خوش آمدید طالب علموں کو آج ہم کچھ اور فارمولہ سیکھیں گے اور ان سے اخذ کریں گے یہ انٹیگرلز بنیادی طور پر ان کو اخذ کرنے کا ایک خاص
طریقہ رکھتے ہیں آہ آپ کو یاد رکھنا چاہیے کہ ہم کس طرح اخذ کرتے ہیں اور کس قسم کی تکنیک کا استعمال کرتے ہیں جو ہم انہیں اخذ کرنے کے
لیے استعمال کرتے ہیں کیونکہ یہ آپ کی مدد کرے گا۔ جب آپ کچھ اور مشکل انٹیگرل تلاش کر رہے ہوں جس کے لیے آپ فارمولہ نہیں جانتے
ہوں گے

بذات خود انٹیگرلز تلاش کرنے کے دوران بہت کارآمد ثابت ہو گی اس لیے ہم ان انٹیگرلز کو تلاش کریں گے جس میں پہلی مثال کے ah تو تکنیک
اسکوائر کے علاوہ ایک مربع لے لوں گا x کے انٹیگرل کو dx طور پر الجبری ایکسپریشنز یا کثیر الثانیات ہوں گے۔ میں ایک خاص شکل
مربع پلس ون پر ڈی ایکس دیکھا ہے x تو یہ ایک آہ انٹیگرل سے بہت ملتا جلتا ہے جسے ہم نے

تو پہلے میں آپ کو دکھاؤں گا کہ ہم کس تکنیک کو ترتیب میں استعمال کر سکتے ہیں۔ اس انٹیگرل کو اخذ کرنے کے لیے ہم کیا کرتے ہیں کہ اگر ہم
کے برابر بدل دیں tan t کو ایک x

dt by x معاف کریں t مربع omes a sec دے گا۔ i bec کے برابر اور پھر نامعلوم انٹیگرل t ایک سیکنڈ مربع dx تو یہ ہمیں
جمع ایک مربع کے برابر ہے حالانکہ ایک t مربع جمع مربع ایک مربع ٹین مربع x ہے اس لیے t ایک ٹین x مربع جمع ایک مربع لہذا چونکہ
مربع کو عام کے طور پر لیا جا سکتا ہے اور یہ آپ کو ٹین دے گا۔ مربع ٹی پلس ایک آپ جانتے ہیں کہ ایک جمع ٹین مربع تھیٹا سیکنڈ مربع تھیٹا ہے
dx ملتا ہے اور t ملے گا لہذا ہمیں یہاں ایک مربع سیکنڈ مربع t لہذا ہم مثلثی شناخت استعمال کر سکتے ہیں اس سے آپ کو مربع سیکنڈ مربع
کے ساتھ منسوخ a کو ta اور سیکنڈ اسکوائر t ہے لہذا آخر کار دو اصطلاحات یہاں منسوخ ہو جائیں گی سیکنڈ اسکوائر t ایک سیکنڈ مربع
کے انٹیگرل کے طور پر لکھا جا سکتا dt کر دیا جائے گا اور اسے آپ انٹیگرل کے باہر لکھ سکتے ہیں کیونکہ یہ ایک اسکیلر ہے اس لیے اسے
کے انٹیگرل کے ذریعے ایک کے طور پر لکھ dt میں تبدیل کر دیا گیا ہے۔ بہت آسان شکل ہے لہذا میں اسے a ہے لہذا آپ دیکھیں گے کہ اسے
اس لیے میں c one کے طور پر لکھا جاسکتا تھا اور پھر ایک نیا مستقل c کے ذریعے a کے علاوہ انضمام کا ایک مستقل جسے t سکتا ہوں
x یہ ہے کہ ah کے رشتے سے ah t کے طور پر لکھ رہا ہوں اور آپ پہلے ہی جانتے ہیں کلہاڑی اور c اسے براہ راست ایک مستقل
ہو گا t x x a tan inverse x by a کے برابر ہے لہذا tan t ایک

کے x یہ ہمیں ہمیشہ ذہن میں رکھنا ہے کہ اصل انٹیگرل c پلس tan inverse x x by a برابر t اور a by a ملے گا i تو یہ
تک پہنچتے ہیں t کے ذریعے a کا ایک فنکشن ہونا چاہئے لہذا بالآخر جب ہم x حوالے سے ہے اور اس لئے حتمی جواب

x کو متبادل میں تبدیل کرنا ہوگا جو ہم نے یہاں بنایا ہے۔ آخر کار جو فارمولہ بنتا ہے وہ یہ ہے کہ اب نوٹ کرنا اہم فارمولہ ہے کہ t تو ہمیں اس
اوور کی dx اور اس کے علاوہ یقینا انضمام کا مستقل اگلا ہم انٹیگرل tan inverse x by a جمع ایک مربع ایک کے برابر ddx مربع پر
مربع جمع ایک مربع مربع جڑ x ایک اور مثال پر غور کرتے ہیں۔

مربع کے مربع جڑ کے علاوہ ایک مربع کو دوبارہ ضم کرنے جا رہے ہیں جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ جس طرح سے x کو dx تو اب ہم
آئیے ue مربع جمع ایک مربع تھا لہذا کیا ہم وہی تکنیک استعمال کر سکتے ہیں؟ x سے زیادہ dx ہم نے پچھلے کیس میں استعمال کیا ہے آہ یہ
کے برابر کرتا ہوں tan t کا متبادل x دیکھتے ہیں کہ کیا ہوگا اگر میں یہاں

کی ضرورت ہوگی t آخر میں ہمیں ah تاکہ tdt مربع dx is equals to a sec تو یہ دوبارہ اسی طرح سے ہم حاصل کریں گے
یا ہم دیکھیں گے کہ کیا ہمیں بعد کے مرحلے میں اس رشتے کی ضرورت ہے اور ہمیں a بذریعہ x کے برابر t is ah tan inverse
یہ پچھلی آہ میں بن جائے گا۔ tdt ہو جائے گا ایک سیکنڈ مربع dx بعد کے مرحلے میں اس رشتے کی ضرورت کیسے ہوگی لہذا انٹیگرل اب
کا مربع جڑ بن جائے گا t کے برابر ہے لہذا یہ ایک مربع سیکنڈ مربع t مربع جمع ایک مربع مربع سیکنڈ مربع x مسئلہ ہم نے اندازہ کیا ہے کہ
ملے گا تاکہ ہم کر سکیں فارمولے کو براہ راست استعمال کریں تاکہ ہم t dt کے برابر ہوگا اور اس لئے آخر میں ہمیں سیکنڈ t جو ایک سیکنڈ
پہلے ہی جانتے ہوں کہ سیکنڈ ٹی ڈی ٹی کا انضمام لاگ آف موڈ آف سیکنڈ ٹی پلس ٹین ٹی ماڈیولس پلس کنسٹنٹ کے مترادف ہے لہذا یہاں اس
x سے t سے k فارمولے کو استعمال کرتے ہوئے ہم دیکھیں گے کہ یہ سیکنڈ ٹی پلس ٹین ٹی پلس مستقل کا لاگ ہے۔ دوبارہ واپس جانا ہے
تک اور اگر میں اس کو بدل دوں

کا ایک پیچیدہ tan inverse x ملے گا لیکن یہاں مجھے a بذریعہ x یہاں مجھے a سے tan inverse x برابر ہے t تو یہ
رشتہ ملے گا اس لئے مجھے کیا کرنا چاہئے اس ٹی کو براہ راست تبدیل نہیں کرنا چاہئے بلکہ مجھے سیکنڈ اور ٹین کے ساتھ ایک اور مثلثی تعلق
کو ایک t کے طور پر لکھا جاسکتا ہے اور اس لئے سیکنڈ t کو ایک جمع ٹین مربع t استعمال کرنا چاہئے جو کہ ہم جانتے ہیں کہ سیکنڈ مربع
کے مربع جڑ کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ سیٹ ٹائی کی بجائے بدل دے گا کہ اس سے مجھے ایک جمع ٹین مربع ٹی پلس ٹین ٹی t جمع ٹین مربع
t بن جائے گا لہذا tan t پلس مستقل کے مربع جڑ کا لاگ ملے گا اور آخر کار اب آپ یہاں سے آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ یہ رشتہ
tan اور یہاں x کا ٹین بن جائے گا لہذا ہمیں یہاں tan inverse x معکوس فنکشن آپریٹر کے ذریعہ inverse xya برابر ہے 10
ملے گا۔ ایک مربع پلس x مربع کے مربع مربع جڑ سے x کو ایک جمع x ایک مربع سے ملے گا تاکہ آپ tangent x کا inverse tan
x مربع جمع x سے زیادہ ایک پلس کون اسٹینٹ جس میں مزید کچھ آسانیاں پیدا کرنے کے بعد میں یہاں لکھ سکتا ہوں کہ یہ ایک مربع جمع x
پر جاتا ہے لہذا یہ ایک مستقل لاگ ان کو log log m minus log n کا m سے تقسیم کیا گیا ہے اور آپ کو معلوم ہے کہ a پورے کو
الگ سے لکھا جا سکتا ہے ۔ ایک آن ایکس کے لحاظ سے یہ آخر میں اظہار صرف ایکس مربع کے لاگ کے ایکس پلس مربع جڑ کے علاوہ ایک مربع
مائنس لاگ آف موڈ اے پلس سی کی طرح نظر آئے گا لہذا آخر کار یہ حساب کتاب ایکس مربع کے موڈ ایکس پلس مربع جڑ کے لاگ پر لے جاتا ہے۔
کے ساتھ اس کا نام تبدیل کرنا آپ جانتے c 1 پلس ایک مربع اور یہ لاگ اے بہرحال مستقل ہے اس لیے ایک اور مستقل کے ساتھ جوڑنا اور مستقل
چونکہ یہ من مانی ہے ہم اسے رکھ c سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آپ اسے کیا کہتے ہیں لہذا آخر کار یہ مستقل c 1 ہیں کہ مستقل
مربع کے علاوہ ایک مربع مربع جڑ یہ فارمولہ بن جاتا ہے اب ہم x سے زیادہ dx کے طور پر ہے لہذا یہ نکلا c سکتے ہیں۔ ایک ہی نام مستقل
اندازہ o t مربع مائنس مربع ہے لہذا ہم چاہتے ہیں کہ x کے انٹیگرل پر dx ایک اور قسم کے انٹیگرل کی تلاش کرتے ہیں جو اس شکل کے
کریں کہ دو مربعوں کے اس قسم کے اٹوٹ انگ کو کیسے معلوم کیا جائے جو اس تک جاتا ہے کہ پہلا قدم جو ہم یہاں اٹھا سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ
اگر ہم اسے اس پروڈکٹ کی شکل میں لکھیں

تو اب ہمیں یہاں کیا فائدہ ہوا ہے؟ کہ یہ لکھنا یہ لکیری اصطلاح ہے اور یہ لکیری اصطلاح اور اگر کسی طرح ہم ان کو صرف لکیری اصطلاح کے
لکھنے کے قابل ہو جائیں ah لحاظ سے

تو ہم لوگارتھمک فارمولے کو استعمال کر سکتے ہیں کیا ہم ایسا کر سکتے ہیں

تو آئیے ہم اسے کرنے کی کوشش کریں تاکہ میں کیا کروں یہ کروں گا کہ میں اس انٹیگرینڈ کو الگ سے لکھوں گا

پلس ایک ہے میں کیا کروں گا کہ اگر میں اس اصطلاح کو غور سے دیکھوں x میں a مائنس x تو ہمارا انٹیگرینڈ ایک سے

a ہے دیکھیں کہ مجھے بالآخر دو ai مائنس x مائنس a جمع x تو عدد ایک مستقل ہے اور اگر میں لیتا ہوں ان دو اصطلاحات کا فرق جو کہ
ملتے ہیں

جمع سے لکھا x مائنس ایک ضرب x سے ضرب کرتا ہوں تاکہ اسے دو ایک سے زیادہ a تو میں کیا کرتا ہوں کہ میں تقسیم کرتا ہوں اور دو کو
x جیسا کہ میں نے آپ کو بتایا تھا کہ یہ دو ایک ہے کچھ بھی نہیں۔ لیکن ان دونوں اصطلاحات میں فرق ہے اور اس لیے میں اسے a جائے۔

کے طور پر لکھ سکتا ہوں لہذا اگر آپ اسے مزید غور سے دیکھیں a مائنس x جمع ایک مائنس
یہ آپ a مائنس x میں a تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اسے دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے ایک سے دو کلہاڑی جمع ایک اوور ایکس پلس
پلس ایک دے گا لہذا اگر آپ اس اصطلاح کو دیکھیں جس کے ساتھ ہم نے شروع کیا تھا x مائنس ایک مائنس ایک سے زیادہ x کو ایک سے زیادہ
یہ دو اصطلاحات میں تبدیل ہوتا ہے جن میں سے دونوں لکیری فیکٹر کے طور پر ڈینومینیٹر کا ہونا اور a پلس x میں a مائنس x ایک اوور
لکھوں کیونکہ انٹیگرینڈ کو اس طرح فیکٹرائز کیا گیا ہے dx لکیری کیس کے لیے ہمارے پاس لوگارتھمک فارمولہ ہے اس لیے اگر میں یہ انٹیگرل
اور adx پلس x مائنس ون اوور a سے زیادہ مائنس x کو ایک سے زیادہ دو کے طور پر بدل دیا جائے گا۔ a تو یہ ایک اوور ایکس مائنس
اس سے آپ تھوڑا سا وقت آسان بناتے ہیں کہ پہلے یہاں تقسیمی پراپرٹی کو انٹیگرل کے لیے استعمال کریں
اور پھر آپ کو دے گا۔ اسے اچھی طرح a پلس x سے زیادہ adx پھر مائنس ایک سے زیادہ دو a مائنس x سے زیادہ tx تو یہ آپ کو
کو ایک ساتھ آگے بڑھایا جا سکتا ہے a ایک بائے دو l سے ضم کریں
کے موڈ کا لوگاریتھمک اور پھر انضمام a پلس x مائنس ایک مائنس ون بائی ٹو کے موڈ کا لوگاریتھمک ہو جائے گا x یہ a تو ایک ایک کرکے دو
ایک ہی ہو گا جو n مائنس لاگ آف m کو اتنا ہی عام لیا جا سکتا ہے کہ پھر لاگ آف a کا مستقل جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ ایک ایک کرکے دو
کا اندازہ اس فارم میں کیا گیا ہے اور جو چال i انٹیگرل c ہو گا اس لیے ہم اسے ایک لاگ دو کے طور پر لکھ سکتے ہیں n بذریعہ m لاگ آف
فیکٹرز میں تبدیل ah دو ah ایک ڈینومینیٹر جو چوکور شکل تھی جس کو فیکٹرائز کیا جا سکتا تھا ہم نے ah ہم نے یہاں استعمال کی ہے وہ ہے
کر دیا جن میں سے دونوں ڈینومینیٹر ہیں جو ایک لکیری فنکشن ہے لہذا ہم اسی چال کو لاگو کریں گے اور ہم ایک اور فارمولہ تلاش کرتے ہیں اگر
کا اندازہ کرنا ہے dx ہمیں ایک مربع مائنس ایکس مربع پر
تو اب پچھلی مثال کے ساتھ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہم اسے ایک بار پھر دو کے طور پر لکھ سکتے ہیں عدد میں مستقل ہے
کے طور پر x جمع ایک جمع x فرق کو اتنا ضائع نہیں کرنا چاہیے کہ متغیر کی اصطلاح وہاں آجائے اور اس لیے ہمیں اسے مائنس di تو
اسے لکھ سکتا ہے۔ جیسا کہ dxi میں تقسیم کیا جائے جو اس چوکور اصطلاح کے عوامل ہیں x لکھنا چاہیے جس کو مائنس سکس سے ایک جمع
پر دے گا اور دوسرا x کا انٹیگرل پلس dx میں تقسیم کرنے سے آپ کو x کو مائنس سکس سے ایک پلس x اور ایک مائنس a ایک سے دو
کے موڈ کا لوگارتھمک دیں اب تک کوئی مسئلہ نہیں ہے x دے گا تاکہ آپ کو ایک سے دو ایک ملے گا۔ ایک پلس dx پر x انٹیگرل آپ کو مائنس
کا منفی منفی ہے x لیکن یہاں اگر آپ دیکھیں کہ یہ اصطلاح
تو ہمیں اس کا الگ سے جائزہ لینا ہوگا اور اگر میں یہاں متبادل کا خیال دوبارہ استعمال کروں یا اگر میں فارمولہ استعمال کروں
تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ ایک مائنس ایکس کے ماڈیولس کا لاگ بن جائے گا جس کو مائنس ون سے تقسیم کیا گیا ہے جو اس اصطلاح کا مشتق ہے
کا انٹیگرل کیا ہوگا x اور اس کے علاوہ انضمام کا ایک مستقل ہے لہذا آپ خود کو چیک کر سکتے ہیں کہ مائنس
اس نشان کو منفی بنا دے گا ایک سے دو ایک لاگ آف موڈ آف اے پلس ایکس مائنس لاگ ign تو آخر کار ہمیں کیا ملا یہاں یہ ہے کہ یہ منفی ایس
آف ایک مائنس ایکس کے موڈ اور پلس انٹیگریشن کا ایک مستقل جو آپ کو ایک مائنس ایکس پلس پر ایک پلس ایکس کا ایک لاگ دو دے گا۔ انضمام کا
مستقل اس طرح ایک مربع مائنس ایکس مربع کے لیے انٹیگرل اس فارم سے نکلتا ہے آئیے ہم مثال لیں کہ ہم اس فارمولے کو کس طرح لاگو کریں گے

تو اس مثال کو مندرجہ ذیل طریقے سے منتخب کریں فرض کریں کہ ہم اس انٹیگرل کی جانچ کرنا چاہتے ہیں
تو اگر آپ یہاں دیکھیں ہمیں ایک انتخاب کرنا چاہئے یا ہمیں اس طرح سے متبادل بنانا چاہئے تاکہ اسے ایک ایسی شکل میں تبدیل کیا جائے جس کے
مکعب مربع جمع دو کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔ مربع اور x کے تین بار dx مربع x بارے میں ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ آہ میں اس انٹیگرل کو
مزید اگر میں نے دیکھا
ہے جو انٹیگرینڈ میں ایک اور عنصر ہے لہذا یہ ہمارے لئے ایک اچھا انتخاب ہے اور dx مربع x کیوب کا مشتق یہ انٹیگرینڈ کا عنصر تین x تو
مربع جمع دو t پر dt کے برابر ہو اور یہ حساب dt کا نشان dx مربع x ہو تاکہ t ایک منفی متغیر ube ڈالیں گے۔ xc اس لئے ہم
مربع جمع ایک مربع یہ ایک ہو جائے گا۔ x پر dx کی طرف لے جاتا ہے جسے ہم نے پہلے ah مربع کی طرف لے جاتا ہے جو کہ فارمولہ
بذریعہ a so one by two tan inverse x by a
میں x کے ذریعے دو جمع مسلسل انضمام اب کیا مسئلہ ہے t ہے اس لیے فارمولے میں ترمیم کی گئی ہے t تو یہاں یہ
کیوب کے برابر ہے x ہے et میں تبدیل کرنا چاہیے اور اس لیے اسے ایک پر جانا چاہیے۔ بذریعہ دو جو ایک بذریعہ x تو ہمیں اسے دوبارہ
مکعب بائے دو جمع انضمام کا مستقل دیتا ہے لہذا فارمولے کو جاننے سے ہمیں اس انٹیگرل کو جانچنے میں مدد ملی x لہذا یہ مجھے ٹین انورس
لہذا جب بھی ہم لکھ رہے ہیں
تو ہمیں اس کا ذکر کرنا چاہئے کہ ہم کون سا فارمولہ لکھ رہے ہیں۔ مثال کے طور پر ہم یہاں فارمولہ استعمال کر رہے ہیں لہذا تشخیص کرتے
کو ایک جمع مستقل tan inverse x مربع جمع ایک مربع ایک سے ضرب ہے dx x وقت ہمیں یہ بتانا چاہئے کہ جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ
سے اب اگر میں ایک اور مثال لیتا ہوں
کو پاور سکس پر بڑھاتا ہے پھر آپ یہاں آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ میں x مربع کو ایک مائنس x مثال کے طور پر k تو سادہ اور فوری
مربع کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔ ایک x کر سکتا ہوں میں اسے اسی انداز میں لکھ سکتا ہوں جیسا کہ میں نے پچھلی مثال میں کیا تھا کہ میں اسے
مکعب مربع سے زیادہ x مائنس
x پر لے جائے گا جو آپ کو dt کے برابر ddx کے تین گنا پر dx مربع x کے برابر ہو جاتا ہے جو آپ کو t مکعب x تو مناسب انتخاب
یہ ایک سے تین مسلسل کی dt by three مربع t پر لے جائے گا یہاں تین متبادلات کو ایک سے ایک مائنس بنا کر dt سے dx مربع
کا فارمولہ معلوم ہوتا ہے dx مربع پر x مربع پر آتا ہے آپ کو ایک مربع مائنس t کے انضمام سے باہر ایک مائنس dt طرف جاتا ہے
کا ایک ایک کرکے تین لاگ لے جائے گا لہذا مجھے t ہے x ایک a کے لاگ پر جاتا ہے۔ یہ یہاں x جمع مستقل پر جمع x تو یہ ایک مائنس
میں تبدیل 1 x پلس انٹیگریشن کے مستقل اور پھر آخر میں مجھے t پر ایک مائنس t اس کے مطابق فارمولے میں ترمیم کرنا ہوگی ایک جمع
کرنا ہوگا 1 کے 3 لاگ سے پلس ایکس کیوب اوور 1 مائنس ایکس کیوب پلس کانسٹینٹ
یہ ایک بن کر نکلتا ہے i تو انٹیگرل
یہاں چھوڑا a تو اوہ سوری میں نے اسے ایک بائے ٹو
ایک ہے a تو یہ اس معاملے میں بنائے گا چونکہ
تو یہ ایک سے تین میں دو ہوگا جو اسے بنائے گا ایک ایک کرکے چھ
جس i تو اب ہم اسی قسم کے کچھ اور فارمولوں پر مزید غور کریں گے ان میں سے ایک دوسرا اہم فارمولہ ہے تاکہ یہ معلوم کرنے کے لیے کہ
کے لیے ایک مائنس ایکس dx فارمولہ ah کے برابر ہے۔ dx مربع کے مربع جڑ پر انضمام x قسم کے انضمام کے برابر ہے ایک مربع مائنس
کے لیے تھا لہذا آپ کو یہاں کچھ اسی طرح کی sin inverse x کے اوپر ایک ایسا ہی ایکسپریشن دیکھا جو ah مربع
توقع رکھنی چاہیے اگر آپ اس ایکسپریشن کو دوبارہ غور سے دیکھیں
کے t کو بدلنے جا رہے ہیں ایک گناہ x تو کیا متبادل بنایا جا سکتا ہے اس لیے وہ آئیڈیا جو ہم یہاں استعمال کرنے جا رہے ہیں یہ ہے کہ ہم

کے طور پر حاصل t مربع sin کا اظہار 1 مائنس ah کے برابر ہے کیونکہ اس صورت میں میں یہاں t ایک گناہ x برابر ہے کیوں کہ
پر لے جائے گا اور پھر مربع جڑ ان اصطلاحات کا جائزہ لینے میں ہماری مدد کرے گا t مربع cos کروں گا جو آپ کو
دے گا t آپ کو cos tdt دے گا ایک گناہ کے برابر ہے dx تو آئیے اس کا متبادل بنائیں یہ آپ کو
t کے مربع جڑ سے تقسیم ہوتا ہے۔ مربع ایک مربع میں آہ مائنس ایک مربع گناہ مربع x نکلتا ہے جو مربع مائنس cos tdt ایک i تو انٹیگرل
بن جائے گا
ہے کیونکہ مربع جڑ لینے t بن جائے گا اور آپ جانتے ہیں کہ ایک مائنس گناہ مربع t کامن لوں گا یہ ایک مائنس گناہ مربع s تو میں ایک مربع
a cos t سے یہ اصطلاح بن جائے گی ۔
تک لے جائے گا ایک جمع cx جمع t حاصل کروں گا جو مجھے انٹیگرل dt کے برابر ہے لہذا آخر کار میں یہاں صرف a cos t تو عدد
مستقل کے ذریعہ انٹیگرل کے برابر نکلتا ہے اور اس کی
کیونکہ یہ ہے ایک مائنس ایکس مربع سے ملتا جلتا فارمولہ جیسا کہ میں نے مربع جمع ایکس مربع کے معاملے میں کیا ah توقع کی جانی چاہئے
تھا اگر آپ چاہیں
میں تبدیل کر سکتے ہیں اور پھر آپ دوبارہ لکھیں گے اور پھر آپ کو پتہ t کو xya تو آپ ایک مربع کو عام کے طور پر لے سکتے ہیں اور پھر
مربع مائنس ایک مربع کے مربع جڑ پر یہ پچھلے x پر dx ایک اور مثال تلاش کرے گا e چل جائے گا کہ آپ آگے بھی وہی فارمولہ ملے گا۔
مربع مائنس مربع سے مختلف ہے لہذا اس صورت میں جو متبادل ہم نے پہلے بنایا تھا وہ کام نہیں کرے گا ہمیں کسی اور متبادل نوٹس کا x کیس
کے برابر ہے t ایک سیکنڈ x پتہ لگانا ہوگا۔ سیکنڈ ٹین کا رشتہ اس لیے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اگر میں
مائنس ایک مربع بن جائے گا t تو اس سے ہماری مدد ہوگی کیونکہ پھر یہ مربع سیکنڈ مربع
مائنس ون وہاں ظاہر ہوگا جو ہو سکتا ہے۔ دس میں تبدیل کر دیا گیا t تو سیکنڈ مربع
تو اس سے ہماری مدد ہو سکتی ہے
مائنس ایک مربع آہ مربع سیکنڈ مربع t مربع مائنس ایک مربع مربع سیکنڈ مربع x تو آئیے دیکھتے ہیں کہ مجھے یہاں سے کیا اظہار ملنا چاہیے
پر جاتا a at ہے اور چونکہ t ہے لہذا یہ ایک مربع ٹین مربع t مائنس 1 کے برابر ہے اور یہ تعلق میں پہلے سے جانتا ہوں یہ ٹین مربع t
ہے
ہم دیکھتے ہیں کہ یہ t اس طرح اس کا متبادل بناتا ہے۔ dt اور پھر t tan t کے برابر بھی دے گا فرقہ کی تفریق dx تو یہ ہمیں
مربع کے مربع جڑ سے تقسیم کیا جاتا ہے مائنس x بن جاتا ہے جس کو tan tdt کی جگہ dx کس طرح تیار ہوتا ہے لہذا یہ ah انٹیگرل
بن جائے گا tan t یہ t مربع مائنس ایک مربع ایک مربع ٹین مربع x ایک مربع
باقی رہ گیا ہے ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ tdt منسوخ کر دیے گئے ہیں اور آخر کار میرے پاس یہ فارمولہ سیٹ a اور tan t تو یہ
کا لوگاریتھمک ہے اس لیے ہم اس کو دوبارہ استعمال کریں گے جیسا کہ پہلے ہم یہاں سے دیکھ tan d پلس t کا انضمام سیکنڈ sec tdt
کے برابر ہے اس لیے t ایک سیکنڈ x ہمارے لیے معلوم ہے اس تعلق سے باسانی اندازہ لگایا جا سکتا ہے کیونکہ t سکتے ہیں کہ جو سیٹ
کا رشتہ ہے لہذا ہم جان tan t اور sec t کے بارے میں خوش قسمتی سے ہمارے پاس a by a tan t کے برابر ہے sec t x
کو tan t مائنس ون کے مربع جڑ کے برابر ہے جس سے ہمیں اس t سیکنڈ مربع tan t لیں کہ 1 پلس معذرت کے ساتھ ہمارا تعلق ہے
کا مربع جڑ x ہے xax بذریعہ a جمع tan t ہے۔ t x مربع کے مربع جڑ سے ایک مربع مائنس ون بنانے میں مدد ملے گی ۔ سیکنڈ
کے mod x کے ساتھ لے کر اسے ci کو اس مستقل a بذریعہ مربع مائنس ون پلس کنسٹینٹ تھوڑی سی آسانیاں کرنے کے بعد اور اس لاگ
log c مربع کا مربع جڑ لکھ سکتے ہیں۔ مائنس لاگ اے پلس a مربع مائنس x کے طور پر لکھ سکتے ہیں اور
مربع مائنس مربع کے مربع جڑ پر x صوابدیدی ہے لہذا یہ اس بات کا خیال رکھے گا کہ c کہوں گا چونکہ c تو میں اسے خود ایک نیا مستقل
dx کا انضمام ہو جائے گا لہذا ہم ابھی اٹھائیں گے۔ کچھ مخصوص انٹیگرلز کے لیے آئیے ہم فارم کے انٹیگرل کو دیکھیں dx over ax
square plus bx plus c
تو ہمیں یہ معلوم کرنا ہوگا کہ اس قسم کے فنکشن کا انٹیگرل کیا ہوگا آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دونوں میں سے کسی ایک کی شکل نہیں
مربع جو میں نے پہلے دکھایا ہے لیکن آہ اگر آپ x مربع مائنس ایک مربع جو ہمارے پاس ہے یا مربع مائنس x مربع جمع ایک مربع یا x ہے۔
تھوڑا سا الجبرا استعمال کرتے ہیں
کیا ہم یہاں یہ کر سکتے c پلس چیک کریں bx اسکوائر پلس ax تو اسے ان شکلوں میں سے ایک میں تبدیل کیا جا سکتا ہے ڈینومینیٹر فنکشن
اصطلاحات کو ایک مکمل مربع کے طور پر بنایا جائے لہذا x ہیں کہ ہم اسے اس شکل میں لکھ سکتے ہیں لہذا ہماری پہلی کوشش یہ ہوگی کہ اس
یہ ایک چوکور اصطلاح ہے یہ ایک لکیری اصطلاح ہے اس میں کوئی مستقل اصطلاح ہونی چاہیے جو اسے اس طرح بنائے۔ ایک کامل مربع اس لیے
اگر آپ اسے غور سے دیکھیں
جمع مربع سے ضرب دیا x مربع جمع دو ہونا چاہیے کچھ عدد کو اس نمبر کے x مربع اس لیے فارمولیشن کو x تو آپ کیا کر سکتے ہیں وہ ہے
اس سے مجھے یہ سمجھنے میں مدد ملے گی کہ کامل مربع حاصل کرنے ax سے دو لکھ سکے۔ b محوری سے اسے دو b جائے تاکہ یہ
کے لیے اگلا نمبر کیا ہونا چاہیے
بذریعہ دو کلہاڑی b مربع دو x تو یہ
ہے لہذا میں نے یہ نمبر یہاں وہی لکھا ہے a بذریعہ b تو یہ
مربع a سے c مربع بذریعہ چار ایک مربع ہے یہاں یہ ایک مکمل مربع بن جائے گا لیکن یہ p اگر میرے پاس ah تو اس کا مطلب ہے کہ
مربع سے گھٹانا ہوگا اور پھر میرے پاس ہے a مربع کو چار b مربع سے جوڑنا ہوگا مجھے اس a مربع کو چار b نہیں ہے لہذا مجھے اس
لکھنا a کو بذریعہ c اس
x مربع کو x اور گھٹا دیا تاکہ یہ نمبر ایک مکمل مربع بن جائے اس پر ded تو میں نے یہاں کیا کیا ہے کہ میرے پاس اشتہار ہے۔ اس نمبر کو
ہے 2 ایک پورا مربع اس پوری اصطلاح میں b جمع x دو ایک پورے مربع کا مطلب ہے کہ یہ b میں دو ایک جمع b میں x کے دو بار
مربع چار مربع پر ہم واقعی نہیں جانتے کہ اس اظہار کی b بذریعہ ایک مائنس c اصطلاح میں اسے لکھوں گا جیسے جمع کے نشان کے ساتھ
کا یہ یا c اور ab کی قدر کیا ہے لہذا اقدار پر منحصر ہے c اور ab علامت کیا ہے یہ اس بات پر منحصر ہوگا کہ
c اور x کے طور پر کچھ نئے نمبر کے بڑے بڑے a 2 b جمع x تو جمع کا نشان یا مائنس کا نشان ہوگا لہذا عام طور پر میں اس نمبر کو
مربع ہے اور چونکہ مجھے نہیں معلوم کہ کیا ظاہر ہوگا اس لیے k مربع کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔ ہم کہتے ہیں کہ a مربع پر 4 b کو مائنس
میں دونوں نشانات رکھوں گا لہذا اگر یہ مثبت نشان کے طور پر آرہا ہے
تو میں اسے مثبت نشان کے طور پر رکھوں گا اگر یہ منفی کے طور پر آرہا ہے
b by پلس lx آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ چھوٹا ہے۔ i تو میں رکھوں گا۔ وہ نشان ایک منفی نشان کے طور پر اس لیے بالآخر انٹیگرل
کے برابر ہے اور اس لئے d کے x کیپٹل d کا x کا اشتہار بنائے گا لہذا چھوٹے x کو بڑے dx کے برابر ہے یہ x بڑے two a
باہر ہوگا کیونکہ یہ ڈینومینیٹر ایکسپریشن ہے یہ ڈینومینیٹر a میں تبدیل کیا جائے گا۔ بذریعہ d کے x کے مربع پر x کو i ایکسپریشن

ایکسپریشن ہے جو اس شکل میں لکھا گیا ہے یہ ایک کیپیٹل ایکس اسکوائر پلس مائنس کے اسکوائر ہے
dx over x اسکوائر ہوگا اب اسے غور سے دیکھیں یہ ایکسپریشن فارمولہ میں سے ایک ہے k تو یہ ایک کیپٹل ایکس اسکوائر پلس مائنس
کا نشان a مربع مائنس ایک مربع اس لیے فارمولہ میں سے ایک مفید ہو سکتا ہے بعض اوقات اگر x سے زیادہ dx مربع کے علاوہ ایک مربع یا
منفی ہو
مربع بھی x مربع تاکہ آپ اس تعلق کو مربع مائنس x کی شکل کی طرف بھی لے جا سکتا ہے۔ مربع مائنس a تو اسی طرح کا فارمولہ آپ کو
استعمال کر سکیں آپ اسے ایک مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ یہ کیسے تیار ہوتا ہے
e جمع پانچ x تو آئیے آپ کے لیے ایک مثال منتخب کریں آئیے نائن ایکس مربع کا انٹیگرل معلوم کریں۔ جمع چھ
مثبت ہے ca پلس bx اسکوائر پلس ax تو یہ وہی اظہار جیسا کہ میں نے آپ کو پہلے بتایا تھا کہ
جمع پانچ کو الگ الگ لکھتا ہوں نائن کو کامن کے طور پر لے کر مجھے یہ دونوں یہاں رکھ دوں x مربع جمع چھ x تو میں اس نو
جمع پانچ بائی نائن کے طور پر لکھ سکتے x اسکوائر پلس سکس بائی نائن کے x تو ان دونوں کو نو کے طور پر لے کر عام طور پر آپ اسے
جمع x مربع جمع دو بائی تین کا x ہیں تاکہ آپ آسانی سے دیکھ سکیں کہ آپ کو یہاں کیا کرنے کی ضرورت ہے وہ یہ ہے کہ یہ بنیادی طور پر
پانچ بائی نو ہے مزید آپ کر سکتے ہیں۔ اسے کامل مربع کے طور پر لکھیں
کا دو گنا ایک بذریعہ تین ہے x مربع یہ x تو
کے دو بار ایک بذریعہ تین اس لئے آپ اسے ایک بائے نو جمع اور مائنس کے ایک بائے نائن اور پھر جمع پانچ ضرب نو لکھیں۔ پورا حساب آپ x تو
جمع ایک بائے تین پورے مربع تک لے جائے گا اور پھر پانچ ضرب نو مائنس ایک بائے نائن آپ کو چار ضرب نو پر لے جائے گا لہذا یہ x کو نو
لکھا جا سکتا dx over nin کو i جمع کا نشان ہے اب چار ضرب نو میں اسے دو ضرب تین پورے مربع کے طور پر لکھوں گا۔ اب انٹیگرل
کے طور پر لیا جاتا ہے ایک بذریعہ تین پورا مربع جمع دو ضرب تین پورا مربع اس لیے ہم ایک بائے نائن حاصل کریں گے اور x کو عام e ہے۔
dx dx کے برابر ہو لہذا وہ x جمع ایک بائے تین بڑے بڑے x تاکہ x کیپیٹل ah سے بدل دیں گے کچھ نمبر ah جمع تین کو x اس
کے برابر ہے
تین مکمل مربع ملے گا x مربع سے زیادہ جمع دو d x کا x تو آپ کو
by مربع جمع ایک مربع انٹیگرل ہے میں پہلے ہی جانتا ہوں کہ اب یہ ہے 1 x مربع جمع ایک مربع x تو آخر کار مجھے ایک بائے نو ملے گا یہ
a
تو میں یہاں 1 by 2 by 3 tan inverse x by a so x دو by 3 اور plus constant of integration ڈالوں گا
تو کچھ حساب کے بعد میں دیکھ سکتا ہوں کہ نمبر چھ کے بعد ایک نکلتا ہے یہ تین منسوخ ہو جاتے ہیں۔ یہاں تین دو چھ ٹین معکوس تین بائے دو کیپٹل
جمع ایک بائے تین جمع مستقل رجعت ہے اور آخر میں اگر ہم اسے مزید آسان بنانا چاہتے x ہے لہذا یہ x ایک جمع کا چھوٹا x لیکن کیپیٹل x
ہیں
اس تین سے دو کے اندر متعارف کروائیں tan inverse تو میں اسے ایک بائے چھ کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔
تو یہ جی ہو گا۔ ive me three x plus one by two
جمع ایک دو جمع انٹیگریشن کا مستقل ہو x جمع ایک سے دو بنا دے گا تاکہ تین x دو x تو یہ مجھے تین
تو اب آہ میں وہی مثال دکھاؤں گا جو میں نے دوبارہ لی تھی کہ جانے کی بجائے جس راستے سے ہم گئے تھے ہم ایک مختلف راستہ اختیار کر
سکتے تھے کیونکہ آخر کار یہ خیال یہاں سے لیا جانا چاہئے کہ ہمیں اسے کسی نہ کسی طرح ایک پرفیکٹ اسکوائر بنانا ہے
جس طرح ah تو میں یہاں کیا کر سکتا ہوں لیکن میں آپ کو خبردار کرتا ہوں کہ شروع میں آپ کو جاؤ اور آپ کو اس مسئلے کو حل کرنا چاہئے
جمع پانچ میں آسانی سے دیکھ سکتا ہوں x مربع جمع چھ x سے ہم نے انہیں بعد میں اخذ کیا ہے آپ ان خیالات کو استعمال کرسکتے ہیں تاکہ نو
کا دو بار ہے لہذا میں x مربع اور یہ ہے دوسری اصطلاح کچھ بھی نہیں ہے مگر تین x مربع کے علاوہ کچھ نہیں ہے لہذا تین x کہ یہ تین
اسے آسانی سے یہاں صرف ایک جوڑ کر ایک مکمل مربع بنا سکتا ہوں لہذا چونکہ پانچ پہلے سے موجود ہیں لہذا میں اسے ایک جمع چار میں
کے طور پر dx کو i بنا دے جمع ایک پورا مربع جمع چار فوری طور پر میں اس انٹیگرل x توڑ سکتا ہوں تاکہ یہ پوری اصطلاح مجھے تین
کے dx dt کے برابر ہے تاکہ تین t جمع ایک x جمع ایک پورے مربع جمع چار پر لکھ سکتا ہوں اور ایک متبادل بنا سکتا ہوں کہ تین x تین
بناتا ہے جو مزید ah مربع جمع دو مربع t میں تین میں تبدیل ہو جائے اس کو ایک کرکے تین سے باہر لیں یہ ہمیں dt برابر ہو تاکہ یہ انٹیگرل
اب ہمیں t دو جمع مستقل اور t x دو t x ایک سے تین کی طرف لے جائے گا یہ فارمولہ ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ اب ایک ٹین کے الٹا ہے
معلوم ہے۔
c جمع ایک بذریعہ دو جمع x تو یہ کچھ نہیں ہے بلکہ ایک بائے چھ ٹین الٹا تین
تو جو وہی نتیجہ ہے جیسا کہ ہم نے پہلے دیکھا ہے میں آپ کو اسی طرح کے خیال کے ساتھ ایک اور قسم کی مثال دکھاؤں گا کہ کیا ہم اس مسئلے
x کو c جمع bx مربع پلس ax بنائیں پھر خیال وہی ہے ہمیں اس dx کے مربع جڑ پر c جمع bx مربع پلس ax کو حل کر سکتے ہیں؟
منفی ہے a مربع کی شکل میں لکھنا چاہئے یا اگر k مربع جمع مائنس کچھ
مربع لہذا اس اظہار کی شکل کے لحاظ سے اس اصطلاح کو اس شکل میں سے x مربع مائنس tten as ah k ہو سکتا ہے wri تو یہ
کسی ایک شکل میں تبدیل کیا جاسکتا ہے جیسا کہ پچھلی صورت میں تھا لہذا میں آپ کو ایک مثال کی مدد سے دکھاؤں گا فرض کریں کہ ہم منتخب
جمع دو x مربع پلس دو x اوور مربع جڑ dx کریں مثال کے طور پر
ہے اگر میں یہاں ایک جوڑ دوں x مربع جمع دو x تو یہ جیسا کہ میں یہاں سے آسانی سے دیکھ سکتا ہوں یہ
پلس ون کی جگہ x پلس ایک مکمل مربع پلس ایک کو x اوور مربع جڑ dx تو یہ ایک مکمل مربع بن جائے گا اور اس لئے میں اسے لکھ سکتا ہوں۔
مربع پلس ون کے مربع جڑ t کے تاکہ یہ انٹیگرل dt کچھ نہیں ہے سوائے dx سے لے کر آپ صرف یہ جان سکتے ہیں کہ t ایک نیا متغیر
x مربع کے علاوہ ایک مربع دراصل ایک لاگرتھمک فنکشن x اوور مربع جڑ کے dx میں بدل جائے اور یہ فارمولہ ہم جانتے ہیں کہ dt پر
x ہے logarithmic کا mod x مربع جمع ایک مربع اس فارمولے کا ہم پہلے ہی اندازہ کر چکے ہیں کہ یہ ah dx over x ہے لہذا
چیونٹی const مربع کا مربع جڑ جمع ایک مربع اور پلس
جمع ایک کے علاوہ کچھ t x مربع کا مربع جڑ جمع ایک موڈ پلس انٹیگریشن کا مستقل ہے اور یہ t ہے لہذا یہ t تو یہاں انضمام کا متغیر
جمع ایک پورا مربع جمع ایک جمع x کی جڑ جمع ایک مکمل مربع جمع ایک x جمع ایک جمع مربع کا مربع جڑ دے گا۔ x نہیں ہے لہذا یہ آپ کو
جسے آپ آگے بڑھا سکتے ہیں اگر آپ چاہیں c
جمع دو کے طور پر مستقل لکھ سکتے ہیں تاکہ آپ اسے استعمال کرکے دیکھ سکیں یہ فارمولہ یہ تھا کہ آہ اس x مربع جمع دو x تو اسے
کی شکل کا ہوتا ہے q پلس px انٹیگرل کا اندازہ لگانا بہت آسان ہو گیا ہے ان مثالوں کا مزید اطلاق ہوتا ہے جب ہمارے پاس انٹیگرینڈ ہوتا ہے جو
جس میں ax اسکوائر پلس bx c یا px جمع q کو ax مربع کے مربع جڑ سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ plus bx plus c
فارموں کو تلاش کریں گے ah تو ہم ان دو
سے زیادہ q پلس px پر انٹیگرل کا اندازہ لگانا ہے یا ہمیں c پلس bx اسکوائر پلس ax کے x plus q تو فرض کریں کہ ہمیں فارم

کلہاڑی اسکوا کی re plus bx plus c مربع جڑ پر اندازہ کرنا ہے۔
تو ان دونوں انٹیگرلز کی تشخیص کے لیے دونوں کا طریقہ کار یکساں ہے صرف حقیقت یہ ہے کہ جو فارمولے استعمال کیے جائیں گے وہ تھوڑا مختلف ہوں گے کیونکہ یہاں ایک مربع جڑ ہے لہذا وہ مربع جڑ فارمولے ہوں گے۔ استعمال کیا جائے اور یہاں ایک مربع ہے
تو وہ کامل مربع فارمولے استعمال کیے جائیں گے
تو آئیے ان میں سے ایک کا انتخاب کریں آہ ہم یہاں اس پہلی مثال کا انتخاب کریں
ایک کو حل کرنے کے لیے ہم یہ کرتے i دو کے طور پر کہوں۔ i ایک کہوں اور میں اسے i تو اس اظہار کو حل کرنے کے لیے میں اسے b اور ایک اور مستقل c جمع bx اسکوائر جمع ax کو کچھ مستقل اوقات کے طور پر لکھتے ہیں جو کہ q جمع px ہیں کہ ہم عدد ہے
جہاں یہ کچھ نامعلوم مستقل ہیں جن کا تعین کیا جائے گا۔ بعد میں غور سے دیکھیں کہ عدد لکیری اصطلاح ہے ڈینومینیٹر ایک چوکور اصطلاح ہے
اس لیے اگر آپ اس چوکور اصطلاح میں فرق کریں گے
تو آپ کو ایک لکیری اصطلاح ملے گی لہذا یہ دونوں تاثرات موازنہ ہیں۔ لکیری اظہار یہ اظہار آپ کو ایک لکیری اظہار بھی دے گا اور اس جمع bx اسکوائر پلس ax اس کے برابر ہے ایک اور چوکور ہے لہذا ہم اس چوکور اصطلاح کو q جمع px معاملے میں ایک اور مستقل بھی c اس ax مربع جمع bx جمع c کی تفریق لیں گے۔
کا دو مرتبہ دے گا اور b جمع b پلس ax اس اصطلاح کی تفریق بن جائے گی آپ کو q جمع px تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا ہوگا اس طرح آخر کار اگر میں موازنہ کرتا ہوں
حاصل کرنا ضروری ہے جیسا کہ p کا عدد x تو یہ دونوں اطراف کے کثیر الاضلاع ہیں اس لیے ان کا موازنہ کیا جا سکتا ہے۔ مجھے یہاں کے b جمع b جو کہ یہاں مستقل اصطلاح ہے اس رشتے کو پورا کرنے کے لیے کیپٹل ایک بار q اور a کا گتانک دو گنا چھوٹا ہے x یہاں برابر ہونا ضروری ہے۔ مطمئن ہونا ضروری ہے لہذا اگر آپ مساوات کو دیکھیں
کیا ہے لیکن ہمیں دو مساوات ملی ہیں اور اس v تو اب آپ کے پاس دو متغیرات میں دو مساواتیں ہیں ہم نہیں جانتے کہ کیا ہے ہم نہیں جانتے کہ وجہ سے ہم سم کر سکتے ہیں ان کو حل کریں
b کو یہاں دیں اور آپ a کے اور پھر آپ اس کی جگہ a کے دو p مساوی a is تو پہلی مساوات سے آپ آسانی سے حل کر سکتے ہیں کو حل کر سکتے ہیں
تو بالآخر ان مساوا
اور a کیا ہے اور ایک بار جب آپ کو معلوم ہو جائے کہ آپ کا b کیا ہے آپ جان سکتے ہیں کہ آپ کا a توں سے آپ جان سکتے ہیں کہ آپ کا b کیا ہے
کو اس ایکسپریشن سے بدل دیں اور لکیریٹی پراپرٹی کا استعمال px plus q تو آپ ان کو یہاں سے بدل دیں اور پھر اس ایکسپریشن میں اس کرتے ہوئے اس انٹیگرل کو دو حصوں میں
ایک اسے ان دو حصوں میں i ایک کو یہاں لکھیں یہ انٹیگرل i توڑ دیں تاکہ پہلے حصے میں ہو تاکہ میں کر سکوں انٹیگرل cdx جمع bx مربع پلس ax بذریعہ c جمع bx مربع پلس ax بذریعہ d توڑ دیا جائے گا پہلے حصے میں سرمایہ ہوگا ایک انضمام b integral one over ax square plus bx plus c تو یہ ہوگا کیونکہ یہ bx جمع q اندر ہے a جمع کو مستقل طور پر باہر لیا جاتا ہے اس لیے میں اس اظہار کو اب جانتا ہوں اگر آپ غور سے دیکھیں
اگر میں اسے نئے متغیر کے طور پر لیتا ہوں e میں یہ عددی اصطلاح مشتق ہے اس لیے ah تو اس ڈینومینیٹر کی اصطلاح
تو یہ اس وقت تک آئے گا جب تک کہ یہ انٹیگرل ایک لوگارتھمک فنکشن کے طور پر آئے گا اس کو دوبارہ میں ایک مکمل مربع میں تبدیل کروں گا اور کا اندازہ کیا جا سکے اسے مدد سے دیکھا جائے گا۔ ایک مثال کے طور پر کہ اس کا اندازہ کیسے لگایا i انٹیگرل حاصل کروں گا تاکہ اس انٹیگرل جا سکتا ہے اور درحقیقت کیس کے لیے بھی اسی طرح کا طریقہ کار استعمال کیا جائے گا لیکن اس صورت میں کیا ہوگا کہ یہاں مشتق ظاہر ہو گا ملے گا اور یہ کہ آپ بھی آپ اندازہ کر سکتے ہیں t اور وہاں ڈینومینیٹر کا ایک مربع جڑ ہو گا اور اس لیے اس صورت میں آپ کو 1 بذریعہ جڑ لہذا dx مائنس ون x مربع جمع دو x مائنس 2 تقسیم تین x تاکہ کوئی مسئلہ نہ ہو اس لیے میں آپ کو ایک مثال کی مدد سے دکھاؤں گا 6 سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا آئیے اس c پلس bx اسکوائر پلس ax کی شکل ہے جس کو q جمع px آپ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ یہ جمع دو جمع ہی دے x مائنس ٹو کو کیپیٹل کے طور پر لکھا جانا چاہئے ایک نامعلوم اصطلاحات x آئیڈیا کو استعمال کریں جو ہم نے اب تیار کیا ہے چھ d by dx of dx. x جمع دو ایک ضرب چھ x مربع پلس دو ایکس جمع ایک جمع ہی تاکہ آپ کو معلوم ہو کہ اس کی تفریق آپ کو چھ x گی
جمع ہی یہ آپ کو بہت آسانی سے دے گا۔ یہاں دو اصطلاحات کا موازنہ کر سکتے ہیں یہ چھ x مائنس دو برابر ہے ایک ضرب چھ x تو یہاں چھ ایک ہے a کلہاڑی چھ کے برابر ہے اس لیے ایک کے برابر ہونا ضروری ہے اور یہ جمع ہی کا دو بار ہے مائنس دو کے برابر ہے اس لیے چونکہ

مائنس کے برابر ہے ایک جمع ہی کی چار قیمت دو کے برابر ہے لہٰذا ب مائنس چار رائٹ کے برابر ہے لہذا ان اقدار کو ah بن جائے گا b تو یہ dx بذریعہ لکھوں d کے برابر ہے جو ایک بار ہے میں اسے پہلے a جو ہے یہ ایکسپریشن i انٹیگرینڈ میں بدلنے سے مجھے کیا ملے گا وہ بعد میں آپ اس اصطلاح کو براہ راست dx جمع ایک x مربع سے تقسیم کیا گیا دو x جمع ایک سب کو تین x مربع جمع دو x of three مربع کا مائنس چار انٹیگرل ہے پلس ٹو ایکس مائنس ون معذرت یہاں x ایک سے زیادہ تین b اس لئے b جمع دو تقسیم x لکھ سکتے ہیں چھ کے طور پر t تشخیص کے بعد آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر میں اس نمبر کو ah مائنس ون یہ بھی مائنس ون ہے۔ معذرت کے بعد یہ اصطلاح منتخب کرتا ہوں
جمع ایک دوبارہ x مربع جمع دو x مائنس چار گنا اس اصطلاح کو یہاں تین t کا انٹیگرل بذریعہ dt تو مجھے یہاں کیا ملے گا وہ یہ ہے کہ اسی فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے جیسا کہ ہم نے پہلے یہاں کیا ہے آئیے ہم سب سے پہلے ایک کو تین سے تین کا انتخاب کرتے ہیں تاکہ اس مربع جمع دو سے تین دیکھ x مائنس ایک کے تین سے یہ آپ آسانی سے x مربع پلس دو سے x کے طور پر تقسیم کیا جائے dx انٹیگرل کو جمع ایک بذریعہ تین پورا مربع مائنس فور بائی نائن کے طور پر لکھا جا سکتا ہے اب آپ اسے لکھ سکتے ہیں اور x مائنس ون کا x سکتے ہیں۔ جمع ایک x سے زیادہ dx پلس ایک مستقل کا لوگاریتھمک دے گا۔ تین دیگر انٹیگرل آپ کو rt لوگاریتھمک t اس لیے یہ انٹیگرل پہلے آپ کو سے تین پورے مربع مائنس دو ضرب تین پورے مربع پر دے گا لہذا یہ فارمولہ بھی آپ جانتے ہیں اور آپ آسانی سے اندازہ کر سکتے ہیں کہ ہے۔ پلس ون x مربع جمع دو x وہ اظہار ہے جو تین t حتمی انٹیگرل
تو یہ لاگ آف لاگ آف موڈ آف تھری ایکس مربع پلس ٹو ایکس مائنس ایک مائنس فور بائی تھری ہوگا یہ ڈی ایکس اوور ایکس مربع مائنس ایک مربع ہے

جمع x پلس ایک سو x جمع ایک از تین مائنس دو از تین اوور a so x تو یہ ایکس مائنس کے ایک بائے دو اور دو بار دو بائی تھری لاگ آئے گا۔ a ٹو کے طور پر رکھیں جسے میں آخر میں c ایک جمع c ایک پہلے سے موجود تھا لہذا اسے c ایک از تین جمع دو بائے تین اور پھر مستقل c کے طور پر لکھوں گا۔ نیا مستقل

Prutor@IITK

تو آخر کار آپ کو تین x مربع جمع دو x جمع ایک مائنس ایک دو x جمع ایک مائنس ایک دو x مربع جمع دو x تو آخر کار آپ کو تین
بائے تین مائنس دو بائی تھری آپ کو دوبارہ مائنس آف ون بائی تھری دے گا تین اور دو بائی تین آپ کو ایک دیں گے
حاصل کرے گا اس اظہار کو یہاں حاصل کرنے ah c جمع تین کے علاوہ ایک نیا مستقل x جمع تین x مائنس ایک یا تین x تو یہ آپ کو تین
حساب یا آسانیاں کرسکتا ہے لہذا یہ ہے آخر کار ہم نے دیکھا کہ ہم اس مثال کو کس طرح آسانی سے حل کر سکتے ہیں۔ ah کے لئے کوئی مزید
ہم اس تکنیک کو استعمال کر کے جواب حاصل کر سکتے ہیں اور اسی انداز میں ہم مثال بھی لے سکتے ہیں جہاں اس اصطلاح کے مربع جڑ کا d
مربع جڑ دیا گیا ہے تاکہ ہم اسے استعمال کر سکیں
تو اس کے ساتھ ہم خلاصہ کرتے ہیں جو آج ہم نے سیکھا وہ یہ ہے کہ ہم نے کچھ اور فنکشنز کے کچھ اور انٹیگرل سیکھے جن میں الجبری
ایکسپریشنز کے آہ عقلی افعال شامل ہیں ہم اگلی کلاس میں ان انٹیگرلز کو جانچنے کے لیے کچھ اور نئی تکنیکیں سیکھیں گے شکریہ

Prutor@IITK