آج ہم ایک نیا تصور سیکھنے جا رہے ہیں جسے انضمام کہا جاتا ہے آپ نے تفریق کا خیال پہلے ہی دیکھا ہو گا لہذا انضمام کو ایک لحاظ سے تفریق
کا الٹا عمل سمجھا جا سکتا ہے، تفریق کی ترقی کا آغاز ایک ٹینجنٹ یا مشتق کو تلاش کرنے کے مسئلے سے ہوا وکر مثال کے طور پر فرض کریں
کے برابر ہے fx کہ اگر ہمیں ایک فنکشن دیا گیا ہے جو
صفر پر اگر آپ ٹینجنٹ کی سمت معلوم کرنا چاہتے ہیں y صفر x تو ایک نقطہ
کے برابر ہے جو ٹینجنٹ کی سمت کا اندازہ لگانے میں y fx کا مشتق اس کے برابر ہے۔ y یا فنکشن dx بذریعہ dy تو آپ جانتے ہیں کہ
ٹینجنٹ کی ڈھلوان کے برابر ہے اس مشتق میں متعدد ایپلی کیشنز ہیں جو آپ نے کورس کے دوران ڈیفرینشل dx بذریعہ dy مدد کرتا ہے لہذا
پر کسی ذرہ کی پوزیشن t کیلکولس میں دیکھی ہیں ایک مثال جو میں چاہوں گا حوالہ دینا رفتار کا پتہ لگانا ہے فرض کریں کہ اگر آپ کو ہر بار
معلوم ہے
دے گا۔ اس ذرہ کے مقام سے انضمام کا محرک اس سے شروع ہوا کہ مختلف منحنی خطوط کے رقبے کو ve تو پوزیشن فنکشن کا مشتق آپ کو
محور سے بندھے ہوئے ہیں حالانکہ ہم پہلے ڈفرنشل کیلکولس کا مطالعہ کرتے ہیں پھر ہم انٹیگرل کیلکولس کی طرف x کیسے معلوم کیا جائے جو
جاتے ہیں لیکن تاریخی طور پر انٹیگرل کیلکولس کی ترقی کا مطلب ہے کہ ترقی منحنی خطوط یا مخصوص ڈھانچے کے رقبے کو کیسے معلوم کیا
جائے جو بہت پہلے شروع ہو چکے ہیں آہ یہ کہ تفریق کیلکولس کے دو اہم ریاضی دان جن کا میں اس سلسلے میں ذکر کرنا چاہوں گا وہ لبنانی اور
نیوٹن ہیں جنہوں نے درحقیقت موجودہ کیلکولس کی ترقی میں اپنا حصہ ڈالا ہے۔ موجودہ دور کے حساب کتاب میں جو اشارے ہم استعمال کرتے ہیں
وہ لبنانیوں کے زیادہ قریب ہیں لہٰذا آج ہم جو کچھ سیکھنے جا رہے ہیں وہ انٹیگرلز کے بارے میں ہے موٹے طور پر ہم انٹیگرلز کو دو اقسام میں
کی ریاضیاتی i درجہ بندی کر سکتے ہیں ایک غیر معینہ انٹیگرلز اور دوسرا قطعی انٹیگرلز اس سے پہلے کہ میں غیر معینہ انٹیگرل اور ڈیفینٹ
میں ایک سوال پوچھنا چاہوں گا کہ یہ موضوع ایسا کیوں ہے اس سوال کا جواب دینے کے لیے میں چند ntegral تشکیل میں داخل ہو جاؤں
پر مختلف ہے تاکہ ab پر بیان کیا جاتا ہے مسلسل ہے اور کھلے وقفہ ab کا فنکشن جو کچھ قریبی وقفہ x مثالیں پیش کروں گا فرض کریں کہ
پرائم ایکس اس وقفہ کے ہر نقطہ پر جانا جاتا ہے تفریق کیلکولس کی صورت میں آپ کسی فنکشن کو دیکھتے ہوئے یہ معلوم کرتے تھے کہ f
f prime فنکشن کا مشتق کیا ہوگا لہذا آپ فنکشن کو الگ کریں اور فنکشن کا مشتق حاصل کریں لیکن یہاں اگر میں ایک پوز کرتا ہوں۔ سوال دیا گیا
تلاش کرسکتے ہیں لہذا آپ اسے واضح طور پر سمجھ گئے ہیں تفریق fx جس کا مطلب ہے کہ فنکشن کا مشتق آپ کو دیا گیا ہے کیا ہم فنکشن x
کی صورت میں ہمیں ایک فنکشن دیا جاتا ہے جس کے لئے ہمیں مشتق کو تلاش کرنا ہوتا ہے لیکن یہاں ہمیں دیا گیا ہے۔ فنکشن کا مشتق ہے اور ہمیں
کچھ وقفے پر مسلسل فنکشن fx یہ جاننے کی ضرورت ہے کہ فنکشن کیا ہوگا مجھے آپ کے لیے ایک اور مسئلہ درپیش ہے پھر فرض کریں کہ
کا گراف ہے fx اس طرح کہتے ہیں کہ اگر ہم فرض کریں کہ یہ فنکشن ab ہے اور ہمیں
کے برابر ہے b x کے برابر ہے اور یہ پوائنٹ x a تو یہ پوائنٹ
تو وقفہ پر علاقہ کیا ہوگا اگر میں نمائندگی کرتا ہوں اس کے ذریعے ہم اس علاقے کا تعین کر سکتے ہیں جو اس منحنی خطوط سے جڑا ہوا ہے اور
b کے برابر ہے x اور a کے برابر ہے ah x کا محور دو لائنوں کے ساتھ x
تو یہ دونوں مسائل بنیادی طور پر اگر فنکشن کا مشتق دیا جائے پھر فنکشن کا پتہ لگانے کے لیے یا ایکس کے محور سے جکڑے ہوئے مسلسل
محور کے م y فنکشن کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اور
توازی کچھ لکیریں یہ دونوں مسائل انضمام کے زمرے میں آتے ہیں جو مسئلہ خود کو غیر معینہ انٹیگرلز کی کلاس سے قریب سے جوڑتا ہے۔ یا
آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ غیر معینہ انٹیگرل کی طرف لے جا سکتا ہے اور جو مسئلہ دو میں پوسٹ کرتا ہوں وہ قطعی انٹیگرلز کی طرف لے جاتا
te ہے اور یہ ایک ساتھ مل کر نام نہاد انٹیگرل کیلکولس کو تشکیل دیتا ہے آپ سوچ رہے ہوں گے کہ غیر معینہ انٹیگرل اور ڈیفینی
دو مختلف ہستی ہیں لیکن بنیادی طور پر وہ ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہیں حالانکہ ابتدائی طور پر ہم ان کو سمجھیں گے اور ان integrals
کا الگ الگ مطالعہ کریں گے جب ہم نظریہ تیار کریں گے
تو آپ کو احساس ہو گا کہ وہ آپس میں بہت قریب سے جڑے ہوئے ہیں اس لیے کنکشن کو دیکھنے کے لیے ہم دوسرے مسئلے سے شروع کریں
مثبت ہے میں نے اس فنکشن کا a ہے اور یہ وقفہ 0 سے اس طرح دیا گیا ہے کہ fx x گے۔ ایریا فنکشن کی وضاحت کے لیے فرض کریں کہ
انتخاب کیا ہے تاکہ ہم آسانی سے علاقے کی گنتی کر سکیں اگر میں فنکشن کا گراف کھینچتا ہوں
صفر کے برابر ہے یہاں ہے x یہاں ہے اور a تو کوئی بھی مثبت ہو نمبر تاکہ ہم فرض کر سکیں کہ
کے برابر ہے اس طرح نظر آئے گا یہ ایک کوما ہے اب میں یہاں جو جاننا چاہتا ہوں وہ یہ ہے کہ میں اس علاقے کی x کا فنکشن گراف fx تو
سے اگر میں a کے ایک فنکشن کے طور پر پابند ہے جیسے کہ وقفہ 0 کا ہر نقطہ x کے محور سے متغیر x نمائندگی کرتا ہوں جو وکر اور
اس قدر کو بدل دوں
کوئی عمومی نقطہ ہے جو x جاننا چاہتا ہوں جہاں ax تو میں اس علاقے کی قدر حاصل کرسکتا ہوں جو اس کا مطلب ہے کہ میں ایک فنکشن
کے درمیان پڑا ہے a صفر اور
ہے x تو اگر یہ
تو میں کلہاڑی کی قدر کا اندازہ لگانا چاہتا ہوں کیونکہ یہاں منتخب کردہ مسئلہ آسان ہے سایہ دار علاقے کا سایہ دار علاقہ یہ ایک مثلث ہے میں
کو اونچائی سے ضرب دیا جاتا ہے کیونکہ x اسے آسانی سے تلاش کر سکتا ہوں کیونکہ کلہا بیس کے آدھے حصے کے برابر ہے جو کہ لمبائی
مربع کا نصف بناتا ہے لہذا x میں جو اسے x کا نصف x کے برابر ہے اور اس وجہ سے اونچائی بیس کے برابر ہوگی لہذا y x فنکشن
کے کل رقبہ کی قدر جاننا چاہتا ہوں ai مربع کے نصف کے ذریعہ دیا جاتا ہے اگر میں انٹیگرل 0 سے x رقبہ کا فنکشن
کروں گا اسے مربع کے نصف کے طور پر حاصل کریں یہ بھی نوٹ کریں کہ i اور x x is equals a small a تو یہاں صرف
صفر صفر ہے اور اس کے درمیان کسی بھی نقطہ کے لیے میں اس فارمولے کو استعمال کر کے رقبہ حاصل کر سکتا ہوں اس لیے میں نے اس
معاملے میں ایریا فنکشن کے لیے ایک عمومی فارمولہ حاصل کیا ہے کیونکہ فنکشن آسان تھا اس لیے میں جیو کا اپنا آسان ٹول استعمال کر سکتا
ہوں۔ میٹری جو رقبہ کا پتہ لگانے کے لیے مثلث کا رقبہ ہے لیکن ایک بار جب یہ فنکشن عام فنکشن یا پیچیدہ فنکشن بن جاتا ہے
کے محور کے اوپر وکر کا x تو اس کے لیے علاقوں کا اندازہ لگانا تھوڑا مشکل ہو جاتا ہے اس لیے ہم ایریا فنکشن حاصل کرتے ہیں جو آپ کو
رقبہ فراہم کرتا ہے۔ اب ہم یہاں سے کون سی معلومات نکال سکتے ہیں
سے دو ہے پچھلی مثال میں dx مربع کے dx x جو کہ dx dx تو آئیے ایریا کے فنکشن کو باریک بینی سے دیکھیں اور دیکھیں کہ کلہاڑی کا
کے سوا کچھ نہیں ہے اس کا مطلب ہے کہ ایریا x دو سے دو ہونا جو کہ x مربع کے برابر ہوتی ہے دو x ہم حاصل کرتے ہیں کہ کلہاڑی
کے برابر ہے dx x بذریعہ d فنکشن کا
تو یہاں جو بات قابل ذکر ہے وہ یہ ہے کہ اگر ہم ایریا فنکشن کا مشتق لیں
تو ہمیں فنکشن ہی اصل فنکشن ملتا ہے۔ خود اب اگر آپ اس مسئلے کو دیکھیں
پرائم دیا جائے f تلاش کر سکتا ہے لہذا یہاں اگر ہمیں f prime fx تو ایک جو ہم نے پہلے پوسٹ کیا ہے اس میں کہا گیا ہے کہ دیا گیا
تلاش کی جا سکتی ہے fx ویلیو x تو اس کا مطلب ہے کہ یہ
ah کی مدد سے y منتقل کرنے سے پہلے کہ چونکہ اس مثال میں میں نے ایک فنکشن fx سے متعلق ہو سکتا ہے۔ ax تو اس معاملے میں

پر ab کے برابر ہے میں ایک تھیوریم متعارف کرواتا ہوں جو کیلکولس کا پہلا بنیادی تھیورم کہلاتا ہے فرض کریں کہ بند وقفہ x پوز کیا ہے
کے کیس کے لیے جس y ایریا فنکشن ہے۔ پھر ایریا فنکشن کا مشتق آپ کو فنکشن فراہم کرتا ہے لہذا ہم نے ax مسلسل فعل ہے اور fxba
فنکشن کے برابر ہے درحقیقت تمام فنکشنز کے لیے درست ہے اور یہ نتیجہ کیلکولس کے پہلے بنیادی تھیوریم کے طور x تعلق کا مشاہدہ کیا وہ
پر جانا جاتا ہے اگلا ہم دیکھیں گے اینٹی ڈیریویٹیو کا آئیڈیا جیسا کہ ہم ڈیفرینشل کیلکولس سے جانتے ہیں کہ بعض افعال کا مشتق آسانی سے پایا جا
سکتا ہے اس لیے ہم اس خیال اور تفریق کیلکولس کی تفہیم کو یہ جاننے کے لیے استعمال کریں گے کہ آیا ہم یہ معلوم کر سکتے ہیں یا یہ ان کو
تلاش کرنے میں ہماری مدد کر سکتا ہے۔ انٹیگرلز
n کی طاقت سے nx کی ایک اور مثال لیں e ہے dx cosine x کا sine x بذریعہ d کی مثال لیں ہم جانتے ہیں کہ sine x تو
ہے لہذا اگر آپ x کا مشتق بھی جانتے ہیں یہ حقیقت میں سیکنڈ مربع nx tan x کو طاقت تک بڑھایا جاتا ہے e یہ بھی ہم جانتے ہیں کہ یہ
اس تفریق کو غور سے دیکھیں
کا tan x تک بڑھایا جاتا ہے nx کو پاور n e بذریعہ nx مشتق ہے۔ پاور x کے کوزائن e کا مشتق x تو وہ کیا بتاتے ہیں کہ سائن
e کے مخالف مشتق کے طور پر کہا جائے گا اور اسی طرح cosine x جانا جاتا ہے یا اسے sine x ہے فنکشنز x ماخوذ سیکنڈ مربع
کو سیکنڈ tan x تک بڑھایا گیا ہے اور فنکشن nx کے مخالف مشتق کو پاور e تک بڑھایا جائے گا جیسا کہ n کے ذریعے nx کو پاور
nx کی طاقت n کے مخالف مشتق کے طور پر cos xe کی تعریف کرتے ہیں sine x مشتق کہا جائے گا اس لئے ہم nt کا x مربع
مشتق کے طور پر جیسا کہ میں نے شروع میں nt کے x سیکنڈ مربع tan x پر اٹھایا گیا اور nx کو پاور e مشتق nt پر اٹھائے گئے
ذکر کیا ہے کہ انضمام یا انضمام انہیں ایک لحاظ سے تفریق کے الٹا عمل کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے جو کہ یہاں سے ظاہر ہو سکتا ہے کہ
کا مخالف sine x cosine x کے لیے اینٹی ڈیریویٹیو معاف کریں sine x اور اسی طرح s cosine x کی تفریق xi سائن
پلس ایک معلوم ہوتا ہے d by dx of sine x مشتق ہے لیکن جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ اگر ہمیں
مستقل ایک کا اور ہم جانتے ہیں کہ مستقل کی مستقل تفریق ہمیشہ صفر dx بذریعہ sin x plus d کا d by dx تو ہمیں کیا ملے گا وہ
اس لیے cosine x ہو جائے گا جو کچھ بھی نہیں ہے مگر جو کچھ بھی نہیں ہے مگر sin x سے dx کے dx ہوتی ہے اور اس لیے یہ
سائن ایکس پلس ون بھی اینٹی ڈیریویٹیو کے طور پر ہے لہذا جو ہم نے پہلے دیکھا تھا وہ سائین ایکس کوزائن ایکس کا اینٹی ڈیریویٹیو ہے cos x
پلس ون بھی کوزائن ایکس کا اینٹی ڈیریویٹیو ہے اور یہ حقیقت میں تمام مستقل کے لیے درست ہے کیونکہ ہم جان لیں sin x اب ہم نے دیکھا کہ
کا sine x plus c cos x کے برابر ہے اور اس لیے d by dx of sin x plus c cos x کہ مستقل کا مشتق صفر ہے کہ
کچھ مستقل ہے ہم اسے صوابدیدی مستقل کہتے ہیں ایک حقیقی عدد مان لیا جاتا ہے۔ c مخالف مشتق ہے جہاں
کا انتخاب کرکے لامحدود طور پر بہت c ہم اینٹی ڈیریویٹیو کی جڑ کا استعمال کرتے ہیں مستقل f i تو ہم نے دیکھا کہ ایک فنکشن دیا گیا ہے
fx چھوٹے fx کیپٹل d by dx کے لیے درست ہے لہذا فرض کریں کہ fx سے اینٹی ڈیریویٹوز ہوسکتے ہیں یہ حقیقت میں عام فنکشن
کے پلس سی بھی چھوٹے ایف ایکس کے برابر ہوگا لہذا عام طور پر اگر ایف ایکس چھوٹے ایف ایکس کا d by dx fx کے برابر ہے پھر
مخالف مشتق ہے
ایک مستقل ہے یہ تمام اینٹی کے c تو ایف ایکس پلس سی بھی چھوٹے ایف ایکس کا مخالف مشتق ہوگا حقیقت میں ایف ایکس پلس سی اس طرح کہ
کی قیمت جو یہاں حاصل کی جاتی c سیٹ کی نمائندگی کرتا ہے۔ اثرات کا مشتق یا اسے ایک پیرامیٹر منحنی خطوط کا خاندان بھی کہا جا سکتا ہے
ہے اکثر بہت اہم ہوتی ہے اور اس کا انحصار اس خاص مسئلے پر ہوتا ہے جس سے ہم نمٹ رہے ہیں جسے ہم اگلے کسی مرحلے پر دیکھیں گے۔
ہم اب باضابطہ طور پر انٹیگرل کی تعریف کرتے ہیں درحقیقت اس میں کوئی فرق نہیں ہے جب ہم انٹیگرل یا اینٹی ڈیریویٹیو کہتے ہیں
تو وہ ایک جیسے ہوتے ہیں اس لیے جب ہم انٹیگرل لکھتے ہیں
کی تعریف کی فنکشن سمال ایف ایکس کے تمام اینٹی ڈیریویٹوز ہم اس fx plus c تو ایک تصور ہوتا ہے جو استعمال ہوتا ہے جیسا کہ ہم نے
طرح اس کی نمائندگی کرتے ہیں لہذا تمام اینٹی ڈیریویٹوز کا سیٹ یا فنکشن سمال ایف ایکس کو علامت لانگ کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے جسے ہم
کہا جاتا ہے جس کے حوالے سے فنکشن ویری ایبل کا x کہتے ہیں جس کے لیے یہ ہے حاصل کیا گیا اسے انٹیگرینڈ اس fx اس اصطلاح کو
کو صوابدیدی مستقل کہا جاتا c کو انٹیگرل یا اینٹی ڈیریویٹیو fx کیپٹل fx اندازہ لگایا جاتا ہے انٹیگریشن کے متغیر کے طور پر جانا جاتا ہے
ہے اور اس پورے اظہار کو انٹیگرل ایکسپریشن کے نام سے جانا جاتا ہے اور ہم اسے کہتے ہیں۔ یہ غیر معینہ انٹیگرل ہے لہذا یہاں ایک اہم
کو کسی x کے متغیر کا ذکر کیا ہے درحقیقت یہ ایک ڈمی متغیر ہے جس کا مطلب ہے کہ اس x تبصرہ جیسا کہ میں نے یہاں انٹیگریشن
کے انضمام جیسا ہی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ یہ غیر fxdx کا انضمام ftdt دوسرے متغیر سے تبدیل کیا جا سکتا ہے مثال کے طور پر
کو انضمام کے متغیر کے طور پر لکھیں نتیجہ نکلے گا وہی جو یہاں اہم ہے x کو انضمام کے متغیر کے طور پر لکھیں یا t ضروری ہے کہ آپ
وہ یہ ہے کہ آپ کس فنکشن کا جائزہ لے رہے ہیں لہذا اگر ہم پچھلی مثالوں کو لیں جو میں نے آپ کو دکھائے ہیں
دوسری مثال کے انٹیگرل کے برابر ہے۔ sine x plus c کا انٹیگرل لکھ سکتے ہیں جو کہ cos xdx تو انٹیگرل نمائندگی کے لحاظ سے ہم
ہوتی ہے اور e raise to power nx کی تفریق e raise to power nx on n نے آپ کو دکھایا کہ nxdxi ریزڈ ٹو پاور
کا انضمام xdx مسلسل تیسری مثال سیکنڈ مربع e raise to power nx plus ہو جائے گا e raise to power nx اس لیے
چونکہ ٹین ایکس کی تفریق نے آپ کو سیکنڈ مربع ایکس دیا اس لیے سیک اسکوائر ایکس کا انضمام آپ کو ٹین ایکس دے گا اینٹی ٹین سوری ٹین ایکس
کے برابر ہے۔ ایریا فنکشن کے طور پر دیکھا اور ہم c کا انضمام ایکس مربع بذریعہ 2 جمع xdx پلس مستقل اور چوتھی مثال ہم نے دیکھا ہے کہ
نے یہ بھی دیکھا کہ اس ایریا فنکشن کا مشتق اس فنکشن کے علاوہ کچھ نہیں ہے اور اس وجہ سے یہ فنکشن ایکس کے لیے اینٹی ڈیریویٹیو بن جاتا
sin t کا انضمام cos tdt ہے۔ یہ ان کی مثالیں ہیں ان میں سے کچھ غیر معینہ انٹیگرلز کی مثالیں ہیں جیسا کہ میں نے تبصرہ کیا کہ
ہے t کے بجائے x ہوگا لہذا اگر انضمام کا متغیر plus constant
تو یہ آپ کو نئے متغیر کے ساتھ وہی فنکشن دے گا۔ اب ہم صرف معائنہ کے ذریعے اینٹی ڈیریویٹوز کو تلاش کرنے کی مثال دیکھیں گے ہم اسے
مساوی سائن ٹو ایکس اب اس کو دیکھیں جیسا کہ ہم fx لازمی بھی کہہ سکتے ہیں اس لیے پہلی مثال جس کا میں انتخاب کرنے جا رہا ہوں وہ ہے
جانتے ہیں کہ مخالف مشتق وہ تفریق کے الٹا عمل کے ذریعے آتے ہیں اور اس لیے اگر میں سائن فنکشن حاصل کر رہا ہوں
تو میں نے کوزائن فنکشن میں فرق کیا ہوگا
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا ہوگا اگر میں کوزائن فنکشن میں فرق کروں گا
میں فرق کرنے کی xi بھی ہے اور اس لیے کوزائن x تو مجھے سائن فنکشن ملے گا لیکن پھر ذہن میں رکھیں کہ وہاں ہے ایک اصطلاح دو
میں فرق کروں xi بجائے کوزائن ٹو ایکس کو فرق کرنا چاہیے لہذا اگر میں کوزائن ٹو
ایک منفی نشان کے ساتھ ہے x تو سائن ٹو کا دو بار حاصل کروں گا۔
کے مشتق cos two x تو میں یہاں کیا کروں گا کہ میں یہاں ایک منفی نشان لگاؤں گا یہاں ایک دو سے دو ڈالیں کوئی یہ کر سکتا ہے کہ کوئی
دو x کو دو سائن دو d by dx of minus one by two cos x کے مائنس کے طور پر نکال سکتا ہے۔ پھر حساب اس طرح ہو گا کہ x
جمع ایک x دو cos اور اس لیے یہ مخالف مشتق ہو جاتا ہے اس لیے اس صورت میں مخالف مشتق مائنس نصف sin to x برابر ہے
مستقل ہے لہذا صرف مشاہدہ کرنا فنکشن اور اس کو تفریق یا مشتق کے ساتھ جوڑ کر ہم انٹیگرل یا اینٹی ڈیریویٹیو کو تلاش کر سکتے ہیں ایک اور

کی تفریق ایک exponential function ہم جانتے ہیں کہ fx is equals to e raise to power four x مثال لیں کہ
ہے صرف یہاں فرق ہے کہ یہ چار ایکس کا ایکسپونینشل ہے لہذا ہمیں اس بات کا خیال رکھنا ہوگا کہ چار exponential function اور
ہو wri اور اس لیے اینٹی ڈیریویٹیو e raise to power four x کے برابر x x 4 کو e raise 4 لے کر dx بذریعہ d کو
x برابر ہے سائن ٹو fx سے چار پلس ایک مستقل دوسری مثال جس کا انتخاب ہو سکتا ہے کہ x بڑھا کر چار tten as e سکتا ہے۔
پر دستخط شدہ دو فنکشنز ہیں۔ فنکشن exponential اور x پر اب یہاں اس مثال کو دیکھیں اس میں x بڑھا کر 3 e مائنس 4
تو ہم یہاں کیا کرتے ہیں کہ ہمیں اس کی ضرورت ہے جیسا کہ ہم تقسیم کو جانتے ہیں کہ تفریق فنکشن دو فنکشنز کے لکیری امتزاج پر کام کر سکتا
x چونکہ سائن فنکشن ظاہر ہو رہا ہے یہ ہونا چاہیے۔ ایک ایک کرکے تین dx بذریعہ d ہے اور پچھلی دو مثالوں کے ساتھ ہم لکھ سکتے ہیں کہ
cos کو تین سے پاور کرنے کے لئے اس فنکشن کو دیکھ کر ہم آسانی سے اندازہ لگا سکتے ہیں کہ اصل اینٹی ڈیریویٹ کیا ہوگا اس کا مائنس باف
اور پلس ایک مستقل x بڑھا کر تین by 3 e مائنس 2 x 4
تو ہم نے اندازہ لگایا ہے کہ اگر دیا جائے
تو سادہ فنکشن کو ہم اینٹی ڈیریویٹیو یا اس فنکشن کا انٹیگرل لکھ سکتے ہیں کہ کچھ پیچیدہ فنکشنز کی صورت میں کیا ہوگا اس لیے مزید مثالوں میں
کسی وقفے سے تعلق رکھتا ہے پھر x جانے سے پہلے ہم اس ایک اور ریمارک دو کو دیکھیں گے جو کہتا ہے کہ اگر دو فنکشنز کا مشتق ایک ہی
دونوں کا تعلق منحنی خطوط کے ایک ہی خاندان سے ہے لہذا اس کے ثبوت کو gx اور fx مستقل ہے جس کا مطلب ہے کہ gx مائنس fx
h prime x f دیکھنا آسان ہے کہ یہ فرض کریں کہ hx ایک فنکشن ہے جس کی نمائندگی کی جا سکتی ہے۔ fx مائنس gx مشتق لیں تاکہ
وہ سب ایک g prime x اور f prime x کے لئے اس لئے ہم جانتے ہیں کہ x کے برابر ہو تمام prime x minus g prime x
مستقل ہونا چاہئے hx کے لئے صفر کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ x تمام x پرائم کے برابر ہو جاتا ہے۔ h ہیں اور اس لئے یہ صفر
مستقل قائم ہے اس کا مطلب ہے کہ دونوں فنکشنز ان دونوں کا تعلق منحنی خطوط کے ایک ہی gx مائنس fx اور اس وجہ سے حقیقت یہ ہے کہ
پر غور کریں جو ہم جانتے dx بذریعہ d کے x خاندان سے ہے۔ یہ حقیقت میں آپ کو ایک اور مثال کی مدد سے دکھاؤں گا لہذا سائن انورس
کا یہ ایک کے مربع جڑ سے مائنس ایک ہے۔ مائنس ایکس مربع ہے d x cos inverse x مربع کا مربع جڑ ہے اور x ہیں کہ ایک مائنس
لہذا یہ دونوں ڈفرینشل کیلکولس کے معلوم نتائج ہیں ہم ان کو dx کے dx کے sin inverse xd کو dx کے minus cos
inverse x لکھ کر استعمال کریں گے
کے مشتق ایک جیسے ہیں۔ اور اس لیے پچھلے تبصرے سے فرق cos inverse x اور مائنس sine inverse x تو ہم دیکھیں گے کہ
cos inverse xa constant اس کو پلس cos inverse x مائنس کے طور پر لکھا جا سکتا ہے مائنس sine inverse x کو
کے برابر ایک کے برابر لگا کر کیا جا سکتا ہے تاکہ آپ معلوم کریں کہ x کا اندازہ اس ایکسپریشن میں constant بنا دے گا درحقیقت اس
pi نصف بنائے گا اور اس وجہ سے یہ مستقل کچھ بھی نہیں ہے بلکہ pi سائن انورس ون ہے پائی باف کاس الٹا ایک صفر ہے جو مستقل کو
یا الٹا مثلثی فنکشنز جنہیں آپ پہلے f نصف کے یہ ایک مشہور شناخت ہے pi برابر ہے cos inverse x پلس x باف سائن انورس
دونوں کے نشان ہیں ان کا تعلق وکر کے ایک ہی خاندان سے ہے کوئی بھی دیکھ x اور مائنس کوسائن الٹا x سے جانتے ہیں دعویٰ یہ ہے کہ الٹا
سکتا ہے کہ یہاں سادہ گراف بنا کر جو میں کروں گا
مائنس ون سے ایک ہے cosine inverse x اور psi inverse x تو ہم جانتے ہیں کہ ڈومین یہ منحنی خطوط
b آدھی اس قدر کو pi نصف ہے اس ویلیو کو کہتے ہیں i جو رینج لیتا ہے ہم کہتے ہیں کہ یہ ویلیو مائنس sin inverse x تو پلاٹ
کہتے ہیں pi مائنس b کہتے ہیں اور اسی طرح اس قدر کو ہم pi
cos باف سے شروع ہونا چاہیے اور pi تو سائن فنکشن کے معاملے کے لیے یہ یہاں سے کہیں جاتا ہے جیسے کہ اسے مائنس آف
نصف تک جانا چاہیے آپ کو مائنس ون کی حد کے لیے معلوم ہے۔ ایک یہ مائنس سے شروع ہونا چاہئے pi کے کیس کے لیے inverse x
سے شروع ہونا چاہئے اور پھر اس طرح جانا چاہئے لیکن چونکہ یہ فنکشن آپ کا ہے اور یہ فنکشن آپ کا ہے لیکن چونکہ ہم یہاں pi تو اسے
ٹیڈ آف کوزائن انورس ایکس ہمیں مائنس ins کا ہے لہذا x اور مائنس کوزائن الٹا x جس مساوات کا دعوی کر رہے ہیں وہ سائن انورس
کوزائن انورس ایکس مائنس کوزائن انورس ایکس تلاش کرنا چاہئے سوائے کوزائن انورس ایکس کے فنکشن کی آئینہ امیج کے جو کہ اگر آپ آئینہ
کی تصویر لیں گے
کے محور پر آئینہ لگاتے ہیں x تو
کا مائنس ہوگا لہذا اب آپ واضح طور پر سوچ سکتے ہیں cos inverse x نصف آہ ہوگا یہ فنکشن pi تو اگر آپ اسے دیکھیں گے فاصلہ
نصف مختلف ہیں لہذا فنکشن سائن انورس ایکس اور مائنس کوسائن انورس ایکس یہ دونوں ایک جیسے نظر آتے ہیں pi کہ تمام پوائنٹس وہ مائنس
اس کا مطلب ہے کہ ان کا تعلق وکر کے ایک ہی خاندان سے ہے درحقیقت ہم اینٹی ڈیریویٹیو آف یا انضمام کے خیال کے لیے ہندسی تشریح بھی رکھ
پر غور کریں e raise to power x کو y سکتے ہیں اس کے لیے فنکشن
تک بڑھایا گیا x کو پاور e کے برابر سمجھتے ہیں y تو اگر آپ اس فنکشن کو
پر اٹھائے x تمام اینٹی ڈیریویٹیو کا مجموعہ ہے یا یہ پاور c پلس x ریزرڈ ٹو پاور xe ریزرڈ ٹو پاور e تو ہم جانتے ہیں کہ فنکشن کے لئے
کے انضمام کی نمائندگی کرتا ہے۔ e گئے dx
میں بڑھایا گیا ہے وہ کیسے نظر آتے ہیں c پلس x کو پاور e پر بڑھایا گیا ہے جیسا کہ x کے تمام اینٹی ڈیریویٹیو کو پاور e تو
تک بڑھایا گیا ہے فرض کریں x کو پاور e کی قدر 0 کے برابر ہے کے ساتھ شروع کریں تاکہ پہلا اینٹی- مشتق جو آپ کو ملے گا c تو آئیے
محور نقطہ ایک آہ صفر کوما y محور ہے لہذا یہ ایک اکائی ہے اور y محور یہ x کہ یہ پوائنٹ 1 ہے یہ 2 ہے لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ
ایک ہے پھر صفر کوما دو اور پھر آہ وغیرہ وغیرہ
x کو پاور e تو یہ تین ہے اس معنی میں چار اور اسی طرح یہاں یہ صفر ہے مائنس ون ہے اور پھر اسی طرح آگے اور اسی طرح اگر آپ پلاٹ
پر بڑھاتے ہیں
صفر کے برابر ہے یہاں آپ کو ایک ملے گا اس لیے یہاں ایک پوائنٹ ہے آپ کچھ اور قدریں ڈال کر کچھ اور x تو آپ جانتے ہیں کہ اگر آپ رکھو
ڈالتے ہیں x ویلیوز بنا سکتے ہیں اگر آپ
کے برابر ہے 1 x تو یہ ایک کے برابر ہے اور آپ جانتے ہیں کہ ہمیں یہ کہنے دیں۔ کیا پوائنٹ
اس کے درمیان اس طرح آسانی سے جانا چاہئے اور اسی طرح دوسری o تو اور آپ کو معلوم ہے کہ قیمت 2.7 ہے لہذا یہ یہاں کہیں ہو گا
محور وکر کا مماس بن جاتا ہے x منفی بڑی قدر پر جاتا ہے یہ قدر صفر پر جاتی ہے لہذا x قدروں کو آپ پلاٹ کرسکتے ہیں اور جیسے ہی
رکھتا ہوں c تک بڑھایا جاتا ہے اسی طرح اگر میں یہاں x محور میں بڑا ہوتا ہے لہذا یہ ہے وکر ای کو پاور x منفی x کیونکہ
پلس ون تک بڑھایا جائے گا x کو پاور e تو ایک کے برابر ہے اگلا وکر جو مجھے ملے گا
پلس ون تک بڑھایا جائے گا پاور ایکس پلس ون دوبارہ اگر میں ڈالوں x تو اگلا وکر ای کو پاور
صفر کے برابر ہے یہاں مجھے جو ملتا ہے وہ دو ہے x تو
محور کے ساتھ تقاطع کا نقطہ دو ہے اور چونکہ دونوں منحنی خطوط م y تو اس کا مطلب ہے کہ

e raise to power x plus ایک کے برابر ہے جو کہ منحنی خطوط پر ہو گا ah ہے y توازی ہیں لہذا یہ اور اس صورت میں لائن
ایک اسی طرح دوسرا منحنی خط جو میں آپ کے لیے پلاٹ کر سکتا ہوں اس طرح ہے
پلس ون میں ہے x بڑھا کر e پلس ٹو x بڑھا کر پاور e تو یہ
مائنس ون بن جاتا ہے یہ x بڑھا کر پاور c urve e تو اب آپ عام طور پر دوسرے منحنی خطوط کو بھی منفی سمت میں جا سکتا ہے لہذا یہ
منحنی اوپر کی سمت یا نیچے کی سمت سلائیڈ کر کے تمام منحنی خطوط حاصل x کو پاور e مائنس ٹو بن جاتا ہے لہذا ہم x بڑھا کر پاور e
محور کے ساتھ چوراہے کے نقطہ کو غور سے y منفی مستقل اب a مثبت مستقل ہے یا c کر سکتے ہیں اس پر منحصر ہے کہ مستقل
dx کا اندازہ dy اور اسی طرح اور اسی طرح آگے اور اگر ہم p naught p 1 p 2 p 3 دیکھیں آئیے ہم ان پوائنٹس کا نام تبدیل کریں
کو پاور تک بڑھایا جائے گا e سے dx کے dx سے شروع ہونے والا p naught سے کرتے ہیں جو نقطہ پر مشتق ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ
مائنس ون تک بڑھایا جاتا ہے x کو پاور p naught e مائنس ون تک بڑھایا جاتا ہے x کو پاور p naught e معذرت x
dx پر p one صفر ہے لہذا آپ کو ایک قدر ملے گی اسی طرح آپ p naught x مائنس ون تک بڑھایا جائے گا۔ x کو پاور e تو آپ کو
کا اندازہ کرتے ہیں dy کے ذریعے
یہ نقطہ ہے ah ایک پر p one p تو
er x at p حاصل ہو جائے گا۔ d کے ذریعے dx کے e تک آپ کو x کے برابر ہے طاقت y e تو یہ منحنی خطوط کے مطابق ہے
e raise to power x plus دو پر اندازہ کریں جو p پر ایک کے برابر اسی طرح x p کے پاور پر بڑھایا e کے برابر ہے one e
کے مساوی ہوگا اور یہ بھی ایک جیسا نکلے گا 1
محور کے ہر ایک نقطے پر مماس کی سمت منحنی خطوط کے اس خاندان کے ہر y کیا ہے میں یہاں یہ بتانے کی کوشش کر رہا ہوں کہ i تو
محور کے م y فرد کے ساتھ ایک جیسی ہے اگر آپ
توازی لائن کھینچتے ہیں
ایک کے برابر ہے اور ان پوائنٹس پر ٹینجنٹ کا اندازہ لگائیں x تو کہتے ہیں کہ
e مائنس ون کہنے دیتا ہے میں اسے e raise to power x جو مجھے اس پوائنٹس کو dx بذریعہ dy تو آپ کو احساس ہوگا کہ
کو q 2 کہوں گا اور اس منحنی خطوط کے مطابق میں اس q 1 کہوں گا۔ وکر کو میں q nought کے مساوی raise to power x
x کی طاقت dx of e raise سے d آئے گا q naught کی طرح کہوں گا کیونکہ dx کو p 2 dy اور sp naught p 1
میں oint q nought کے برابر ہوگا۔ p اور e raise to power x at q naught جو minus one at q naught
q 1 ہے اور اسی طرح e بڑھا کر پاور 1 کے طور پر رکھا جا سکتا ہے جو کہ e ویلیو 1 نہیں ہے اور اس لیے اسے فوری طور پر x یہ
بڑھا کر پاور e کا مشتق e میں آئے گا۔ x سے بڑھا کر پاور e پر کر سکتے ہیں q 1 کے ذریعے dx کا اندازہ dy کی صورت میں آپ
ملے گی لہذا یہاں ہر ایک نقطہ پر مماس کی e کی قدر ایک ہی ہے لہذا آپ کو قدر x ہو گا کیونکہ e raise to power x دوبارہ x
کی قدر مائنس ون کے برابر ہے اور آپ کو معلوم x اسی طرح ہے اگر آپ چاہیں آپ یہ جان سکتے ہیں کہ e سمت آپ کو معلوم ہوگا کہ ڈھلوان
e raise to power minus one r one by e ہوگا کہ اس پوائنٹ میں سے ہر ایک پر ٹینجینٹل سمت کچھ نہیں ہے مگر
تو ہندسی طور پر یہ کیا تشریح کرتا ہے کہ ایک فنکشن کے لیے اگر آپ کو منحنی خطوط کا خاندان ملتا ہے
تو اگر آپ منحنی خطوط کے خاندان کو پلاٹ کرتے ہیں اور عمودی محور کے م
محور ہوتا ہے y توازی لکیریں کھینچتے ہیں جو عام طور پر
تو اس عمودی لکیر کے انتفاضہ نقطہ پر خاندان کے ہر رکن کے ساتھ ٹینجنٹ ایک جیسا ہوگا
تو آخر میں ہم دوبارہ دیکھو رقبہ کے مسئلے کی صورت میں تین کو نشان زد کریں جس پر ہم نے غور کیا کہ اب انٹیگرل نمائندگی کی علامت میں
مربع دو کے طور پر حاصل کیا ہے x تک انضمام کے برابر لکھا جا سکتا ہے جسے ہم نے xxdx کلہاڑی کو صفر سے
کے طور پر لکھی جاتی ہیں یہ x تو اس کی تعریف قطعی انٹیگرل کے طور پر کی جاتی ہے اگر آپ نے دیکھا کہ یہاں دو قدریں ہیں جو صفر اور
نچلی اور اوپری حدود کے طور پر جانی جاتی ہیں جو آپ اس کورس کے آدھے حصے کے بعد سیکھیں گے لہذا میں خلاصہ کروں گا کہ ہم نے آج
ڈیریویٹیو یا انٹیگرلز کا آئیڈیا کیا ہے اور آخر کار ہم نے nt کیا کیا ہے وہ یہ ہے کہ ہم نے انٹیگرلز کی تعریف کو سمجھ لیا۔ یہ بھی سمجھ گیا کہ
دیکھا کہ ان انٹیگرلز کی تصویری نمائندگی کیا ہے یہ منحنی خطوط کا خاندان ہے لہذا اگلی کلاس میں ان بنیادی با
توں کو استعمال کرتے ہوئے ہم یہ جاننے کی کوشش کریں گے کہ میں یہ سمجھنے کی کوشش کروں گا کہ یہ کیسے معلوم کیا جائے۔ کچھ فنکشنز
کے انٹیگرلز کو ہم کچھ فارمولے تیار کریں گے اور ان کا استعمال کچھ آسان فنکشنز کے انٹیگرلز کا پتہ لگانے کے لیے کریں گے اور پھر کچھ
دوسرے پیچیدہ افعال آپ کا شکریہ