پچھلی کلاس میں طلباء کا خیرمقدم کرتے ہیں ہم نے دیکھا کہ کچھ انٹیگرلز کو کیسے تلاش کیا جائے جن میں
جمع cpx پلس bx مربع پلس ax اوور q پلس px کثیر الاضلاع شامل تھے ہم نے کلاس کے آخری نصف حصے میں انٹیگرلز کو تلاش کیا
اوور مربع ایکس اسکوائر پلس بی ایکس پلس سی کی جڑ اور ایک خاص کیس کے طور پر ایک اوور اسکوائر پلس بی ایکس پلس سی اور ایک اوور q
اسکوائر پلس بی ایکس پلس سی ان تمام انٹیگرلز کو ہم نے کچھ معلوم شکلوں میں تبدیل کیا اور ہم ان کا استعمال کرتے ہوئے ان کا اندازہ کرنے کی
کوشش کرتے ہیں۔ مزید آگے بڑھنے سے پہلے میں معلوم فارمز کو مزید سمجھنے کے لیے اس مخصوص شکل سے متعلق ایک دو مثالیں اٹھاؤں گا
مائنس ون یا مربع کو مربوط x یا ان طریقوں کو کیسے لاگو کرنا ہے جو ہم نے سیکھے ہیں لہذا یہاں ایک فوری مثال منتخب کریں گے ہمیں دو
مربع کی جڑ x مائنس x کرنے کی ضرورت ہے۔ چار
منفی مائنس a کے ساتھ کریں نوٹس کریں کہ یہاں c پلس bx مربع پلس x سے زیادہ مربع جڑ کے q پلس px تو اگر آپ اس کا موازنہ
ون ہے اس طرح پچھلی کلاس میں نے آپ کو اس بات کا اندازہ کرنے کے لیے کہا تھا کہ ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم عدد کو ڈینومینیٹر جمع کے مشتق
کے ایک مخصوص امتزاج کے لحاظ سے لکھتے ہیں
مربع جڑ کے علاوہ ہے dx کے برابر ہے ڈینومینیٹر فنکشن کا d مائنس 1 ایک بار x تو آپ اسے لکھیں گے 2
ملے گا اب دونوں اطراف کثیر الاضلاع ہیں لہذا ہم b جمع x ہے لہذا اس سے ایک گنا چار مائنس دو b مربع جمع x مائنس x تو یہاں یہ 4
کے عدد کا موازنہ کریں۔ x عدد کا موازنہ کر سکتے ہیں لہذا پہلے
برابر ہے مائنس ون b جمع a برابر ہے مائنس ایک کے اور پھر چار a کا مطلب یہ ہے کہ a تو آپ کو دو کے برابر دو کے مائنس ملتے ہیں
برابر ہے تین کے b کے اس کا مطلب یہ ہے کہ
کی قدر مل جائے b اور a تو ایک بار جب ہمیں
اب اس i لہذا انٹیگرل i مائنس کو بدل دیتے ہیں۔ انٹیگرل میں اس اظہار کے ذریعہ ایک ہم کہتے ہیں کہ یہ انٹیگرل ہے x تو ہم اس دو
کے بجائے مائنس ٹو ایکس ہے معذرت اسے ai کے طور پر ظاہر کیا جاسکتا ہے جو d کے ذریعہ وقت dx اصطلاح کو تبدیل کرنے کے بعد
x مائنس x کی قدر ہے تین تقسیم شدہ مربع جڑ سے چار b اور جمع x ایک گنا چار منفی دو m inus مائنس ون مائنس ون لگانا ہوگا۔
مائنس دو x کے مربع جڑ سے تقسیم کر کے لکھ سکتے ہیں۔ چار x اسے چار منفی دو x یہ یہ ہے مائنس ایک گنا چار مائنس دو dx مربع
مربع آہ یہاں ان دو x مائنس x مربع جڑ کا مربع ہے چار x مائنس x ہے چار سے زیادہ میرا چار dx جمع اگلی اصطلاح تین انٹیگرل xdx
حصوں کو دیکھیں
تو پہلے کی صورت میں جب مربع جڑ نہیں تھا
مربع اس لئے پہلے کی صورت میں جب یہ مربع جڑ موجود نہیں تھا x مائنس x مربع چار x مائنس x تو ہم نے بدل دیا معاف کیجئے گا چار

سے ایک ہو جائے اس لئے ہم وہی عمل کریں گے اور دیکھتے ہیں کہ یہ کس چیز میں تیار ہوتا ہے لہذا t تو ہم نے اس اصطلاح کو بدل دیا تاکہ یہ
کے مربع جڑ کے علاوہ t کے برابر ہوتا ہے یہ dt پہلے انٹیگرل میں xdx کے برابر ہے تاکہ چار مائنس دو t مربع x مائنس x چار
کی شکل c جمع bx مربع پلس x کا مائنس ہوتا ہے تاکہ اس کا اندازہ کیا جا سکے۔ کرنا یہ ہے dt دوسرے انٹیگرل کے تین گنا زیادہ انٹیگرل
کے مربع c جمع bx مربع پلس x پر بحث کی تھی یہ ah ہے لہذا ہم کوشش کریں گے کہ یہ پہلی شکل ہے جس پر ہم نے پچھلی کلاس میں
جڑ کے حساب سے ایک شکل ہے لہذا آپ کوشش کریں گے۔ اس میں سے ایک مکمل مربع بنانے کے لیے تاکہ آپ آسانی سے دیکھ سکیں کہ میں
چار ایکس مائنس ایکس مربع کو مائنس آف ایکس مربع مائنس فور ایکس لکھ سکتا ہوں جسے میں مزید چار مائنس ایکس مربع مائنس فور ایکس پلس فور
مائنس دو پورے x مربع کی اصطلاح اب چار مائنس x مائنس x مائنس دو پورا مربع لہذا چار x لکھ سکتا ہوں جو اسے بنائے گا۔ چار مائنس
کو پاور مائنس نصف تک بڑھانا ہے t کو جڑ سے آسانی سے جانچا جا سکتا ہے یہ بنیادی طور پر dt مربع کی شکل میں بدل جاتی ہے اس
کے ساتھ ڈالتا ہوں u مائنس دو برابر x نصف کو نصف سے تقسیم کر کے یہ انٹیگرل اگر میں t raise to power تو جو آپ کو دے گا۔

مربع کے مربع جڑ پر جو اگر آپ کو یاد u کی شکل میں تبدیل ہو جائے گا چار مائنس du کے برابر ہوتا ہے تاکہ یہ انٹیگرل du برابر dx تو
کا ہے۔ مربع مائنس آہ یو مربع a ہے فارمولا یہ فارم
مربع u جمع تین ایک مربع مائنس t تو آخر کار یہ نکلتا ہے مائنس دو مربع جڑ کا
t اور t کی قدروں کو بدلنے سے ہمیں ملے گا۔ u اور t بذریعہ دو جمع مستقل آخر میں acu تو یہ ہو جائے گا سائن انورس یو بذریعہ
مائنس دو کو دو سے تقسیم کیا گیا ہے اور x مربع جمع تین سائن انورس یو کے سوا کچھ نہیں ہے x مائنس x کے دو مربع جڑ کا مائنس چار
مربع ہمیں یہ اٹوٹ قدر فراہم of four x minus x مائنس ایک کا انضمام جڑ سے تقسیم x انضمام کا مستقل اس لئے ہم نوٹ کریں کہ دو
کرتا ہے جو یہاں زیادہ اہم ہے یہ سمجھنا کہ ہم کس طرح دو الگ الگ انٹیگرلز میں تبدیل ہو کر آگے بڑھے جن دونوں کے لیے ہم جانتے تھے کہ اس
کا اندازہ کیسے لگایا جائے اس خیال کے لیے ہم یہاں آگے بڑھے ہیں اس خاص مسئلے کے لیے ہندسہ کو ڈینومینیٹر کے مشتق کے مجموعے کے
طور پر مزید استعمال کیا جا سکتا ہے ان صور
کے علاوہ کوئی ڈگری رکھتا ہو مثال کے طور پر اب تک ہم نے ان دو صور fo توں کے لیے جہاں ڈینومینیٹر جو مقدار کی اصطلاح ہے نصف
یہاں ایک ڈگری والا ہے یا پوری اصطلاح کا ڈگری آدھا مربع جڑ کا مطلب bx plus c اسکوائر پلس ax توں پر غور کیا ہے جہاں ڈینومینیٹر
ڈگری آدھا ہونا ہے
کو بڑھا کر تین چار c پلس bx مربع پلس ax یہ ah تو اس کے علاوہ اگر یہ کچھ اور ہے۔ اصطلاح یہ بھی کہتے ہیں کہ مثال کے طور پر
کے مجموعہ کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔ اور پھر ah لکھتے ہوئے بھی اسی خیال کو q جمع px یا کوئی اور نمبر بنایا گیا ہے پھر آپ
ایک اور تیز سادہ مثال لیں گے ah آپ آگے بڑھ سکتے ہیں
کچھ مستقل ہے a مربع کا انٹیگرل تلاش کریں اور پاور 6 میں اضافہ کریں جہاں x کے مربع جڑ پر x raise to power 6 تو آئیے
جسے مثبت اور دیا جاتا ہے۔ ہمیں اس انٹیگرل پر اس انٹیگرل کی نظر کو احتیاط سے تلاش کرنا ہے لہذا ہمیں اچھی طرح سے معلوم کرنا ہے
کے طور پر دکھایا جا سکتا dx مربع x کیوب کے مربع جڑ پر x مجھے امید ہے کہ آپ نے جلدی سے محسوس کیا ہوگا کہ اس انٹیگرل کو
کیوب کا مشتق لیتا ہوں x بڑھا کر پاور سکس پر لے جاؤں اور اگر میں a ہے۔ اسکوائر پلس
اضافہ کے برابر ہوتا ہے۔ t کے ایک نئے متغیر dx مربع x کیوب لینا x مربع ملے گا جو انٹیگرینڈ کا حصہ ہے لہذا ah x تو مجھے
کی شکل میں تبدیل ہو جائے گا کیونکہ میں اپنا فارمولہ استعمال dt مربع پلس کے مربع جڑ پر ایک سے تین t میں اور اس لیے یہ انٹیگرل dt
مربع پلس ایک مربع قسم کا فارمولا اس لیے یہ اضافہ پاور سکس کے لیے ah x کرنا چاہتا ہوں جس کے بارے میں میں پہلے سے ہی جانتا ہوں
اسکوائر پلس کی معلوم شکل بن جائے اگر میں اسے t اوور dt مجھے مکعب مربع کے طور پر لکھنا چاہیے تاکہ یہ بہت آسانی سے انٹیگرل
ایک کیوب کو کوئی نیا نمبر سمجھتا ہوں
اسکوائر پلس مربع جڑ کے t مربع جمع ایک مربع ہم جانتے ہیں کہ یہ t مربع جمع ایک مربع ہے لہذا اس کے انٹیگرل کے لیے t تو یہ
مکعب x اس کا t لوگارتھمک کے علاوہ کچھ نہیں ہے جس کا مطلب ہے ایک مکعب مربع جمع مستقل جو آخر میں ہمیں ایک سے تین لاگ دیتا ہے

یہاں ایک چھوٹی سی بات پر غور کرتے ہوئے کہ ایک چھ کو ایک مکعب red plus constant مکعب مربع کیا ہے ایک کیوب اسکوا x جمع
کے طور پر لکھا جا سکتا ہے جسے بار ٹو پر اٹھایا جا سکتا ہے ہم اس مثال کو آسانی سے حل کر سکتے ہیں یہاں تک کہ ہم نے دیکھا ہے کہ کچھ
انٹیگرلز جو کہ مخصوص الجبری شکل میں لکھے گئے تھے ان کا استعمال کرتے ہوئے اندازہ کیا جا سکتا ہے۔ وہ تکنیکیں جو ہم نے مزید تیار کی
ہیں اب ہم ایک اور طریقہ کو دیکھیں گے جو جزوی کسر کے ذریعہ طریقہ کے طور پر جانا جاتا ہے لہذا اگر ہمیں انٹیگرینڈ دیا جائے
ہے qxdx بذریعہ px تو یہ شکل
صفر کے برابر نہیں ہے qx شکل کا ہے اس طرح کہ qx بذریعہ px تو ہم اس قسم کے انٹیگرلز کو تلاش کرنے جا رہے ہیں ۔ ہمارا انٹیگرینڈ
میں کثیر الجہتی ہیں لہذا جزوی کسر کا طریقہ استعمال x متغیر q اور p کا ایک عقلی فعل ہے جہاں q اور p اس کا مطلب ہے کہ یہ
پر کچھ مخصوص شکلیں کثیر نام کی ڈگری متغیر کے لیے موجود اعلی ترین ڈگری اصطلاح کے q اور p کرنے کے لیے ہم فرض کریں گے۔ ان
کے طور پر بیان کرتا ہوں apx جمع چار اگر میں اسے x مربع جمع تین x طور پر بیان کی جاتی ہے مثال کے طور پر
اس کا کہا جاتا ہے ڈگری دو یا ایک چوکور کثیر الجہتی اسی طرح اگر میں مکعب میں ایک اظہار کی وضاحت کرتا ہوں t تو
کی ڈگری کثیر px تو اس کی وضاحت کیوبک کے طور پر کی جائے گی مجھے امید ہے کہ آپ سب اس سے واقف ہوں گے لہذا اگر کثیر الثانی
ہم اسے مناسب کہتے ہیں اور اگر ایسا نہیں ہے q بذریعہ p کی ڈگری سے کم ہے پھر عقلی فعل qx القومی
کی ڈگری سے بڑی یا اس کے برابر ہے q تو اگر ڈگری
کی ایک اہم حقیقت یہ ہے qx ah کی ڈگری ڈگری سے کم ہونی چاہیے۔ px تو ہم اسے نامناسب کہتے ہیں اس لیے مناسب عقلی فعل کے لیے
سے بڑی ہے qx کی ڈگری px کہ یہاں تک کہ اگر یہ غلط ہے کہ یہ کہنا کہ
کثیر الثانی کے علاوہ ایک اور عقلی افعال کے طور پر مزید لکھ سکتے ہیں۔ ah بڑی تقسیم کا استعمال کر سکتے ہیں اور پھر ہم اسے ah تو ہم
جو کہ ایک پروپیگیشنل فنکشن ہو گا میں آپ کو ایک مثال کی مدد سے دکھاؤں گا کہ جزوی فریکشن کے طریقہ کار میں ایسا کیسے کیا جا سکتا ہے
جس quadratic polynomials کو کسی بھی لکیری میں فیکٹرائز کیا جا سکتا ہے۔ یا qx جو ہم فرض کرتے ہیں کہ ڈینومینیٹر پولینومیئل
کو لکیری عوامل کے لحاظ سے فیکٹرائز کر سکتے ہیں یا اگر نہیں qx کا مطلب ہے کہ ہم اس
مربع مائنس ایک مربع پر x کے انٹیگرل کو dx تو کم از کم چوکور کثیر الثانیات میں ایسی ہی ایک مثال ہم پچھلی کلاس میں دیکھ چکے ہیں جب ہم
جانچ رہے تھے۔
تو یہاں اگر آپ اسے غور سے دیکھیں
مائنس ایک گنا x کو q مربع مائنس ایک مربع بھی x برابر ہے q ایک کے برابر ہے اور p کی شکل کا ہے جہاں q بذریعہ p تو انٹیگرینڈ
q اور p کو دو لکیری کثیر الثانیات کے لحاظ سے فیکٹرائز کیا جا سکتا ہے لہذا q .q کے طور پر لکھا جا سکتا ہے اور اس لئے a جمع x
کی مخصوص شکلوں پر انحصار کرتے ہوئے ہم مخصوص جزوی کسر فرض کر سکتے ہیں اس لیے عقلی فعل کی شکلیں اور جزوی کسر ہمیں اس
دو مختلف لکیری عوامل کے فیکٹر کے ah کے لیے منتخب کرنا چاہیے تاکہ اگر شکل خط میں لکیری ہو۔ عدد اور ڈینومینیٹر جو چوکور ہے کو
کو جڑیں بھی کہا جاتا ہے۔ b اور a کو 0 کے برابر رکھیں qx کے برابر نہیں ہے بعض اوقات اگر ہم اس b طور پر لکھا جا سکتا ہے جو
اس صورت میں ہم جزوی کسر کا انتخاب کرتے ہیں b اور a لہذا اس لحاظ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ڈینومینیٹر فنکشن کی دو الگ الگ جڑیں ہیں
اور q پلس px اسی طرح اگر کیس بار بار جڑ کے ہندسوں کے فعل کا ہے فارم b مائنس x کو b مائنس ایک جمع x بطور ایک اپون
x پر b جمع a مائنس x مائنس ایک مربع اس صورت میں جزوی کسر کو بطور ایک اپون x ڈینومینیٹر کو دہرایا جاتا ہے اس کا مطلب ہے کہ
مائنس ایک پورے مربع کے طور پر منتخب کیا جاتا ہے لہذا یہ کیس کے لئے کے لئے دو صورتیں ہیں۔ جب عدد لکیری ہے اور ڈینومینیٹر چوکور
ہے اگر ڈومینیٹر ایک کیوبک فنکشن ہے
تو فرض کریں کہ تین الگ الگ جڑیں ہیں ایک عدد ایک چوکور کثیر الثانی ہے
کے a naught b میں سے کوئی بھی نہیں مساوی abc کے برابر نہیں ہے a b تو اس سے متعلقہ جزوی کسر دیا جا سکتا ہے کیونکہ
کے مساوی نہیں ہے a c کے برابر نہیں ہے اور b c برابر ہے اور
qx مربع جمع x p تو چوتھی صورت پھر چونکہ یہ ڈینومینیٹر میں ایک کیوبک کثیر الثانی ہے اس لیے دو جڑوں کی تکرار کا امکان ہے لہذا
دہرائے b مائنس اے پلس x اس صورت میں میں اسے اس انداز میں لکھ سکتا ہوں b مائنس x مائنس ایک پورا مربع میں x اوور r پلس
مائنس پورے مربع کے لئے x جانے والے روٹ کیس
مربع px اور پانچویں صورت جب ہندسہ چوکور b مائنس x پر c تو یہ پچھلے کیس کی طرح ہے جب ہمارے یہاں دہرایا گیا جڑ کا کیس پلس
کی شکل میں ہے اس کا مطلب ہے کہ اس کو فیکٹرائز c پلس bx اسکوائر پلس ax ان a مائنس x ہے اور ڈینومینیٹر r جمع qx پلس
ہے تاکہ لکیری عنصر اس چوکور عنصر سے الگ جمع ہو جو کہ a مائنس x پر a نہیں کیا جا سکتا تیسری صورت میں لکیری عوامل کا انتخاب
لیٹ ہوگا۔ میں c جمع bx اسکوائر پلس ax by c جمع bx لکیری عنصر کو مزید فیکٹرائز نہیں کیا جا سکتا جزوی کسر کے لیے انتخاب
اور ایک اس لیے اس کی جڑ یہاں الگ ہے اور یہ کثیر a اسے ایک کے طور پر کہتا ہوں تاکہ کوئی الجھن نہ ہو ایک دو اصطلاحات مختلف ہیں
الثانی کے عدد ہیں اس لیے یہ پانچ مخصوص صورتیں ہیں۔ جس کے مطابق جزوی کسر آہ لکھا جاتا ہے اور اسی طرح اسی طرح کے عمل میں ہم
دوسرے اظہار کے لیے مزید جزوی کسر کی بھی تعریف کر سکتے ہیں اس لیے اگر جڑیں الگ ہوں
تو ہم انہیں الگ سے لکھتے ہیں اگر جڑیں دہرائی جائیں
اگر کوئی چوکور اصطلاح ہے جسے مزید فیکٹرائز نہیں کیا ah تو اصطلاح ایک بار پھر لکھی جاتی ہے۔ چوکور اصطلاح کے ساتھ اور اسی طرح
جا سکتا
جمع مستقل کے ملٹیپل کے طور پر لکھی گئی ہے لہذا اس فارم کو ذہن میں رکھنا ہے x تو اس کے مطابق یہ اصطلاح متغیر
اوور ایکس مربع مائنس ایک مربع ہے لہذا ہم پہلے ہی اس انٹیگرل کی dx تو آئیے ہم انتخاب کریں ایک انٹیگرل کی مثال جو ہم پہلے ہی کر چکے ہیں
مائنس ایک اوور ایکس پلس ایک پلس مستقل x قدر جانتے ہیں جیسے ایک لاگ ان
پلس x میں a مائنس x تو کیا ہوگا اگر ہم ہم حل کریں یہ جزوی فریکشن کا استعمال کرتے ہوئے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہاں ڈینومینیٹر فنکشن کو
فریکشن کو ایک اپون ایکس مائنس a1 میں فیکٹرائز کیا جا سکتا ہے لہذا پورے فیکٹر کو پارٹی کے برابر لکھا جا سکتا ہے۔ اس ریشنل فنکشن کے a
ایک جمع بی پر ایکس پلس اے کے طور پر درج کیا گیا ہے لہذا انٹیگرینڈ کی شکل اگر اس شکل کی ہے
لکھا جانا چاہئے۔ مائنس اے پلس بی بذریعہ ایکس مائنس بی x ان کو بذریعہ b مائنس ایکس مائنس x پر q جمع px تو
تو یہاں انٹیگرینڈ ون بائی ایکس مربع مائنس ایک مربع کی شکل کا ہے جسے میں نے اس فارم میں لکھا ہے اس لیے اسے ایکس مائنس بی کے اوپر
ایک جمع بی لکھا جانا چاہیے
کے طور پر یہاں دائیں ہاتھ کی طرف لے کر آپ lcm کو دوبارہ a پلس x مائنس x تو اس کی کمپیوٹنگ کرتے ہوئے ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ
x minus ax ہے اور بائیں طرف آپ کو ایک ملے گا۔ کیونکہ a مائنس b x جمع ایک جمع x کو دائیں طرف سے جو ملے گا وہ ایک بار
کو منسوخ کر دیا جاتا ہے اس لیے آپ دوبارہ کثیر الثانی ہونے کے ناطے عددی اعداد کا موازنہ کرتے ہیں آپ دونوں اطراف کے گتانک plus a
کا موازنہ کرتے ہیں

prutor@IITK

صفر کے برابر ہے b جمع a کا عدد دائیں طرف اور کوئی چیز نہیں ہے بائیں ہاتھ کی طرف لہذا b x جمع a تو آپ کو جو ملنا چاہیے وہ ہے
اور یہاں aa مائنس ab
کے برابر ہے اور اگر b مائنس a کو عام کے برابر ایک کے طور پر لیا جا سکتا ہے اس لیے اس اظہار سے ہم اندازہ لگا سکتے ہیں کہ a تو
کے برابر کرتا ہوں b کو مائنس a میں اس کی جگہ
b مائنس a دیں چونکہ a کے مساوی مائنس ون بائے ٹو b ایک کے برابر ہے جو مجھے ab تو مجھے جو ملے گا وہ یہ ہے کہ مائنس ٹو
اور اس وجہ سے انٹیگرینڈ کو ایک کے برابر لکھا گیا ہے ایک کے برابر ہے ایک از دو ایک ایک a ایک کے برابر ہے دو سے a کے برابر ہے لہذا
پر اگر آپ کو a پلس x کامن ون لے سکتا ہوں s تاکہ مائنس میں ایک بائے دو a منفی نشان کے ساتھ ایک بائے دو ab is مائنس x از
یاد ہے کہ آپ کو وہی چیز ملی تھی جب ہم نے اس فارمولے کو اپنی پچھلی کلاس میں اخذ کرتے وقت استعمال کیا تھا اب آپ اسے آسانی سے لکھ
سکتے ہیں۔ ایک بذریعہ دو a یہ mod x مائنس کا مائنس لاگاریتھمک ہے mod of x جمع a اور پھر پلس ایک مستقل c
کے لاگ جیسا ہی ہے اور اس لئے فارمولہ وہی فارمولہ ہے جس تک ہم پہنچیں گے۔ اس لیے ہم آپ کو m minus n کا log m by n تو
کو پاور فور پلس ون میں ریٹ کریں تاکہ x سے بڑھ کر x کو dx یہاں ایک اور مثال دیں گے فرض کریں کہ ہم انضمام کرنا چاہتے ہیں۔ فنکشن
یہ کسی بھی شکل میں نہیں آتا جس پر ہم نے اب تک بات کی ہے لیکن اگر ہم انٹیگرینڈ میں کچھ تبدیلی کرتے ہیں
تو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہم اصل میں تلاش کر سکتے ہیں ۔ جزوی فریکشن کا استعمال کرتے ہوئے انٹیگرل اس کے لیے ہمیں یہاں کیا کرنا ہے کہ ہم
یہ جاننے کی کوشش کرتے ہیں کہ اگر ہم کسی نمبر کو بدل دیں
کو پاور x تو کیا ہوگا تاکہ آپ کو آپ کا متبادل معلوم ہو جیسا کہ یہ کام کرتا تھا کہ آپ کو اس مشتق میں انٹیگرینڈ کا ایک عنصر ملتا ہے۔ یہاں یہ
کیوب سے x ہے لہذا ان میں سے کوئی بھی کام نہیں کر رہا ہے لیکن اگر آپ اسے عدد اور ڈینومینیٹر دونوں میں x پر بڑھایا گیا ہے جو کہ 4
ضرب دیں
جو وہاں ظاہر ہو dx کیوب x چار کو بدل دوں اور میں دیکھ رہا ہوں کہ x چار جمع ایک کنواں اب اگر میں x چار x تو مجھے کیا ملے گا
x کے برابر ہے جو چار t کو بڑھا کر چار بنائے گا x رہا ہے اس لیے عدد میں انٹیگرینڈ کا ایک عنصر ظاہر ہو رہا ہے تاکہ اس کی جگہ میں
اور t کے ایک سے چار کو dt چار کے برابر ہے۔ لہٰذا یہ کیلکولیشن dx dt by کیوب x کے برابر ہے تاکہ dt بنائے گا dx مکعب
پلس ون تک لے جاتا ہے یہ انٹیگرینڈ اب اس شکل کا ہے جسے ہم ڈانومینیٹر میں چوکور اور عدد میں مستقل دیکھ رہے ہیں اس لیے میں اس سے t
اور a پلس ون لکھ سکتا ہوں لہذا اب مجھے صرف t بذریعہ b پلس t بذریعہ a پلس ون میں اسے t میں t جزوی حصہ بنا سکتا ہوں
b مائنس ون کے برابر ہے تاکہ اس انٹیگرینڈ کو ایک بائے چار انٹیگرل b ایک کے برابر ہے اور a کی قدروں کی دوبارہ گنتی کرنی ہوگی dt
a پلس ایک کے طور پر لکھا جا سکے اس نمبر کو اس نمبر سے بدلا جا سکتا ہے tt پر
ہے tdt جسے کوئی بہت آسانی سے دیکھ سکتا ہے ایک سے چار ایک بذریعہ dt جمع ایک t سے ایک مائنس ون ہے لہذا ایک بذریعہ tb تو
کو پاور 4 تک بڑھاتا ہے ہمیں حتمی x لاگ آف موڈ ٹی مائنس یہ لاگ آف موڈ ٹی پلس ون پلس کنسٹینٹ ہے لہذا ٹی کی قدر کو بدلنے سے جو کہ
کے n کے m لاگ ان g کا n مائنس لو کا لاگ m جواب 1 کے طور پر ملتا ہے۔ بذریعہ 4 اور فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے بیک وقت
برابر ہے جیسا کہ x raise to power 4 کو x raise to power 4 جمع ایک موڈ پلس constant c
صفر آہ نہیں ہے qx سے اس طرح بنائیں کہ qx کو px تو یہ آپ کو ملتا ہے جیسا کہ میں نے عقلی افعال کے معاملے کا ذکر کیا جو کہ ہیں
کی ڈگری کے برابر ہو ان صور qx کی ڈگری سے زیادہ ہو یا qx کی ڈگری px یہ ممکن ہے کہ کسی وقت
توں میں ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم پہلے لمبی تقسیم کرتے ہیں تاکہ ہم ایک کثیر الثانی حاصل کریں اور پھر ایک مناسب آہ ریشنل فنکشن حاصل کریں اور
پھر تکراری فنکشن پر ہم جزوی کسر لگاتے ہیں
مربع جمع تین x مربع جمع دو x مربع جمع ایک x تو آئیے ایک مثال دیکھتے ہیں جو آپ کو مسئلہ کو سمجھنے میں مدد دے گی لہذا مثال ہے
ایکس مربع جمع چار ڈی ایکس ہمیں اس انٹیگرل کا اندازہ کرنے کی ضرورت ہے اگر آپ اس انٹیگرینڈ کو دیکھیں
کو پاور فور میں بڑھایا جائے لہذا یہ ہندسوں میں چار ڈگری کثیر الثانی ہے چار ڈگری کثیر x مربع x مربع گنا x تو یہ ایسا لگتا ہے جیسے
بخوبی ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جو چوکور اصطلاحات وہ صرف عدد اور ڈنومینیٹر دونوں میں c الجہتی ڈینومینیٹر لیکن اگر ہم اسے بھی دیکھیں یہ
ظاہر ہو رہی ہیں وہاں کوئی لکیری اصطلاح نہیں ہے یا کوئی مکعب اصطلاح نہیں ہے لہذا اس چوکور کے علاوہ کوئی دوسری اصطلاح ظاہر نہیں
ہو رہی ہے لہذا ہم کیا کر سکتے ہیں۔ اس مسئلے کا حل تلاش کرنے سے پہلے ہم اس اظہار کو آسان بنا سکتے ہیں بطور ایک نیا متغیر y مربع x
کے برابر ہے لہذا ہم اسے انٹیگرل میں حقیقی متبادل کے طور پر نہیں بنا رہے ہیں بلکہ ہم صرف اس متبادل کو انٹیگرینڈ میں بنا رہے ہیں۔ انٹیگرینڈ
y جمع چار جس سے یہ بنتا ہے کہ اگر میں مصنوعہ y جمع تین میں y جمع دو اوور y جمع ایک y بن جاتا ہے یہ انٹیگرینڈ بن جاتا ہے
جمع بارہ سے تقسیم کرتا ہوں y مربع جمع سات y جمع دو کو y مربع جمع تین
تو دونوں عدد اور ڈینومینیٹر کے پاس ایک ہی ڈگری کی اصطلاح ہے اور اس لیے ہمیں غلط تقسیم کے لیے جانا پڑے گا
جمع دو کو تقسیم کریں y مربع جمع تین y جمع بارہ y مربع 7 y تو آئیے
تو یہاں عدد ایک جیسا ہے اس لیے یہ ایک بار جا سکتا ہے
جمع بارہ گھٹانے پر حاصل کروں گا ہمیں یہ نشانات مائنس کے طور پر ملیں گے y مربع جمع سات y تو میں یہاں
اور 2 مائنس 12 کا مائنس دس ہے لہذا یہاں باقی yمربع منسوخ ہو جائے گا 3 مائنس 7 آپ کو مائنس دے گا۔ 4 y تو یہاں کیا رہ گیا ہے کہ یہ
جمع بارہ کے طور y مربع جمع سات y مائنس 10 تقسیم y مائنس دس ہے لہذا انٹیگرینڈ کے اس اظہار کو 1 جمع مائنس آف 4 y مائنس چار
پر لکھا جا سکتا ہے۔ انٹیگرینڈ کیا ہے اس لیے ہم اسے اب لکھیں گے اس فیشن کا انٹیگرینڈ یا ہم اسے ایک جمع ایک کے بجائے ایک مائنس کے طور پر
y جمع تین میں y مربع لہذا اس عنصر کو مزید لکھا جا سکتا ہے جیسا کہ میرا مطلب ہے y جمع دس بذریعہ y لکھ سکتے ہیں مائنس فور
مربع x مربع جمع تین کو x مربع جمع دو تقسیم x مربع جمع ایک x جو ہے i جمع چار اور یہ انٹیگرینڈ کے لیے ہے لہذا ہمارا اصل انٹیگرل
سے تبدیل کرتے ہیں y مربع کو x ہم صرف re میں تبدیل کیا وہ دیکھو y مربع سے yx کو x میں اس میں ہم نے صرف dx جمع چار
مربع سے بدل دیں x کو y اس لیے اس انٹیگرل کو لکھنے کے لیے واپس چلتے ہیں اس لیے اس انٹیگرینڈ میں
مربع سے تقسیم پلس فور ڈی ایکس x مربع جمع تین اور x مربع جمع 10 کے برابر ہوگا x تو یہ 1 مائنس 4
تو اب اس اظہار کو حل کرنے کی یہ پوری مشق ایک اور مسئلہ میں تبدیل ہو جاتی ہے جس میں ایک کثیر الجہتی اور پھر دوسرا اظہار ہوتا ہے
تو ہم یہاں کیا کریں گے وہ یہ ہے کہ اب ہم جانتے ہیں کہ اس اظہار کو کیسے ہینڈل کرنا ہے کیونکہ یہ انضمام ہم جزوی کسر کا استعمال کر
جمع y جمع دس پر y سکتے ہیں اس لیے اس کو حل کرنے کے لیے ہم جزوی کسر سے گزریں گے اور میں آپ کو دکھاؤں گا کہ کس طرح چار
جمع چار کے لیے جزوی کسر معلوم کیا جائے y تین میں
جمع تین جمع جمع چار کے طور پر لکھا جائے جسے حل کرنے کے بعد آپ آسانی سے جان سکتے ہیں کہ اس ay تو اس کے لیے جزوی کسر
کو لیں ٹوپی اور پھر آپ اس حساب کو لکھ سکتے ہیں تاکہ آپ کو معلوم ہو کہ do t چھ نکلے اس لیے ضرب b دو نکلے اور a صورت میں
کی y مائنس انٹیگرل کے برابر ہو گا اس فیکٹر کو dx برابر ہے چھ کے اور اس لیے یہ انٹیگرل ایک b برابر ہے مائنس ٹو کے برابر ہے اور a
مربع سے یہ فیکٹر ایک ہی ہے لہذا ایک ہو گا جو مائنس 2 ہے x جگہ

جمع تین y تو مائنس آف ہم یہاں ایک گھوبگھرالی بریکٹ لگاتے ہیں مائنس ٹو پر
اور پھر dx مربع جمع چار انٹیگرل x جمع 4 y سو جمع 6 بائی b جمع dx مربع پلس تھری انٹیگرل x مربع x کی جگہ y تو
گھوبگھرالی بریکٹ بند ہو گیا
کے استعمال میں تبدیل کیا گیا ہے یا اس اظہار میں تبدیل کیا گیا ہے اور اس کے y تو اب تک ہم نے کیا کیا ہے کہ اس اظہار کو کچھ نئے متبادل
مطابق ہم نے جزوی حصوں کا استعمال کیا ہے اور اب ہم نے اس اظہار کو اصطلاحات میں لکھا ہے۔ ان جزوی حصوں میں سے آخر کار انٹیگرل
کے x جو dx انٹیگرل ایک dx جو آخر کار اس انٹیگرل کے مساوی ہوتا ہے اس کی طرف جاتا ہے میں اسے دوبارہ لکھوں گا اس کے برابر ایک
dxdx مربع جمع چار x مربع جمع تین مائنس چھ گنا انٹیگرل ایک اوور x علاوہ کچھ نہیں ہے دو گنا ایک سے زیادہ
کے ذریعے x مربع جمع مربع کے طور پر جانچا جا سکتا ہے یہ فارمولہ آپ کو ایک ٹین معکوس x مائنس دو گنا x تو اس اظہار کو آسانی سے
ایک جمع چھ گنا دے گا آپ کو ایک ٹین انورس ایکس بذریعہ جمع مستقل بھی دیں
تو آسان بنانے کے بعد یہ دو تین چھ پر چلا جاتا ہے لہذا یہ حل کی ایک شکل ہوگی جو آپ حاصل کر سکتے ہیں
تو کبھی کبھی یہ مدد کرتا ہے اگر مسئلہ کو بالکل اسی طرح دیکھنے کے بجائے کسی متغیر کو بدل کر یا تبدیل کر کے ایک مختلف نقطہ نظر سے
لکھا گیا ہے، ان طریقوں یا تکنیکوں کا استعمال کرتے ہوئے حل کرنا کہیں زیادہ آسان ہو سکتا ہے جن کے بارے میں ہم جانتے ہیں کہ اگلے میں ہم
کسی اور قسم کی دوسری مثال تلاش کریں گے لہذا یہ مثال لکیری کے مسئلے سے متعلق ہے۔ عدد اور ڈینومینیٹر میں فیکٹر ایک کیوبک کثیر الجہتی
مربع جمع ایک فیکٹر کے طور پر x ہے جس میں جڑ کے طور پر دو ہوتے ہیں اور پھر
تو فرض کریں کہ ہمیں اس انضمام کو تلاش کرنا ہے
تو انٹیگرینڈ کے طور پر کوئی دیکھ سکتا ہے کہ یہ لکیری شکل کی ہے جس کو کیوبک سے تقسیم کیا جاتا ہے جہاں کیوبک میں ایک لکیری عنصر
تھا یہ ذکر کیا گیا تھا کہ اگر مقدار کے عنصر ah دوسرا چوکور عنصر ہوتا ہے ہم دوبارہ جزوی فریکشن کی شکل میں واپس جاتے ہیں جہاں یہ
کو مزید فیکٹرائز نہیں کیا جاسکتا ہے
اوقات کواڈراٹک فیکٹر کے طور پر لکھنا ہوگا لہذا اس معاملے کا موازنہ کیا جاسکتا c جمع bx تو اس صورت میں ہمیں اسے لکیری عنصر جمع
ایک ہیں اور اسی طرح ہم اس کو لکھنے کے r ہے اور q دونوں ایک ہیں کیونکہ یہ ایک اور ایک r کے برابر ہے اور q صفر p ہے کہ
مربع x پر c جمع bx مائنس ٹو پلس x لیے دوسرے گنانکوں کا موازنہ کر سکتے ہیں لہذا جزوی کسر کے طور پر لکھا گیا انٹیگرینڈ ایک اپون
جمع ایک کے طور پر لکھا جائے گا لہذا اس کو آسان بنانے سے ہم ایک لکیری کثیر الثانی کے طور پر بائیں ہاتھ کی طرف حاصل کرتے ہیں۔ دائیں ہاتھ
bx اسکوائر دیکھ سکتے ہیں اور یہاں آپ کو ax مائنس ٹو ملتا ہے لہذا آپ وہاں x گنا c پلس bx اسکوائر پلس ون پلس ax کی طرف ہمیں
مربع ملے گا
کے عدد کا موازنہ کریں x مربع نہیں ہے اس لیے ایک جمع بی صفر کے برابر ہے ایک بار جب آپ x کیونکہ بائیں طرف کوئی b جمع a تو
گے
c جمع b تو آپ کو یہاں سے کیا ملے گا وہ یہ ہے کہ مائنس دو
c کا عدد ایک ہے اور پھر اگر آپ کوائل کا موازنہ کریں گے سٹیٹ کنسٹنٹ کوفیشینٹس یہ آپ کو ایک مائنس x یہاں c جمع b تو مائنس دو
کے برابر ہے ah دیتا ہے بائیں ہاتھ کی طرف ایک c مائنس دو ca مائنس دو
اس لیے یا b مائنس کے برابر ہے a تو ہمیں یہ تینوں مساواتیں تین نامعلوم تین مساوات ملتی ہیں تاکہ آپ ان کو واضح طور پر حل کر سکیں
کے برابر ہے اور پھر آپ ان دونوں مساوا b مائنس a کے برابر ہے یا a کا متبادل مائنس b تو آپ
کچھ بھی a میں حل کرتے ہیں لہذا آپ کے لیے اسے حل کرنا اور معلوم کرنا زیادہ مشکل نہیں ہونا چاہیے۔ c اور b یا c اور a توں کو
ایک بائے پانچ کے مائنس c نہیں ہے مگر تین بائے پانچ ب کے علاوہ کچھ نہیں ہے بلکہ تین ضرب پانچ کے مائنس کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور
کی نمائندگی کی جائے گی i کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا انٹیگرینڈ کو اس فیکٹر کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے اور اس وجہ سے انٹیگرل
a یہ نمبرز ہیں لہذا ہم اس فیکٹر کے ساتھ اس انٹیگرینڈ کو c کے برابر ہے اور b اس نمبر a کیونکہ یہ عنصر برابر ہے۔ ایک گھنٹہ تک پہلے
مائنس 2 کے علاوہ ایک کے تین ضرب پانچ ہے۔ مائنس 3 x تین ضرب پانچ ہے لہذا یہ یہاں a بھی b کی قدروں کو بدل کر بدل دیں گے اور
بذریعہ 5 ہے
dx مربع جمع ایک x مربع جمع ایک x جمع سی سی معاف کیجئے گا مائنس 1 ضرب 5 مائنس ایک بذریعہ پانچ تقسیم x تو مائنس 3 ضرب 5 گنا

تو یہ پورا انٹیگرل اب اس شکل میں بدل جاتا ہے پہلا عنصر انضمام دوسرے عنصر کو ضم کرنے کے لیے بہت آسان ہے جو ہم کرتے ہیں وہ یہ
ہے کہ ہم اسے دو حصوں میں
کے x مائنس دو مائنس میں ایک بائی پانچ کو تین x توڑ دیتے ہیں اس لیے انٹیگرل کو ہم درج ذیل کے طور پر لکھیں گے تین بائی پانچ انٹیگرل کے
مشترکہ انٹیگرل کے طور پر لے سکتا ہوں۔ اوور ایکس مربع پلس ون اور پھر مائنس ڈی ایکس یقیناً ون بائی فائیو ایک اوور ایکس اسکوائر پلس ون ڈی
ایکس
تو یہ وہی ہے جو ہمیں مائنس تھری بائی فائیو مائنس ون بائی فائیو ملے گا
t مربع جمع ایک اگر میں اسے عدد sx تو انٹیگرل نکلے گا تین بائی فائیو لاگ آف موڈ ایکس مائنس دو لکیری ٹرم مائنس تھری بائی فائیو تھی .
سے بدل دوں گا
مربع پلس ون کے موڈ کے x ہوگا لہذا میں اسے فوری طور پر dt دو سے xdx کے برابر ہے لہذا xdx dt تو مجھے دو ملے گا
لوگارتھمک کے نصف کے طور پر لکھ سکتا ہوں
تو اب ایک آپ اس کا اندازہ صرف مائنس ون بائی پانچ کر سکتے ہیں
کا فارمولا استعمال کر کے لکھ سکتا ہوں اور آخر میں tan inverse x مربع پلس ایک ہے جسے میں فوری طور پر x اوور dx تو یہاں یہ
انضمام کا ایک مستقل اس کو تھوڑا سا آسان بنا کر یہاں آپ کو حتمی جواب مل سکتا ہے۔ ایسے معاملات جہاں فنکشن کو مزید فیکٹرائز نہیں کیا
مربع پلس ایک کو مزید فیکٹرائز نہیں کیا جاسکتا ہے ہم اس تکنیک کو استعمال کرسکتے ہیں اور جزوی کسر x جاسکتا ہے مثال کے طور پر یہاں
کے اس موضوع کو کچھ دوسرے معلوم فارمولوں کا استعمال کرتے ہوئے انٹیگرلز کا پتہ لگاسکتے ہیں اس پر مزید عمل کیا جاسکتا ہے اور جب آپ
اور ان نامعلوم کنسٹینٹس کی قدروں کی گنتی کیسے کی جائے اور ایک بار جب آپ ab's مسائل کو حل کرتے ہیں۔ اس بات کا احساس ہو گا کہ
انہیں لکیری یا چوکور عوامل کے لحاظ سے فیکٹرائز کرنے کے قابل ہو جائیں
کی شکل q بذریعہ p تو وہ فارمولہ جسے ہم پہلے سے ہی تیار ہو چکے ہیں وہ بہت آسان ہو جاتے ہیں اس لیے ان انٹیگرلز کا اندازہ کرنا جو
لکھا جا سکتا ہے یہ بہت آسانی سے ہو جاتا ہے اس کے بعد ہم ایک اور ah کو جزوی کسر کے لحاظ سے مزید q بذریعہ p میں ہیں جہاں
طریقہ تلاش کریں گے جو معلوم ہے حصوں کے لحاظ سے انضمام کے طور پر یہ طریقہ اہم ہے جب ہمیں انٹیگرلز کو حل کرنا ہوتا ہے جس میں
کچھ پروڈکٹس شامل ہوتے ہیں اب تک ہم دیکھ رہے ہیں کہ انٹیگرینڈز پیچیدہ ہوتے جا رہے ہیں جب ان میں کچھ مصنوعات شامل ہوتی ہیں بعض اوقات
یہ آسان ہو جاتا ہے اگر ہم ان کو پروڈکٹس میں

Prutor@IITK

توڑ سکتے ہیں۔ اور ان کے انٹیگرلز کا پتہ لگائیں
تو مزید ہم انٹیگرلز کا اندازہ کرنے کے لیے ایک اور طریقہ دیکھیں گے جہاں انٹیگرینڈ کو بعض افعال کی پیداوار کے طور پر دیا جاتا ہے بعض
کے انٹیگرل کو جان لیں یا اگر ہم ان کو انٹیگرلز میں تبدیل کر سکتے ہیں۔ ایک خاص شکل جہاں ہم حصوں ah اوقات یہ آسان ہو جاتا ہے اگر ہم
کے انٹیگرلز کا اندازہ لگا سکتے ہیں
تو یہ خاص طریقہ بہت کارآمد ہو جاتا ہے اس لیے ہم دیکھیں گے پرزوں کے ذریعے انضمام کے نام سے جانا جاتا طریقہ اس حقیقت سے متاثر ہوتا
کا فرق اگر ہم ان کی مصنوع کے فرق کو لیں v اور u ہے کہ تفریق کی صورت میں ہم جانتے ہیں کہ دو افعال
کا فنکشن سمجھا جاتا ہے اگر ہم اسے پوری طرح سے مربوط کرتے ہیں x واضح طور پر کہاں ہیں۔ v اور u تو یہ پتہ چلتا ہے کہ
integral of du پلس dx کے انٹیگرل اوور udv برابر ملتا ہے uv تو ہم جانتے ہیں کہ ہم اس آہ انٹیگرل آپریشن کو چلا سکتے ہیں ہمیں
کے طور پر uv کو بائیں طرف سے لکھیں اور اسے dx کو اوپر لے کر یہ اظہار لکھوں udv اب اگر میں اس dx times vdx اوور
کا ایک فنکشن a is u xfx اب یہاں کچھ مفروضے کریں فرض کریں کہ vdx کا مائنس ہو جاتا ہے du کے مقابلے میں dx لکھیں پھر
آپ دیکھیں گے کہ ہم ایسا کیوں کر رہے ہیں تاکہ یہ یہاں gx کے برابر ہے۔ dx سے زیادہ dv کا فنکشن ہے اس طرح کہ v x ہے اور
ہے dx سے زیادہ fxdv dx آئے گا کہ
تو fx گنا gxdx
کے لئے uv برابر کے اٹوٹ کے طور پر شکل لے گا۔ fxgxdx تو یہ اظہار
کے برابر ہے u fx چونکہ dx پر d کا انٹیگرل ہوگا مائنس انٹیگرل v gxdx کے برابر ہے لہذا gx ہے dx سے زیادہ u fxdv تو
کلوز بریکٹ اور پھر پورا انٹیگرل اس پوری gx dx put a انٹیگرل gx دوبارہ انٹیگرل ہے vv اوقات x پرائم dx f اوور du لہذا
چیز کا مکمل انٹیگرل
تو ہم یہاں سے جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر ہم دو فنکشنز کی پیداوار کے اس فرق کو لیتے ہیں
تو ہم اس فارمولے کو استعمال کرتے ہیں کہ آخر کار آپ ان دو فنکشنل شناخت کو استعمال کرتے ہوئے ہم کہاں پہنچ جاتے ہیں اس فارمولے کے
کے انضمام میں اور پھر gxdx کے برابر ہے f prime x مائنس انٹیگریشن gxdx انٹیگریشن fxgxdx fx مطابق فنکشنز کا انضمام
پورے کا انضمام
تو یہ پرزوں کے انضمام کا فارمولا بن جاتا ہے یا دو فنکشنز کے پروڈکٹ کے انضمام کا فارمولہ ہم کیسے کریں گے؟ اس کو پروڈکٹ کے انضمام
کو سمجھیں
تو ہم ایک فنکشن کو فرسٹ فنکشن اور دوسرے فنکشن کو سیکنڈ فنکشن کہیں گے۔ اس لیے انٹیگرینڈ کو دو فنکشنز کی مصنوع میں پہلے سیکنڈ میں
کو پہلے فنکشن کے طور پر کہتے ہیں ہم اسے عام طور پر یاد کرتے ہیں یا یاد کرتے ہیں اس فارم fx لکھا جاتا ہے پھر انٹیگرل برابر ہوتا ہے ہم
پرائم جو ہے پہلے فنکشن کی تفریق کو f انٹیگرل سے ضرب کیا جاتا ہے جس کا مطلب ہے دوسرے فنکشن کا انٹیگرل مائنس انٹیگرل gxdx میں
دوسرے فنکشن کے انٹیگرل سے ضرب دیا جاتا ہے
تو پروڈکٹ کا انضمام دوسرے فنکشن کا پہلا فنکشن انٹیگرل ہوتا ہے مائنس پہلے فنکشن کا دوسرے فنکشن کے انٹیگرل میں انٹیگرل تفریق آئیے ایک
کا اندازہ کرنے کے لیے xe raise to power xdx فوری مثال دیکھتے ہیں جو ہماری مدد کرے گی۔ اس فارمولے کو سمجھنے کے لیے
بہت آسان مثال ہے
تو اس کا اندازہ کرنے کے لیے ہم ایک فنکشن کو پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کر سکتے ہیں
تو فرض کریں کہ ہم اسے پہلے فنکشن کے طور پر اور اس کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کرتے ہیں
irst x prime مائنس تفریق کی طاقت تک بڑھایا گیا ہے۔ x سیکنڈ ای کا انضمام first function x تو فارمولہ کیا کہتا ہے
اور اس x integral of whole کو بڑھایا جاتا ہے e ایک ضرب ہے دوسرے کے دوسرے انضمام کے انضمام سے dx prime تو
اور پلس دیتا ہے آخر میں انضمام کا ایک مستقل x بڑھا کر پاور e مائنس ایکسپونیشنل انٹیگرل کو دوبارہ x کو پاور xe وجہ سے یہ آپ کو
افسوس ہے لہذا یہ اس معاملے میں انضمام کے اس فارمولے کو حصوں کے ذریعے استعمال کرتے ہوئے انٹیگرل ہے جو اہم ہے یا آپ یہاں نوٹ
کر سکتے ہیں کہ جب بھی ہم فارمولے کے استعمال کے دوران پہلے انضمام کر رہے ہیں
تو ہم مستقل استعمال نہیں کر رہے ہیں مجھے بتانے دیں یہ یہاں آپ کے لئے ہے اور دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے
تو فرض کریں کہ انضمام کے عمل کے دوران اگر ہم نے مستقل استعمال کیا ہے
پر اٹھایا گیا ہے پہلے فنکشن کی شکل اختیار کرتا ہے یہ پہلا فنکشن ہے یہ انضمام میں دوسرا فنکشن ہے۔ دوسرے xdx کا انٹیگرل پاور xe تو
کا
کا لکھنا چاہیے تھا۔ fu مائنس انٹیگریشن تفریق پہلے e raise to power x plus c لکھنے کے بجائے یہاں xi تو ای ریز ٹو پاور
لکھنا چاہئے تھا dx پھر c پلس x یہ دوسری کا ایک بار پھر انضمام ہو گا مجھے ای بڑھا کر پاور
اس فیکٹر کی x مائنس انٹیگرل پر بڑھایا گیا ہے اس اصطلاح کا پاور cx پلس x کو پاور xe تو آخر کار مجھے یہاں کیا ملے گا وہ یہ ہے کہ
کے ساتھ منسوخ ہوجاتا ہے لہذا cx اس cx حاصل کرے گا یہ c پلس ایک اور مستقل cx ایک مستقل ہے لہذا انٹیگرل مجھے c وجہ سے
ایک کو آپ جانتے ہو کہ مستقل تک یہ ٹھیک ہیں لہذا یہ دونوں انٹیگرل c پلس اور مستقل x بڑھا کر پاور e مائنس x کو پاور xe آخر کار میں
ایک جیسے ہیں اس لیے انضمام کے عمل کے دوران مستقل لکھنا بے کار ہے اور ہم انہیں چھوڑ سکتے ہیں اس لیے ہمیں یہ زحمت نہیں ہوتی کہ
جب ہم دوسرے فنکشن کا انٹیگرل لکھ رہے ہوں اور اس وقت ہم ان کو مستقل چھوڑ دیتے ہیں یہاں انتخاب کرنا یا فنکشن کا انتخاب کرنا بہت
ضروری ہے کہ کون سا فنکشن پہلے فنکشن کے طور پر منتخب کیا جائے اور کس فنکشن کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کیا جائے اگر آپ
فارمولے کو دیکھیں۔ پروڈکٹ کے لیے یہ فارمولہ بہت کارآمد ہو جاتا ہے اگر ہمارے پاس فنکشنز کا ایک مناسب انتخاب ہو اگر آپ اس فارمولے میں
غور سے دیکھیں کہ یہاں کیا ہو رہا ہے وہ یہ ہے کہ پروڈکٹ فنکشن دوسرے فنکشن کا اٹوٹ اور تفریق کرنے والا ہے۔ پہلا فنکشن لہذا اگر
ہمارے پاس کوئی فنکشن ہے جو کم ہو جاتا ہے جب ہم مشتق کہتے ہیں مثال کے طور پر ایک کثیر الجہتی فنکشن آپ جانتے ہیں کہ اگر آپ کثیر نامی
فنکشن کو فرق کرتے ہیں
تو اس کی ڈگری کم ہوجاتی ہے
تو ہم اس کثیر الثانی فنکشن کو پہلے فنکشن کے طور پر اور دوسرے فنکشن کو دوسرے فنکشن کے طور پر منتخب کرسکتے ہیں۔ لیکن اسے قاعدہ
کے طور پر نہیں سمجھا جا سکتا یہ اس بات پر منحصر ہے کہ ہمارا دوسرا فنکشن کیا ہے کیونکہ اگر ہمارے پاس ایک فنکشن کے طور پر دوسرا
فنکشن ہے جو دے رہا ہے یا وہ فنکشن جس کے لئے ہم انٹیگرل نہیں جانتے ہیں
تو یہ ہمارے لئے مشکل ہوگا۔ اس انٹیگرل کو جانچنے کے لیے ہم ان فنکشنز کے انتخاب کی تلاش کریں گے کہ ہمیں پہلے فنکشن کے طور پر کون
سا فنکشن منتخب کرنا چاہیے ہمیں دوسرے فنکشن کے طور پر بھی منتخب کرنا چاہیے کہ ہمیں اپنی اگلی کلاس میں اس مخصوص فارمولے کو کس
طرح استعمال کرنا چاہیے شکریہ