

ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਸੁਆਗਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਉਦਾਸੀਨ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਨੂੰ ਸਮਝਿਆ ਅਸੀਂ ਸਮਝਿਆ ਕਿ ਇਸਦਾ ਇੱਕ ਖੇਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਸਮਝਿਆ ਕਿ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਵਿਚਾਰ ਕੀ ਹੈ ਫਿਰ ਅਸੀਂ $\int f(x) dx$ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵਜ਼ ਦੇ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ। ਅੰਤ ਵੱਲ ਵਾਸਤਵਿਕਤਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਅਸੀਂ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਇਸ ਪਰਿਵਾਰ ਜਾਂ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੀ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕਲ ਵਿਆਖਿਆ ਨੂੰ ਸਮਝਿਆ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਏਰੀਆ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਇੰਟੀਗ੍ਰੇਲ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ੀਕਰਣ ਤੋਂ ਵੀ ਇਸ ਨੂੰ ਅਟੁੱਟ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਦੇਖਿਆ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਕਿਹਾ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਇੰਟੈਗਰਲ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਉਹ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹਨ ਜੋ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਪਿਛਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖੀਆਂ ਹਨ ਅੱਜ ਅਸੀਂ ਅੱਗੇ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਕੀ ਹਨ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇਗਾ

ਇਸ ਲਈ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਥਿਰ c ਲਈ ਮਹੱਤਵ ਦਿਖਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੰਟੀਗ੍ਰੇਲ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਾਂ ਫੰਕਸ਼ਨ ਸਮਾਲ ਐਫਐਕਸ ਦੇ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ $f(x)$ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ $\int c dx$ ਜੋ ਕਿ ਪੰਜ x ਵਧਾ ਕੇ ਚਾਰ ਪਲੱਸ ਦੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਨਾ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ। x ਦਾ ਪਰ ਇਹ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਉਸ nt ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ ਜਿਸਦਾ ਮੁੱਲ f ਮੁੱਲ ਪੰਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ x ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਰੇ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵਜ਼ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਵਿੱਚੋਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਖਾਸ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ i ਦੀ ਭਾਲ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿਖਾਏਗਾ ਕਿ ਇਹ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, x raise to power n ਕਿਸਮ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੇ ਸਾਡੇ ਪਿਛਲੇ ਤਜਰਬੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ x ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ dx raise to power 5 ਅਤੇ x ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ f ਦਾ ਇੱਕ ਪੰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇੱਕ ਜੋੜ ਦੇ ਪਲੱਸ c ਪੰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ c ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਣਾ ਤਾਂ ਜੋ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ $f(x)$ ਤੋਂ ਇੱਥੇ ਮੁੱਲ x ਨੂੰ po ਦਾ ਵਧਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ wer ਫਾਈਵ ਪਲੱਸ ਦੇ x ਪਲੱਸ ਦੇ ਤਾਂ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦਿੱਤਾ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ x ਮਿਲਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪਾਵਰ ਫਾਈਵ ਪਲੱਸ x ਪਲੱਸ ਦੇ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਮੁੱਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ x ਇੱਕ ਪੰਜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀ ਸ਼ਰਤ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਸ਼ਰਤ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੀ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $f(1) = 5$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਉਸ ਸਥਿਰਾਂਕ ਦੇ ਖਾਸ ਮੁੱਲ ਦਾ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਥਿਰਾਂਕ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਆਰਬਿਟਰੇਰੀ ਸਥਿਰਾਂਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਅਗਲੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ। ਸੰਪੱਤੀ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਸੀ ਕਿ ਏਕੀਕਰਣ ਨੂੰ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਦੀ ਉਲਟ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਜੋਂ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸੰਪੂਰਨ $\int f(x) dx$ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਸੰਪੱਤੀ d ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਉਸੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਦੂਜੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸਬੂਤ ਲਈ ਪਹਿਲਾ ਸਮੀਕਰਨ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਜੇ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਭਿੰਨਤਾ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਅਸੀਂ ਨਹੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੇ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਅਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਉਲਟ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਹਨ ਪਰ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਉਲਟ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਬੀਨ ਇਨਵਰਸ ਓਪਰੇਸ਼ਨ ਹੁੰਦਾ ਸੀ ਤਾਂ ਦੋਵਾਂ ਓਪਰੇਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਲਾਗੂ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਸੀ। ਫੰਕਸ਼ਨ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਪਰ ਇੱਥੇ ਇਹ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਥਿਰਤਾ ਤੱਕ ਵਿਲੱਖਣਤਾ ਨੂੰ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਉਲਟ ਸੰਚਾਲਨ ਸਬੂਤ ਵਜੋਂ ਸੋਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ a ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਤੋਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। ਕੀ ਉਹ d by dx of $f(x)$ ਛੋਟੇ $f(x)$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਕੈਪੀਟਲ $f(x)$ ਛੋਟੇ $f(x)$ ਦਾ ਵਿਰੋਧੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਹੈ ਤਾਂ $\int f(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ c ਹੈ $\int f(x) dx$ ਪਲੱਸ c

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਆਪਰੇਟਰ ਨੂੰ ਇਸ ਇੰਟੈਗਰਲ 'ਤੇ ਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਕੈਪੀਟਲ f ਛੋਟੇ $f(x)$ ਲਈ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int f(x) dx$ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ d ਦੇਵੇਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਹ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ dx ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ $f(x)$ ਪਲੱਸ c ਜੋ ਕਿ df ਉੱਤੇ dx ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸਥਿਰ ਦਾ ਸਥਿਰ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਬੰਧ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ df ਉੱਤੇ dx ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ dx ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ dx ਹੈ $\int f(x) dx$ ਆਪ ਫੰਕਸ਼ਨ $f(x)$ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int f(x) dx$ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਖੁਦ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ a ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ b ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਫਿਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਨੋਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ d ਦੁਆਰਾ $f(x)$ ਦੇ dx ਜੋ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ $f'(x)$ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ nt ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਨਜ਼ਰੀਏ ਤੋਂ ਦੁਬਾਰਾ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਛੋਟਾ $f(x) f'(x)$ ਲਈ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $f'(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ $f(x)$ ਪਲੱਸ ਹੈ। c ਲਈ c ਅਸਲ ਦੇ ਸੈਂਟ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਸੰਪੱਤੀ $b f'(x) dx$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $f(x)$ ਪਲੱਸ c ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਉਹੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਦੂਜੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਇੱਕੋ ਹਨ, ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ $f(x)$ ਅਤੇ $g(x)$ ਲਈ ਜੇਕਰ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int f(x) dx = \int g(x) dx + d$ by dx $\int g(x) dx$ ਦੇ dx ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨੋ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇੰਟੈਗਰਲ $f(x)$ ਅਤੇ $g(x)$ ਹ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਰਿਵਾਰ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਅਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦਿਖਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਮੁੱਚੀ ਸਮੀਕਰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ dx ਦੇ dx ਦੇ $\int f(x) dx = \int g(x) dx + d$ by dx $\int g(x) dx$ ਜ਼ੀਰੋ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ d ਵਿੱਚ dx ਦੇ dx ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਕਰੋ $\int f(x) dx = \int g(x) dx + d$ ਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਲੈ ਜਾਓ ਫਿਰ ਓਪਰੇਟਰ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਲੈ ਜਾਓ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਇਸ ਢੰਗ ਨਾਲ ਲਿਖੋ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਸਮਾਨਤਾ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ ਅਤੇ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਮਾਨਤਾ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ x ਦੇ ਕੁਝ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਤਾਂ ਹੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ $\int f(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਘਟਾਓ $\int g(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਇੱਕ ਸਥਿਰਾਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਆਓ ਅਸੀਂ c ਕਹੀਏ ਅਤੇ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਉਹ ਜੇਕਰ ਮੈਂ $g(x)$ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਟ੍ਰਾਂਸਫਰ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਰੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int g(x) dx$ ਪਲੱਸ c ਇੱਕ ਇਸ ਨੂੰ c one ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ c ਇੱਕ r ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਫੰਕਸ਼ਨ $f(x)$ ਨੂੰ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int f(x) dx$ ਪਲੱਸ c ਦੇ ਅਜਿਹੇ ਕਿ c ਦੇ r ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹਨ ਇਸਲਈ ਉਹ ਇਹਨਾਂ ਅਟੁੱਟਾਂ ਲਈ ਕਰਵ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਦੋ ਅਟੁੱਟ ਪਰਿਵਾਰ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦੋ ਪਰਿਵਾਰ ਇਸ ਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਕਾਰਨ ਇੱਥੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਹ ਪਰਿਵਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇੱਥੇ ਲਿਖੇ ਗਏ ਸਥਿਰਾਂਕਾਂ ਬਾਰੇ ਚਿੰਤਾ ਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\int f(x) dx = \int g(x) dx + d$ by dx $\int g(x) dx$ ਦੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਥਿਰ ah ਨੂੰ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ed ਇੱਥੇ ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ah ਇੰਟੈਗਰਲ ਓਪਰੇਟਰ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਓਪਰੇਟਰ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹਨ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਲੀਨੀਅਰਿਟੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਜੋ ਮੈਂ ਇਸ ਵਿੱਚ $f(x)$ ਪਲੱਸ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਲਿਖਾਂਗਾ। $\int g(x) dx = \int f(x) dx + \int h(x) dx$ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਅਤੇ $\int g(x) dx = \int f(x) dx + \int h(x) dx$ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ 'ਤੇ ਨਜ਼ਰ ਮਾਰੋ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਇੰਟੈਗਰਲ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਬੂਤ 'ਤੇ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਸਧਾਰਨ ਹੈ ਇੱਥੇ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਵੱਖ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਤੋਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਕਿ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸੰਪੱਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਵੀ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਾਬਤ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਇੰਟੀਗ੍ਰੇਲ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ $f(x)$ ਪਲੱਸ $g(x)$ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰਿਲੇਸ਼ਨ ਇੱਕ ਹੈ ਜੋ com ਹੈ। ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਹੁਣ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੰਮ ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਰਾਂਗੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰੋ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜੋੜ ਤੇ ਵੰਡਣ ਵਾਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\int f(x) dx$ ਪਲੱਸ d ਦੁਆਰਾ dx ਦੇ ਅਟੁੱਟ 'ਤੇ d by dx ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। $\int g(x) dx$ 'ਤੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ dx ਫੰਕਸ਼ਨ $f(x)$ ਪਲੱਸ ਇੰਟੈਗਰਲ d ਦੁਆਰਾ ਇੰਟੈਗਰਲ $g(x)$ ਦੇ dx ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਫੰਕਸ਼ਨ $g(x)$ ਵਿਚਾਰ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਜੋ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਦੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ ਪਿਛਲੀ ਪ੍ਰਾਪਰਟੀ ਤੋਂ ਉਹ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਇੱਕੋ ਪਰਿਵਾਰ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਸੱਚ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਰੇਖਿਕਤਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੂਜੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਾ ਲਈ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਇੱਥੇ ਕੀ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ k ਗੁਣਾ $f(x)dx$ ਦਾ ਏਕੀਕਰਣ $f(x)dx$ ਦੇ k ਗੁਣਾ ਏਕੀਕਰਣ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਜਿੱਥੇ k ਕੁਝ ਸਥਿਰ ਹੈ ਇਹ ਵੀ ਅਸੀਂ ਉਸੇ ਵਿਚਾਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਬਤ ਕਰਾਂਗੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਲਈ ਕੀਤਾ ਹੈ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ dx ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ d ਦੁਆਰਾ dx ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਕੇਲਰ k ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਓਪਰੇਟਰ ਤੋਂ ਵੱਖਰੇ ਲਈ ਬਾਹਰ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸੰਪਤੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਦੁਬਾਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਫਿਰ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਿਛਲੇ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦਾਅਵਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $k f(x)dx$ $k f(x)dx$ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਾਂਗੇ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸੰਪਤੀਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪਾਵਾਂਗੇ। ਇੱਕ ਆਮ ਫਾਰਮੂਲਾ ਤਾਂ ਆਉ ਅਸੀਂ ਸਥਿਰਾਂਕਾਂ ਲਈ ਕਹੀਏ k_1 k_2 ਬਿੰਦੀ ਬਿੰਦੀ k_n ਅਤੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ f_1 f_2 f_n ਦੇ x ਬਿੰਦੀ ਡਾਟ ਡਾਟ $f_n(x)$ ਦਾ ਸਬੰਧ ਹੈ ਕਿ $k_1 f_1 + k_2 f_2 + \dots + k_n f_n$ ਪਲੱਸ ਡਾਟ ਡਾਟ ਡਾਟ $k_n f_n dx$ ਦਾ ਏਕੀਕਰਣ ਸਮਾਨ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ $k_1 \int f_1 dx + k_2 \int f_2 dx + \dots + k_n \int f_n dx$ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ $\int (k_1 f_1 + k_2 f_2 + \dots + k_n f_n) dx$ ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਕੁਝ ਲੀਨੀਅਰ ਮਿਸ਼ਰਨ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤੇਜ਼ ਉਦਾਹਰਣ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਮੈਨ ਲਈ e^x ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ ax ਵਰਗ ਪਲੱਸ bx ਪਲੱਸ c ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਲੱਭਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਹੁਣ ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਰੇਖਿਕਤਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇਸ abc ਨੂੰ ਸਥਿਰਾਂਕ ਹੋਣ ਦਾ ਇੱਕ ਇੰਟੈਗਰਲ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। x^2 ਪਲੱਸ c ਗੁਣਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਵਰਗ ਪਲੱਸ b ਇੰਟੈਗਰਲ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇੰਟੈਗਰਲ ਇੱਕ dx ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਵੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ x^2 ਘਣ ਬਾਇ 3 ਸਾਨੂੰ x^3 ਵਰਗ ਮਿਲੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ x^3 ਘਣ ਬਾਇ 3 ਪਲੱਸ bx ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ x^3 ਵਰਗ ਬਾਇ 3 ਪਲੱਸ ਸਮਾਲ c ਲਈ ਏਕੀਕਰਣ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ x^3 ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਮਿਲੇਗਾ। ਇੱਕ ਇਸਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ x^3 ਇੱਥੇ ਦਿਖਾਈ ਦੇਵੇ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ c ਕਰਾਂਗੇ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ c ਇੱਥੇ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇ ਰਿਹਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਉਲਝਣ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਪਾਵੇਗਾ ਇਸਲਈ ਇਸ ਲੀਨੀਅਰ ਮਿਸ਼ਰਨ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ $\int (ax^2 + bx + c) dx$ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ। s ਫੰਕਸ਼ਨ ਜਿਸਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਇਸ ਇੰਟੈਗਰਲ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਇੰਟੈਗਰਲ ਵਿੱਚ ਤੋੜ ਕੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਕੇ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਤਕਨੀਕ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਮਦਦ ਮਿਲੇਗੀ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਦੇ ਆਪਣੇ ਗਿਆਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਕੁਝ ਫਾਰਮੂਲੇ ਲਿਖਾਂਗੇ ਜੋ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਾਡੀ ਮਦਦ ਕਰਨਗੇ। ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਇਹ ਫਾਰਮੂਲੇ ਬਹੁਤ ਬੁਨਿਆਦੀ ਫਾਰਮੂਲੇ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜਿੰਨਾ ਸੰਭਵ ਹੋ ਸਕੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਯਾਦ ਰੱਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਮੈਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੀ ਕਰਾਂਗਾ ਮੈਂ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਅਨੁਸਾਰੀ ਫਾਰਮੂਲਾ ਲਿਖਾਂਗਾ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਮੈਂ ਅਨੁਸਾਰੀ ਇੰਟੈਗਰਲ ਲਿਖਾਂਗਾ।

ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ d by dx ਹੈ x raise to power n plus 1 by n plus 1 ਜਿਵੇਂ x raise to power n ਇਸ ਲਈ x ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ $\frac{x^{n+1}}{n+1}$ ਪਲੱਸ c ਤੋਂ ਵੱਖ n ਪਲੱਸ 1 ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਸਥਿਰ c ਨੂੰ ਵਧਾ ਕੇ x ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਨੋਟ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ n ਘਟਾਓ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਮਾਇਨਸ 1 ਕੇਸ ਨਾਲ ਵੱਖਰੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਨਜਿੱਠਾਂਗੇ ਜੋ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਖਾਸ c ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਵੇਗਾ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ x ਦਾ dx ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੱਕ dx ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ x ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਵਿਆਕਰਨਿਕ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਵਜੋਂ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ t by dx of $\sin x$ ਕੋਸਾਈਨ x ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਕੋਸਾਈਨ x ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਹੈ। ਕੀ ਕੋਸਾਈਨ x ਦਾ dx ਦੁਆਰਾ $\sin x$ ਪਲੱਸ c , ਸਾਈਨ x ਦਾ ਮਾਇਨਸ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਘਟਾਓ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਜੋ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੰਟੈਗਰਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਈਨ x ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਮਾਇਨਸ ਕੋਸਾਈਨ x ਅਤੇ ਟੈਨ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਸਥਿਰ d ਹੁੰਦਾ ਹੈ। x ਸਕਵੇਅਰ x^2 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਅਫਸੋਸ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਇੱਥੇ dx ਨੂੰ ਖੁੱਭ ਗਿਆ ਸਕਵੇਅਰ x^2 ਟੈਨ x ਪਲੱਸ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਸਾਰੇ ਸਟੈਂਡਰਡ ਫਾਰਮੂਲੇ ਹਨ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਰੈਫਰੈਂਸ ਬੁੱਕ ਵਿੱਚ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹੋ d by dx of $\cos x$ ਦੁਬਾਰਾ ਘਟਾਓ $\cos x$ ਵਰਗ ਹੈ। x ਪਰ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਲਿਖਾਂਗਾ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ $\cos x$ ਵਰਗ x ਦਾ ਅਨਿੱਖੜਵਾਂ ਬਣ ਜਾਵੇ ਘਟਾਓ $\cot x$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ d ਦਾ dx ਛੇ ਦਾ dx ਹੈ $\sec x \tan x$ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ $\sec x \tan x$ ਦਾ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਿੰਦਾ ਹੈ $x dx \sec x$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਿਮ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ d ilarly $\csc x$ ਹੈ $\cos xx$ ਅਤੇ $\cot x$ ਇੱਥੇ ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋ ਕਿ ਦੁਬਾਰਾ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਂਗ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਥੇ ਲਵਾਂਗਾ ਤਾਂ ਕਿ ਇਹ $\cos xx \cot x dx$ ਦਾ ਅਨਿੱਖੜਵਾਂ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਘਟਾਓ $\cos xx$ ਪਲੱਸ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ਉਲਟ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਦੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੂੰ ਵੇਖਾਂਗੇ। ਫੰਕਸ਼ਨ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਪਿਛਲੀ ਕਲਾਸ d ਦੁਆਰਾ dx ਦੇ $\sin^{-1} x$ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਦੇਖਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਘਟਾਓ x ਵਰਗ ਦਾ ਇੱਕ ਵੱਧ ਵਰਗ ਮੂਲ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਘਟਾਓ x ਵਰਗ ਰੂਟ dx ਲਈ ਏਕੀਕਰਣ $\sin^{-1} x$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਵੀ ਹੈ ਦੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ d by dx of $\cos^{-1} x$ ਵੀ ਇੱਕ ਘਟਾਓ x ਵਰਗ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਇਸਲਈ ਮੈਨੂੰ ਉਸੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨਾਲ ਉਲਝਣ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਪੈਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇੱਕੋ ਪਰਿਵਾਰ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹਨ। ਕਰਵ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਸਾਈਨ ਇਨਵਰਸ x ਅਤੇ ਮਾਇਨਸ ਕੋਸਾਈਨ ਇਨਵਰਸ x ਉਹ ਉਸੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ਟੈਨ ਇਨਵਰਸ x ਦੇ d ਦੁਆਰਾ dx ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਹੋਰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਇੱਕ ਜੋੜ x ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਤੋਂ ਇੱਕ ਜੋੜ x ਵਰਗ dx ਦਾ ਏਕੀਕਰਣ $\tan x$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ $\cot^{-1} x$ ਦੇ dx ਦੁਆਰਾ ਪਿਛਲੇ d ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਥੇ ਮਾਇਨਸ ਲੈਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ dx ਓਵਰ ਵਨ ਪਲੱਸ ax ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦਾ ਕਹਿਣਾ ਹੈ ਇੱਥੇ $\cot^{-1} x$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ d ਬਾਇ dx ਸਕਿੰਟ ਉਲਟ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ 1 ਦਾ ਇੱਕ ਓਵਰ x ਵਰਗ ਮੂਲ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ 1 ਦਾ x ਵਰਗ ਮੂਲ ਦਾ ਏਕੀਕਰਣ ਸੈਕ ਇਨਵਰਸ x ਪਲੱਸ ਕੰਸਟੈਂਟ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ d ਦੁਆਰਾ $\cos x$ ਉਲਟਾ x ਦਾ dx ਇੱਕ ਨੈਗੇਟਿਵ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਨਾਲ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦੇ ਇੱਕ ਓਵਰ x ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦੇ x ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੇ x ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ dx ਨੂੰ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। $\csc^{-1} x$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ c ਦਾ ਘਟਾਓ

ਇਸ ਲਈ ਕਿਨੇਮੈਟਿਕ ਅਤੇ ਉਲਟ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨਾਲ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਲਘੂਗਣਕ ਅਤੇ ਘਾਤ ਅੰਕੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਰਿਸ਼ਤਾ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ d ਦਾ ਗਿਆਨ ਹੈ dx ਦੇ e raise to power x as e raise to power x ਜੋ ਸਾਨੂੰ x ਇੰਟੈਗਰਲ dx ਦਾ ਘਾਤਾ ਅੰਕ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ e ਉਠਾਇਆ ਗਿਆ ਪਾਵਰ x ਲਈ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ d ਦੁਆਰਾ e ਉਠਾਇਆ ਗਿਆ ਪਾਵਰ nx ਨੂੰ n ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ e ਨੂੰ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੇ n ਲਈ nx ਨੂੰ ਵਧਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇੰਟੈਗਰਲ $n dx$ ਦਾ e ਉਠਾਇਆ ਗਿਆ $n dx$ ਦੀ ਪਾਵਰ nx ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ n ਅਤੇ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੇ n ਲਈ ਇੱਕ ਸਥਿਰਤਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਾਂ n naught ਬਰਾਬਰ 0 ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਲਈ ਵੀ ਇਹੀ ਸੱਚ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ n ਇੱਥੇ ਜ਼ੀਰੋ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਬਣ ਜਾਵੇਗਾ ਇੱਕ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ dx ਲਈ ਇੰਟੈਗਰਲ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$ ਦੇ ਲੋਗ ਲਈ d by dx ਨੂੰ ਵੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ x ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ $x dx$ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਦਾ ਪੂਰਨ ਅੰਕ $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰਾਂਕ ਦੇ ਲੋਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਇਸ ਲਈ ਇਹ a^x ਕੇਸ ਜੋ ਜਿਸਦੀ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ x raise to power nn nought equal to a^x minus one ਲਈ ਚਰਚਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਸਮਝ ਸਕੋ ਕਿ ਜਦੋਂ n ਬਰਾਬਰ ਘਟਾਓ 1 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਫਾਰਮੂਲੇ ਮੈਨੂੰ ਟਿੱਪਣੀ ਕਰਨ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਉਹ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹਨ। ਅਤੇ ਕਿਉਂਕਿ ਉਹ ਬਹੁਤ ਬੁਨਿਆਦੀ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਯਾਦ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਕਸਰ ਕਰਾਂਗੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਟਿੱਪਣੀ ਜੋ ਮੈਂ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਥੇ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹਾਂਗਾ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਮੁਢਲੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਇੰਟੈਗਰਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੁਝ ਅਜਿਹਾ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਨਾ ਹੋਵੇ ਕਿ ਨਿਰੀਖਣ ਦੁਆਰਾ ਜਾਂ ਮੁਲਾਂਕਣ ਦੁਆਰਾ ਇਸਦਾ ਐਂਟੀ-ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਕੀ ਹੈ, ਅਜਿਹੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਣ ਨੂੰ ਪਾਵਰ ਮਾਇਨਸ x ਵਰਗ dx ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕੇ ਕਿ ਐਲੀਮੈਂਟਰੀ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ

ਲਈ ਐਂਟੀ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਬਹੁਪਦ ਤ੍ਰਿਕੋਣਮਿਤੀ ਨਿਵੇਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਟ੍ਰਿਕ ਐਕਸਪੋਨੈਂਸ਼ੀਅਲ ਆਦਿ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕੁਝ ਮਾਮਲਿਆਂ ਦਾ ਅਸੀਂ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਮਾਮਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਪੁਰਨ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਆਪਣੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਛੱਡ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਹ ਹਨ

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਦੇਖਾਂਗੇ। ਅਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲੀ ਉਦਾਹਰਣ ਸਿੱਖੀ ਹੈ ਜੋ ਮੈਂ ਚੁਣੀ ਹੈ, ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਬਹੁਤ ਸਰਲ ਹੈ e^x ਨੂੰ ਪਾਵਰ $3x$ ਪਲੱਸ 1 dx ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਸਮੇਸ਼ਨ 'ਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੀ ਵੰਡਣ ਵਾਲੀ ਪ੍ਰਕਿਰਤੀ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ e^{3x+1} ਪਾਵਰ ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਥਿਰ 4 ਦੇ ਬਾਹਰ ਪਲੱਸ ਸੈਕਿੰਡ ਇੰਟੀਗਰਲ $1 dx$ ਨੂੰ ਲੈ ਕੇ ਹੁਣ ਫਾਰਮੂਲੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ e^{3x+1} ਨੂੰ ਪਾਵਰ nx ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਇਸ ਲਈ e^{3x+1} ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਪਾਵਰ $3x+1$ dx ਤੱਕ ਉਠਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ e^{3x+1} ਨੂੰ ਪਾਵਰ ਤਿੰਨ x ਗੁਣਾ ਤਿੰਨ ਪਲੱਸ ਸਥਿਰਾੰਕ ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੱਖੋ ਇੰਟੀਗਰਲ e^{3x+1} ਤਿੰਨ ਜੋੜ ਕੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਸਥਿਰ ਕਰਨ ਲਈ ਵਧਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਚਾਰ c ਇੱਕ ਜੋੜ ਇੰਟੀਗਰਲ ਇੱਕ ਕਰਾਂਗੇ ਇਹ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਇੰਟੀਗਰਲ x ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ c ਦੇ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਪੂਰਾ ਸ਼ਬਦ 4 ਬਾਇ $3e$ ਬਣ ਜਾਵੇ। ਪਾਵਰ $3x$ ਪਲੱਸ x ਪਲੱਸ $4c$ 1 ਪਲੱਸ c 2 ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ ਕਿਉਂਕਿ c 1 ਅਤੇ c 2 ਦੋਵੇਂ ਸਥਿਰ ਹਨ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਸਥਿਰਾੰਕ ਵਜੋਂ ਨਾਮ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ 4 ਬਾਇ $3e$ ਬਣ ਜਾਵੇਗਾ ਪਾਵਰ 3 ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਗਿਆ x ਪਲੱਸ x ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਸਥਿਰ c ਤਾਂ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨਿਕਲਦਾ ਹੈ ਇੰਨਾ ਹੀ ਹੁਣ ਇੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਏਕੀਕਰਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਸਥਿਰ ਨੂੰ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਏਕੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰ ਰਹੇ ਹੋ ਜਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਨੂੰ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕਈ ਵਾਰ ਅਸੀਂ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਜਾਂ ਅਸੀਂ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਥਿਰਾੰਕਾਂ ਨੂੰ ਤੁਰੰਤ ਬਦਲੇ ਨਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਿੰਗਲ ਸਥਿਰਾੰਕ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਅਜਿਹਾ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਲਵਾਂਗੇ ਕਿ ਅਸੀਂ x ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੇ ਪੁਰਨ ਅੰਕ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨਾ ਹੈ। x ਪੂਰੇ ਵਰਗ dx ਕਈ ਵਾਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਥੇ ਕੁਝ ਸਰਲੀਕਰਨ ਕਰਨਾ ਪੈ ਸਕਦਾ ਹੈ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਵਰਗ ਦਾ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਮਿਲੇਗਾ ਵਰਗ ਮੂਲ ਵਰਗ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ x । ਵਰਗ ਰੂਟ x ਵਰਗ ਦੁਆਰਾ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਇੱਕ ਗੁਣਾ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਗੁਣਾ ਉਤਪਾਦ ਜੋ ਕਿ ਦੇ ਹੈ ਇੱਥੇ ਰੇਖਿਕਤਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਉਹ ਹੈ $x dx$ ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਪਲੱਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਇੱਕ by dx ਮਾਇਨਸ ਦੇ ਗੁਣਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਇੱਕ dx ਜਿਸਦਾ ਤੁਸੀਂ ਇੱਥੇ x ਵਰਗ ਬਾਇ 2 ਪਲੱਸ 1 ਬਾਇ x ਫਾਰਮੂਲਾ ਵਰਤ ਕੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਇਹ ਮਾਡ x ਮਾਇਨਸ $2x$ ਪਲੱਸ ਏਕੀਕਰਣ ਦਾ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਲੌਗ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਇਸ ਕੇਸ ਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਸਮੱਸਿਆ ਹੈ ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਥੋੜ੍ਹਾ ਜਿਹਾ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਲੱਗ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਅਜਿਹੇ ਸਬੰਧਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੰਟੀਗਰਲ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨ ਬਣ ਜਾਵੇਗਾ ਸਮਾਨ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਜੋ ਮੈਂ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਲਵਾਂਗਾ, ਆਓ ਸਾਨੂੰ x ਘਟਾ ਲੈਣ ਦਿਓ। ਮਾਇਨਸ x ਵਰਗ ਪਲੱਸ x ਘਟਾਓ 1 ਨੂੰ x ਘਟਾਓ $1 dx$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਸ਼ੁਰੂਆਤ ਵਿੱਚ ਥੋੜ੍ਹਾ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਜਾਪਦਾ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪਹਿਲੇ ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ x ਵਰਗ ਨੂੰ ਆਮ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਜੋ x ਘਟਾਓ 1 ਆਵੇਗਾ। ਪਲੱਸ ਦੂਜਾ ਸ਼ਬਦ x ਘਟਾਓ 1 ਪੂਰਾ ਭਾਗ x ਘਟਾਓ 1 ਨਾਲ। ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ x ਘਟਾਓ 1 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸਾਨੂੰ x ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਮਿਲੇਗਾ ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਦਿੱਖ ਵਾਲਾ ਸ਼ਬਦ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ x ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਵਨ ਜਿਸ ਲਈ ਕੋਈ ਨਹੀਂ। w ਅਸੀਂ ਤੁਰੰਤ ਇੰਟੀਗਰਲ x ਵਰਗ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇਹ ਤਿੰਨ ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ x ਘਟਾ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇਹ x ਅਤੇ ਸਥਿਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਇਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਓਵਰ ਸਮੇਸ਼ਨ ਨੂੰ ਵੰਡਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖਿਆ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਨਾਲ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਧੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਅਟੱਟ ਵੇਰਵਿਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇਵਾਂਗੇ, ਕੁਝ ਤ੍ਰਿਕੋਣਮਿਤੀ ਸਬੰਧਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਪੇਸ਼ ਕਰੇਗਾ, ਉਦਾਹਰਣ ਚਾਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਸਕੋਰ x x ਨੂੰ $\cos x$ ਵਰਗ dx ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਫਾਰਮੂਲਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਕੋਣਮਿਤੀ ਸਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸੈਕਿੰਡ ਵਰਗ x ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ \cos ਵਰਗ x ਅਤੇ $\cos x$ ਵਰਗ x ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ \sin ਵਰਗ x ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx$ ਜੋ ਕਿ ਟੈਨ ਵਰਗ dx ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ ਅਸੀਂ ਟੈਨ ਵਰਗ x ਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੇ ਪਰ ਅਸੀਂ ਟੈਨ ਵਰਗ ਦੇ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। x ਦੇ ਨਾਲ \sec ਵਰਗ x ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ \sec ਵਰਗ x ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਸੋਚਣਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਜਾਂ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਫਾਰਮੂਲਾ ਵਨ ਪਲੱਸ ਟੈਨ ਵਰਗ x ਸਕਵੇਅਰ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਇੱਥੇ ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਸੈਕਿੰਡ ਵਰਗ x ਮਾਇਨਸ ਵਨ dx ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਰੱਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਕਵੇਅਰ x ਦਾ ਇੰਨਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੇਵੇਗਾ ਕਿ ਵਨ ਦਾ x ਪਲੱਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਕੰਸਟੈਂਟ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਥੋੜ੍ਹਾ ਜਿਹਾ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਦਿੱਖ ਵਾਲਾ ਫਾਰਮੂਲਾ ਕੁਝ ਖਾਸ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਅਜਿਹੇ ਰਿਸ਼ਤੇ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚ ਗਏ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਸੀ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਉਸ ਰਿਸ਼ਤੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਆਖਰਕਾਰ ਅਸੀਂ ਇੰਟੀਗਰਲ ਲੱਭ ਲਿਆ ਅਸੀਂ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਏਕੀਕਰਣ ਦਾ ਸੰਕੁਚਨ ਕਰਾਂਗੇ ਇੱਕ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਓਪਰੇਟਰ ਹਨ ਜੋ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਓਪਰੇਟਰ ਵੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਵੀ ਇੱਕ ਓਪਰੇਟਰ ਹੈ ਓਪਰੇਟਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਇਨਪੁਟ ਵਜੋਂ ਲੈਂਦੇ ਹਨ ਜੋ ਮੇਰਾ ਕਹਿਣ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ d ਦੁਆਰਾ $f(x)$ ਦੇ dx ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ f 'ਤੇ ਚਲਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। x ਤਾਂ ਹੀ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ $f'(x)$ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਥੇ $f(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ $f(x)$ ਦੇਣ ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ ਪ੍ਰਭਾਵ 'ਤੇ ਚਲਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਉਹ ਆਪਰੇਟਰ ਹਨ ਦੋਵੇਂ ਹੀ ਰੇਖਿਕਤਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ ਇੰਟੀਗਰਲ ਵੀ ਰੇਖਿਕਤਾ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ ਇਹ ਅਸੀਂ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਵੇਖੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਲੈਣਾ ਇਹ ਵਿਲੱਖਣ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਵਿਲੱਖਣ ਇੰਟੀਗਰਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ $f(x)$ ਪਲੱਸ c ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਯੂ ਦੇ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਲੱਖਣ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਵਿਲੱਖਣਤਾ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਸਮਾਂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਤੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਥਿਰਾੰਕ ਨੂੰ ਨਜ਼ਰਅੰਦਾਜ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹ ਪੁਰਨ ਅੰਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹਨ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਜਿਹਾ ਕੋਈ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਕੋਈ ਅਰਥ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਦਾ ਅਰਥ ਟੈਂਜੈਂਟ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਵੀ ਦੇਖਿਆ ਹੈ। dx ਦੁਆਰਾ dy ਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਅਤੇ ਸਮਾਨ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕਲ ਵਿਆਖਿਆ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਲਈ ਵਕਰਾਂ ਦੇ ਪਰਿਵਾਰ ਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ ਲਈ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕਲ ਵਿਆਖਿਆ ਨੂੰ ਵੀ ਸਮਝਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਲਈ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਸੀਮਿਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇੰਟੀਗਰਲ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਿੱਖੋਗੇ। ਇਹ ਕਿ ਇਹ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਸੀਮਿਤ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਲਈ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਵਿਭਿੰਨਤਾਵਾਂ ਦੇ ਉਲਟ ਆਪਰੇਟਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਅਸਥਿਰ ਅਗਲੇ ਦੀ ਮੌਜੂਦਗੀ ਦੇ ਕਾਰਨ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਓਪਰੇਟਰ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਿਵੇਂ ਕਰਨਾ ਹੈ ਇਹ ਸਿੱਖਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਖਾਸ ਤਰੀਕਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਹਰ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ 'ਤੇ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਇੱਕ ਔਨ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਾਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਲਾਗੂ ਕਰਨੀਆਂ ਪੈਣਗੀਆਂ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਜਾਵਾਂਗੇ। ਪਹਿਲਾ ਤਰੀਕਾ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਮੈਂ ਅੱਜ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਚਰਚਾ ਕਰਨ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਉਹ ਬਦਲ ਦੁਆਰਾ ਵਿਧੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਨਾਮ ਬਦਲ ਤੋਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੰਟੀਗਰਲ $\int f(x) dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਸੁਤੰਤਰ ਵੇਰੀਏਬਲ x ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵੇਰੀਏਬਲ ਸੁਤੰਤਰ ਵੇਰੀਏਬਲ x ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਸੁਤੰਤਰ ਵੇਰੀਏਬਲ t ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਕੁਝ ਸਬੰਧਾਂ ਦੁਆਰਾ, ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ x ਹੈ t ਦੇ ਕੁਝ ਫੰਕਸ਼ਨ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇਸ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵੱਖਰਾ ਕਰ ਸਕੀਏ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਨੂੰ dx ਦੁਆਰਾ dt is equals to $g'(t)$ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਭਿੰਨਤਾਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $dx = g'(t) dt$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਮੂਲ ਇੰਟੀਗਰਲ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਨਾਮ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ f ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ $\int f(x) g'(t) dt$ ਦੁਆਰਾ $\int f(g(t)) g'(t) dt$ ਦੁਆਰਾ ਬਦਲਣਾ, ਇਸ ਲਈ ਇੰਟੀਗਰਲ $\int f(x) dx$ ਲਈ ਫਾਰਮੂਲਾ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਸੁਤੰਤਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਨੂੰ x ਤੋਂ t ਵਿੱਚ ਬਦਲਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦਾ ਹੈ $\int f(g(t)) g'(t) dt$ ਦੇ f ਦਾ f

ਇਸ ਲਈ ਮੈਂ ਇੱਥੇ ਦੁਬਾਰਾ ਲਿਖਾਂਗਾ $\int f(x) dx$ ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ $\int f(g(t)) g'(t) dt$ ਦੇ f ਦਾ ਇੰਟੀਗਰਲ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਵੇਰੀਏਬਲ integrals x ਅਤੇ t ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਅਜਿਹਾ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ x ਨੂੰ $g(t)$ ਵਜੋਂ ਚੁਣਨ ਦੀ ਬਜਾਏ ਅਸੀਂ $h(t)$ ਨੂੰ $g(x)$ ਵਜੋਂ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ t ਨੂੰ x ਦੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਜੋਂ

ਇਸ ਲਈ x ਦੇ ਕੁਝ ਖਾਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਜੋਂ ਅਸੀਂ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। t ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉਸ ਆਰ ਬਦਲ ਦੇ ਨਾਲ ਅੱਗੇ ਵਧ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ, ਮੈਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣ ਲਵਾਂਗਾ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਉਦਾਹਰਣ ਲਈ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇ x ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਪਲੱਸ x ਵਰਗ dx ਦੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਮੁਢਲੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਅੱਟ ਨੂੰ ਤੁਰੰਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਥੇ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸ਼ਬਦ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਵੱਖਰਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕੀ ਮਿਲੇਗਾ $2x$ ਜੋ ਕਿ ਇੱਥੇ ਅੰਕ ਸ਼ਬਦ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਥੇ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਦੁਆਰਾ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਗਏ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ $g(x)$ ਸਮਝਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ $g'(x) dx$ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਨਵੇਂ ਵੇਰੀਏਬਲ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦਾ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ t ਨੂੰ 1 ਪਲੱਸ x ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੋ ਜਾਂ ਕਦੇ-ਕਦਾਈਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬਦਲ 1 ਪਲੱਸ x ਵਰਗ t ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ dt ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਸ ਢੰਗ ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ $dt = 2x dx$ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $2x$ ਗੁਣਾ ਹੈ। dx ਵਿੱਚ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਇਸਲਈ dt ਦੇ dx ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸ ਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਇੰਟੀਗਰਲ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹੋਏ ਇਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਕਾਲ ਕਰੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ dt ਓਵਰ t ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਹੁਣ ਇਹ ਫਾਰਮ ਉਸ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਮੈਡ ਟੀ ਦਾ ਲੌਗ ਦੇਵੇਗਾ। ਪਲੱਸ ਸਥਿਰ ਪਰ ਸਾਡੀ ਸਮੱਸਿਆ x ਵਿੱਚ ਸੀ ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵਾਪਸ x ਉੱਤੇ ਜਾਣਾ ਪਏਗਾ ਅਤੇ ਇਸਲਈ t ਦਾ ਬਦਲ ਦਿਓ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਜੋੜ x ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਲੌਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਣਾਓ ਤਾਂ ਜੋ ਇਸ ਕੇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਾਡਾ ਅੰਤਮ ਅੱਟ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਸਾਈਨ ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣ ਏਕੀਕਰਣ of $\int \sin(ax + b) dx$ ਤਾਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦੇਖ ਸਕੋ ਕਿ ਕੀ ਮੈਂ $\int \sin(ax + b) dx$ ਨੂੰ ਕੁਝ ਨਵੇਂ ਵੇਰੀਏਬਲ t ਵਜੋਂ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਅਸੀਂ $\sin t$ ਦੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇਸ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ $\int \sin(ax + b) dx$ ਬਰਾਬਰ t ਨੂੰ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋ $dx = dt/a$ ਅਤੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ। ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ $\int \sin t dt/a$ ਦੁਆਰਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ $\sin t dt$ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਪਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ $\sin t$ ਦੇ ਇੱਕ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੁਆਰਾ $-\cos t$ ਦੇ ਘਟਾਓ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਥਿਰ c ਜੋੜਾਂਗੇ ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ $\cos t$ is ਦਾ ਮਾਇਨਸ ਦੇਵੇਗਾ। ਸਾਡੇ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ $\int \sin(ax + b) dx$ ਪਲੱਸ b ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਲੱਸ c ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਸ ਰਿਸ਼ਤੇ ਨੂੰ ਆਮ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਅਗਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਰੇਖਿਕ ਸ਼ਬਦ ax ਪਲੱਸ b ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਉਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਇੰਟੀਗਰਲ ਨੂੰ ਸਥਿਰਾਂਕ ਦੁਆਰਾ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਅੱਜ ਜੋ ਕੁਝ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਉਸ ਦਾ ਸਾਰ ਦੇਵਾਂਗੇ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਸਿੱਖੀਆਂ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਮੁਢਲੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵੀ ਸਿੱਖੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਸਧਾਰਨ ਇੰਟੀਗਰਲ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖ ਲਿਆ ਅਸੀਂ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਅਤੇ ਏਕੀਕਰਣ ਦੀ ਪੂਰਤੀ ਵੀ ਸਿੱਖੀ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਬਦਲ ਦੀ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਵਿਧੀ ਵਿਧੀ ਸਿੱਖੀ ਤੁਹਾਡਾ ਧੰਨਵਾਦ