پچھلی کلاس میں طلباء کا خیرمقدم کرتے ہیں ہم نے ایک ایسے طریقہ کار کا تعارف دیکھا جسے پرزوں کے ذریعے انضمام کا طریقہ کہا جاتا ہے
اس طریقہ میں ہم نے دیکھا کہ دو فنکشنز کی پروڈکٹ کو ایک خاص فارمولہ استعمال کرکے انٹیگریشن کیا جا سکتا ہے ہم نے فارمولہ تیار کیا جس
کے fx کے لیے پروڈکٹ کا انضمام gx اور fx کی مثال ہم نے دیکھی۔ اس کے ساتھ ساتھ ہم فارمولہ کو واپس لکھتے ہیں تاکہ دو فنکشنز
ہے لہذا اسے ہم انٹیگریشن حصوں کا dx اور پھر gxdx انٹیگریشن f prime x مائنس انٹیگریشن تفریق کے برابر ہے جو کہ gxdx
طریقہ کہتے ہیں۔ لہذا اس طریقہ کو استعمال کرنا ایک بہت ہی مفید تکنیک ہے اور ہم کچھ وقت میں دیکھیں گے کہ ہم اس طریقہ کو کچھ انٹیگرلز کو
حل کرنے کے لیے کتنا اچھا لگا سکتے ہیں اگر آپ کو پچھلی کلاس کو یاد ہے یا یاد ہے
تو ہم نے اس فنکشن کو پہلا فنکشن سمجھا اور اس فنکشن کو دوسرے فنکشن کے طور پر
ہم دوسرے کے پہلے h تو یہ اس خاص فارمولے کو حفظ کرنے میں مدد کرتا ہے لہذا یہ کیا کہتا ہے کہ دو فنکشنز کی پیداوار کا انضمام جو
انضمام کے دوسرے مائنس تفریق کے پہلے فنکشن انضمام کے طور پر پہلے سے دوسرے کو کال کریں گے اور پھر
پورے انضمام کو اس طرح ہم اس طرح یاد کرتے ہیں کہ پروڈکٹ کے پہلے فنکشن کے انضمام کو پہلے انضمام کے دوسرے مائنس تفریق کے
انضمام کو یاد کرتے ہیں۔ دوسرا اس لیے میں اس فارمولے کا اسی طرح حوالہ دیتا رہوں گا اگر میں کچھ اور مثالوں کو دیکھتا ہوں
کو پاور ایکس میں اب دوبارہ میں وہی تکنیک استعمال کرسکتا ہوں اور میں اسے پہلا x تو آئیے ایکس اسکوائرڈ کے انضمام کے لیے کوشش کریں
مربع انضمام بن جائے گا اور پہلے فنکشن کا پاور x فنکشن کہتا ہوں۔ اور یہ دوسرے فنکشن کے طور پر اس لیے انٹیگرل دوسرے فنکشن کا پہلا
تک بڑھایا جائے گا اس طرح یہ پورا چیز dx اور پھر x dx انضمام ہے اور اسے پاور xمائنس انٹیگریشن تفریق یہ دوسرے فنکشن کا 2 xdx
تک بڑھایا جاتا ہے جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ ہمیں x انٹیگریشن میں بڑھ جاتی ہے آپ جانتے ہیں کہ اسے پاور x مربع اور پاور x
میں اٹھایا گیا انضمام ہے جیسا x کو پاور xe یہاں مائنس ٹو کو انٹیگریشن سے باہر لیا جا سکتا ہے t کانسٹین لگانے کی ضرورت نہیں ہے
تک بڑھاتے ہوئے پہنچتے ہیں ہم نے پہلے ہی اندازہ کیا ہے لہذا اب ہم جانتے ہیں x کو پاور xe پر ہے لہذا ہم اس xdx بڑھا کر پاور e کہ
کہ ہم اس کا مزید جائزہ لے سکتے ہیں اسی طرح ہم نے پچھلی مثال میں دو بار ایک مربع بریکٹ کا استعمال کیا تھا یہاں پھر آپ اسے پہلا فنکشن
سمجھتے ہیں اور یہ دوسرا فنکشن ہے اس لیے پہلا فنکشن انٹیگریشن دوسرے کے مائنس فرق کا دوسرا اور پورے انٹیگریشن کے پہلے انضمام کا

مائنس e raise to power x مربع x مائنس سے دو بار x انضمام کے x تو یہ پوری چیز آپ کو لے جائے گی۔ اس فنکشن کے
e raise مربع x اور پھر آخر میں e raise to power xdx انٹیگریشن e raise to power x minus integration
مائنس مائنس پلس دو انضمام ای کو پاور ایکس پر بڑھایا جائے گا اور پھر انضمام کا ایک xe raise to power x مائنس to power x 2
تک بڑھایا جاتا x اسکوائر ای کو پاور x مستقل آپ یہاں انضمام کا ایک مستقل بھی شامل کر سکتے تھے اور آخر کار یہ ہوگا اس فنکشن کا انٹیگرل
ہے یہ ہے میں آپ کے لئے ایک اور مثال دیتا ہوں جس میں مثلثی فنکشنز شامل ہیں
کا دوبارہ جائزہ لیں ہم اسے پہلے فنکشن کے طور پر لیتے ہیں اور اب اسے دوسرے فنکشن کے طور پر لیتے ہیں آپ کے x sin 3 x تو آئیے
ذہن میں ایک سوال ہونا چاہیے کہ میرا مطلب ہے کہ ہم اسے پہلے فنکشن کے طور پر اور اس کو دوسرے فنکشن کے طور پر کیوں چُن رہے ہیں
تو ہم دیکھیں گے کہ ایک لمحے میں پہلے اور دوسرے فنکشن کے لیے ایک مناسب انتخاب ہونا چاہیے جو ہم کئی بار منتخب کرتے ہیں۔ پہلے فنکشن
کے طور پر فنکشن جو انٹیگرل میں اصطلاحات کو کم کرنے میں ہماری مدد کرتا ہے کیونکہ فارمولہ دوسرے کے پہلے انضمام کے دوسرے مائنس
کو پہلے فنکشن x تفریق کے پہلے فنکشن انضمام کی طرح جاتا ہے لہذا ہمیں دو چیزوں کو ذہن میں رکھنا ہوگا لہذا یہاں اس معاملے میں اگر میں
کے طور پر لیتا ہوں پھر مشتق ختم ہو جاتا ہے
تو یہی وہ چیز ہے جسے میں ذہن میں رکھ رہا ہوں لیکن کچھ دوسری چیزیں بھی ہیں جنہیں ہمیں ذہن میں رکھنا چاہیے آئیے پہلے اس مثال کو حل
کریں
تو یہاں انٹیگریشن کہتا ہے کہ انضمام کا پہلا فنکشن انٹیگریشن سیکنڈ مائنس انٹیگریشن کا فرق انٹیگریشن کے لیے سیکنڈ کے پہلے انٹیگریشن کا اس
کا انضمام مائنس کوزائن ایکس ہے اور یہ فنکشن ایک لکیری اصطلاح ہے۔ اس لیے میں ڈینومینیٹر میں مشتق sin xi سے مجھے پتہ چلتا ہے کہ
لکھ سکتا ہوں
کا ax plus bdx کا f تین سے زیادہ ہو جاتا ہے اس لیے ہم پہلے ہی اس کے بارے میں بات کر چکے ہیں کہ x تین cos تو یہ مائنس
کا ہے لہذا ہم جانتے fx کا سرمایہ fxdx ہے بشرطیکہ ہم جانتے ہوں کہ انضمام f کا کیپٹل b جمع ax کے ذریعے c انضمام ایک جمع
تقسیم ہو جائے گا لہذا میں نے اس خاصیت x کا مائنس ہے لہذا یہ اس فیلوشپ کے مشتق سے کوسائن تین x کا انضمام کوزائن x ہیں کہ سائن
کے برابر بھی بدل سکتے ہیں۔ پھر آپ اسے انضمام کر سکتے ہیں یہ کوئی مسئلہ نہیں ہے اب مائنس t کو x کو استعمال کیا ہے آپ تین
بائی تھری ڈی ایکس ہے x تھری cos تھری ایکس دوبارہ مائنس sin انٹیگریشن ایک بار انٹیگریشن آف
شروع میں تھوڑا سا xdxa تھری cos تو یہ اصطلاح مائنس آف ایکس کوس تھری ایکس بائی تھری مائنس مائنس پلس ون بائی تھری انٹیگریشن
خیال رکھنا چاہیے اسی لیے میں یہ تمام مراحل لکھ رہا ہوں تاکہ ایک بار جب آپ اس حساب سے واقف ہو جائیں
تو آپ اسے چھوڑ سکتے ہیں۔ دو قدم اور آپ انہیں اس طرح لکھ سکتے ہیں کہ مائنس x cos تین x by three جمع one by three
ہے sin x کا انضمام cos x کا انضمام معلوم ہے کہ یہ وہی فارمولہ استعمال کر رہا ہے میں جانتا ہوں کہ cosine three x دوبارہ
بن جاتا ہے۔ بذریعہ تین جمع انضمام کا مستقل x اور اس لئے یہ گناہ تین
کا انضمام x سائن تھری x بذریعہ تین جمع ایک بذریعہ نائن سائن تھری ایکس پلس انٹیگریشن کا اس لئے x کاس تین x تو یہ مائنس ہو جاتا ہے
کیا اب ہم اسی طرح کے عمل کو جاری رکھتے ہوئے ایک اور کا انتخاب کریں مثال کے طور پر یہ مثال ہمیں یہ جاننے یا یہ معلوم کرنے کی ترغیب
دے گی کہ کون سا فنکشن پہلے کے طور پر منتخب کیا جانا چاہئے اور دوسرے فنکشن کے طور پر کون سا فنکشن منتخب کیا جانا چاہئے لہذا
کے انٹیگرل کو باہر نکالیں اگر میں اپنی اسی طرح کی چال استعمال کرتا ہوں x log x فرض کریں کہ ہمیں فائی کرنا ہے۔
لکھوں گا لہذا اگر میں نے کوئی نیا کام نہیں کیا x log xdx تو میں اسے کال کرتا ہوں میں اسے یہاں
تو میں اسی طرح کے طریقہ کار پر عمل کروں گا میں اس فنکشن کو پہلے کہوں گا۔ فنکشن اور یہ فنکشن دوسرے فنکشن کے طور پر جیسا کہ میں
نے آپ کو بتایا تھا کہ یہ ختم ہو رہا ہے ہمیں یہ دیکھنا ہے کہ آیا یہ آئیڈیا واقعی یہاں کام کرتا ہے
کے پہلے فنکشن انٹیگریشن کے ۔ dx تو یہ سیکنڈ فنکشن کے پہلے فنکشن انٹیگریشن کے مائنس انٹیگریشن فرق پر جائے گا دوسرے فنکشن
ہمیں اس i بن جاتا ہے لہذا اس انٹیگرل کو تلاش کرنے کا مسئلہ dx کا انضمام اور پھر xdx انٹیگریشن مائنس لاگ x کا xdx بالآخر لاگ
کا log x شکل تک لے گیا اور جو اس مرحلے پر ہمارے لئے مزید پیچیدہ ہو گیا ہے کیونکہ ہم واقعی نہیں جانتے کہ انٹیگرل کیا ہے
کا انٹیگرل کیا ہے اور اس وجہ سے ہم آگے نہیں بڑھ سکتے اس لیے دوسرے فنکشن کے طور پر log x تو اس مرحلے پر ہم نہیں جانتے کہ
پہلے فنکشن کے لیے انتخاب جیسا کہ یہ غائب ہو رہا تھا اس سے یہاں ہماری کوئی مدد نہیں x کا انتخاب کرتے ہیں۔ اور logarithmic x
ایک کثیر الثانی فنکشن کا انتخاب کریں جو غائب ہو جائے آپ کو مدد ملے گی یہ دوسرے فنکشنز پر ah ہوئی اس لیے یہ ہمیشہ ایسا نہیں ہے کہ
کو پہلے فنکشن کے طور پر آزمائیں log x بھی منحصر ہے جو انٹیگرینڈ میں موجود ہیں۔ بطور پراڈکٹ اس صورت میں آئیے
کو سیکنڈ فنکشن کہتے ہیں پھر دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے x کو پہلے فنکشن اور log x تو آئیے

log x تفریق ہے لہٰذا log x کا مائنس تفریق ہے۔ پہلا جو کہ xdx کو دوسرے کا پہلا فنکشن انٹیگریشن جو کہ انٹیگریشن log x تو
مربع کے انضمام میں x کو دوسرے x اور پھر مکمل انضمام اس سے ہمیں لاگ xdx سے ضرب دوسری کے انضمام سے x کی تفریق ایک
کے ساتھ x یہاں x ہے لہٰذا احتیاط سے دیکھیں کہ یہ dx سے ضرب دیا جاتا ہے۔ یہ انضمام ایکس مربع بذریعہ دو x دو مائنس انضمام ایک
مربع بہ دو x مربع حاصل کرنا چاہئے اور یہ میں جانتا ہوں یہ x مائنس 1 بائی 2 انضمام x کے 2 لاگ xdx منسوخ ہوجاتا ہے لہٰذا ہمیں
مربع بذریعہ دو انضمام کا مستقل جو پوری طرح آرہا ہے x مائنس ایک آدھا x لاگ
مربع ضرب چار اور پھر جمع انضمام کا مستقل دے گا لہٰذا اس کا اندازہ انٹیگرل آسانی سے کیا جا x مائنس x مربع بہ دو لاگ x تو یہ مجھے
x کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کرتے ہیں جبکہ اس صورت میں اگر ہم x کو پہلے فنکشن کے طور پر اور log x سکتا ہے اگر ہم
میں پہلا فنکشن منتخب کرتے ہیں x کو دوسرے فنکشن کے طور پر لاگ
جس کو ہم اس مرحلے پر نہیں جانتے ہیں لہٰذا فنکشن کا x تو ہم اس مسئلے تک پہنچ جاتے ہیں جہاں ہمیں لاگ کا انٹیگرل معلوم کرنا ہوتا ہے۔
انتخاب کرنا واقعی اہم ہے اگر آپ کوئی ایسا انتخاب کرتے ہیں جو غلط ہے
x log x تو آپ فنکشنز کی تشخیص تک پہنچ سکتے ہیں جو بہت پیچیدہ ہو جائے گا جیسا کہ ہم نے دیکھا
کا انٹیگرل ہمارے لئے ٹرپل بنا رہا تھا لہٰذا خیال زیادہ تر اس فنکشن کو منتخب کرنے کا ہوگا log x تو یہ دیکھنے میں بہت آسان فنکشن تھا لیکن
جس کے لئے انضمام آہ نہیں چلتا ہے یا یہ بنتا نہیں رہتا ہے۔ لمبا اور لمبا اور اسی طرح اگر ہم اس قسم کے آئیڈیا کو تلاش کرتے ہیں
تو ہم آسانی سے اندازہ لگا سکتے ہیں کہ ہمیں کون سا فنکشن منتخب کرنا چاہئے لہٰذا میں آپ کو یہاں ایک اور مثال دوں گا
x تو فرض کریں کہ ہمیں ایکس سائن انورس کا انضمام معلوم کرنا ہے۔
کا انضمام x تو اس میں الجبری فنکشن اور انورس ٹرگونومیٹرک فنکشن شامل ہوتا ہے اس لیے پچھلے تجربے سے ہم جانتے ہیں کہ سائن انورس
کو دوسرا فنکشن کہیں گے تاکہ انٹیگرل سیکنڈ کے انضمام میں سائن x کو پہلا فنکشن اور اس sin inverse x مشکل ہوگا اس لیے ہم اس
مربع ہے x کا ایک مربع جڑ ایک مائنس x مربع بہ دو مائنس انضمام تفریق سائن x بن جاتا ہے اب میں اسے براہ راست لکھ سکتا ہوں x انورس
مربع یا ایک مائنس x دو مائنس ایک بائی دو x مربع گناہ الٹا x ہے لہٰذا یہ انضمام کی طرف جاتا ہے dx مربع دو x دوسرے کے انضمام میں
dx مربع مربع جڑ x
میں اسے مائنس ایک integrand اور یہ n inverse x by two minus one half لکھوں si مربع x تو اگر میں اسے
مربع جمع ون کے انضمام کے طور پر لکھتا ہوں x مائنس
تو میں نے یہاں کیا کیا میں نے ایک کو جوڑا ہے اور میں نے ایک کو گھٹایا ہے
مربع جمع ایک سو ایک منسوخ ہو جاتا ہے x تو مائنس ون جمع
کو دو مائنس x مربع سائن الٹا x کے مربع جڑ سے اسے میں مزید لکھ سکتا ہوں dx مربع x مربع کی تقسیم ایک مائنس x تو مجھے ملے گا
مربع کے مربع x مربع 1 مائنس x آدھا سے یہ انٹیگرل دو حصوں میں ٹوٹ جائے گا لکیریٹی پراپرٹی کا استعمال کرتے ہوئے اس طرح 1 مائنس
مربع ملے گا x جڑ سے تقسیم کرنے سے مجھے منفی نشان کے ساتھ 1 مائنس
تو یہ نشان جمع ہو جائے گا پھر مائنس آدھا ضرب ہو جائے گا
مربع کے مربع جڑ سے زیادہ ہو گا x تو مائنس آدھا انضمام ایک مائنس
ٹو کہوں گا i ایک اور اس انٹیگرل کو i تو میں اس کا اندازہ کروں گا۔ دو الگ الگ حصوں میں انٹیگرل کو میں انٹیگرل کو
کے مربع جڑ سے زیادہ ہے x دو ایک مائنس i کا مربع جڑ ہے اور dx مربع x ایک مائنس i one کے لیے لکھوں گا i one تو اب میں
ون کے کیس کے لیے سائن انورس ایکس کے سوا کچھ نہیں ہے ہمارے پاس i ٹو کے کیس کے بارے میں جانتے ہیں لہٰذا یہ i ہم edx مربع
ہے ہمیں کچھ چال چلنی پڑ سکتی ہے اس لیے ہمیں اس انٹیگرل کو اس انٹیگرل کا اندازہ کرنے کی ضرورت ہے ہم نہیں جانتے کہ اس کی تشخیص
کیسے کریں ہمیں جس چیز کی ضرورت ہے وہ یہ ہے کہ ہمیں کچھ متبادل آہ کے بارے میں سوچنا ہوگا کیونکہ یہ 1 مائنس ایکس مربع ڈی ایکس کی
تھیٹا کے sin کو x طرح لگتا ہے اور اس طرح کا ایک اسی طرح کا انٹیگرل ہم نے پہلے اندازہ کیا ہے لہٰذا یہ ایک اچھا انتخاب لگتا ہے اگر میں
اسکوائر تھیٹا ہے cos اسکوائر تھیٹا حاصل کروں گا جو sin برابر رکھوں اس طرح میں یہاں ایک مائنس
کے سوا کچھ نہیں ہے dx اور cos theta اسکوائر تھیٹا کا مربع جڑ بن جائے گا جو کہ sin مربع کا مربع جڑ ایک مائنس x تو ایک مائنس
بن جائے گا۔ تھیٹا cos theta d اس صورت میں
تھیٹا ڈی تھیٹا میں انضمام بن جائے گا کیونکہ اس کا ایک مائنس ایکس مربع جو cos تھیٹا cos تو بالآخر جس انٹیگرل کو میں دیکھ رہا ہوں وہ
تھیٹا ڈی تھیٹا ہے cos جو dx تھیٹا ہے پھر cos
اسکوائر تھیٹا یہ میرے خیال میں اب آپ اندازہ لگا سکتے ہیں cos تھیٹا ڈی تھیٹا میں بن جائے گا۔ کچھ نہیں لیکن cos تھیٹا cos ایک i تو
کہ ہم اندازہ کر سکتے ہیں چونکہ یہ یہاں ایک چوکور اصطلاح ہے اس لیے سب سے پہلے ہمیں اسے کوزائن کی لکیری شکل میں تبدیل کرنا ہوگا
مربع تھیٹا مائنس ایک cos ہے برابر ہے دو cos خوش قسمتی سے ہم جانتے ہیں کہ فارمولہ دو تھیٹا کا
دو تھیٹا مائنس ایک بائے ٹو کے برابر ہے cos مربع تھیٹا دے گا cos تو جو مجھے
بن جائے گا۔ مائنس ون ڈی تھیٹا cos تو میں اسے اس فیکٹر سے بدل دوں گا اور پھر مجھے باہر کے طور پر ایک نصف ملے گا اور یہ دو تھیٹا کا
ٹو تھیٹا انضمام کے نصف حصے کی طرف لے جائے گا لہٰذا کوزائن کا دوبارہ انضمام اس پراپرٹی کو جو میں یہاں ایک cos جو بالآخر مجھے
لکیری فنکشن کے ساتھ استعمال کروں گا لہٰذا میں جانتا ہوں کہ کوزائن تھیٹا کا انضمام سائن تھیٹا ہے اور اسے 2 سے تقسیم کیا گیا ہے یہ فیکٹر
مائنس انٹیگریشن 1 کا اس سے مجھے تھیٹا مل جائے گا لیکن تھیٹا تھیٹا کیا ہے میں اسے یہاں سے حل کر سکتا ہوں تھیٹا سائن انورس ایکس کے
علاوہ کچھ نہیں ہے اور اس لیے اسے 1 بائی 4 سائن 2 تھیٹا کے طور پر لکھا جاتا ہے
کچھ بھی نہیں مگر سائن انورس سو ce of sine inverse x so minus of theta by two so theta تو ٹوئی کا سائن
مائنس of one by two sine inverse x
تو میں آپ کے لیے اس کو مزید آسان کر دوں گا جب ہم اس کو دیکھیں گے
تو ہمارا اٹوٹ انگ اگر آپ اسے دیکھیں گے اس خاص مسئلے کے لیے حتمی انٹیگرل یہ نکلا کہ یہ لمبا حساب ہے جو آپ کو یہ فیکٹر دیتا ہے اس
کو دیکھیں۔ بذریعہ 2 x مربع گناہ کو الٹا x آخر کار i لیے اگلی جگہ میں آپ کے لیے یہ لکھ دوں گا کہ میرا انٹیگرل کیا ہے لہٰذا میرا انٹیگرل
ٹو ہم آسانی سے دیکھ i ٹو کا مائنس نصف بدل دوں گا لہٰذا i ایک جس کو میں i ایک کا مائنس آدھا i مائنس آدھا 2 x مربع سائن الٹا x
کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور پھر جمع کا پورا مستقل انٹیگریشن اب الٹا سائن کرنے کے لیے سائن کے اس فیکٹر x سکتے ہیں کہ یہ سائن انورس
کے نصف کو واپس دیکھیں
تو یہ کسی بھی شکل تک نہیں پہنچ رہا ہے جسے ہم جانتے ہیں
تو ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم اسے اس شکل میں لکھیں گے جسے ہم جانتے ہیں یا جسے ہم مزید آسان بنا سکتے ہیں تاکہ آپ جانتے ہیں کہ یہ اصطلاح
sin theta ٹو تھیٹا اس لیے آپ اسے لکھ سکتے ہیں جیسا کہ میں اسے یہاں آسان بناتا ہوں آپ کے لیے valent to sin مساوی ہے۔
ہے x جو آپ کو پہلے سے معلوم ہے کہ cos theta sin theta

مربع جڑ کے x مربع کے دو x اسکوائر تھیٹا لکھ سکتے ہیں جو آپ ایک مائنس sin تھیٹا بن جائے گا آپ اسے ایک مائنس x cos تو یہ دو
کے سائن کا دو گنا ہو گا اور پھر سائن انورس x کا سائن انورس x طور پر لکھ سکتے ہیں بس آپ اس کو بھی آسان بنا سکتے ہیں دو سائن انورس
کے 1 مائنس مربع جڑ کے طور پر لکھا ہے جو اس اصطلاح کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا x کا کوسائن ہو سکتا ہے۔ سائن آف سائن بمقابلہ x
ہے لہذا یہ اظہار 1 بذریعہ 4 ہے ah 1 x 4 مربع کا x مائنس 1 x بالآخر ہمیں وہی اظہار ملے گا جو ہمیں یہاں سے ملا ہے لہذا یہ 2
ایک جس کا ہم نے اس طریقہ کار کو استعمال کرتے i کا لہذا انٹر انٹیگرل x مربع مائنس 1 نصف سائن انورس x مربع جڑ کا 1 مائنس x 2
ہوئے اندازہ کیا ہے وہ کافی لمبا ہے آہ ہمیں یہ مل گیا لہذا جب ہم اسے آسان بناتے ہیں
اس کا نصف دو سے چار ہے جو اسے ایک سے دو بنائے گا e دو مائنس پر x مربع گناہ معکوس x تو ہمیں آخر کار مل جاتا ہے۔
پلس مستقل x کا اور پھر مائنس نصف سائن انورس x مربع مائنس ایک نصف سائن انورس x بنا دے گا دو مربع جڑ کا ایک مائنس x تو یہ اسے

تو یہ ہے اس پورے طریقہ کار کو کرنے کے بعد ہم نے حتمی انٹیگرل کا جائزہ لیا تاکہ ہم حصوں کے ذریعے اس انضمام کی مدد سے کر سکتے
ہیں اور دوسری تکنیکوں کو بھی استعمال کر سکتے ہیں جو ہم پہلے ہی سیکھ چکے ہیں ہم کچھ افعال کے انضمام کا پتہ لگا سکتے ہیں اب ہم اہم سوال
کی طرف آتے ہیں۔ پہلے اور دوسرے فنکشن کا انتخاب جس کا مطلب ہے کہ ہمیں کس فنکشن کو پہلے فنکشن کے طور پر کال کرنا چاہئے اور جب
ہم اس خاص فارمولے کو لاگو کررہے ہیں
تو ہمیں کس فنکشن کو سیکنڈ فنکشن کے طور پر کال کرنا چاہئے لہذا اس کے لئے ہم زیادہ تر فنکشنز کے مجموعہ کو دیکھتے ہیں یہ مسئلہ سے
مسئلہ پر منحصر ہے لیکن جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ یہ آپ کے انٹیگرل آہ کو پیچیدہ نہیں کرے گا کیونکہ آپ فارمولے میں دیکھ سکتے
جو بہت پیچیدہ ہے یا اگر اس میں ave انٹیگرل کہتا ہے لہذا اگر میں ایک فارم فنکشن لیتا ہوں جو ایک انٹیگرل fx کا gx ہیں کہ یہ
توسیع ہوتی رہتی ہے
تو میں پریشانی میں پڑ جاؤں گا کیونکہ اس میں یہاں ایک اور انٹیگرل شامل ہے لہذا انٹیگرل کا انٹیگرل ہے اس سے مسائل پیدا ہو سکتے ہیں اس لیے
مجھے سمجھداری سے فنکشن کا انتخاب کرنا چاہیے جہاں انٹیگرل ہو کیونکہ میں پہلے سے ہی پوری پراڈکٹ کا انٹیگرل نہیں جانتا اور اگر میں
کوئی ایسی چیز منتخب کرتا ہوں جو اسے مزید پیچیدہ بنا دے
تو مجھے پریشانی ہو گی اس لیے مجھے زیادہ تر فنکشن کا انتخاب کرنا چاہیے جو زیادہ پیچیدہ نہ ہو جائے وہاں ایک کنونشن ہے جو کہتا ہے کہ اگر
آپ کے پاس فنکشنز کا ایک مجموعہ جس میں آپ کے کہنے کے معکوس مثلثی فنکشنز لوگارتھمک فنکشنز الجبری کہتے ہیں پولینومیئل وغیرہ پھر
ٹرائیگونومیٹرک الٹا ٹراگونومیٹرک اور ٹرائیگونومیٹرک اور پھر ایکسپونینشل اسپونینشل زیادہ مسئلہ پیدا نہیں کرتے ہیں اس لیے وہ کہتے ہیں کہ یہ
ہونا چاہیے کنونشن کہتا ہے کہ یہ عام طور پر ہونا چاہیے۔ انتخاب کی آہ ترتیب بنیں جس کی آپ کو پہلے کوشش کرنی چاہئے۔ ah inverse
کو پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کرنے کے لیے اگر یہ موجود ہے اور یہ ترتیب میں ہونا چاہیے اور gnometric function
کو انٹیگریٹ کرنا ہے x log x پہلا فنکشن ہے اس لیے ہم نے اس کیس کو دیکھا ہے جہاں ہمیں logarithmic
تو اس صورت میں آپ جانتے ہیں کہ الجبری فنکشن موجود تھا اور لوگارتھمک موجود تھا اس لیے اس ترتیب کے مطابق مجھے پہلے لوگارتھمک اور
پھر الجبری کا انتخاب کرنا چاہیے تھا
تو آپ نے دیکھا کہ جب میں نے وہ مثال دیکھی کہ اگر میں اسے پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کرتا ہوں اور یہ دوسرا فنکشن ہے
x تو انٹیگرل بہت آسان ہو جاتا ہے اور یہ آسانی سے ہاتھ سے نکل جاتا ہے۔ ہم اسے آسانی سے ہینڈل کرنے کے قابل تھے اسی طرح ہم نے
کے کیس کو دیکھا sine inverse x
تو یہاں بھی الٹا فعل وہ پہلے تھا اور یہ دوسرا تھا
تو یہ بھی اس ترتیب میں آتا ہے آپ کو الٹا مثلثی اور پھر الجبری نظر آتا ہے لہذا الٹا مثلث کا انتخاب پہلے کیا گیا تھا۔ اور پھر الجبری فنکشن کو
فنکشنز کئی بار اس e دوسرے فنکشن کے طور پر چنا گیا اور یہ فنکشن کی ترتیب ہے جسے سادہ کے لیے جانچتے وقت ذہن میں رکھنا چاہیے
کا اندازہ لگانا اتنا مشکل نہیں ہوسکتا ہے یہاں تک کہ اگر آپ آرڈر کی پیروی نہیں کرتے ہیں لیکن اگر کوئی فنکشن بہت پیچیدہ ہوجاتا ہے
تو اس کا اندازہ لگانا واقعی مشکل ہوگا میں آپ کو دکھاؤں گا کہ اس خاص انٹیگرل کے لیے چاہے آپ اسے بطور منتخب کریں۔ پہلے فنکشن کا اس
کا اندازہ لگایا جاسکتا ہے لیکن پھر اس کا اندازہ لگانا تھوڑا پیچیدہ ہوگا لہذا اب ہم اس طریقہ کار کے اہم اطلاق کو دیکھیں گے جس سے ہمیں کچھ
انٹیگرلز کا اندازہ لگانے میں مدد ملے گی جنہیں معلوم طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے انضمام کرنا ہمارے لیے بہت مشکل ہوگا۔ آپ کے لیے لاگ
کے انٹیگرل کی ایک مثال لیں یہ مثال ہمیں انٹیگرل کا اندازہ لگانے میں بھی مدد دے گی جس کے ساتھ ہم نے شروعات کی تھی xdx
تو ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم اسے ایک بار لاگ ایکس ڈی ایکس کے طور پر سمجھتے ہیں آپ جانتے ہیں کہ ایک کو کسی فنکشن سے ضرب دینے سے
وہ ایک ہی فنکشن بناتا ہے اور پھر ہم ترتیب دینے کا طریقہ لاگو کرتے ہیں کہ کس فنکشن کو پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کیا جانا چاہئے اور
چیز موجود ہے اس لیے مجھے اسے پہلا فنکشن og سے l کس فنکشن کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کیا جانا چاہئے لہذا یہاں
ہے بریک فنکشن کو دوسرا فنکشن سمجھا جانا چاہیے اور اگر میں اس z سمجھنا چاہیے اور یہ الجبری فنکشن ایک اپنے لیے ایک مستقل فنکشن
انضمام کو جزوی طور پر کرتا ہوں
x کا یہ ایک ہونا چاہئے x مائنس انضمام کی تفریق لاگ x تو یہ مجھے لاگ ایکس انٹیگریشن دے گا۔ ایک میں اسے اب براہ راست لکھ سکتا ہوں
منسوخ ہوجاتا ہے لہذا یہاں مجھے ایک x دے گی کیونکہ x مائنس x لاگ x دیتا ہے یہ پوری چیز مجھے xdx دوبارہ ایک کا انضمام مجھے
مائنس log xdx x log x دے گا اور پھر آخر میں انضمام کا ایک مستقل اس لئے مجھے یہ اہم نتیجہ x جو مجھے dx ایک ملے گا۔ x
کے انضمام پر واپس جانا چاہتا ہوں جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ اب اگر میں انتخاب کروں x log x کے طور پر ملا ہے لہذا اگر میں x
یہ پہلے فنکشن کے طور پر اور یہ دوسرے فنکشن کے طور پر اور چونکہ یہ ایک سادہ فنکشن ہے اگر میں آرڈرنگ کی پرواہ نہیں کرتا ہوں
اسے پورے فنکشن کے طور پر کہتے ہیں log x تو یہ مجھے ایکس انٹیگریشن آف لاگ ایکس مائنس انٹیگریشن تفریق کی طرف لے جائے گا۔ آف
ہے لہذا میں اس قدر کو یہاں بدل سکتا ہوں x مائنس x log x کا انٹیگریشن log x کا انٹیگریشن اب میں جانتا ہوں کہ log x کیونکہ میں

جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا اس سے پہلے اس مستقل کو ہم یہاں نظر انداز کر سکتے ہیں اس x مائنس xx log x تو اب مجھے کیا ملے گا
مربع لاگ x سے بدل دیا گیا ہے لہذا یہ انضمام کی طرف جاتا ہے یہ مزید xdx مائنس x log x کے انضمام کو دوبارہ log x مرحلے پر
مربع پر جاتا ہے۔ دو سے اور پھر آخر میں انضمام کا ایک مستقل اب اگر آپ x کے انضمام اور پھر جمع x log x مربع مائنس x مائنس x
اسے واضح طور پر دیکھیں
لکھ سکتا ہوں i ہمارے انٹیگرینڈ کے سوا کچھ نہیں ہے اور اس لئے میں اسے x log xdx تو یہ اصطلاح
دے گا c جمع i مربع بذریعہ دو مائنس x مربع ملے گا۔ دو سے دو مجھے x مربع ضرب دو جمع x مائنس x مربع لاگ x تو مجھے
پلس مستقل i مربع ضرب دو مائنس x مائنس x مربع لاگ x تو اب مجھے یہاں سے جو اظہار ملا ہے وہ یہ ہے کہ میں بائیں ہاتھ کی طرف
کو دو سے تقسیم کریں تاکہ آپ اسے براہ راست لکھ سکیں n کا دوگنا ملے the اور i بائیں ہاتھ کے برابر ہے طرف تاکہ آپ کو i منتقلی
ہو جائے اور پورے حصے میں تقسیم ہو i کو بائیں ہاتھ کی طرف منتقل کر دیا ہے تاکہ یہ دو i کے برابر ہے اس لیے میں نے اس i جیسا کہ

جائے
لکھ سکتا ہوں جیسے مزید مستقل c بذریعہ دو میں اسے ایک اور نیا مستقل c مربع سے چار جمع یہ مستقل x دو مائنس x مربع لاگ x تو
کے طور پر سمجھا جاسکتا ہے کیونکہ یہ ایک مستقل ہے اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آپ کو کون سا صوابدیدی مستقل منتخب کرنا چاہئے
لہذا بالآخر حل اس شکل کی طرح نظر آنا چاہئے۔ اس فنکشن کے لیے اگر میں لاگ ایکس کے انٹیگرل کو جانتا ہوں
تو اس کا اندازہ لگایا جاسکتا ہے لیکن آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر ہم فنکشنز کے انتخاب کی ترتیب سے ہٹ جاتے
تو حساب کتنا پیچیدہ ہوتا، میں آپ کے لیے ایک اور مثال پیش کروں گا۔ حل نہیں کرے گا آپ اس مثال کے لیے دیکھیں ایکس اسکوائر لاگ ایکس ڈی
ایکس ایکس کی دونوں تکنیکوں کا استعمال کریں جن کے بارے میں میں نے آپ کو بتایا تھا پہلے آپ غور کریں کیونکہ یہاں آرڈر میں کہا گیا ہے کہ
مربع کو دوسرا فنکشن سمجھا جانا چاہئے لہذا پہلے آپ اسے پہلے فنکشن کے x لاگ ایکس کو پہلا فنکشن سمجھا جانا چاہیے اور کیا الجبری
مربع کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کریں اور پھر انضمام کریں اور پھر دوسری صورت میں آپ کیا کریں گے کہ آپ اس x طور پر اور
فنکشن کو پہلے فنکشن کے طور پر اس فنکشن کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کریں اور پھر انضمام کریں اور حساب میں فرق دیکھیں اور یہ
کا انضمام ہے tan inverse x جاننے کی کوشش کریں کہ اس طرح ایک اور پیچیدہ فنکشن کے لیے اگلی مثال
کو ایک tan inverse xs کے لیے استعمال کی تھی اس logarithmic x تو اس کے لیے بھی میں وہی چال استعمال کروں گا جو ہم نے
اس فنکشن کو لکھیں چونکہ یہ معکوس مثلثی فعل ہے اس لیے اس کو پہلا الجبری فنکشن سمجھا جانا tan inverse x ضرب سمجھیں۔ بذریعہ
چاہیے دوسرے کے طور پر سمجھا جانا چاہیے
x x کا آپ کو ایک سے زیادہ ایک پلس tan inverse x مائنس انٹیگریشن تفریق ہوگا x کا انضمام دوسرے کا tan inverse x تو یہ
ملے گا dx اور پھر آخر میں x مربع انضمام دینے سے آپ کو
اوور ون پلس x مائنس انٹیگریشن x tan inverse x یہ ہمارے پریکٹس کے مسئلہ کے ساتھ mple کیسے si تو آپ دیکھیں گے کہ
بن گیا ہے اب تک میرا خیال ہے کہ آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ہندسہ کچھ نہیں ہے مگر ڈانومینیٹر کا فرق ہے dx مربع x
کے برابر xdx dt کے طور پر حاصل کریں تاکہ آپ کو دو t مربع کو ایک نئے متغیر x تو آپ کیا کرتے ہیں کہ آپ ڈینومینیٹر کو لیں پلس
مائنس ایک نصف x tan inverse x کے دو کے برابر ہے لہذا اس انٹیگرل کا آسانی سے اندازہ لگایا جا سکتا ہے xdx dt ہے یعنی
اور جو آپ کو لے جاتا ہے۔ لوگارتھمک فنکشن کے لیے dt انضمام بذریعہ
مائنس نصف لوگاریتھمک دے گا پلس انٹیگریشن کا جو آخر میں آپ کو حتمی جواب کی طرف tan inverse x کا mod t تو یہ آپ کو
کا انضمام اس tan inverse x تاکہ c مربع اور پلس مستقل x مائنس نصف لوگاریتھمک آف ون پلس tan inverse x لے جائے گا
کیا x star inverse x انداز میں آسانی سے پایا جا سکتا ہے لہذا آپ کو ایک اور ہوم ورک مشق دیں یہ جاننے کی کوشش کریں کہ انٹیگرل
ہوگا پہلے فنکشن اور دوسرے فنکشن کا انتخاب کریں خود کو آئن کریں اور اس انٹیگرل کا اندازہ کریں
کے انٹیگرل کو تلاش کر رہے تھے x log x تو اگر آپ نے دیکھا ہو کہ جب ہم
فنکشن لکھا اور جب انضمام کا یہ عمل آگے بڑھا i تو ہم نے وہاں آئیڈیا استعمال کیا ہم نے یہ
تو ہمیں معلوم ہوا کہ انٹیگرل کا رشتہ نکلتا ہے۔ اصل انٹیگرل کے ساتھ ایک خاص تعلق ہونے کے لیے یہ چال کبھی کبھی بہت کارآمد ہو جاتی ہے
اور ہم اسے کچھ مسائل کو حل کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں اس لیے فنکشنز کے ان طبقے کے لیے جہاں دونوں قسم کے فنکشنز کے ah
انٹیگریشن آپ کو ایسے فنکشن فراہم کرتے رہیں گے جو ان صور
توں میں یہ آئیڈیا بہت اچھی طرح سے کام کرتا ہے اس لیے مثال پر نظر ڈالیں میں آپ کو بتاؤں گا کہ اس پر کیسے کام کیا جا سکتا ہے اس لیے ای
e دو e تک لے جانے کی مثال دیکھیں اور مجھے کال کرنے دیں۔ اسے میں ایک کے طور پر اسے mx cos nxdx کے انٹیگرل کو پاور
raise to power mx sine nxdx کوئی بھی نمبر ہو سکتا ہے اس لیے مخصوص نمبروں کے مطابق آپ ان n اور m کہتا ہوں یہاں
کو حل کر سکتے ہیں ۔ ایک خاص صورت میں ہم ان کو کسی بھی نمبر کے طور پر غور کر رہے ہیں جو ظاہر ہے کہ غیر صفر ہیں لہذا آپ کو
ایکسپونینشل فنکشن معلوم ہے اگر آپ فرق کرتے ہیں یا انٹیگریٹ کرتے ہیں
تو آپ کو ایک اور ایکسپونینشل فنکشن کوزائن فنکشن ملے گا اگر آپ فرق یا انضمام کرتے ہیں
تو آپ کو یا
فنکشن سے آپ کو کوزائن فنکشن ملے گا sine فنکشن اسی طرح sine تو کوزائن فنکشنز ملیں گے جو آپ کو ملیں گے۔
ٹو کو فنکشن کے طور پر منتخب کروں گا جیسے میں آپ ah i میں ان میں سے ایک کا حل تلاش کروں گا اور میں ah تو ان دو فنکشنز کے لیے
کو پہلے فنکشن اور دوسرے فنکشن ah ٹو کو لکھیں اور i ایک کے لیے حل کر سکتے ہیں۔ آئیے ہم اس i کے لیے حل کروں گا اسی طرح آپ
اسے پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کرنا چاہئے اور میرے حکم کے sine xi کے طور پر منتخب کریں لہذا چونکہ یہ ایک مثلثی فنکشن ہے
کا انتخاب کرنا چاہئے تاکہ انٹیگرل مجھے دے گا۔ exponential مطابق مجھے دوسرے فنکشن کے طور پر sine nxe raise to
power mx تقسیم m مائنس انٹیگریشن تفریق پہلی کی
سیکنڈ ڈی ایکس کا انٹیگریشن فرسٹ فنکشن انٹیگریشن سیکنڈ ڈی ایکس کے پہلے n cos nxe raise to power mx by mi تو یہ ہے
انٹیگریشن کے دوسرے ڈیفریشن کا انٹیگریشن
cos nxdx تو یہ مجھے دے گا ای ریزیشن ٹو پاور ایم ایکس سائن این ایکس اپن ایم مائنس یہ ہے این بائی ایم انٹیگریشن ای ریزڈ ٹو پاور ایم ایکس
مزید آئیے ہم اسے پہلے فنکشن کے طور پر سمجھ کر جزوی طور پر انضمام کا استعمال کرتے ہوئے اسے دوبارہ انٹیگریٹ کرتے ہیں اور یہ
دوسرا فنکشن ہے
فرسٹ فنکشن cos nx m سے n مائنس m سے تقسیم کیا گیا nx کو پاور ایم ایکس سائن آف e تو مجھے جو ملے گا وہ یہ ہے کہ
مائنس انٹیگریشن پہلے کا فرق ہے raise to power mx by m کا e انٹیگریشن سیکنڈ
اور پھر مکمل انٹیگریشن m پر mx کا بڑھا کر پاور e انٹیگریشن ہے دوسرے nx مائنس سائن n تو یہ
تو جب ہم اسے مزید آسان بنائیں گے
e مربع n by m مربع n by m مائنس پر بڑھا کر آپ دیکھ سکتے ہیں m پر mx sine nx کے e دو برابر i تو ہمیں کیا ملے گا
raise to power mx cos nx بطور پلس اور پھر gn بنا دے گا si یہ مائنس کا نشان یہ m سے n ضرب اس m سے n پھر
مربع mmb میں m مربع nn میں n آخر کار یہ مائنس کا نشان پورے نشان میں ایسا کر دے گا مجھے مائنس سائن کے طور پر ملے گا
غور سے دیکھیں کہ آپ کے پاس کیا ہے یہاں حاصل کردہ انٹیگرل کی mx sine nxdx بڑھا کر پاور e مربع کا انضمام m مربع اوور n تو
سے بدل سکتا ہوں تاکہ میں یہاں بائیں طرف آؤں گا میں سب کو منتقل کروں گا i 2 طرح ہے جس کے ساتھ آپ نے شروع کیا تھا لہذا میں اسے
m مربع ہو جائے گا اگر میں اس m مربع بذریعہ n مربع ہوگا بائیں طرف آو جمع m مربع بذریعہ mn مربع مائنس n مائنس i 2 1 لہذا
کے طور پر لیتا ہوں lcm مربع کو
تک بڑھا کر اس مرضی کو آسان بناؤں آخر کار mx cos nx کو پاور mx sine nx minus ne مربع ملے گا تاکہ میں پاور m تو یہاں
مربع کے برابر ہے جو کہ یہاں m مربع m کے برابر mx cos nxdx کا انضمام e کی طرف لے جائیں جو کچھ بھی نہیں ہے مگر i 2

m sine nx کے ڈینومینیٹر میں آئے گا۔ مربع n مربع جمع m مربع ملے گا جو یہاں ایک سے n مربع جمع m منسوخ ہو جائے گا آپ کو
n مائنس m sine nx کو عام mx بڑھا کر پاور e میں اٹھایا گیا عام ہے mx کو پاور mxe بڑھایا گیا پاور e میں n cos nx مائنس
cos nx
e تو آخر کار آپ کو وہی ملے گا جب آپ اس طرح کے طریقہ کار کو آسان بنائیں گے آپ اس کیس کے لیے درخواست دے سکتے ہیں جب اسے
تک بڑھایا جائے اور پھر اسی طرح آپ کو اسی طرح کا فارمولہ ملے گا x اور rmx cos
تو یہاں جو بات نوٹ کرنا ضروری ہے وہ یہ ہے کہ بعض اوقات آپ ان فنکشنز کو منتخب کرسکتے ہیں اور پھر اگر آپ جزوی طور پر بار بار
انضمام انجام دیتے ہیں۔ آپ کو وہی فنکشن مل سکتا ہے اور پھر آپ اسی فنکشن کو بائیں ہاتھ میں منتقل کرتے ہیں اور پھر اس مساوات کو آسان بناتے
طریقہ کچھ خاص لوگوں ah ہیں اسے اس نامعلوم فنکشن کے لیے حل کرتے ہیں اور پھر آپ اس فنکشن کا انٹیگرل حاصل کرسکتے ہیں لہذا یہ
کے لیے بہت آسان آہ بن جاتا ہے۔ اگلے مسائل میں ایک اور خاص فنکشن کے لیے حل کروں گا جسے میں نے پہلے کے ایک اور مسئلے میں
کا مسئلہ حل کر رہا تھا x sin inverse x کے لیے ui استعمال کیا تھا لہذا جب میں
حاصل ہوا درحقیقت اس کی قسم کا فنکشن عام طور پر حل کیا جا سکتا ہے اور ان کا لازمی پایا جاتا ہے i one t تو یہ فنکشن
x مربع اور ایک مربع جمع x تو آئیے ایکس مربع مائنس ایک مربع ڈی ایکس کے مربع جڑ کے فنکشن کو دیکھتے ہیں اسی طرح میں ایک مربع مائنس
مربع مائنس ایک مربع کے لئے کریں اور پھر باقی آہ میں آپ کو ان کے فارمولے بتاؤں گا x مربع کے لئے کر سکتا ہوں
تو فرض کریں کہ ہمیں اس انٹیگرل کو انٹیگریٹ کرنا ہے
مربع مائنس ایک x تو آپ کیا کریں گے کہ ہم وہی تکنیک استعمال کرتے ہیں جو ہم لوگارتھمک فنکشن کے لئے استعمال کرتے ہیں۔ ہم اسے ایک بار
کے انضمام کے طور پر لکھتے ہیں اگر آپ نے پہلے کیس کو دیکھا dx مربع
مربع تھا لہذا وہی تکنیک جو میں یہاں استعمال کر رہا ہوں اس صورت میں بھی استعمال کیا جا سکتا ہے ہم نے وہاں استعمال کیا x تو یہ ایک مائنس
x is equals برابر ہے تھیٹا کو گناہ کرنے کے لیے اس مخصوص شکل کو حل کرنے کے لیے ہم استعمال کرتے ہیں متبادل x ایک متبادل
اور پھر ہم اس کی تشخیص کرتے ہیں لیکن یہاں ہم حصوں کے ذریعے انضمام کا استعمال کر رہے ہیں اس لیے اس فنکشن کو to sin theta
x مربع مائنس ملے گا ایک کا مربع انضمام آپ کو x تاکہ آپ کو al کی طرح دوسرا فنکشن سمجھیں۔ usu پہلا فنکشن اور اس فنکشن کو
x مربع کے مربع جڑ کا فرق مائنس ایک مربع آپ کو دو جڑ پر دو x مائنس انضمام دے گا x ایک کا انضمام آپ کو x مربع دو دے گا معذرت
ملے گا یہ دو اس دو کے x مربع مائنس ایک مربع یہ پہلے فنکشن کی تفریق ہے دوسرے کے انضمام سے ضرب کرنے سے آپ کو x دے گا۔
مربع x مربع مائنس مربع جڑ ملے گا۔ مائنس انضمام کے x مربع کا x مربع ملے گا تاکہ آپ کو x ساتھ منسوخ ہو جائیں گے اور یہاں آپ کو
اس طرح مزید اگر ہم اسے دیکھیں dx مربع مائنس ایک مربع مربع جڑ x سے زیادہ
تو ہم آسان کر سکتے ہیں تاکہ آپ پہلی اصطلاح لکھتے رہیں کیونکہ یہ مائنس ہے اگر میں یہاں ایک مربع کو ذہن میں رکھتے ہوئے جوڑ اور گھٹا
دوں
تو میں حاصل کر سکتا ہوں۔ اس میں سے فیکٹر نکالیں
آسانی سے آپ دیکھ dx مربع کے مربع جڑ سے تقسیم کریں مائنس ایک مربع x مربع مائنس ایک مربع جمع ایک مربع کو x تو میں یہ کروں گا
quare مربع مائنس کے مربع جڑ سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ x مربع مائنس ایک مربع یہاں x سکتے ہیں
مربع x مربع مائنس ایک مربع مائنس علامت x مربع کی جڑ x تو مجھے یہاں دو انٹیگرل اصطلاحات ملیں گی جو مجھے پہلی اصطلاح دیں گی
کے dx مربع مائنس ایک مربع کو x مربع مائنس کا مربع جڑ ایک مربع x مربع مائنس کا مربع انضمام افسوس ہے x مائنس ایک مربع تقسیم
مربع x مربع جڑ سے تقسیم کیا جاتا ہے اور یہ مائنس اس کے ساتھ جاتا ہے لہذا یہ مائنس ایک مربع ہو جائے گا ایک کے عام انضمام کے طور پر
i کے ساتھ بدل دوں گا لہذا میرے بائیں ہاتھ کی طرف i مربع جڑ کے برابر ہے لہذا اس اصطلاح کو i is اس کو دیکھیں dx مائنس مربع
ایک کا انضمام ah مربع مائنس ایک مربع مائنس ایک مربع x مربع کی جڑ x برابر ہے i ہے لہذا بائیں ہاتھ کی طرف اب i 2 یہ فنکشن بھی
مربع مائنس ایک مربع اور پھر آخر میں انضمام کا مستقل x جمع مربع جڑ کا x مربع مائنس ایک مربع پہلے سے ہی ہمیں معلوم ہے اور وہ ہے x

x کا مربع جڑ mod x مربع جڑ مائنس ایک مربع بذریعہ دو مائنس ایک مربع بذریعہ دو لاگارتھمک x مربع کا x نکلا i تو آخر میں یہ انٹیگرل
مربع مائنس ایک مربع پلس مستقل c
مربع کا دو مربع جڑ مائنس ایک مربع مائنس ایک x x کیا dx اسے آپ کے لئے لکھے گا ii تو آخر میں انٹیگرل جس کا ہم نے اندازہ کیا ہے
مربع کا مربع جڑ مائنس ایک مربع اور جمع انضمام کا دوسرا فارمولا بھی اسی طرح پایا جا سکتا x کے علاوہ x مربع بذریعہ دو لاگارتھمک موڈ
مربع x کے انضمام کا اندازہ لگانا چاہئے جو ایک مائنس dx مربع x ہے اور میں انہیں آپ کے لئے لکھوں گا۔ جس میں آپ کو ایک مربع مائنس
یہ ایک ہے c ایک جمع x x مربع کے دو مربع جڑ کے علاوہ ایک مربع دو سائن انورس x کے برابر ہے ایک مربع مائنس x کے قریب تھا
مربع کا x x برابر dx مربع کا انضمام مربع جڑ جمع ایک مربع x تیسرے کی مثال میں مشاہدہ کیا وہ ہے xn inverse x جس کا ہم نے
ہمیں ایک مربع جمع مستقل ہے لہذا یہ تین اہم pl کا مربع جڑ مربع x جمع x لاگ x 2 دو مربع جڑ جمع ایک مربع جمع ایک مربع
فارمولیشنز وہ آپ کو انٹیگرلز کا اندازہ لگانے میں مدد کریں گے کچھ انٹیگرلز اس بات پر منحصر ہے کہ وہ کس قسم کی شکل میں ہیں ہم پہلے ہی ان
ایک مربع جڑ کے ساتھ کہ c کی شکل میں تھے۔ جمع ax square plus bx پر ah dx فنکشنز کے معاملے میں دیکھ چکے ہیں جو
اسے کسی ایک شکل میں تبدیل کیا جا سکتا ہے یا
منفی ہے a مربع یا اگر k مربع جمع مائنس x تو
ax square plus bx plus c مربع قسم کی شکل اسی طرح یہاں اگر آپ کو ایک فنکشن دیا جائے جو انضمام ہے۔ x مربع مائنس k تو
کا ہم ان تینوں شکلوں میں سے کسی ایک میں تبدیل کرنے کی کوشش کر سکتے ہیں اور پھر ہم ان انٹیگرلز کا اندازہ لگا سکتے ہیں تاکہ یہ تینوں اہم
x فارمولے انٹیگرلز کو حل کرنے میں مددگار ثابت ہوں جیسا کہ میں نے آپ کو دکھایا میں آپ کو ایک فوری مثال دوں گا۔ آئیے ہم ایک مائنس فور
x مائنس x کے مربع جڑ کے انضمام کو جاننے کی کوشش کرتے ہیں تاکہ آپ آسانی سے دیکھ سکیں کہ آپ ایک مائنس فور dx مربع x مائنس
مربع x جمع nus 4 x مربع لکھ سکتے ہیں لہذا آپ اسے 1 میل لکھیں۔
x مربع جمع 2 x تو یہ
تو اگر میں یہاں 4 جوڑ دوں اور یہاں 4 کو گھٹا دوں
جمع دو پورا مربع بن جائے گا x تو یہ بالآخر ایک لے گا اور یہ
dx جمع دو پورے مربع x پانچ مائنس ii جمع دو پورے مربع تاکہ انٹیگرل x تو ایک مائنس چار ایک جمع چار بن جائے گا یعنی پانچ مائنس
کے انضمام کے طور پر لکھ سکتا ہے لہذا اب میں براہ راست فارمولہ استعمال کرسکتا ہوں کیونکہ یہ ایک لکیری عنصر ہے میں اسے براہ راست
کا مربع جڑ بن dt مربع t کے برابر ہے تاکہ انٹیگرل پانچ مائنس t جمع دو کا متبادل بنا کر استعمال کرسکتا ہوں۔ x اس فارمولے کو یہاں
dt ہے dx جائے کیونکہ یہاں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ
مربع ہے جو کام کرے گا۔ یہاں x مربع کی شکل ہے لہذا ہمارے پچھلے فارمولے میں سے ایک مربع مائنس t تو یہ مربع مائنس

by 2 sine مربع پلس ایک مربع بذریعہ 2 ہے جو کہ 5 t مربع کا 2 مربع جڑ جو کہ 5 مائنس t بذریعہ ایک مربع مائنس t تو میں
جمع 2 مربع رو ملتا x کی جگہ حاصل کروں گا۔ جمع 2 ہمیں x کو t بذریعہ مربع جڑ 5 پلس انضمام کے مستقل کے طور پر inverse t
مربع کے برابر ہے لہذا میں اسے براہ راست بدل x جمع x جمع 2 مربع ہے اور یہ 1 مائنس 4 x جو 5 مائنس t مربع کا t ہے۔ 5 مائنس
x جمع ہے دو بذریعہ جڑ پانچ اور پھر جمع مستقل یہ ہونا چاہئے t x مربع جمع پانچ بذریعہ دو سائن انورس x جمع x دوں گا 1 مائنس 4
جمع دو بہ دو یہ جواب ہے اس کے ساتھ ہم اس آہ لیکچر کے اختتام پر آتے ہیں

تو آج کے لیکچر میں ہم نے حصوں کے ذریعے انضمام کے استعمال کی مختلف تکنیک سیکھی اور ہم نے دیکھا کہ یہ کیسے کچھ انٹیگرلز کو حل کرنے میں ہماری مدد کر سکتے ہیں جسے ہم کسی بھی معلوم تکنیک کا استعمال کرکے حل نہیں کر سکتے جو اس وقت تک ہمیں معلوم ہے ہم مزید کچھ مثالیں دیکھیں گے آپ کا شکریہ

Prutor@IITK