિએબલ ફંક્શન આપવામાં આવ્યું છે જેની કિંમતો 0 અને π બાય 2 આપવામાં આવી છે અને હવે f પ્રાઇમ 0 આપવામાં આવે છે જો x નું g એ x થી π પર 2 f prime t \cos બાય 2 f prime t \cos at minus cot t \cos at ft dt માટે x માં શૂન્ય થી π બાય બે શૂન્ય પર ખુલે છે અને 2 દ્વારા π પર બંધ થાય છે તો આપણે x ની નજીક આવે ત્યારે x ની g ની મર્યાદા શોધવી પડશે. તેથી x નું g આ અવિભાજ્યના સંદર્ભમાં આપવામાં આવ્યું છે

તેથી પ્રથમ આપણે x ના g માટે સૂત્ર શોધવા માટે આ પૂર્ણાંકનું મૂલ્યાંકન કરવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ અને પછી આપણે તેને શોધવાનો પ્રયત્ન કરીશું. મર્યાદા

તેથી નોંધ કરો કે અહીં જો તમે જોશો કે ઇન્ટિગ્રેન્ડ તે $f \text{ prime } t \cos at \text{ minus } \cos at \cot tft$ છે આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ t ગુણ્યા $\cos xt$ ના f નું વ્યુત્પન્ન છે કારણ કે જો આપણે વ્યુત્પન્ન માટે ઉત્પાદન નિયમનો ઉપયોગ કરીએ તો આ ff નું ડેરિવેટિવ આપે છે.

અવિભાજ્ય t ગુણ્યા $\cos xt$ અને $\cos xt$ નું વ્યુત્પન્ન માઈનસ $\cos xt$ ગુણ્યા $\cot t$ છે

તેથી x નું આ g x થી π સુધીના પૂર્ણાંકના બે બાય d બાય f ની $ta.t \cos at \text{ dt}$

તેથી એકવાર આપણે ઇન્ટિગ્રેન્ડના વિરોધી વ્યુત્પન્ન જાણીએ પછી કેલ્ક્યુલસના મૂળભૂત પ્રમેય દ્વારા આ $ft \cos xt$ બરાબર છે x અને π ની વચ્ચે બે દ્વારા મૂલ્યાંકન કરવામાં આવે છે જેથી તે π ના f બાય બે ગણા $\cos x \pi$ બરાબર થાય $x \cos xx$ ના બે ઓછા f હવે $x \cos xx$ હવે f નું $f \pi$ બાય બે અમને આપવામાં આવ્યું હતું f નું π બાય બે બરાબર ત્રણ છે

તેથી આ ત્રણ કોસ $x \pi$ બાય બે એક છે

તેથી આ ત્રણ ઓછા $fx \cos xx$ છે

તેથી નોંધ કરો કે $\cos x$ એ સાઈન x દ્વારા 1 છે

તેથી તે x બરાબર 0 પર વ્યાખ્યાયિત નથી

તેથી નોંધ લો કે $\cos x$ શૂન્ય વ્યાખ્યાયિત નથી

તેથી આપણે શૂન્યનું g શોધી શકતા નથી પણ આપણે x ની g ની મર્યાદા પણ x તરીકે શોધવાનો પ્રયાસ કરી શકીએ છીએ અભિગમ 0 બરાબર છે 3 ઓછાની મર્યાદા x ની નજીક પહોંચે છે fx ગુણ્યા 0 ની નજીક આવે છે કારણ કે xxi એ $\sin x$ દ્વારા fx લખી શકે છે

તેથી હવે આપણી પાસે આ 0 બાય 0 ફોર્મ છે હવે આપણે જાણીએ છીએ કે $x \theta$ ની નજીક પહોંચતા x ની મર્યાદા 1 છે

તેથી આ હું લખી શકું છું કે ત્રણ ઓછાની મર્યાદા x એ શૂન્ય તરફ વલણ ધરાવે છે x દ્વારા x દ્વારા ભાગ્યા સાઈન x દ્વારા x હવે છેદ આપણે જાણીએ છીએ કે મર્યાદા એક છે

તેથી આ ત્રણ ઓછાની મર્યાદા x બરાબર છે x એ $x \text{ th}$ દ્વારા fx ની શૂન્ય નજીક આવે છે કારણ કે સાઈન x બાય x ની મર્યાદા x શૂન્યની નજીક આવે છે તે હવે એકની બરાબર છે હવે કોઈક રીતે આપણે f ના વ્યુત્પન્નનો ઉપયોગ કરવો પડશે 0 પર અમને આપવામાં આવ્યું છે જે 1 છે.

તેથી આ 3 ઓછાની મર્યાદા x સમાન છે fx માઈનસ $f \theta$ બાય x માઈનસ 0 નું 0 આ એટલા માટે છે કારણ કે $f \theta \theta$ ની બરાબર છે.

તેથી હવે આપણે જાણીએ છીએ કે આ મર્યાદા બીજું કંઈ નથી પરંતુ શૂન્ય પર f નું વ્યુત્પન્ન છે

તેથી આ ત્રણ ઓછા f પ્રાથમ શૂન્ય અને f પ્રાથમ છે શૂન્ય એકની બરાબર છે

તેથી આ 3 ઓછા 1 છે જે 2 ની બરાબર છે.

તેથી જવાબ છે x ની મર્યાદા 0 ની g ની x બે બરાબર છે

તેથી હું અહીં એક ટિપ્પણી કરવા માંગુ છું

તેથી નોંધ કરો કે અહીં આપણી પાસે $\sin x$ દ્વારા fx ની આ મર્યાદા છે જે શૂન્ય બાય શૂન્ય સ્વરૂપની છે

તેથી તમે અહીં સીધો લોપિટલ નિયમ લાગુ કરવાનું વિચારી શકો છો

તેથી જો આપણે લોબસ્ટર નિયમ લાગુ કરીએ તો તે $\cos x$ દ્વારા $f \text{ prime } x$ ની મર્યાદા બરાબર હશે અને પછી મર્યાદા $\cos x$ ની જેમ $x \theta$ ની નજીક પહોંચે છે તે 1 છે જેથી $x \theta$ ની નજીક પહોંચે ત્યારે $f \text{ prime } x$ ની મર્યાદા હોય અને પછી તમે તેને $f \text{ prime } \theta$ તરીકે લખવાનું વિચારી શકો જેથી તમને આ 3 ઓછા f પ્રાથમ સીધો જ મળશે 0 પરંતુ નોંધ કરો કે x ની નજીક આવતા f પ્રાથમ x ની મર્યાદા 0 ની f પ્રાથમ ની બરાબર છે તે રીતે લખવા માટે આપણે જાણવું જરૂરી છે કે f પ્રાથમ 0 પર સતત છે પરંતુ જો તમે સમસ્યા જોશો તો તે માત્ર એટલું જ આપવામાં આવે છે કે f એ ડિફરન્સિએબલ ફંક્શન છે પરંતુ વ્યુત્પન્ન સતત હોવું જરૂરી નથી

તેથી તે સાચો તર્ક નથી

તેથી તેથી અમે આ મર્યાદાને આ વ્યુત્પન્ન તરીકે 0 પર લખી છે અને પછી તેનું મૂલ્યાંકન કર્યું છે

તેથી આ સમસ્યા નંબર ચારને સમાન કરે છે, ચાલો સમસ્યા નંબર પાંચ પર જઈએ જે આપણા કરતા સહેજ અલગ છે. અત્યાર સુધી કર્યું છે

તેથી અહીં આપણે આપેલ છે જો i બરાબર k ના સમીકરણ 1 થી 98 ના અવિભાજ્ય k વતા 1 બાય x ગુણ્યા x વતા 1 dx થી k માંથી k વતા 1 તો આપણે સાચા વિકલ્પો પસંદ કરવા પડશે. નીચેના 4 વિકલ્પો છે જેથી $a \text{ is } i \text{ 99 } b$ ના પ્રાકૃતિક લોગ કરતા મોટો છે i શું i લોગ 99 c કરતા ઓછો છે શું $i \text{ 49}$ બાય 50 કરતા ઓછો છે અને d શું $i \text{ 49}$ બાય 50 કરતા મોટો છે.

તેથી અલબત્ત અહીં જો તમે આ જુઓ છો k વતા એક બાય x ગુણ્યા x વતા એક dx નું અવિભાજ્ય આ સરળતાથી મૂલ્યાંકન કરી શકાય છે કારણ કે આ એક કહે છે x ગુણ્યા x વતા એકને એક બાય x ઓછા એક બાય x વતા એક તરીકે લખી શકાય અને પછી તમે આ અભિન્ન મૂલ્યાંકન કરી શકો અને વાસ્તવમાં તમે i માટે અભિવ્યક્તિ મેળવી શકો છો પરંતુ તેનો ઉપયોગ કરીને આ અસમાનતાઓ મેળવવી મુશ્કેલ હોઈ શકે છે તો આ પ્રકારનું શું? સમસ્યાઓ આપણે વિકલ્પો જોવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ અને પછી તે કેવી રીતે કરવું તે જોવાનો પ્રયાસ કરવો જોઈએ જેથી જો તમે a અને b વિકલ્પ જુઓ તો i ને 99 ના કુદરતી લોગ સાથે સરખાવાય છે

તેથી હવે નોંધ લો કે લોગ 99 શું છે નોંધ લો કે 99 નો લોગ શું છે 1 થી 99 સુધી 1 બાય $x \text{ dx}$ ના અવિભાજ્ય સિવાય બીજું કંઈ નથી કારણ કે 1 બાય x નું એન્ટિ-ડેરિવેટિવ લોગ x છે

તેથી આપણે આ મેળવીએ છીએ અને આ k થી k થી k વતા 1 ના 1 થી 98 ના સમાન k ના સમેશન તરીકે લખી શકાય છે. $x \text{ dx}$ દ્વારા કારણ કે k બરાબર 1 માટે તમને 1 થી બે માટે k બરાબર બે માટે અવિભાજ્ય મળશે તે બે થી ત્રણ સુધી અવિભાજ્ય છે અને

તેથી અઠ્ઠાવન થી નવ્વાણું સુધી અવિભાજ્ય છે

તેથી આ સરવાળો તેના અવિભાજ્ય સમાન થશે એક થી નવ્વાણું તો હવે જો તમે જુઓ કે આપણે આ લોગ 99 લખ્યો છે k માટે સમીકરણની દ્રષ્ટિએ અમુક અવિભાજ્યના 1 થી 98 સમાન છે

તેથી આપણે આપેલ પૂર્ણાંકને આ પૂર્ણાંક સાથે સરખાવવું પડશે કે કયો મોટો છે

તેથી હવે નોંધ લો કે જો મારો $x \text{ k}$ કરતા મોટો હોય અને k વતા વન કરતા ઓછો હોય તો અહીં આપણી પાસે k વતા 1 બાય x ગુણ્યા x વતા 1 નો પૂર્ણાંક હતો. તો આપણી પાસે k વતા 1 એ x વતા 1 કરતા ઓછો છે જે સૂચવે છે કે k વતા 1 બાય x વતા 1 આ 1 કરતા ઓછો હશે

તેથી k વતા 1 બાય x ગુણ્યા x વતા 1 આ 1 બાય x કરતા ઓછો છે

તેથી k નો અભિન્ન ભાગ k થી k વતા એક માંથી k વતા એક બાય x ગુણ્યા x વતા એક $\text{d } x$ આ એક $\text{xd } x$ k થી k વતા એક ના પૂર્ણાંક કરતા ઓછું છે

તેથી આ બતાવે છે કે k નો સરવાળો એક થી નેવું આઠ પૂર્ણાંક k થી k વતા સમાન છે એક આ લોગ 99 કરતા ઓછું છે આ i ની બરાબર હતું

તેથી a ખોટું છે અને b સાચું છે

તેથી આ i લોગ કરતા ઓછું છે 99 સાચું છે આ એક ખોટું છે હવે c અને d 49 બાય 50 સાથે i સરખામણી કરે છે.

તેથી હકીકતમાં જો તમે જુઓ કે અમે આ ભાગ જે રીતે કર્યો છે તે મેળવવા માટે કે અવિભાજ્ય લોગ 99 કરતા ઓછું છે, આપણે નીચલી બાઉન્ડ પણ મેળવી શકીએ છીએ

તેથી તે જ રીતે ઉપયોગ કરીને આપણે કંઈક મેળવી શકીએ છીએ તે આ k પ્લુ છે. જો $x < k$ અને k વત્તા વન વચ્ચે હોય તો s એક કરતાં x મોટો છે તેથી અહીં આપણે k વત્તા એક બાય x એક કરતાં મોટો છે

તેથી k વત્તા એક x ગુણ્યા x વત્તા એક આ એક કરતાં x વત્તા x વત્તા એક કરતાં મોટો છે એક અને હવે જો હું આને k થી k વત્તા એક k વત્તા એક બાય x ગુણ્યા x વત્તા એક dx નું અવિભાજ્ય એકીકૃત કરું તો આ k ટુ k વત્તા 1 બાય x વત્તા 1 dx ના પૂર્ણાંક કરતા વધારે હશે અને તેથી i જે સમીકરણ છે આ k નું 1 થી 98 અવિભાજ્ય k બે k વત્તા એકના 1 થી 98 સુધીના અવિભાજ્ય કરતાં આ એક x વત્તા એક dx માંથી એક માંથી નવ્વાણું અવિભાજ્ય કરતાં મોટું છે

તેથી જેમ આપણે સમજ્યા કે i એકથી xd x એકના પૂર્ણાંક કરતાં ઓછો છે નવ્વાણું માટે અહીં આપણે તેના એકથી નવ્વાણું સુધીના એક બાય x વત્તા એકના પૂર્ણાંક કરતાં મોટા મેળવી રહ્યા છીએ અને આ લોગ x વત્તા વન એકથી નવ્વાણું જેટલો છે જે સો ઓછા લોગ બેના લોગ બરાબર છે જે બરાબર છે પચાસ લોગ કરવા માટે

તેથી હવે જો તમે જુઓ કે આપણે ઓગણપચાસ બાય ફિફ્ટી સાથે સરખામણી કરવી પડશે તો સ્પષ્ટપણે લોગ ફિફ્ટી એ એક કરતા મોટો છે જે ઓગણચાલીસ બાય ફાઈ કરતા મોટો છે fty

તેથી હું 49 બાય 50 કરતા મોટો છે આ સાચો છે

તેથી d સાચો છે અને c ખોટો છે

તેથી આપણને d સાચો છે અને આ c ચાલુ છે

તેથી જો તમે જોશો તો અમે સાબિત કર્યું છે કે હું પચાસના કુદરતી લોગ કરતા મોટો છું જે 49 બાય 50 આપેલ આ સંખ્યા કરતા ઘણો મોટો છે. તેથી તમને આશ્ચર્ય થશે કે આ સંખ્યા ઓગણપચાસ બાય પચાસ કેવી રીતે મેળવવી, તેથી જો તમે જુઓ કે આપણી પાસે એક થી નેવું આઠ સુધીનો સરવાળો છે, તો આ ઓગણપચાસ બાય પચાસ એ બીજું કંઈ નહીં પણ અઠ્ઠાવન બાય છે. સો

તેથી હું અહીં નોંધ લખું છું કે આ ઓગણપચાસ બાય પચાસ બરાબર નેવું આઠ બાય સો બરાબર છે

તેથી જો આપણે એવું કરી શકીએ કે આ દરેક અવિભાજ્ય એક બાય સો કરતાં મોટો છે તો સરવાળો નેવું આઠ બાય સો કરતાં મોટો હશે. આપણે ઇન્ટિગ્રલ જોઈએ જો આપણે જોયું કે ઇન્ટિગ્રલ k થી k વત્તા એક આ દરેક k માટે એક બાય સો કરતા મોટો છે તો હું અઠ્ઠાવન બાય સો કરતા મોટો હોઈશ જે ઓગણત્રીસ બાય પચાસ છે તે દર્શાવે છે કે આ ઇન્ટિગ્રલ એક બાય સો કરતા મોટો છે સો એ અઘરું નથી

તેથી હું શું કરીશ કે આપણે x બરાબર છે k વત્તા y તો શું થાય જો હું x ને k વત્તા y ની બરાબર મુકું તો જ્યારે $x < k$ અને k વત્તા વન વચ્ચે હોય ત્યારે x બરાબર ky હોય ત્યારે શૂન્ય થાય અને જ્યારે x બરાબર k વત્તા y હોય ત્યારે y બરાબર એક હોય

તેથી આપણે આ અવિભાજ્યને અવિભાજ્ય તરીકે લખી શકીએ છીએ આ હવે શૂન્યથી એક સુધી પૂર્ણાંક સમાન છે અને k વત્તા એક x બરાબર k વત્તા y ગુણ્યા x વત્તા એક હવે k વત્તા વન વત્તા y dy છે કારણ કે હવે $y = 0$ અને 1 વચ્ચે બદલાય છે k વત્તા 1 એ k વત્તા y કરતા મોટો છે તેથી આ 0 થી 1 માંથી k વત્તા એક વત્તા y dy થી અવિભાજ્ય કરતા મોટો છે કારણ કે k વત્તા એક બાય k વત્તા y આ એક કરતા મોટો છે અને હવે જો તમે આ એકીકૃત જોશો તો k વત્તા એક વત્તા y દ્વારા આ એક કરતાં k વત્તા બે બાય મોટો છે અને અવિભાજ્ય શૂન્યથી એક dy સુધીનો છે જે એક આપે છે

તેથી આ પૂર્ણાંક એક કરતાં k વત્તા બે કરતાં મોટો છે હવે k એક થી નેવું આઠ સુધી બદલાય છે

તેથી આ છે જો k એક થી નેવું આઠ ની વચ્ચે હોય તો હંમેશા એક બાય સો કરતા મોટો હોય

તેથી અમે સાબિત કર્યું છે કે આ અવિભાજ્ય એક બાય સો કરતા મોટો છે હકીકતમાં આપણે વધુ સારું b મેળવી શકીએ છીએ આનો ઉપયોગ કરીને $ound$ એક કરતાં એક બાય k વત્તા બે છે અને પછી તેનો સરવાળો k થી બરાબર એક થી નેવું આઠ થાય છે જેથી આપણે જાણી શકીએ કે આ d આ રીતે સાચું છે પણ ઠીક છે ચાલો આપણે વધુ એક સમસ્યા કરીએ

તેથી પ્રશ્ન નંબર છ તો આપણે એક ફંક્શન આપવામાં આવે છે, જો x બે કરતા ઓછા હોય તો x ના સૌથી મોટા પૂર્ણાંક સાથે fx દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવા દો x ચોરસને બે વત્તા fx વત્તા એક dx વડે ભાગ્યા પછી આપણે i ની કિંમત શોધવાની છે

તેથી આ સમસ્યા કરવા માટે પહેલા આપણે યાદ કરીએ કે સૌથી મહાન પૂર્ણાંક ફંક્શન આ સૌથી મોટો પૂર્ણાંક x કરતાં ઓછો અથવા બરાબર છે તેથી આ n બરાબર છે જો x એ n ની બરાબર કરતાં મોટો હોય અને કોઈપણ પૂર્ણાંક n માટે n વત્તા વન કરતાં સખત રીતે ઓછો હોય તો અમે જો તમે જોશો તો x નું f એ x ની સૌથી મોટી પૂર્ણાંક તરીકે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે જો $x < 2$ થી નાનો હોય અને x કરતાં મોટા માટે 0 2 હવે હું આનો અવિભાજ્ય છે

તેથી ચાલો આપણે લખીએ x નું g બરાબર x ગુણ્યા f x ચોરસ ભાગ્યા બે વત્તા fx વત્તા હવે f x ચોરસ જો x ચોરસ બે કરતા ઓછો હોય તો x ચોરસનો સૌથી મોટો પૂર્ણાંક છે અને જો x ચોરસ બે કરતા મોટો હોય તો શૂન્ય શું છે આ બરાબર છે

તેથી x ચોરસ 2 કરતા ઓછો છે એટલે x બાદબાકી મૂળ 2 થી મૂળ 2 વચ્ચે તે આપવામાં આવે છે x ચોરસના સૌથી મોટા પૂર્ણાંક દ્વારા હવે x ચોરસના સૌથી મોટા પૂર્ણાંક દ્વારા આ 0 ની બરાબર હશે જો x માઈનસ એક થી એક વચ્ચે હોય કારણ કે આ કિસ્સામાં x ચોરસ એક કરતા સખત રીતે ઓછો હશે

તેથી મહાન પૂર્ણાંક શૂન્ય હશે અને જો x તેનાથી મોટો હશે એકની બરાબર અને મૂળ બે કરતાં કડક રીતે નાનું પછી x ચોરસ એ એક કરતાં થોડો મોટો અને બે કરતાં સખત રીતે ઓછો એટલે x ચોરસનો સૌથી મોટો પૂર્ણાંક એક હશે અને જો અલબત્ત x મૂળ બે કરતાં મોટો હોય તો x ચોરસ કરતાં મોટો બે એટલે આ શૂન્યની બરાબર છે

તેથી આપણે માઈનસ એકથી બેને એકીકૃત કરવાનું છે

તેથી જ મેં માત્ર માઈનસ વન કરતા મોટા x અને x વત્તા એકના f માટે જ શરૂઆત કરી છે જો તમે જોશો કે આ x વત્તાના સૌથી મોટા પૂર્ણાંકની બરાબર છે એક જો x વત્તા એક બે કરતા ઓછો હોય અને શૂન્ય જો x વત્તા એક મોટો હોય તો એક બે

તેથી આ x વત્તા એકના સૌથી મોટા પૂર્ણાંકની બરાબર છે જો મારું x ઓછા 1 વચ્ચે હોય તો $x < 1$ કરતા ઓછું હોય અને જો $x > 1$ કરતા મોટો હોય તો આ 0 છે. હવે ફરીથી x વત્તા 1નો આ સૌથી મોટો પૂર્ણાંક હશે 0 ની બરાબર જો x શૂન્ય કરતા ઓછો હોય અને ઓછા એક કરતા મોટો હોય અને જો $x > 0$ કરતા મોટો હોય અને 1 કરતા ઓછો હોય તો x વત્તા 1 1 કરતા મોટો અને 2 કરતા ઓછો હોય તો સૌથી મોટો પૂર્ણાંક 1 હશે અને આ 0 ની બરાબર છે જો x એક કરતા મોટો હોય તો હવે આપણે x નું g લખી શકીએ છીએ આ x ગુણ્યા fx ચોરસ હતો x વત્તા એકના બે વત્તા f બાય

તેથી જો તમે જોશો તો x ચોરસનો ef માત્ર એક અને મૂળ વચ્ચે શૂન્ય નથી બે

તેથી જો $x > 1$ કરતા મોટો હોય અને રુટ 2 કરતા ઓછો હોય તો આ x ગુણ્યા fx ચોરસ 1 છે. x વત્તા એકના બે વત્તા f વડે ભાગ્યા કારણ કે $x > 1$ કરતા મોટો છે તે 0 ની બરાબર થશે અને આ છે 0 જો $x < 1$ મૂળ 2 કરતા મોટો હોય.

તેથી x નું g બરાબર x બાય બે હોય તો એક x બરાબર કરતાં ઓછું હોય તો બે મૂળ કરતાં ઓછું હોય અને શૂન્ય નહિતર,
તેથી હવે i બરાબર g ના ઓછા એક થી બે ના અવિભાજ્ય સમાન છે $x dx$ આને આપણે અવિભાજ્ય તરીકે લખીએ છીએ. x બાય 2 dx ના 1
થી રુટ 2 જે એક અને મૂળ બે વચ્ચે મૂલ્યાંકન કરીને x ચોરસ ચાર થાય છે અને આ જવાબ આપે છે એક બાય ચાર ગુણ્યા બે ઓછા એક જે એક બાય
ચાર છે
તેથી i બરાબર એક બાય ચાર જવાબ બરોબર છે
તેથી આ ઈન્ટિગ્રલ કેલ્ક્યુલસ પર એક લેક્ચર પૂરું કરે છે આગામી લેક્ચરમાં અમે ઈન્ટિગ્રેશન પર કેટલીક વધુ સમસ્યાઓ વિશે ચર્ચા કરીશું આભાર

Prutor@iitk