

मागील व्याख्यानात विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे तुम्ही अनिश्चित अविभाज्यांचे गुणधर्म तसेच अनिश्चित पूर्णांकांच्या बेरजेचे मूल्यमापन करण्याच्या पद्धतीबद्दल पाहिले आहे.

बहुतेक अविभाज्यांचे आम्ही सुरुवातीला अँटी- डेरिवेटिव्ह किंवा विभेदक कॅल्क्युलस व्युत्पन्न कल्पना वापरून मूल्यमापन केले.

अर्ध्या नंतर आम्हाला असे आढळले की त्या कल्पनांचा वापर करून अविभाज्य प्राप्त करणे नेहमीच शक्य नसते आणि म्हणून आमच्याकडे आणखी काही साधने असणे आवश्यक आहे, म्हणून आम्ही दुसरी पद्धत वापरली जी प्रतिस्थापनाची पद्धत म्हणून ओळखली जाते जी आम्हाला दिसली की ती आमच्या अविभाज्यांमध्ये रूपांतरित करेल.

सोप्या फॉर्म ज्याचे शेवटपर्यंत सहज मूल्यमापन केले जाऊ शकते, मी तुमच्यासाठी एक उदाहरण घेतले आहे इंटिग्रल ऑफ $ax + b$

आणि $ax + b$ equals to t आणि नंतर शेवटी त्याचे मूल्यमापन करताना आम्ही पाहिले की उत्तर $ax + b$ चे \cos plus असे येते.

b द्वारे a अधिक दुसरा स्थिरांक c हा समाकलनाचा स्थिरांक आहे हे आपण प्रतिस्थापन $ax + b$ ला t च्या बरोबरीने बनवून पाहिले आहे.

फॉर्म्युलेशनचे प्रत्यक्षात सामान्यीकरण केले जाऊ शकते असे म्हणूया की जर आपल्याला स्थिरांकाकडे दुर्लक्ष करून कॅपिटल x म्हणून fx चे एकत्रीकरण माहित असेल तर आपण $ax + b$ चे एकत्रीकरण

$ax + b$ ने भागिले म्हणून लिहू शकतो म्हणून आता आपण स्थिरांक निवडल्यास आपण हे जाणून घ्या की स्थिरांक एकमेकांची काळजी घेतील, मी तुम्हाला उदाहरणासह देखील दाखवीन, जर मला अशा प्रकारचे कार्य दिले गेले तर मी नेहमी या प्रकारासाठी अह इंटिग्रल लिहू शकतो जेणेकरून मी येथे सूत्र लागू केले तर मला माहित आहे की साइन x चे एकत्रीकरण कोसाइन x चे वजा आहे आणि म्हणून हे सूत्र वापरून $ax + b$ च्या साइनचे एकत्रीकरण कोसाइन $ax + b$ चे वजा एक अधिक स्थिरांकाने होते त्यामुळे याचा पुरावा फार कठीण नाही हे कोणी पाहू शकेल.

हे असे का होत आहे की या तारा समीकरणात $ax + b$ हे नवीन व्हेरिएबल t च्या बरोबरीचे निवडा जेणेकरून तुम्हाला कळेल की dx/dt निघतो किंवा dx/dt ने एक होतो आणि म्हणून पूर्णांक पुन्हा होईल फॅक्स प्लस b चे अविभाज्य म्हणून सादर केले आहे म्हणून ते dx/dt चा f आहे dt द्वारे a म्हणून ते dx/dt च्या इंटिग्रल f द्वारे 1 च्या बरोबरीचे असेल आता t कोणत्याही व्हेरिएबलने बदलले जाऊ शकते आणि म्हणून फॉर्म fx सारखाच आहे

त्यामुळे तुम्ही ते अशा पद्धतीनेही लिहू शकता, हे लिहिणे आवश्यक नाही, परंतु तुम्ही ते अशा पद्धतीने लिहू शकता की 1 द्वारे $afdx$ आणि या फॉर्ममध्ये कॅपिटल f म्हणून अविभाज्य आहे जेणेकरून 1 द्वारे कॅपिटल f असेल परंतु तुमच्याकडे आहे हे लक्षात ठेवा की हे या f फंक्शनशी संबंधित आहे म्हणून संबंधित f फंक्शन पुन्हा मूळ फंक्शनमध्ये रूपांतरित करावे लागेल म्हणून आपण मूळ व्हेरिएबल t ठेवल्यास ते चांगले होईल जेणेकरून ते तुम्हाला गोंधळात टाकू नये म्हणून हे मला f देईल.

of t plus a constant of integration आणि हे t व्हेरिएबल आधीपासूनच

असल्याने $ax + b$ चे मूल्य आहे ते $ax + b$ चा f $ax + b$ द्वारे एकत्रीकरणाच्या अधिक स्थिरांकाने लिहू शकतो जे येथे दिलेले उजव्या बाजूसारखे आहे

त्यामुळे अंतिम आम्ही जे शिकलो ते असे की जर आम्हाला व्हेरिएबलच्या संदर्भात फंक्शनचे इंटिग्रल माहित असेल तर जर तुमच्याकडे येथे रेखीय फंक्शन असेल तर तुम्हाला काय मिळेल ते म्हणजे त्या फंक्शनसाठी इंटिग्रल व्हॅल्यू बदलून नंतर डिफरेंशियलने भागा .

अ च्या बरोबरी असलेला हा शब्द अनेक वेळा उपयुक्त आहे.

अविभाज्य मूल्यमापन करण्यासाठी आपल्याला पुन्हा पुन्हा गणना करावी लागत नाही, जरी सुरुवातीला आपण ती गणना करू, आता मी तुम्हाला एक उदाहरण दाखवतो, चला अविभाज्य \sin म्हणू.

$ax + b$ चा $ax + b$ च्या कोसाइनमध्ये

मी प्रतिस्थापन वापरून या इंटिग्रलचे मूल्यमापन करू शकेन

त्यामुळे ते कसे विकसित होते ते पाहू या आणि दुसरा मार्ग म्हणजे मी तुम्हाला मागील उदाहरणात दाखवले आहे की जर मला आधीपासून अविभाज्य माहित असेल तर काय होईल $\sin x \cos x dx$ तर हे माझे fx आहे ax चा f अधिक b हे मूल्यमापन मी दोनने भागाकार आणि गुणाकार करून करू शकतो म्हणजे ते दोन $\sin x \cos x dx$ होईल आणि मग हे मी पापाचा अर्धा भाग म्हणून लिहू शकतो \sin दोन $x dx$ चे e दोन x अविभाज्य आणि पुन्हा $ax + b$ च्या \sin ची तीच कल्पना

त्यामुळे मला $\sin x$ चा अविभाज्यपणा माहित आहे जो कोसाइन x चा वजा आहे म्हणून x ऐवजी कोसाइनचे वजा $2x$ लावावे लागतील आणि नंतर भागाकार करा.

येथे फरक म्हणून 2 अधिक स्थिरांक म्हणून आता मला $\sin x \cos x dx$ चा इंटिग्रल माहित आहे जो 1 बाय $4 \cos^2 x$ अधिक स्थिरांक आहे आणि जर मला याच्याशी अविभाज्य संबंध करायचे असतील तर मी या प्रकरणात माझे पूर्वीचे सूत्र वापरून बाहेर आले पाहिजे उणे 1 बाय $4 \cos^2$ च्या लक्षात ठेवा, येथे चल x आहे आणि ते दोन x म्हणून बाहेर येत आहे म्हणून दोन आणि नंतर ax अधिक b या संज्ञेच्या भिन्नतेने भागले जे a आणि plus स्थिर आहे

त्यामुळे हे आपल्याला परिणाम देते आता अविभाज्य साठी आम्ही निवडले असेल तर आम्ही प्रतिस्थापन ax अधिक b समान t ची निवड केली आहे, तर $\int \sin t \cos t dt$ द्वारे $\int \sin t \cos t dt$ होईल

कारण येथून तुम्ही शोधू शकता की dx/dt च्या बरोबरीचे आहे.

त्यामुळे ही संख्या अविभाज्य $\sin t \cos t$ an द्वारे एक असेल d नंतर $\int \sin t \cos t dt$ पुन्हा हीच पद्धत वापरून किंवा पुन्हा $\sin t$ निवडण्याचा दुसरा पर्याय वापरून आपण दुसरे व्हेरिएबल म्हणूया u म्हणण्यासाठी आपण दुसरे प्रतिस्थापन $\sin t$ समान करू शकतो ज्याचा अर्थ $\cos t dt$ आहे du च्या बरोबरी म्हणजे $\cos t dt$ is equals

to du

त्यामुळे हा अविभाज्य एक अविभाज्य होईल $\sin t$ is u $\cos t$ dt is du

त्यामुळे तुम्हाला u चा वर्ग दोन ने मिळेल म्हणजे हा u वर्ग दोन a अधिक एक स्थिरांक काय आहे uu म्हणजे $\sin t$ म्हणजे tt म्हणजे ax plus b म्हणजे सर्व मूल्ये परत केल्यास आपल्याला $\sin t$ म्हणजे $\sin t$ चौरस t मिळेल आणि ti चे स्थान ax plus b ला $2a$ आणि plus a ने भागले तर आपल्याला काय दिसले? ही दोन मूल्ये सारखीच आहेत म्हणून दोन भिन्न ah फॉर्म्युलेशनसह पुढे जाणे दोन भिन्न सूत्रे दोन भिन्न पद्धती आहेत आपल्याला हे समजते की आपल्याला जी कार्ये अविभाज्य म्हणून मिळतात ती भिन्न दिसतात परंतु प्रत्यक्षात ती समान गृहीतक नसतात e मागील लेखरमध्ये दाखवले आहे की फंक्शनचे इंटीग्रल हे युनिक नसते ते फक्त कॉन्स्टंटपर्यंतच असते

त्यामुळे येथे अडचण अशी आहे की फंक्शन वजा एक बाय चार कॉस दोन अॅक्स प्लस b द्वारे प्लस कॉन्स्टंट कुटुंबाच्या एकाच संचाशी संबंधित आहे.

साइन स्केअर अॅक्स प्लस बी बाय टू ए प्लस सी या फंक्शनचे मी तुम्हाला दाखवतो की ते कसे करता येते ते तुम्ही जे करता ते म्हणजे तुम्ही कॉस टू थीटा साठी त्रिकोणमितीय सूत्र वापरल्यास

तुम्हाला कळेल की ते बरोबर आहे 1 वजा 2 साइन स्केअर थीटा म्हणून जर मी कॉस दोन ax अधिक b च्या बरोबरीने एक वजा दोन साइन स्केअर अॅक्स अधिक bi च्या ऐवजी बदलले तर दिसेल की 2 या ah 2 सह रद्द करेल जे येथे 4 आहे

त्यामुळे हे 2 ते 2 करेल 4 ने ते येथे 2 होईल आणि म्हणून हे नकारात्मक चिन्ह ते सकारात्मक बनवेल

त्यामुळे आपल्याला साइन स्केअर अॅक्स प्लस b वर $2a$ म्हणजे व्हेरिअबल टर्म i येथे सारखेच मिळेल आणि दिसणारे स्थिर पद येथे उणे 1 बाय 4 असेल जे मी wi केले हा स्थिरांक c हा दुसरा स्थिरांक c असेल म्हणून जर आपण दोन परिणामांकडे पाहिले तर ते भिन्न स्वरूपाचे दिसत असले तरी ते सारखेच असतात

त्यामुळे अनेक वेळा असे घडू शकते की आपण अविभाज्य मूल्यमापनासाठी वेगळा मार्ग निवडू शकता आणि तुम्हाला एक फॉर्म मिळू शकतो जो तुम्ही वेगळ्या फॉर्म्युलेशनमधून अह मिळवला आहे त्याप्रमाणे नसेल पण अहो ते ज्या फंक्शनचे फॅमिलीचे प्रतिनिधित्व करतील ते परिणाम आता सारखेच असतील अहो पुढचे उदाहरण जे मी तुमच्यासाठी दाखवणार आहे.

आपण म्हणतो की आपण a चा इंटीग्रल घेतो

त्यामुळे आपल्याला या इंटीग्रलचे मूल्यमापन करावे लागेल आता आपण फंक्शन निवडण्यासाठी त्वरित निवड करू शकतो जे आपण बदलले पाहिजे कारण आपण हे करू शकत नाही हे येथे अगदी स्पष्टपणे दिसून येते की त्यात अँटी-डेरिव्हेटिव्ह नाही ताबडतोब ओळखू शकतो आणि म्हणून आपल्याला सर्व प्रथम बदलणे आवश्यक आहे म्हणून कोणी प्रथम x रूट म्हणून t म्हणून पर्याय म्हणून निवड करू शकतो म्हणजे x ची पॉवर अर्धा t च्या बरोबरी म्हणजे अर्धा x वाढवणे पॉवर वजा अर्धा dx dt च्या बरोबरीचा आहे जो एक बाय दोन रूट आहे xdx dt च्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे इंटीग्रल टॅन म्हणून आकार घेईल घात चार t सेकंद वर्ग t वर वाढेल आणि नंतर dx द्वारे रूट x 2 dt होईल म्हणून हे मूळ x प्रत्यक्षात येथे dx वापरला जाईल म्हणून मूळ x द्वारे ते 2 dt आहे आता पुढे ते ताबडतोब सोडवता येणार नाही जोपर्यंत आपण निश्चित अधिक प्रतिस्थापन करत नाही तोपर्यंत आपण पाहतो की तो सेकंद स्केअर येथे दिसत आहे आणि येथे टॅन दिसत आहे हे आपल्याला माहित आहे की व्युत्पन्न टॅन हा सेकंद स्केअर आहे आणि म्हणून त्यावर लगेच क्लिक केले पाहिजे की आपण येथे टॅन टी म्हणून दुसरा पर्याय निवडला पाहिजे, म्हणून प्रतिस्थापनाची निवड करताना आपण ah या फंक्शनकडे पाहिले पाहिजे जे इंटीग्रॅंडमध्ये आहे जे इंटीग्रॅंडचा कोणताही भाग असू शकतो.

इंटीग्रॅंडच्या काही भागाचे व्युत्पन्न म्हणून प्रस्तुत करणे शक्य असल्यास तो भाग निवडला जावा, उदाहरणार्थ येथे $\tan t$ जर आपण $\tan t$ मध्ये फरक केला तर तुम्हाला \sec वर्ग t मिळेल

त्यामुळे \sec वर्ग t हा इंटीग्रॅंडचा भाग आहे.

d म्हणून जर आपण $\tan t$ निवडले तर \sec चौरस t dt हे नवीन व्हेरिअबलचे आणखी एक नवीन ah विभेदक म्हणून प्रस्तुत केले जाऊ शकते, म्हणून आपण $\tan t$ ची निवड करत आहोत आपण u म्हणू या की \sec वर्ग tdt हे बनवण्याच्या बरोबर आहे. प्रतिस्थापन आम्ही लक्षात घेतो की हे u पॉवर वर वाढवलेले होते चार सेकंद चौरस tdt दोन आधीच du च्या बाहेर आहे आणि आम्हाला u च्या दुप्पट वाढवलेला पॉवर पाच बाय पाच अधिक स्थिरांक मिळतो ज्याच्या बदली नंतर u हे मूल्य $\tan tt$ च्या बरोबरीचे आहे x आपल्याला दोन बाय पाच टॅन पॉवर पाच मिळतो x च्या मूळ x अधिक स्थिरांक पर्यायाने आपण येथे थेट तेच लॉजिक पाहिले आहे जे मी तुम्हाला येथे दिले आहे ते म्हणजे ते टॅन फंक्शन येथे आहे आणि सेकंद स्केअर येथे आधीच दिसत आहे म्हणून हे गृहित धरणे लगेच शक्य आहे.

हे \tan फंक्शन नवीन व्हेरिअबल म्हणून म्हणजे आपण रूट x चा टॅन नवीन व्हेरिअबल t म्हणून घेऊ शकतो, तर आपण ते निवडले तर काय होईल ते पाहू या, जर आपण रूट x चे टॅन वेगळे केले तर आपल्याला सेकंद वर्गमूळ x आणि t मिळेल.

मूळ x ची भिन्नता तुम्हाला एक बाय दोन रूट देईल xdx जे dt च्या बरोबरीचे आहे याचे सरलीकरण तुम्हाला सेकंद स्केअर x सेकंद स्केअर रूट देईल xdx ओव्हर रूट x दोन उजव्या बाजूला दोन dt च्या बरोबरीने मी ते का लिहित आहे अशा प्रकारे, कारण हा इंटीग्रॅंडचा भाग आहे \sec वर्गमूळ x ओव्हर रूट x हा इंटीग्रॅंडचा भाग आहे, म्हणून जर तुम्हाला ते येथे लक्षात आले तर \sec वर्गमूळ x ओव्हर रूट x हा इंटीग्रॅंडचा भाग आहे ज्याची मी निवड केली तर \tan रूट x च्या बरोबरीचे t ते मला एक सरलीकृत फंक्शन देईल

त्यामुळे शेवटी मी टॅन रूट x च्या बरोबरीचे अविभाज्य म्हणून जे प्राप्त होईल ते आधीच t म्हणून निवडले आहे आणि म्हणून हे t वाढवून 4 मध्ये 2 dt होईल

त्यामुळे 2 होईल बाहेर वळणे हे 2 बाय 5 टी वाढवून पॉवर 5 अधिक स्थिरांक होईल जे पाच मूळ x अधिक c च्या दोन बाय पाच

स्पर्शिका सारखे आहे

त्यामुळे तुम्ही निवड केल्यास तुम्हाला सोल्यूशनचे समान स्वरूप मिळेल परंतु जर आपण या प्रकरणात लक्षात घेतले तर गणना खूप दूर होती या प्रकरणात पेक्षा कमी आहे कारण आपल्याला दोन वेळा निवड करावी लागेल एकदा येथे आपल्याला पर्याय घ्यावा लागेल आणि दुसऱ्या वेळी येथे आपल्याला प्रतिस्थापन करावे लागेल म्हणून जेव्हा आपण बदलण्याची ही पद्धत वापरत असू तेव्हा योग्य निवड करणे महत्वाचे आहे आहे एक चांगली निवड केल्याने खूप झटपट गणना होऊ शकते आणि तुम्हाला बरोबर उत्तराकडे त्वरीत नेईल आता त्वरीत काही किचकट दिसणारी उदाहरणे सांगतील उदाहरणार्थ एक मी टॅन व्युत्क्रमाच्या x क्यूब साइनचा अविभाज्य भाग शोधण्यासाठी फंक्शन निवडतो x ला पॉवर 4 ने भागिले x ने पॉवर 8 अधिक $1 dx$ केले

त्यामुळे हे अविभाज्य आहे जे आपल्याला शोधून काढायचे आहे जर तुम्ही या इंटीग्रलकडे पाहिले तर हे खूप क्लिष्ट दिसते x क्यूब नंतर \arcsin नंतर \arctan ही फंक्शन्स दिसत आहेत तिथे पण जर तुम्ही अटी काळजीपूर्वक पाहिल्या आणि मागील समस्येमध्ये आम्हाला समजलेले तर्कशास्त्र असे आहे की त्यात इंटीग्रॅंडचा एक भाग आहे जो आम्ही नवीन व्हेरिएबल म्हणून निवडतो.

त्या भागाचे व्युत्पन्न इंटीग्रॅंडमध्येच असणे शक्य आहे का ते इथे अगदी स्पष्ट होईल जर तुम्ही पहिले x^4 पाहिले तर x^4 चे व्युत्पन्न x^5 क्यूब आहे का

त्यामुळे एक पर्याय x^4 असू शकतो जो देईल तुम्ही x^5 क्यूब व्युत्पन्न म्हणून आणि पुढील टर्म तुम्ही पुढे बदलण्यासाठी आणखी एक टर्म पाहाल तर टॅन व्युत्क्रम उपस्थित आहे आणि तुम्हाला माहिती आहे की टॅन व्युत्क्रम तुम्हाला व्हेरिएबल प्लस वनच्या वर्गाकडे घेऊन जातो म्हणून मी काळजीपूर्वक पाहिल्यास टॅन टॅन व्युत्क्रम x हा पॉवर फोर वर वाढवला आहे ही संज्ञा येथे एक आहे एक अधिक x हा पॉवर आठ वर वाढवला आहे जो या पदाचा वर्ग आहे म्हणून मी टॅन व्युत्क्रम x ची निवड केली तर ते बळ चार बरोबर नवीन आहे व्हेरिएबल t नंतर हे मला चार x क्यूब चार x क्यूब एक बाय 1 मध्ये वाढवेल x^8 पॉवर 8 dx बरोबर dt जे थोडेसे सरलीकरण केल्यानंतर मी लिहू शकतो की x क्यूब बाय 1 अधिक x raise टू पॉवर adx समान आहे ते $4x^3$ पर्यंत ch हा माझ्या इंटीग्रॅंडचा भाग आहे म्हणून मी याच्या बदली करीन म्हणजे मला dx क्यूब x raise to r आठ अधिक एक एवजी i equals to integration मिळेल मी इथे $ah dt$ by e चार लिहीन मग ही sine आहे नवीन व्हेरिएबल t sine of t तुम्ही हे पाहू शकता हे फक्त ah वजा ऑफ $\cos t$ अधिक स्थिरांक आहे जे शेवटी तुम्हाला उणे एक बाय चार \cos of \arctan x raise to power four plus constant वर घेऊन जाईल

त्यामुळे समस्या लवकर सोडवली जाते फंक्शनची योग्य निवड आणि आहे आम्हाला लगेचच निकाल मिळेल तुमच्यासाठी हे दुसरे उदाहरण आहे, तर आपण असे म्हणूया की आम्हाला अविभाज्य i बरोबरीचे मूल्यमापन करायचे आहे 10 raise to power 5 raise to power x गुणाकार 5 ने वाढवलेला x गुणाकार म्हणजे dx च्या अविभाज्यतेचा अर्थ आहे म्हणून येथे इंटीग्रॅंड दहा वाढवलेला पॉवर पाच वर वाढवलेला x पॉवरला पाच वाढवलेला x पॉवर x मध्ये पाच वाढवलेला x आपण ही समस्या पाहिल्यास हे लगेच समजू शकते की आपण वापरल्यास 5 पर्यंत वाढवले पॉवर x हे नवीन व्हेरिएबल t साठी प्रतिस्थापन म्हणून वापरा आणि पॉवर x स्केअरला वाढवलेले सूत्र काही स्थिर आहे म्हणून व्युत्पन्न किंवा डिफरेंशियल रिड्ड टू पॉवर x लॉग बनते बेस $edx dt$ च्या बरोबरीचा आहे

जेणेकरून मी निवड केली तर पाच पैकी पॉवर x वर नवीन व्हेरिएबल म्हणून वाढवलेले नंतर 5 पॉवर x वर वाढवलेला इंटीग्रॅंडचा एक भाग म्हणून आधीच सादर केला आहे जो dx सोबत dt बनवेल म्हणून हे अविभाज्य 10 या फॉर्ममध्ये लिहिले जाऊ शकते 10 पॉवर करण्यासाठी हे 5 वर वाढवले पॉवर x नवीन व्हेरिएबल होईल t फाइव्ह पॉवर $x dx$ वर वाढवलेला $x dx$ पाच पॉवर $x dx$ ला dt ला लॉग पाच बीसी ने भागले जाईल आणि नंतर शेवटी हा इंटीग्रॅंड 1 द्वारे लॉग 5 बेस ई इंटीग्रल 10 वाढवा $t dt$ ने अगदी सहजपणे लिहिता येईल.

जे तुम्ही लिहू शकता 10 raise to power t integral of a raise x to power x is integral is a raise to power x भागिले $\log a$ base e

त्यामुळे ते मला \log ten base e plus constant of integration ने भागाकार देत असेल.

व्या इथे t चे मूल्य आहे ah हा t चा पर्याय वापरून पाच पॉवर x वर वाढवले आहेत जेणेकरून मला खरे उत्तर मिळू शकेल त्यामुळे या उदाहरणांच्या मदतीने आपण आतापर्यंत शिकलो आहोत की आपण कोणत्या प्रकारच्या निवडी निवडू शकतो.

तुम्ही काही निवडी करू शकता आणि एका बाबतीत असे घडू शकते की कदाचित समस्या थोडी लांबली असेल पण शेवटी ते तुम्हाला समाधान देईल

त्यामुळे सुरुवातीला निराश होऊ नका काही सराव केल्यानंतर तुम्हाला ते समजेल.

तुम्ही कोणते फंक्शन निवडले पाहिजे जेणेकरून तुम्ही इंटीग्रल्सची सहज गणना करू शकाल आता आम्ही काही महत्वाच्या फंक्शन्सचे इंटीग्रल्स शोधू ज्यामध्ये काही त्रिकोणमितीय फंक्शन्स समाविष्ट आहेत

त्यामुळे या फंक्शन्सचे एकदा मूल्यमापन केल्यावर आम्ही त्यांचा फॉर्म्युला म्हणून वापर करू, उदाहरणार्थ आतापर्यंत आम्हाला मूल्यमापन करायचे असल्यास $\tan x$ चे इंटीग्रल काय करावे हे आम्हाला माहित नाही पण आता आमच्याकडे एक साधन आहे जे आम्हाला $\tan x$ च्या इंटीग्रलचे मूल्यमापन कसे करायचे हे समजून घेण्यास मदत करेल जेणेकरून ते कसे केले जाऊ शकते हे आपण पाहू शकतो.

$\tan x$ येथे $\cos x$ द्वारे $\sin x$ आहे आणि आता या फंक्शनकडे पहा integrand sine x आणि cosine x पहा म्हणजे जर मी नवीन व्हेरिएबल म्हणून फंक्शनपैकी एकाची निवड केली

तर मला त्या फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह उपस्थित आहे.

येथे पण कोणते फंक्शन मी निवडले पाहिजे जेणेकरून त्या फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह असलेले उत्पादन नवीन व्हेरिएबल बनते, जर तुम्ही

काळजीपूर्वक पाहिले तर तुम्हाला दिसेल की मी नवीन व्हेरिएबल म्हणून $\cos x$ निवडल्यास मला $\sin x dx$ असे मिळेल $a \int dt$ अर्थातच नकारात्मक चिन्हासह,

त्यामुळे या पदाकडे बारकाईने पाहिल्यास माझी निवड अगदी स्पष्ट आहे, म्हणून मी ही निवड करीन कारण x हे नवीन व्हेरिएबल t असेल जेणेकरून वजा चिन्ह $x dx dt$ होईल आणि साइन x चा भाग असेल integrand म्हणून आह इंटीग्रल मी याला इंटीग्रल म्हणू या म्हणून इंटीग्रल i हे वजा dt ओव्हर t चे इंटीग्रेशन बनते हे वजा चिन्ह येथे जाते आणि नंतर $\cos t \cos x t$ आहे त्यामुळे ते dt ओवर t असे येते का मला हे आधीच माहित आहे एक लॉग फंक्शन आहे जे आम्हाला आधीच माहित आहे फॉर्म्युलावरून

so log of mod t आणि plus constant ऋण आम्हाला लॉगचे मायनस माहित आहे त्यामुळे ते $\ln |t|$ ने लॉग ऑफ वन मध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते आणि म्हणून हे सूत्र तुम्हाला लॉग t च्या पहिल्या वजा वर घेऊन जाईल $\cos x$ plus च्या बरोबरीचे c जे शेवटी या नकारात्मक चिन्हामुळे तुम्हाला $\sec x + 1$ च्या \ln च्या लॉग द्वारे $\cos x + 6x$ कडे नेले जाईल, म्हणून आम्हाला येथे जे मिळाले ते म्हणजे $\tan x dx$ चे अविभाज्य $\ln |\sec x + 1|$ च्या लॉगच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण हे करू फॉर्म्युला म्हणून वापरा तत्सम पद्धतीने आपण $\cos x$ चा अविभाज्य वापर करू शकतो $\cos x$ ने भागिले $\sin x$ हीच प्रक्रिया करून आणि येथे सर्व आकडेमोड लिहून तुम्हाला कव्हेल की हा $\ln |\sin x + \text{constant}|$ चा लॉग असेल त्यामुळे हा भाग तुम्ही स्वतःला सिद्ध करू शकता अहो तुम्ही ते स्वतः करा हे मागील फॉर्म्युलाप्रमाणेच त्याच ओळीवर लिहून अगदी सहज करता येते

तिसरा फॉर्म्युला $\sec x dx$ च्या अविभाज्यतेसाठी आहे म्हणून आम्ही त्याला मी आता $\sec x$ असे म्हणू का तुम्हाला $\cos x$ द्वारे एक माहित आहे पुन्हा समस्या आहे तेथे कोणतेही भाग वेगळे नाहीत t फंक्शनमधून kx एक बाय $\cos x$ दोन असे म्हणायचे आहे तर $\cos x$ स्वतःच काय करावे तर कल्पना सोपी आहे की आपण येथे काय करतो ते म्हणजे आपण ते एका फॉर्ममध्ये रूपांतरित करण्याचा प्रयत्न करू शकतो जिथे आपण आपला वापर करू शकतो.

किंवा आम्ही आमचे पूर्वीचे निकाल कोठे वापरू शकतो म्हणून आम्ही काय करतो ते म्हणजे आम्ही अंश आणि भाजक या दोन्हींचा सेक x अधिक टॅन x ने गुणाकार करतो हे क्षणार्धात स्पष्ट होईल की जर तुम्ही आता विस्तार केला तर तुम्हाला काय फायदा होईल.

आणि फंक्शन लिहा म्हणजे ते सेकंद x अधिक सेक x टॅन x पूर्ण भागिले सेक x अधिक टॅन x होईल आता हे फंक्शन काळजीपूर्वक पहा तुम्हाला काय फायदा झाला आहे म्हणून तुम्ही भाजक पाहिल्यास ते $\sec x$ अधिक $\tan x$ आहे आणि जर तुम्ही त्या फंक्शनमध्ये फरक केला तर $\sec x$ चा भेदभाव तुम्हाला $\sec x \tan x$ देईल आणि $\tan x$ चा भेदभाव तुम्हाला सेकंद स्केअर x देईल आणि आता पहा ते दोन्ही अंश एकच फंक्शन आहेत

त्यामुळे $\sec x$ अधिक $\tan x$ जर तुम्ही तुम्हाला मिळणार आहे फरक करा अंश जो इंटीग्रँडचा भाग आहे आणि म्हणून आमची मागील युक्ती जर मी $\sec x$ अधिक $\tan x$ हे नवीन व्हेरिएबल t असे गृहीत धरले तर आपण पाहतो की \sec वर्ग x अधिक $\sec x \tan x dx dt$ च्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून ही संज्ञा dt over म्हणून लिहिता येईल.

t जे जीवन खूप सोपे बनवते आता ते $\ln |t|$ प्लस स्थिरांकाच्या लॉगरिदमिककडे नेत आहे आणि t म्हणजे काय आहे हा $\sec x$ अधिक $\tan x$ अधिक स्थिरांकाचा लॉग आहे

त्यामुळे $\sec x$ चा अविभाज्य समांतर रेषांवर हे सूत्र बनते ज्याचे आपण त्वरीत मूल्यांकन करू शकतो.

$\operatorname{cosec} x$ चा अविभाज्य भाग आशा आहे की आता तुम्हाला ही युक्ती समजली आहे की आम्हाला $\operatorname{cosec} x$ अधिक कॉर्टेक्सने गुणाकार आणि भागाकार करावा लागेल आणि अटीकडे पुन्हा काळजीपूर्वक पहा म्हणजे तुम्ही नवीन व्हेरिएबल म्हणून $\cos xx$ अधिक $\cot x$ निवडल्यास तुम्हाला \cos चे वजा मिळेल.

x चौरस x आणि नंतर $\cos xx$ कॉर्टेक्सचे वजा जे त्या दोघांना बेरीज म्हणून बनवेल आणि म्हणून डेरिव्हेटिव्हचा भाग इंटीग्रँडमध्ये उपस्थित आहे म्हणून आम्ही निवड करू की $\cos xx$ अधिक $\cot x$ म्हणून निवडा नवीन व्हेरिएबल पुन्हा t म्हणूया म्हणजे $\cos xx \cot x$ वजा वजा $\cos x$ वर्ग x संपूर्ण गुणाकार dx बरोबर dt आहे म्हणून जर मी हे ऋण चिन्ह सामान्य मानले तर मला तेच मिळेल जे येथे आहे $\cos x$ वर्ग x अधिक $\cos xx \cot x$ आणि ते फक्त t अह वर $\int dt$ चे वजा असे लिहिले जाईल जे $\ln |t| + \text{constant}$ अह t च्या लॉगरिदमिकचे वजा शिवाय दुसरे काहीही नाही

त्यामुळे पुन्हा x अधिक $\cot x$ होत आहे म्हणून ते असे होईल की मी ते असे लिहू शकतो $\ln |t| + \text{constant}$ अह $\ln |t| + \text{constant}$ अह साधारणपणे सूत्र भाजकात न ठेवता सोप्या करून पुढे लिहिले जाते आणि दुसऱ्या फंक्शनच्या संदर्भात अह असे लिहिले जाते जे येथून सहज लक्षात येते की आपण काय असे आहे की आपण अंश आणि भाजक या दोन्हींचा $\cos xx$ वजा $\cot x$ ने गुणाकार करू म्हणजे अंश अह $\cos x$ चौरस x उणे \cot चौरस x अह होईल किंवा आपण असा विचार देखील करू शकता की हा मी $\cos x$ चौरस x उणे \cot चौरस x ने बदलू शकतो.

आणि नंतर फॅक्टराइज करा हे असे आहे की त्या गणनेनंतर आह, जे तुम्हाला वाटत असले तरी तुम्हाला ते

$\operatorname{cosec} x$ वजा $\cot x + c$ च्या लॉग प्रमाणे मिळेल

त्यामुळे $\cos xx dx$ चा अविभाज्य बरोबरीचा आहे

त्यामुळे हे येथे समान आहे

त्यामुळे आशा आहे की तुम्हाला येथे मुद्दा समजला असेल हा एक आहे $\cos x$ अधिक $\cot x$ वर एक मार्ग असा आहे की तुम्ही येथे अंक आणि भाजक दोन्हींचा गुणाकार $\cos x$ उणे कॉर्टेक्सने करा म्हणजे अंश तुम्हाला $\cos xx$ वजा कॉर्टेक्स मिळेल आणि भाजक तुम्हाला $\cos x$ चौरस x वजा \cot वर्ग x मिळेल आणि तुम्हाला माहित आहे की $\cos x$ वजा कॉर्टेक्स x स्केअर x वजा कॉर्टेक्स x स्केअर x वजा कॉर्टेक्स x स्केअर x एक च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आह आम्ही पाहिले आहे की आम्ही काही त्रिकोणमितीय फंक्शन्सच्या अविभाज्यतेसाठी आणखी काही सूत्रे विकसित केली आहेत.

ही सूत्रे नंतर पुन्हा सुलभ होतील.

अविभाज्यांचे मूल्यमापन करा, मी तुम्हाला एक्स प्लस अँड एक्सच्या साइनवर साइन x च्या इंटीग्रलच्या एका उदाहरणाच्या मदतीने दाखवीन, म्हणून जर तुम्ही हे उदाहरण पुन्हा पाहिले तर आम्हाला अडचण येईल की आम्ही नवीन उप म्हणून निवडल्यास आम्ही एक संज्ञा पाहू शकत नाही.

stitution नंतर आपल्याला integrand मधून ah काही पद मिळते परंतु आपण येथे एक निवड करू शकतो ah जर आपण काळजीपूर्वक पाहिले तर काय घडत आहे की ही बेरीज भाजकात येत आहे जर आपण ती अंशाकडे वळवली तर ते आपल्याला मदत करू शकते म्हणून काय जर आपण भाजकामध्ये हे x अधिक a हे नवीन चल t ने बदलले तर हे आपल्याला $dx dt$ च्या बरोबरीचे देईल आणि म्हणून इंटीग्रल या फॉर्ममध्ये रूपांतरित होईल x चा साइन t वजा a होईल आणि x अधिक a चा साइन होईल $\sin t$ आणि $dx dt$ बनले आहे

त्यामुळे अविभाज्य हे या फॉर्ममध्ये रूपांतरित झाले आहे आता हे आपल्याला का मदत करू शकते कारण आपल्याला वजा b चे \sin चे सूत्र माहित आहे जे आपण विस्तृत करू शकतो आणि आपण पाहू शकतो की काय होऊ शकते म्हणून आपण असे करू शकतो $\sin t \cos a$ वजा $\cos t \sin a$ ला $\sin t dt$ ने भागाकार केला म्हणून ही गणना $\sin t \sin t$ ला पहिल्या अविभाज्य मध्ये रद्द करते आणि जर तुम्ही रेखीयता गुणधर्म वापरला कारण एक स्थिरांक अविभाज्य मधून बाहेर आला तर तो एक dt वजा होतो $\sin a$ पुन्हा ac जात $\sin t$ is $\cot t dt$ द्वारे integral $\cos t$ मधून instant बाहेर येतो म्हणून आपण हे बदलू कारण $\cos a$ चा integral t होतो अधिक आपण म्हणूया की आणखी एक स्थिरांक c एक वजा चिन्ह a हे $\cot t$ आहे

त्यामुळे आत्ताच आपण च्या समाकलनाचे मूल्यमापन केले आहे.

$\cot x$ चे $\cot t$ इंटीग्रेशन आम्ही मूल्यमापन केले आहे म्हणून मी तुम्हाला तेच मटेरियल सांगितले आहे की कोणते व्हेरिएबल्स वापरले जात आहेत आम्ही फक्त त्यात बदल करू शकतो

त्यामुळे हा लॉग ऑफ मॉड साइन होईल

त्यामुळे येथे x ऐवजी तुम्हाला t प्लस स्थिरांक मिळावा.

फॉर्म्युला जे आपण वापरणार आहोत

त्यामुळे हा $\log \sin t$ चा लॉग असेल आणि आणखी एक स्थिरांक आपण त्याला c दोन म्हणू या

त्यामुळे शेवटी ah पूर्ण झाले आहे आणि आता आपल्याला थोडे सरलीकरण करणे आवश्यक आहे t म्हणजे x अधिक a .

म्हणून आपण ते x अधिक a अधिक c मध्ये $\cos a$ मायनस $\sin a$ हे लॉग ऑफ \sin of x अधिक a अधिक c दोन असे ठेवू जे पुढे $\cos a$ नंतर $\sin a$ times c प्रमाणे स्थिरांकाने समायोजित केले जाऊ शकते.

दोन ही संपूर्ण संज्ञा नवीन स्थिरांक cs म्हणून लिहिली जाऊ शकते o की शेवटी आपल्याला $x \cos a$ वजा साइन a times \log of \sin of x plus a plus संपूर्ण constant c मिळतो म्हणून कधी कधी आपल्याला एक प्रकारचा वापर करावा लागतो ज्याला आपण म्हणू शकता ती एक युक्ती आहे जेणेकरून इंटीग्रल जे सुरुवातीला असू शकत नाही ज्या फॉर्मचे आपण सहज मूल्यांकन करू शकतो परंतु जर आपण एखादे बदल केले तर त्याचे रूपांतर दुसऱ्या फॉर्ममध्ये केले जाऊ शकते जे आपण सहजपणे मूल्यांकन करू शकतो आणि हे सूत्र जाणून घेणे येथे सुलभ झाले आणि पुढील काळात आपण या अविभाज्यतेचे द्रुतपणे मूल्यांकन करू शकू.

ठराविक त्रिकोणमितीय ओळख वापरणार आहे म्हणून पहिले उदाहरण जे मी तुमच्यासमोर ठेवू इच्छितो ते म्हणजे $\sin^3 x$ $\cos^3 x dx$ नुकतेच तीन निवडले आहेत जेणेकरून फार क्लिष्ट गणना होणार नाही आणि आपण पाहिल्यास आम्ही हे सहज करू शकतो.

त्यावर पुन्हा काळजीपूर्वक आपण प्रतिस्थापनाची पद्धत वापरू शकतो आपल्याकडे येथे साइन फंक्शन आहे आणि येथे कोसाइन फंक्शन आहे

त्यामुळे आपण काय करू शकतो की आपण ते साइन क्यूब $x \cos$ स्केअर $x \cos x dx$ मध्ये मोडू शकतो.

आपण हे का करत आहोत ते पहा कारण आपल्याला माहित आहे की $\sin x$ चे व्युत्पन्न कोसाइन $x dx$ आहे

त्यामुळे किमान एक भाग गेला आहे आणि आता आपल्याला उर्वरित भागाची काळजी घ्यावी लागेल आणि आपण या \cos वर्गाचे काय करावे? x म्हणून आपण प्रयत्न केला पाहिजे की आपण या फंक्शनला सायनस साइन टर्ममध्ये जोडू शकतो का आणि येथे आपल्याला माहित आहे की आपल्याकडे त्रिकोणमितीय ओळख आहे जी म्हणते की साइन स्केअर x अधिक कॉस स्केअर $x + 1$ च्या बरोबरीचा आहे म्हणजे \cos स्केअर $x + 1$ वजा पाप आहे चौरस x म्हणजे तुम्ही हे देखील साइन फंक्शनमध्ये रूपांतरित करू शकता आणि अशा प्रकारे ही संपूर्ण गोष्ट \sin क्यूब x एक वजा \sin स्केअर $x \cos x dx$ मध्ये जाईल आता जर मी $\sin x$ ची निवड केली तर t होण्यासाठी $\sin x$ निवडा.

त्यामुळे कोसाइन $x dx$ हे मला येथे मिळाले आहे ते म्हणजे t घन एक वजा t वर्ग dt साधी बहुपदी अभिव्यक्ती ज्याचे सहज मूल्यमापन केले जाऊ शकते t घन वजा t घात पाच पर्यंत वाढवा ज्यामुळे तो घात चार बाय चार वजा t वाढवेल पॉवर सिक्स बाय सिक्स आणि अधिक इंटरचा स्थिरांक $gration$ जेथे $t \sin x$ आहे

त्यामुळे शेवटी तुम्हाला साइन चार x बाय चार वजा सायन सहा x बाय सहा अधिक स्थिर अह मिळेल.

हे जाणे आवश्यक नाही किंवा या उदाहरणाला सामोरे जाण्याची आवश्यकता नाही ज्या पद्धतीने मी ते हाताळले आहे ते तुम्ही देखील वापरू शकता.

मी पुन्हा तेच उदाहरण घेतो, तुम्ही आणखी काही संबंध वापरू शकता, म्हणून जर मी हे $\sin x \cos x$ whole cube dx चे गुणाकार म्हणून लिहिले तर आपण येथे काय करू शकतो की आपण त्यास दोनने गुणाकार करतो म्हणजे आपण आत गुणाकार करत

आहोत.

क्यूब ब्रॅकेट म्हणजे आपण दोन क्यूबने गुणाकार करत आहोत म्हणून एकदा मी हे केल्यावर आपल्याला दोन क्यूबने भागावे लागेल हे खूप परिचित फॉर्म्युला दोन साइन ए कॉस ए म्हणजे साइन दोन ए म्हणून दिसते

त्यामुळे हे अविभाज्य बनवते एकाने आठ असू शकतात

दोन $x dx$ च्या साइन क्यूबच्या बाहेर घेतले आणि येथे मी \sin क्यूब फंक्शनचे मूल्यमापन करण्यासाठी दोन x साठी माझ्या प्रतिस्थापनाचा वापर करू शकतो, म्हणून आपण असे म्हणू की दोन $x t$ आहे म्हणजे dx च्या दुप्पट dt च्या बरोबर आहे म्हणजे dx समान आहे प्रतिस्थापन केल्यानंतर dt दोन पर्यंत ni येथे साइन क्यूब $t dt$ चे एक बाय आठ इंटीग्रेशन दोन बाय टू मिळेल जे ते एक बाय सोळा असे करेल साइन क्यूब t^3 चे इंटीग्रेशन मी सर्व पायऱ्या करत आहे जेणेकरून ते तुम्हाला स्पष्टपणे स्पष्ट व्हावे $\sin^3 t$ मध्ये t^3 असे आम्ही करतो या क्षणी कोणतेही सूत्र माहित नाही आपण काय करावे आपण ते दुसऱ्या साइन स्केअरमध्ये $\sin t$ मध्ये रूपांतरित केले पाहिजे आणि नंतर आपण आधीच केलेल्या प्रक्रियेसह जावे किंवा आपण दुसरी त्रिकोणमितीय ओळख वापरावी अशी आशा आहे की आपल्याला साइन तीन x समान हे सूत्र लक्षात असेल.

ते तीन साइन x उणे चार साइन क्यूब x म्हणून मी येथून हे सूत्र वापरल्यास मला सहज मिळू शकेल जे मला सूत्र आठवते का यावर अवलंबून आहे तरच मी हे वापरू शकतो म्हणून जर मला सूत्र आठवले तर मला लगेच तीन चिन्ह म्हणून \sin क्यूब मिळू शकेल व्हेरिएबल म्हणजे t उणे साइन तीन t ला चार dt ने भागले म्हणजे t चे चौसष्ट अविभाज्य चिन्ह t आहे वजा $\cos t$ वजा साइन तीन t चे अविभाज्य पुन्हा वजा \cos तीन t बाय तीन आणि नंतर अधिक a constant c म्हणून शेवटी मी येथे जे निरीक्षण केले आहे ते मला येथे आढळले आहे की t ची खालील वजा तीन बाय चौसष्ट कॉस दोन x आहे म्हणून दोन x हे वजा वजा अधिक एक चौसष्ट x ची तीन गुणांक सहा x अधिक स्थिरांक होतो.

हे असेच आहे जे तुम्ही मागील उदाहरणामध्ये पुन्हा पहात असलेले फॉर्म हे आम्ही ज्या प्रकारे मूल्यमापन केले आहे ते कदाचित तुम्हाला काय अपेक्षित आहे ते पाहत नसेल परंतु जसे मी तुम्हाला पूर्वी सांगितले होते की विशिष्टतेची हमी दिली जात नाही.

परंतु जर तुम्हाला ते एकाच कुटुंबातील असल्याचे दिसले तर तुम्ही या \cos दोन x चा ah एक वजा दोन साइन स्केअरमध्ये विस्तार करू शकता आणि नंतर पुन्हा पुढे जेणेकरून तुम्हाला समान अटी मिळतील म्हणून अह शेवटी मी तुम्हाला दुसरे उदाहरण दाखवू इच्छितो जे वापरते

पाप चार x चिन्ह आठ x चा अविभाज्य भाग शोधण्यासाठी काही त्रिकोणमितीय संबंध खरेतर ही उदाहरणे अह जेनेरिक उदाहरणे म्हणून गणली जाऊ शकतात

त्यामुळे अह जर तुम्हाला सोडवावे लागतील किंवा तुम्हाला इतर काही पूर्णांकाचे मूल्यमापन करावे लागेल.

a ज्यामध्ये या प्रकारच्या फंक्शन्सचा समावेश असेल त्यामध्ये तुम्ही त्या फंक्शन्सचा सामना कसा करू शकता असा संदेश द्यायला हवा

, उदाहरणार्थ येथे पुन्हा मागील उदाहरणाप्रमाणे तुम्ही दोनने गुणाकार आणि भागाकार करा म्हणजे तुम्हाला दोन साइन चार x साइन आठ x पैकी अर्धा मिळेल.

जर तुम्ही हे अविभाज्य बघितले तर आता याने दोन साइन $a \sin b$ चे फॉर्म घेतले आहे.

सुदैवाने b चिन्हावर स्वाक्षरी करण्यासाठी आमच्याकडे सूत्र आहे

तुम्हाला हे सूत्र आठवते हे तुम्हाला \sin of \cos वर घेऊन जाते आणि तुम्हाला एक वजा b वजा \cos च्या \cos of \cos वर नेले जाते.

$a \pm b$ चा

त्यामुळे येथे आमचा अविभाज्य i हा या प्रकरणात चार वजा आठ x च्या चार वजा आठ x च्या $\sin b \cos$ वर स्वाक्षरी करण्यासाठी अर्धा अविभाज्य होईल

म्हणून एकदा मी सूत्र वापरल्यानंतर तुम्ही पाहू शकता की हे संपूर्ण मूल्यमापन क्षुल्लक होते.

उणे चार x चा अर्धा अविभाज्य \cos जो उणे x ची \cos आहे तो नेहमी $\cos x$ असतो

त्यामुळे आपल्याकडे बारा $12x dx$ चा \cos चार x वजा \cos असेल

आणि हे संबंध वापरून जे मी तुम्हाला आधीच ax आणि v साठी दाखवले आहे ते मला माहित असल्यास $\int \cos$ च्या $gral$ नंतर मला फक्त ah ने भागणे आवश्यक आहे की ah ने या संज्ञेच्या व्युत्पन्नाने याचा अर्थ असा की \cos मध्ये अविभाज्य चिन्ह आहे म्हणून ते चार x होईल या सहकाऱ्याच्या व्युत्पन्नाने भागाकार बारा x चे व्युत्पन्न करून बारा आहे आणि नंतर अधिक एकत्रीकरणाचा स्थिरांक

त्यामुळे आपल्याला हेच मिळते म्हणून या विशिष्ट अभिव्यक्तीकडे पाहिल्यास ते थोडे कठीण दिसते परंतु त्रिकोणमितीय सूत्र वापरून त्रिकोणमितीय संबंधांचे मूल्यमापन करण्यास आपल्याला मदत होते आहे अविभाज्य अधिक चांगल्या प्रकारे किंवा सोप्या मार्गाने, म्हणून शेवटी मी काय केले ते सारांशित करू इच्छितो म्हणून आज आम्ही बदलीद्वारे अनिश्चित पूर्णांकांचे मूल्यमापन कसे करायचे ते शिकलो नंतर काही त्रिकोणमितीय संबंध किंवा त्रिकोणमितीय सूत्रासाठी आणि पुढे आम्ही त्रिकोणमितीय ओळख वापरतो.

पुढील वर्गात या अविभाज्य घटकांचे मूल्यमापन करण्यासाठी आम्ही बीजगणितीय भूतपूर्व समाविष्ट असलेल्या काही विशिष्ट फंक्शन्सचे मूल्यमापन कसे करायचे ते पाहू.

दाब किंवा बहुपदी अभिव्यक्ती आपण