पिछले व्याख्यान में छात्रों का स्वागत है आपने अनिश्चितकालीन अभिन्न के गुणों के साथ-साथ अनिश्चित अभिन्नों के योग का मूल्यांकन करने की विधि के बारे में देखा है।

बाद के आधे भाग में हमने पाया कि उन विचारों का उपयोग करके हमेशा पूर्णांक प्राप्त करना संभव नहीं हो सकता है और इसलिए हमारे पास कुछ और उपकरण होने चाहिए ताकि इसके लिए हमने प्रतिस्थापन की विधि के रूप में जानी जाने वाली एक और विधि का उपयोग किया, जिसे
हमने देखा कि यह हमारे इंटीग्रल को में बदल देगा।

सरल रूप जिनका मूल्यांकन अंत में आसानी से किया जा सकता है मैंने आपके लिए एक उदाहरण लिया कुल्हाड़ी प्लस बीडीएक्स की साइन का अभिन्न अंग और कुल्हाड़ी प्लस बी के प्रतिस्थापन के द्वारा टी के बराबर है और फिर अंत में इसका मूल्यांकन करते हुए हमने देखा कि उत्तर कुल्हाड़ी प्लस के कॉस के रूप में आता है बी बटा ए प्लस एक और स्थिरांक सी एकीकरण की निरंतरता है जिसे हमने प्रतिस्थापन कुल्हाड़ी प्लस बी को टीआई के बराबर बनाकर देखा है , यह सिफारिश कर सकता है कि यह सूत्रीकरण को वास्तव में सामान्यीकृत किया जा सकता है, आइए हम कहें कि यदि हम स्थिरांक को अनदेखा करते हुए एफएक्स के एकीकरण को पूंजी एक्स कहते हैं तो हम कुल्हाड़ी प्लस बीडीएक्स के एकीकरण को एफ के रूप में एफ प्लस बी से विभाजित कर सकते हैं, यदि हम निरंतर चुनते हैं तो हम पता है कि स्थिरांक एक दूसरे का ख्याल रखेंगे मैं आपको एक उदाहरण के साथ भी दिखाऊंगा

इसलिए इस मामले में अगर मुझे इस तरह का एक समारोह दिया जाता है तो मैं हमेशा इस तरह के लिए अभिन्न लिख सकता हूं ताकि अगर मैं यहां फॉर्मूलेशन लगाता हूं मुझे पता है कि साइन एक्स का एकीकरण कोसाइन एक्स का ऋण है और

इसलिए इस फॉर्मूलेशन का उपयोग करके कुल्हाड़ी प्लस बी की साइन का एकीकरण एक प्लस स्थिरांक से कोसाइन कुल्हाड़ी प्लस बी का शून्य हो जाता है,

इसलिए इसका सबूत बहुत मुश्किल नहीं है, कोई यह देख सकता है कि ऐसा क्यों हो रहा है कि इस स्टार समीकरण में `ax plus b` को एक नए वेरिएबल `t` के बराबर चुनें ताकि आप जान सकें कि `adx`
`dt` हो जाता है या `dx adt` से एक हो जाता है
और

इसलिए इंटीग्रल फिर से होगा फैक्स प्लस बी के इंटीग्रल के रूप में प्रस्तुत किया गया है,

इसलिए यह टीडीएक्स का एफ है, डीटी बटा ए के अलावा कुछ भी नहीं है,

इसलिए यह टीडीटी के इंटीग्रल एफ द्वारा 1 के बराबर होगा अब टी को किसी भी वेरिएबल से बदला जा सकता है और

इसलिए फॉर्म एफएक्सडीएक्स जैसा ही है

इसलिए आप इसे इस तरह से भी लिख सकते हैं कि लिखना आवश्यक नहीं है लेकिन आप इसे इस तरह भी लिख सकते हैं कि 1 `afxdx` द्वारा और इस फॉर्म में पूंजी `f` के रूप में अभिन्न है जिससे कि पूंजी `f` द्वारा 1 बना दिया जाए लेकिन आपके पास है यह ध्यान में रखते हुए कि यह इस `f` फ़ंक्शन के अनुरूप है,

इसलिए संबंधित `f` फ़ंक्शन को फिर से मूल फ़ंक्शन में परिवर्तित किया जाना है,

इसलिए बेहतर है कि हम मूल चर `t` को ही रखें ताकि यह आपको भ्रमित न करे,

इसलिए यह मुझे `f` देगा `t` प्लस एकीकरण का एक स्थिरांक है और चूंकि पहले से ही यह `t` चर `xax plus bi` के मान के साथ है, इसे `ax plus b` का `f` लिख सकते हैं जो कि एकीकरण के एक प्लस स्थिरांक के समान है जो यहां दिया गया है।

इतना अल्टीमेट हमने जो सीखा वह यह है कि यदि हम चर के संबंध में फ़ंक्शन के यहां इंटीग्रल को जानते हैं तो यदि आपके यहां एक रैखिक फ़ंक्शन है तो आप जो प्राप्त कर सकते हैं वह उस फ़ंक्शन के लिए अभिन्न मान को प्रतिस्थापित करता है और फिर अंतर से विभाजित होता है जो शब्द यहाँ है जो कि `a` के बराबर है, अभिन्न का मूल्यांकन करने में कई बार उपयोगी आह है, हमें बार-बार गणना करने की आवश्यकता नहीं है, हालांकि शुरुआत में हम उन गणनाओं को करेंगे, अब मैं आपको एक उदाहरण दिखाऊंगा आइए हम साइन का अभिन्न अंग कहें कुल्हाड़ी प्लस बी का कुल्हाड़ी प्लस बीडीएक्स के कोसाइन में,

इसलिए मैं प्रतिस्थापन का उपयोग करके इस अभिन्न का मूल्यांकन कर सकता हूं, तो आइए देखें कि यह कैसे विकसित होता है और दूसरा तरीका यह है कि जैसा कि मैंने आपको पिछले उदाहरण में दिखाया था कि क्या होगा यदि मैं पहले से ही के अभिन्न को जानता हूं पाप एक्स कॉस एक्सडीएक्स तो यह मेरा एफएक्स है यह कुल्हाड़ी का एफ प्लस बी है यह मूल्यांकन मैं इसे दो से विभाजित और गुणा करके कर सकता हूं ताकि दो पाप एक्स कॉस एक्सडीएक्स बन जाएं और फिर मैं इसे आधा पाप के रूप में लिख सकता हूं ई टू एक्स इंटीग्रल ऑफ साइन टू एक्सडीएक्स और फिर से एक्स प्लस बी की साइन का एक ही विचार है

इसलिए मुझे साइन एक्स का इंटीग्रल पता है जो कोसाइन एक्स का माइनस है

इसलिए `xi` के बजाय कोसाइन के माइनस को 2 एक्स डालना होगा और फिर से विभाजित करना होगा यहाँ अंतर इतना 2 प्लस स्थिर है

इसलिए अब मुझे साइन एक्स कॉस एक्स डीएक्स का इंटीग्रल पता है जो 1 बाय 4 कॉस 2 एक्स प्लस कॉन्स्टेंट है और अगर मैं इसके साथ इंटीग्रल को जोड़ना चाहता हूं तो इस मामले में अपने पिछले फॉर्मूले का उपयोग करके मुझे बाहर आना चाहिए माइनस 1 बटा 4 कॉस ऑफ़ 2 माइंड यह वैरिएबल एक्स है और यह दो एक्स हो रहा है

इसलिए दो और फिर एक्स प्लस बी को इस टर्म के डिफरेंशियल से विभाजित किया जाता है जो कि ए और प्लस स्थिर है

इसलिए यह हमें परिणाम देता है इंटीग्रल के लिए अब क्या है अगर हमने चुना है तो हमने प्रतिस्थापन कुल्हाड़ी प्लस बी बराबर टी का विकल्प बनाया है तो इंटीग्रल मैं एकीकरण पाप टी कॉस टीडीटी बाय ए हो जाएगा क्योंकि यहां से आप पा सकते हैं कि एडीएक्स डीटी के बराबर है तो यह संख्या एक पूर्णांक ज्या `t cos t an .`
द्वारा एक होगी `d` तब `dt` इंटीग्रल `sin t cos t dt` फिर से इसी प्रक्रिया का उपयोग करते हुए

या फिर से sin t को चुनने के दूसरे प्रतिस्थापन का उपयोग करके हम एक और चर कहते हैं कि हम एक और प्रतिस्थापन sin t u कहने के बराबर कर सकते हैं जिसका अर्थ यह होगा कि cos tdt है ड्यू के बराबर है ताकि कॉस टीडीटी डू के बराबर हो,
इसलिए यह इंटीग्रल एक इंटीग्रल पाप से एक हो जाएगा t is u cos tdt is du
इसलिए आपको u स्क्वेर बटा टू मिलेगा तो यह यू स्क्वायर बटा टू ए प्लस ए स्थिरांक क्या है uu is sin t क्या tt है ax plus b
इसलिए सभी मानों को वापस रखने पर हमें sine t मिलेगा जो कि sine वर्ग t है और ti के स्थान को ax plus b को 2 a से विभाजित करना चाहिए और एक स्थिरांक है तो हमें क्या मिला इन दो मूल्यों पर समान हैं
इसलिए दो अलग-अलग आह फॉर्मूलेशन के साथ आगे बढ़ना दो अलग- अलग सूत्र हैं दो अलग-अलग विधियां जो हम महसूस करते हैं वह यह है कि जो कार्य हमें अभिन्न के रूप
में मिलते हैं वे अलग दिखते हैं लेकिन वास्तव में वे समान धारणा नहीं हैं जो हमारे पास हैं ई पिछले व्याख्यान में दिखाया गया है कि एक फ़ंक्शन का अभिन्न अंग अद्वितीय नहीं है यह केवल एक स्थिर तक अद्वितीय है,
इसलिए यहां समस्या यह है कि फ़ंक्शन माइनस वन बाय फोर कॉस टू कुल्हाड़ी प्लस बी बटा ए प्लस स्थिरांक परिवार के एक ही सेट से संबंधित है फ़ंक्शन का जो साइन स्क्वायर कुल्हाड़ी प्लस बी बटा टू ए प्लस सी है, मैं आपको दिखाऊंगा कि यह कैसे किया जा सकता है कि आप क्या करते हैं कि आप महसूस कर सकते हैं कि यदि आप कॉस टू थीटा के लिए त्रिकोणमितीय सूत्र का उपयोग करते हैं तो आप जानते हैं कि इसके बराबर है 1 माइनस 2 साइन स्क्वायर थीटा
इसलिए अगर मैं कोस टू कुल्हाड़ी प्लस बी को एक माइनस टू साइन स्क्वायर कुल्हाड़ी के बराबर करता हूं तो यह देखेगा कि 2 इस आह 2 के साथ रद्द हो जाएगा
जो कि यहां 4 है
इसलिए यह 2 इसे 2 बना देगा 4 से इसे यहां 2 बना देगा और
इसलिए यह नकारात्मक चिन्ह इसे सकारात्मक बना देगा
इसलिए हमें जो मिलना चाहिए वह है साइन स्क्वायर कुल्हाड़ी प्लस बी बटा 2 ए
इसलिए परिवर्तनीय शब्द मुझे यहां जैसा ही मिलेगा और निरंतर शब्द जो दिखाई दे रहा है यहाँ 1 बटा 4 का माइनस होगा जो मैंने किया था यह स्थिरांक सी एक और स्थिरांक होगा,
इसलिए यदि हम यदि हम दो परिणामों को देखें, हालांकि वे एक अलग रूप दिखते हैं लेकिन वे समान हैं तो कई बार ऐसा हो सकता है कि आप अभिन्न का मूल्यांकन करने के लिए एक अलग पथ चुन सकते हैं और आपको एक ऐसा फॉर्म मिल सकता है जो बिल्कुल वैसा नहीं हो सकता जैसा आपने एक अलग फॉर्मूलेशन से प्राप्त किया है, लेकिन परिणाम के कार्यों के परिवार जो वे प्रतिनिधित्व करेंगे , वही होगा अब आह अगला उदाहरण जो मैं आपके लिए दिखाऊंगा वह है हम कहते हैं कि हम एक का अभिन्न अंग लेते हैं,
इसलिए हमें इस अभिन्न का मूल्यांकन करना होगा, अब कोई व्यक्ति तुरंत उस फ़ंक्शन को चुनने के लिए एक विकल्प चुन सकता है जिसे हमें प्रतिस्थापित करना चाहिए क्योंकि हम नहीं कर सकते हैं यह यहां से बहुत स्पष्ट रूप से स्पष्ट है कि यह नहीं है कि यह विरोधी व्युत्पन्न नहीं है जिसे हम तुरंत पहचान सकते हैं और
इसलिए हमें सबसे पहले स्थानापन्न करना होगा ताकि कोई व्यक्ति पहले रूट x के रूप में एक विकल्प बना सके जो कि t के रूप में एक प्रतिस्थापन हो, जिसका अर्थ है कि x की शक्ति को आधा करना t के बराबर है,
इसलिए एक आधा x बढ़ाएँ घातांक से आधा dx बराबर dt है जो एक बटा दो है मूल xdx dt के बराबर है
इसलिए समाकलन का रूप होगा जैसे tan बढ़ा हुआ घात चार t sec वर्ग t और फिर dx बटा रूट x 2 dt हो जाएगा
इसलिए यह मूल x वास्तव में यहां उपयोग किया जाएगा,
इसलिए रूट x द्वारा dx अब 2 डीटी है और इसे तुरंत हल नहीं किया जा सकता है जब तक कि हम कुछ और प्रतिस्थापन नहीं करते हैं,
इसलिए हम देखते हैं कि सेकेंड स्क्वायर यहां दिखाई दे रहा है और टैन यहां दिखाई दे रहा है, हम जानते हैं कि व्युत्पन्न tan sec वर्ग है और
इसलिए यह हमें तुरंत क्लिक करना चाहिए कि हमें यहाँ tan t के रूप में एक और प्रतिस्थापन का चयन करना चाहिए,
इसलिए प्रतिस्थापन का विकल्प बनाते समय हमें फ़ंक्शन ah को देखना चाहिए जो कि समाकलन में है कि समाकलन का कोई भी भाग हो सकता है इंटीग्रैंड के कुछ हिस्से के व्युत्पन्न के रूप में प्रतिनिधित्व किया जाता है यदि यह संभव है तो उस हिस्से को चुना जाना चाहिए उदाहरण के लिए यहां टैन टी अगर हम टैन टी को अलग करते हैं तो आपको सेकेंड स्क्वायर टी मिलेगा
इसलिए सेकेंड स्क्वायर टी इंटीग्रैंड ए का हिस्सा है d
इसलिए यदि हम tan t चुनते हैं तो sec वर्ग t dt को नए चर के एक और नए ah अंतर के रूप में दर्शाया जा सकता है,
इसलिए हम tan t का विकल्प बना रहे हैं जो हमें u कहने के बराबर है ताकि seck वर्ग tdt इसे बनाने के लिए du के बराबर हो।
प्रतिस्थापन हम ध्यान दें कि यह u घातांक हो जाता है चार सेकंड वर्ग tdt दो पहले से ही बाहर है du है और हमें u का दोगुना घात पांच बटा पांच प्लस स्थिरांक मिलता है जो मान के प्रतिस्थापन के बाद u के बराबर है tan tt बराबर है जड़ के लिए x हमें दो से पांच स्पर्शरेखा शक्ति मिलती है, रूट एक्स प्लस निरंतर वैकल्पिक रूप से कोई भी यहां सीधे वही तर्क देख सकता है जो मैंने आपको यहां दिया है कि वह टैन फ़ंक्शन यहां है और सेकंड स्क्वायर पहले से ही यहां दिखाई दे रहा है,
इसलिए यह मान लेना तुरंत संभव है यह टैन एक नए चर के रूप में कार्य करता है, जिसका अर्थ है कि क्या हम रूट x के टैन को नए चर t के रूप में ले सकते हैं, तो आइए देखें कि क्या होगा यदि हम इसे रूट x का इतना टैन चुनते हैं यदि हम अंतर करते हैं तो हमें sec वर्गमूल x और t मिलेगा वह रूट x का विभेदन आपको एक बटा दो रूट xdx देगा जो कि dt के सरलीकरण के बराबर

है, आपको sec वर्ग x sec वर्गमूल xdx ओवर रूट x दो देगा , दाईं ओर जाता है दो के बराबर dt मैं इसे क्यों लिख रहा हूं इस तरह से क्योंकि यह इंटीग्रैंड का हिस्सा है, सेकेंड स्क्वायर रूट एक्स ओवर रूट एक्स यहां इंटीग्रैंड का हिस्सा है,
इसलिए यदि आप इसे यहां नोटिस करते हैं तो सेकेंड स्क्वायर रूट एक्स ओवर रूट एक्स इंटीग्रैंड का हिस्सा है, अगर मैं कोई विकल्प चुनता हूं टैन रूट एक्स के बराबर टी के बराबर यह मुझे एक सरलीकृत फ़ंक्शन देगा,
इसलिए अंततः मुझे जो इंटीग्रल के रूप में मिलेगा मैं टैन रूट के बराबर है एक्स पहले से ही टी होने के लिए चुना गया है और
इसलिए यह टी पावर 4 से 2 डीटी तक बढ़ जाएगा,
इसलिए 2 होगा बाहर हो जाने पर यह 2 बटा 5 t से घात 5 प्लस स्थिर हो जाएगा जो कि पांच रूट x प्लस c के दो बटा पांच स्पर्शरेखा के
समान है,
इसलिए यदि आप कोई विकल्प चुनते हैं तो आपको समाधान का एक ही रूप मिलेगा लेकिन यदि आप इस मामले में ध्यान दें तो गणना बहुत दूर थी इस मामले की तुलना में अधिक कम है क्योंकि हमें दो बार चुनाव करना है, एक बार यहां हमें स्थानापन्न करना है और एक बार फिर हमें यहां एक प्रतिस्थापन करना है,
इसलिए जब हम प्रतिस्थापन की इस पद्धति का उपयोग कर रहे हैं तो सही विकल्प बनाना महत्वपूर्ण है आह एक बेहतर विकल्प बहुत आह त्वरित गणना के लिए नेतृत्व कर सकता है और आपको जल्दी से सही उत्तर तक ले जाएगा अब जल्दी से कुछ छोटे जटिल दिखने वाले उदाहरण करेंगे उदाहरण के लिए एक मैं टैन उलटा के एक्स क्यूब साइन के अभिन्न का पता लगाने के लिए फ़ंक्शन चुनता हूं x को घात 4 से विभाजित करके x को घात 8 और 1 dx से विभाजित किया जाता है,
इसलिए यह वह अभिन्न अंग है जिसे हमें यह पता लगाने की आवश्यकता है कि यदि आप इस अभिन्न को देखते हैं तो यह एक बहुत ही जटिल रूप x घन दिखता है, फिर आह साइन फिर तन उलटा ये कार्य दिखाई दे रहे हैं वहाँ लेकिन यदि आप शर्तों को ध्यान से देखते हैं और तर्क जो हमने पिछली समस्या में समझा था, वह यह है कि क्या समाकलन का एक हिस्सा है जिसे हम एक नए चर के रूप में चुनते हैं तो क्या इंटीग्रैंड के भीतर ही उस हिस्से का व्युत्पन्न होना संभव है, यह
यहाँ से बहुत स्पष्ट हो सकता है यदि आप सबसे पहले देखें तो x 4 क्या x 4 का व्युत्पन्न x घन है,
इसलिए एक प्रतिस्थापन x 4 हो सकता है जो देगा आप एक्स क्यूब को व्युत्पन्न के रूप में लेते हैं और अगला शब्द आप प्रतिस्थापन के लिए आगे बढ़ते हैं यदि आप देखते हैं कि टैन व्युत्क्रम मौजूद है और आप जानते हैं कि टैन व्युत्क्रम का व्युत्पन्न आपको चर के वर्ग में ले जाता है प्लस वन तो अगर मैं ध्यान से देखता हूं टैन व्युत्क्रम x को घात चार तक बढ़ा दिया गया है, यहां पद एक आह एक प्लस x को घात आठ तक बढ़ा दिया गया है जो कि इस शब्द का वर्ग है
इसलिए यह बहुत तर्कसंगत लगता है कि यदि मैं तन व्युत्क्रम x का चुनाव करता हूं तो शक्ति चार नए के बराबर होती है चर t तो यह मुझे चार x घन चार x घन को एक बटा कर देगा और x को बढ़ाकर घात कर दिया जाएगा 8 dx, dt के बराबर है, जिसे थोड़े से सरलीकरण के बाद मैं लिख सकता हूं कि x घन गुणा 1 प्लस x शक्ति में वृद्धि ax बराबर है dt by 4 wh ch यहाँ मेरे इंटीग्रैंड का हिस्सा है
इसलिए मैं इसका प्रतिस्थापन करूँगा ताकि मुझे
dxx क्यूब x के बजाय एकीकरण के बराबर मिल जाए, r आठ प्लस वन मैं यहाँ लिखूंगा ah dt by e four तो यह साइन है टी की नई चर टी साइन आप इसे बस देख सकते हैं यह
कॉस टी प्लस स्थिरांक का एएच माइनस है जो अंततः आपको टैन के एक बटा चार कॉस के माइनस में ले जाएगा और एक्स रेज टू पावर फोर प्लस कॉन्स्टेंट
इसलिए समस्या को जल्दी से हल किया जाता है फ़ंक्शन का एक सही विकल्प और आह हम तुरंत परिणाम प्राप्त करते हैं आपके लिए एक और उदाहरण यह है तो आइए हम कहते हैं कि हम इंटीग्रल का मूल्यांकन करना चाहते हैं मैं 10 के बराबर है घात 5 बढ़ाएँ शक्ति x गुणा 5 से घात x तक बढ़ाएँ गुणा मेरा मतलब dx के इंटीग्रल से है,
इसलिए यहां इंटीग्रैंड दस को घात तक बढ़ा दिया गया है पांच को घात में बढ़ा दिया गया है x को घात x में बढ़ा दिया गया है, हमें क्या करना चाहिए यदि आप इस समस्या को देखते हैं तो यह तुरंत समझा जा सकता है कि यदि हम उपयोग करते हैं 5 से तक बढ़ा नए चर t के लिए एक प्रतिस्थापन के रूप में शक्ति x और शक्ति x वर्ग के लिए उठाए गए सूत्र का उपयोग कुछ स्थिर है
इसलिए व्युत्पन्न या अंतर शक्ति x लॉग हो जाता है एक आधार edx dt के बराबर होता है ताकि अगर मैं चुनाव करूँ पांच में से घात x को नए चर के रूप में बढ़ाया जाता है, फिर 5 को घात x तक बढ़ा दिया जाता है, जो पहले से ही इंटीग्रैंड के एक भाग के रूप में प्रस्तुत किया जाता है, जो dx के साथ dt बना देगा,
इसलिए इस इंटीग्रल को इस रूप में लिखा जा सकता है ।
शक्ति x नया चर बन जाएगा t पांच घात तक बढ़ा दिया गया xdx पांच घात तक बढ़ा दिया गया xdx को dt को लॉग पांच bc से विभाजित किया जाएगा और फिर अंततः इस समाकलन को बहुत आसानी से लिखा जा सकता है 1 log 5 आधार e 10 का समाकलन शक्ति tdt तक बढ़ाएँ जिसे आप 10 के रूप में लिख सकते हैं शक्ति में वृद्धि t शक्ति में वृद्धि का अभिन्न x अभिन्न है, शक्ति में वृद्धि x को आधार से विभाजित किया जाता है,
इसलिए यह मुझे लॉग दस आधार से विभाजित करेगा और एकीकरण का स्थिरांक मैं स्थानापन्न कर सकता हूं वां t के लिए मान है, इसका उपयोग करके यह t घात के लिए बढ़ाए गए पाँच के लिए t विकल्प है ताकि मुझे वास्तविक उत्तर मिल सके,
इसलिए इन उदाहरणों की मदद से हमने अब तक सीखा है कि आह कैसे चुनाव करना है हम किस तरह के विकल्प चुन सकते हैं आप कुछ विकल्प बना सकते हैं और एक मामले में ऐसा हो सकता है कि यह आह हो सकता है मेरा मतलब है कि समस्या थोड़ी लंबी हो सकती है लेकिन अंततः यह आपको समाधान देगी
इसलिए शुरुआत में निराश न हों कुछ अभ्यास के बाद आप समझ जाएंगे कि आपको कौन सा फ़ंक्शन चुनना चाहिए ताकि आप आसानी

से इंटीग्रल की गणना कर सकें, अब हम कुछ महत्वपूर्ण कार्यों के इंटीग्रल की तलाश करेंगे, जिसमें कुछ त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन शामिल हैं,
इसलिए इन फ़ंक्शंस का मूल्यांकन करने के बाद हम उन्हें सूत्र के रूप में उपयोग करेंगे , उदाहरण के लिए अब तक यदि हमें मूल्यांकन करने की आवश्यकता है टैन एक्स का इंटीग्रल हम नहीं जानते कि क्या करना है लेकिन अब हमारे पास एक टूल है जो हमें यह समझने में मदद करेगा कि टैन एक्स के इंटीग्रल का मूल्यांकन कैसे किया जाए ताकि हम देख सकें कि यह कैसे किया जा सकता है सबसे पहले हम जानते हैं कि टैन एक्स पर कॉस एक्स द्वारा पाप एक्स है और अब इस फ़ंक्शन को एकीकृत साइन एक्स और कोसाइन एक्स को देखें,
इसलिए यदि मैं एक नए चर के रूप में फ़ंक्शन में से किसी एक का विकल्प चुनता हूं तो मैं देख सकता हूं कि उस फ़ंक्शन का व्युत्पन्न मौजूद है यहाँ लेकिन मुझे कौन सा फ़ंक्शन चुनना चाहिए ताकि व्युत्पन्न के साथ उस फ़ंक्शन वाला उत्पाद एक नया चर बन जाए,
इसलिए यदि आप ध्यान से देखें तो आप देख सकते हैं कि यदि मैं एक नए चर के रूप में cos x चुनता हूं तो मुझे पाप x dx के रूप में मिलेगा ए आह डीटी पाठ्यक्रम के एक नकारात्मक संकेत के साथ,
इसलिए मेरी पसंद यहां से बहुत स्पष्ट है , इस शब्द को करीब से देखकर
इसलिए मैं इस विकल्प को एक्स को नया वैरिएबल टी बना दूंगा ताकि माइनस साइन एक्सडीएक्स डीटी बन जाए और साइन एक्स का हिस्सा हो इंटीग्रैंड
इसलिए आह इंटीग्रल मुझे इसे इंटीग्रल कहते हैं,
इसलिए इंटीग्रल मैं माइनस डीटी ओवर टी का इंटीग्रेशन बन जाता हूं, यह माइनस साइन यहां जाता है और फिर कॉस टी कॉस एक्स टी होता है
इसलिए यह इस तरह से आता है डीटी ओवर टी क्या मुझे पहले से ही यह पता है एक लॉग फ़ंक्शन है जिसे हम पहले से जानते हैं सूत्र से मॉड टी का लॉग और प्लस निरंतर नकारात्मक हम लॉग के माइनस को जानते हैं,
इसलिए इसे एएच मॉड टी द्वारा एक के लॉग में परिवर्तित किया जा सकता है और
इसलिए आह यह फॉर्मूलेशन आपको लॉग टी के पहले माइनस में ले जाएगा, जो कि कॉस एक्स प्लस के बराबर है c जो अंततः इस ऋणात्मक चिन्ह के कारण आपको
sec x 1 के mod के लघुगणक तक ले जाएगा, cos x 6 x है, तो हमें यहां जो मिला वह यह है कि tan xdx का समाकलन , mod sec x जमा स्थिरांक के लॉग के बराबर है,
इसलिए हम यह करेंगे इसी तरह से सूत्र के रूप में उपयोग करें हम
एक ही प्रक्रिया कॉस एक्स को पाप एक्स से विभाजित करके और यहां सभी गणनाओं को लिखकर खाट एक्स के अभिन्न अंग का उपयोग कर सकते हैं, आप यह पता लगा सकते हैं कि यह मॉड पाप एक्स प्लस स्थिरांक का लॉग होगा
इसलिए यह हिस्सा आप अपने आप को साबित कर सकते हैं आह आप इसे स्वयं करते हैं यह बहुत आसानी से उसी पंक्ति पर लिखकर किया जा सकता है जैसा कि पिछला सूत्र तीसरा सूत्र सेकंड xdx के अभिन्न के लिए है,
इसलिए हम इसे कॉल करेंगे क्योंकि मैं अब seck x क्या आप एक को cos x द्वारा जानते हैं
इसलिए फिर से समस्या है कोई हिस्सा नहीं है फ़ंक्शन से t कहते हैं kxr one by cos x दो उस स्थिति में cos x ही तो हमें क्या करना चाहिए ताकि यह विचार सरल हो कि हम यहाँ क्या करते हैं कि हम इसे एक ऐसे रूप में बदलने का प्रयास करते हैं जहाँ हम आह कर सकते हैं जहाँ हम अपने उपयोग कर सकते हैं या जहां हम अपने पिछले परिणामों का उपयोग कर सकते हैं, इसके लिए हम यह करते हैं कि हम अंश और हर दोनों को sec x plus tan x से गुणा करते हैं, यह एक पल में स्पष्ट हो जाएगा कि यदि आप ऐसा करते हैं तो आपको क्या लाभ होगा यदि आप विस्तार करते हैं और फ़ंक्शन लिखें ताकि यह sec x plus seck x tan x हो जाए जो sec x plus tan x से विभाजित हो अब इस फ़ंक्शन को ध्यान से देखें कि आपको क्या लाभ हुआ यदि आप हर को देखते हैं तो यह seck x प्लस टैन x है और यदि आप उस फ़ंक्शन में अंतर करते हैं तो सेकंड x का विभेदन आपको sec x tan x देगा और tan x का विभेदन आपको sec वर्ग x देगा और अब देखें कि अंश दोनों एक ही कार्य हैं,
इसलिए sec x plus tan x यदि आप अंतर आप प्राप्त करने जा रहे हैं अंश जो इंटीग्रैंड का हिस्सा है और
इसलिए हमारी पिछली चाल है अगर मैं सेकंड एक्स प्लस टैन एक्स को नया चर मानता हूं तो हम देखते हैं कि सेकेंड स्क्वायर एक्स प्लस सेकेंड एक्स टैन एक्सडीएक्स डीटी के बराबर है और
इसलिए इस शब्द को डीटी ओवर के रूप में लिखा जा सकता है t जो जीवन को बहुत सरल बनाता है अब इसे मॉड t प्लस स्थिरांक के लघुगणक की ओर ले जाता है और t क्या है यह sec x plus tan x plus स्थिरांक का लघुगणक है
इसलिए sec x का समाकल समानांतर रेखाओं पर यह सूत्र बन जाता है जिसका हम वास्तव में शीघ्रता से मूल्यांकन कर सकते हैं cosec xi का इंटीग्रल अब आप समझ गए होंगे कि ट्रिक यह है कि हमें cosec x प्लस कॉर्टेक्स से गुणा और भाग करना है और फिर से शर्तों को ध्यान से देखना है,
इसलिए यदि आप cos xx plus cot x को एक नए वेरिएबल के रूप में चुनते हैं तो आपको cos का माइनस मिलेगा।
x वर्ग x और फिर cos xx प्रांतस्था का ऋण जो उन दोनों को एक योग के रूप में बना देगा और
इसलिए ah
व्युत्पन्न का हिस्सा इंटीग्रैंड में मौजूद है,
इसलिए हम पसंद करेंगे जैसे कि cos xx प्लस cot x चुनें।
नया चर फिर से हम t कहते हैं ताकि cos xx cot x घटा cos x वर्ग x पूर्ण गुणा dx के बराबर हो, तो यदि मैं इस ऋणात्मक चिह्न को सामान्य मान लूं तो मुझे वही चीज़ मिल रही है जो यहाँ है cos x वर्ग x प्लस कॉस एक्सएक्स कॉट एक्स और इसे केवल टी एएच पर इंटीग्रल डीटी के माइनस के रूप में लिखा जाएगा, जो मॉड टी प्लस कॉन्स्टेंट एएच टी के लॉगरिदमिक के अलावा कुछ भी नहीं है, फिर से एक्स प्लस कॉट एक्स का कारण बन रहा है,
इसलिए यह बन जाएगा मैं इसे इस तरह लिख सकता हूं कॉस एक्स प्लस कॉट एक्स प्लस स्थिरांक सी एएच द्वारा एक के मॉड का लॉग

सामान्य रूप से सूत्र को आगे सरलीकृत करके लिखा जाता है कि शब्द को हर में नहीं रखा जाता है और इसे दूसरे फ़ंक्शन के संदर्भ में लिखा जाता है
जिसे यहां से आसानी से देखा जा सकता है।
क्या यह है कि हम अंश और हर दोनों को cos xx घटा cot x से गुणा करते हैं ताकि अंश ah cos x वर्ग x घटा cot वर्ग x ah बन जाए या आप यह भी सोच सकते हैं कि इसे मैं cos x वर्ग x घटा cot वर्ग x से बदल सकता हूं।
और फिर गुणनखंड करें यह उन गणनाओं के बाद है, हालांकि आप इसे बंद कर देते हैं, आप इसे कोसेक एक्स माइनस कॉट एक्स प्लस सी के लॉग के रूप में प्राप्त करेंगे,
इसलिए कॉस xxdx का इंटीग्रल बराबर है
इसलिए यह यहां के बराबर है
इसलिए उम्मीद है कि आप यहां बिंदु को समझ गए हैं यह एक है ओवर कॉस एक्स प्लस कॉट एक्स एक तरीका यह है कि आप यहां अंश और हर दोनों को कॉस एक्स माइनस कॉर्टेक्स से गुणा करते हैं,
इसलिए अंश आपको कॉस एक्स माइनस कॉर्टेक्स और हर मिलेगा, आपको कॉस एक्स स्क्वायर एक्स माइनस कॉट स्क्वायर एक्स मिलेगा और आप जानते हैं कि कॉस x वर्ग x घटा खाट वर्ग x cos x वर्ग x घटा खाट वर्ग x एक के बराबर है
इसलिए हमने देखा है कि हमने कुछ त्रिकोणमितीय कार्यों के अभिन्न के लिए कुछ और सूत्र विकसित किए हैं आह ये सूत्र फिर से उपयोगी होंगे आह बाद में जब हम इंटीग्रल का मूल्यांकन करें मैं आपको एक उदाहरण की मदद से दिखाऊंगा साइन एक्स ओवर साइन एक्स प्लस एडीएक्स का इंटीग्रल
इसलिए यदि आप इस उदाहरण को फिर से देखते हैं तो हमें कठिनाई होती है कि हम एक शब्द नहीं देख सकते हैं यदि हम एक नए उप के रूप में चुनते हैं तब हमें इंटीग्रैंड से कुछ टर्म मिलता है लेकिन हम यहां एक चुनाव कर सकते हैं अगर हम इसे ध्यान से देखें तो क्या हो रहा है कि यह राशि हर में आ रही है अगर किसी तरह हम इसे अंश में स्थानांतरित करते हैं तो यह हमारी मदद कर सकता है तो क्या यदि हम इस x जमा a को हर में एक नए चर t से प्रतिस्थापित करते हैं तो यह हमें dx के बराबर dt देगा और
इसलिए समाकल इस रूप में परिवर्तित हो जाएगा x की ज्या t घटाकर a हो जाएगी और x जमा a की ज्या हो जाएगी बी पाप टी और डीएक्स डीटी है
इसलिए अभिन्न यह इस रूप में परिवर्तित हो गया है अब इससे हमें मदद मिल सकती है क्योंकि हम एक माइनस बी के साइन के सूत्र को जानते हैं जिसे हम विस्तारित कर सकते हैं और हम देख सकते हैं कि क्या हो सकता है
इसलिए हम ऐसा करते हैं sin t cos a minus cos t sin a को sin tdt से विभाजित किया जाता है,
इसलिए यह गणना sin t sine t को पहले इंटीग्रल में रद्द कर देती है और यदि आप लीनियरिटी प्रॉपर्टी का उपयोग करते हैं, क्योंकि एक स्थिरांक इंटीग्रल से बाहर आता है तो यह एक dt माइनस हो जाता है।
साइन ए फिर से ac .
किया जा रहा है इंटेग्रल कॉस टी बाय पाप टी कॉट टीडीटी से तत्काल बाहर आता है,
इसलिए हम इसे बदल देते हैं क्योंकि कॉस का इंटीग्रल बन जाता है टी प्लस आइए हम कहते हैं कि एक और स्थिरांक सी एक माइनस साइन ए यह कॉट टी है
इसलिए अभी हमने इसके एकीकरण का मूल्यांकन किया है खाट x का एकीकरण हमने मूल्यांकन किया है,
इसलिए जैसा कि मैंने आपको वही सामग्री बताई है कि किस चर का उपयोग किया जा रहा है, हम इसे आसानी से संशोधित कर सकते हैं,
इसलिए यह मॉड साइन का लॉग बन जाएगा,
इसलिए यहां x के बजाय आपको t प्लस स्थिरांक मिलना चाहिए,
इसलिए यह है जिस सूत्र का हम उपयोग करने जा रहे हैं,
वह mod sin t का लॉग होगा और साथ ही एक और स्थिरांक हम इसे c दो कहते हैं,
इसलिए अंततः ah इंटीग्रल हो गया है और अब बस हमें कुछ सरलीकरण करने की आवश्यकता है t x प्लस a है
इसलिए हम इसे एक्स प्लस ए प्लस सी वन इन कॉस ए माइनस साइन ए इस लॉग ऑफ साइन ऑफ एक्स प्लस ए प्लस सी टू के रूप में रखेंगे जिसे आगे ए प्लस सी एक कॉस ए फिर साइन ए टाइम्स सी की तरह स्थिरांक के साथ समायोजित किया जा सकता है।
दो इस पूरे शब्द को एक नए स्थिरांक cs .
के रूप में लिखा जा सकता है o कि हम अंततः x कोस एक माइनस साइन प्राप्त करते हैं, x के मॉड साइन का एक बार लॉग प्लस ए प्लस संपूर्ण स्थिरांक
इसलिए कभी-कभी हमें एक तरह का उपयोग करना पड़ता है जिसे आप कॉल कर सकते हैं एक चाल है ताकि इंटीग्रल जो शुरू में नहीं हो सकता है जिस रूप का हम आसानी से मूल्यांकन कर सकते हैं लेकिन अगर हम एक प्रतिस्थापन करते हैं तो इसे दूसरे रूप में परिवर्तित किया जा सकता है जिसका हम आसानी से मूल्यांकन कर सकते हैं और इस सूत्र को जानना यहां आसान हो गया है और हम अगले में इस अभिन्न का मूल्यांकन करने में सक्षम हो सकते हैं कुछ त्रिकोणमितीय पहचानों का उपयोग करने जा रहा
हूं,
इसलिए पहला उदाहरण जो मैं आपके सामने रखना चाहता हूं वह है पाप घन x cos घन xdxi ने अभी तीन को चुना है ताकि आह यह बहुत जटिल गणना न हो और यदि आप देखें तो हम इसे आसानी से कर सकते हैं इस पर फिर से ध्यान से हम प्रतिस्थापन की विधि का उपयोग कर सकते हैं, हमारे यहां साइन फ़ंक्शन और यहां कोसाइन फ़ंक्शन है,
इसलिए हम जो कर सकते हैं वह यह है कि हम इसे साइन क्यूब x cos स्क्वायर x cos xdx में तोड़ सकते हैं, इस तरह हम s यह देखना चाहिए कि हम ऐसा क्यों कर रहे हैं क्योंकि हम जानते हैं कि पाप x का व्युत्पन्न कोसाइन xdx है

इसलिए कम से कम एक हिस्सा चला गया है और अब हमें बाकी हिस्से की देखभाल करनी है और हमें इस कॉस स्क्वायर के साथ क्या करना चाहिए x

इसलिए हमें कोशिश करनी चाहिए कि क्या हम इस फ़ंक्शन को साइनस साइन टर्म में जोड़ सकते हैं और यहां आप जानते हैं कि आपके पास एक त्रिकोणमितीय पहचान है जो कहती है कि साइन स्क्वायर एक्स प्लस कॉस स्क्वायर एक्स 1 के बराबर है इसका मतलब है कि कॉस स्क्वायर एक्स 1 माइनस पाप है वर्ग x ताकि आप इसे एक साइन फ़ंक्शन में भी परिवर्तित कर सकें और इस तरह यह पूरी बात इतनी पाप क्यूब x एक माइनस पाप वर्ग x को कॉस xdx में बदल देती है, अगर मैं पाप x का विकल्प चुनता हूं तो t होना पाप x को t चुनना है ताकि कोसाइन एक्सडीएक्स डीटी है जो मुझे यहां मिलता है वह है टी क्यूब वन माइनस टी स्क्वेर्ड डीटी सरल बहुपद अभिव्यक्ति जिसका आसानी से मूल्यांकन किया जा सकता है टी क्यूब माइनस टी राइज टू पावर फाइव जो इसे t को पावर फोर बाय फोर माइनस टी राइज टू रेज कर देगा घात छह बटा छह और साथ ही पूर्णांक का स्थिरांक ग्रेशन जहां टी पाप एक्स है तो आखिरकार आपको साइन फोर एक्स बाय फोर माइनस सिक्स सिक्स बाय सिक्स प्लस स्थिर आह मिलेगा, इस उदाहरण से निपटने के लिए या इस उदाहरण से निपटने के लिए आवश्यक नहीं है जिस तरह से मैंने इसे निपटाया है, आप इसका उपयोग भी कर सकते हैं मुझे फिर से वही उदाहरण लेने दें, आप किसी अन्य संबंध का भी उपयोग कर सकते हैं,

इसलिए यदि मैं इसे sin x cos x पूरे घन dx के गुणनफल के रूप में लिखता हूं तो हम यहां क्या कर सकते हैं कि हम इसे दो से गुणा करते हैं, जिसका अर्थ है कि हम अंदर से गुणा कर रहे हैं क्यूब ब्रैकेट जिसका मतलब है कि हम दो क्यूब से गुणा कर रहे हैं

इसलिए हमें दो क्यूब से विभाजित करना होगा एक बार जब मैं ऐसा करता हूं तो यह एक बहुत ही परिचित फॉर्मूला टू साइन ए कॉस ए है, जो कि साइन टू ए है,

इसलिए यह इंटीग्रल बनाता है एक से आठ हो सकता है दो xdx के साइन क्यूब के बाहर लिया गया है और यहां मैं पाप क्यूब फ़ंक्शन का मूल्यांकन करने के लिए दो x के लिए अपने प्रतिस्थापन का उपयोग कर सकता हूं,

इसलिए हम कहते हैं कि दो x t है ताकि dx का दोगुना dt के बराबर हो ताकि dx बराबर हो स्थानापन्न करने के बाद दो से dt करने के लिए नी यहां साइन क्यूब टीडीटी बाय टू का एक करके आठ एकीकरण प्राप्त करेगा जो इसे साइन क्यूब के सोलह एकीकरण के रूप में बना देगा

टीआई सभी चरणों को कर रहा है ताकि यह आपके लिए अच्छी तरह से स्पष्ट हो सके पाप क्यूब टी आह जैसे हम करते हैं इस समय कोई सूत्र नहीं पता है, हमें क्या करना चाहिए, हम इसे दूसरे साइन वर्ग में पाप टी में बदल दें और फिर उस प्रक्रिया के साथ जाएं जो हम पहले ही कर चुके हैं या हमें किसी अन्य त्रिकोणमितीय पहचान का उपयोग करना चाहिए उम्मीद है कि आपको सूत्र साइन थ्री एक्स बराबर याद होगा तीन साइन x माइनस फोर साइन क्यूब x तो अगर मैं यहां से इस फॉर्मूले का उपयोग करता हूं तो मैं आसानी से प्राप्त कर सकता हूं यह निर्भर करता है कि अगर मुझे फॉर्मूला याद है तो केवल मैं इसका उपयोग कर सकता हूं,

इसलिए अगर मुझे फॉर्मूला याद है तो मैं तुरंत सिन क्यूब को तीन साइन के रूप में प्राप्त कर सकता हूं

वेरिएबल टी माइनस साइन थ्री टी को चार डीटी से विभाजित किया जाता है जो

साइन टी के चौसठ इंटीग्रल की ओर ले जाएगा, माइनस कॉस टी माइनस साइन थ्री का इंटीग्रल है टी फिर से माइनस कॉस थ्री टी बटा थ्री और फिर प्लस ए को तत्काल सी तो आखिरकार मैंने यहां जो देखा है वह मैंने यहां पाया है कि निम्नलिखित घटा तीन बटा चौंसठ कॉस टी का दो एक्स है

इसलिए दो एक्स यह माइनस प्लस एक बटा चौसठ गुणा तीन कॉस छह एक्स प्लस स्थिर है तो यह वही है जो हम उन रूपों को अच्छी तरह से प्राप्त करने जा रहे हैं जिन्हें आप पिछले उदाहरण में फिर से देखते हैं, इस उदाहरण में जिस तरह से हमने मूल्यांकन किया है, वे उस चीज़ को नहीं देख रहे हैं जिसकी आप उम्मीद कर रहे थे, लेकिन जैसा कि मैंने आपको पहले भी बताया था कि विशिष्टता की गारंटी नहीं है लेकिन अगर आप देखते हैं कि वे एक ही परिवार से संबंधित हैं तो आप इस कॉस टू एक्स को एएच वन माइनस टू साइन स्क्वायर में विस्तारित कर सकते हैं और फिर से आगे बढ़ा सकते हैं ताकि आपको वही शब्द मिलें

इसलिए आह अंत की ओर मैं आपको एक और उदाहरण दिखाना चाहता हूं जो उपयोग करता है कुछ त्रिकोणमितीय संबंध पाप के अभिन्न का पता लगाने के लिए चार x साइन आठ x वास्तव में इन उदाहरणों को सामान्य उदाहरणों के रूप में माना जा सकता है,

इसलिए यदि आपको हल करना है या आपको किसी अन्य पूर्णांक का मूल्यांकन करना है अल जिसमें इस तरह के कार्य शामिल होंगे, आपको यह संदेश लेना चाहिए कि आप उन कार्यों से कैसे निपट सकते हैं , उदाहरण के लिए यहां फिर से जैसा कि पिछले उदाहरण में आप दो से गुणा और विभाजित करते हैं ताकि आपको दो का आधा हिस्सा चार x साइन आठ x प्राप्त हो यदि आप इस अभिन्न को देखते हैं तो अब यह फॉर्म टू साइन ए साइन बी ले लिया है सौभाग्य से हमारे पास साइन बी पर हस्ताक्षर करने का सूत्र है , आपको वह सूत्र याद है जो आपको सॉरी की साइन में ले जाता है जो आपको माइनस बी माइनस कॉस के कॉस में ले जाता है।

ए प्लस बी का तो यहां हमारा इंटीग्रल मैं इस मामले

में साइन बी कॉस पर हस्ताक्षर करने के लिए एक आधा इंटीग्रल बन जाएगा चार माइनस आठ एक्स माइनस कॉस ऑफ फोर प्लस आठ एक्स

इसलिए एक बार जब मैं फॉर्मूला का उपयोग करता हूं तो आप देख सकते हैं कि यह पूरा मूल्यांकन तुच्छ हो जाता है

माइनस फोर एक्स का एक आधा इंटीग्रल कॉस, जो माइनस एक्स का कॉस है, हमेशा कॉस एक्स होता है,

इसलिए हमारे पास फोर एक्स माइनस कॉस ऑफ बारह12x डीएक्स होगा और यह उस रिश्ते का उपयोग करके होगा जो मैंने आपको पहले ही कुल्हाड़ी और वी के लिए दिखाया था कि अगर मुझे पता है पूर्णांक कोस का ग्राल तो मुझे बस इस शब्द के व्युत्पन्न द्वारा आह को विभाजित करने की आवश्यकता है , जिसका अर्थ है कि कॉस का अभिन्न चिन्ह है,

इसलिए यह इस साथी के व्युत्पन्न द्वारा चार x विभाजित हो जाएगा, चार माइनस कॉस बारह में इंटीग्रल साइन बारह x विभाजित है बारह के व्युत्पन्न द्वारा x बारह है और फिर साथ ही एकीकरण का एक स्थिरांक है,

इसलिए यह वही है जो हमें इस विशेष अभिव्यक्ति को देखने पर मिलता है यदि आप इसे देखते हैं तो यह थोड़ा मुश्किल लगता है लेकिन

त्रिकोणमितीय सूत्र का उपयोग करके त्रिकोणमितीय संबंध हमें मूल्यांकन करने में मदद करते हैं आह एक बेहतर तरीके से या आह एक सरल तरीके से अंत की ओर मैं संक्षेप में बताना चाहूंगा कि हमने क्या किया है
इसलिए आज हमने सीखा कि प्रतिस्थापन द्वारा अनिश्चित अभिन्न का मूल्यांकन कैसे किया जाता है फिर कुछ त्रिकोणमितीय संबंध या त्रिकोणमितीय सूत्र के लिए और आगे हम त्रिकोणमितीय पहचान का उपयोग करते हैं
अगली कक्षा में इन समाकलों का मूल्यांकन करने के लिए हम देखेंगे कि कुछ अन्य विशिष्ट फलनों का मूल्यांकन कैसे किया जाता है जिसमें बीजगणितीय उदाहरण शामिल होंगे व्यंजक या बहुपद व्यंजक आप

Prutor@IITK