

आज आपण एकीकरण म्हणून ओळखली जाणारी एक नवीन संकल्पना शिकणार आहोत ज्याला तुम्ही भेदभावाची कल्पना आधीच पाहिली असेल त्यामुळे एकीकरणाला एका अर्थाने भिन्नतेची व्यस्त प्रक्रिया मानली जाऊ शकते, ज्याला स्पॅरिंका किंवा व्युत्पन्न शोधण्याच्या समस्येपासून भिन्नतेचा विकास सुरू झाला. वक्र उदाहरणार्थ समजा, जर आपल्याला $f(x)$ च्या बरोबरीचे y फंक्शन दिले असेल तर x शून्य y शून्य बिंदूवर तुम्हाला स्पॅरिंकेची दिशा शोधायची असेल तर तुम्हाला माहित आहे की dy द्वारे dx किंवा फंक्शन y चे व्युत्पन्न बरोबर आहे. y हे $f(x)$ च्या बरोबरीचे आहे जे स्पॅरिंकेच्या दिशेचे मूल्यमापन करण्यास मदत करते

त्यामुळे dx द्वारे dy हा स्पॅरिंकेच्या उताराप्रमाणेच आहे या व्युत्पन्नामध्ये अनेक ऍप्लिकेशन्स आहेत जे तुम्ही डिफरेंशियल कॅल्क्युलसमध्ये अभ्यासक्रमादरम्यान पाहिले आहेत त्यापैकी एक उदाहरण मला आवडेल उद्धृत करणे म्हणजे वेग शोधणे आहे समजा जर तुम्हाला प्रत्येक वेळी t कणाची स्थिती माहित असेल तर पोजिशन फंक्शनचे व्युत्पन्न तुम्हाला त्या कणाचा वेग पूर्णत्वाची प्रेरणा देईल रेशनची सुरुवात यापासून झाली की x अक्षांनी बद्ध असलेल्या वेगवेगळ्या वक्रांचे क्षेत्रफळ कसे शोधायचे, जरी आपण आधी विभेदक कॅल्क्युलसचा अभ्यास करतो मग आपण इंटिग्रल कॅल्क्युलसकडे जाऊ पण ऐतिहासिकदृष्ट्या इंटिग्रल कॅल्क्युलसचा विकास म्हणजे त्याचे क्षेत्रफळ कसे शोधायचे याचा विकास. वक्र किंवा काही रचना ज्या खूप आधी सुरू झाल्या आहेत अहो, भिन्नता कॅल्क्युलसचे दोन मुख्य गणितज्ञ ज्यांचा मी या संदर्भात उल्लेख करू इच्छितो ते लेबनीज आणि न्यूटन आहेत ज्यांनी आजच्या कॅल्क्युलसच्या विकासासाठी खरोखर योगदान दिले आहे ज्या नोटेशन्समध्ये आपण वापरले होते. आजच्या काळातील कॅल्क्युलस ते लेबनीज लोकांच्या अधिक जवळ आहेत म्हणून आता आपण आज जे शिकणार आहोत ते अविभाज्य घटकांबद्दल आहे व्यापकपणे सांगायचे तर, आपण अविभाज्यांचे दोन प्रकारांमध्ये वर्गीकरण करू शकतो एक म्हणजे अनिश्रित पूर्णांक आणि दुसरा निश्चित पूर्णांक आहे. अनिश्रित अविभाज्य आणि निश्चित अविभाज्य मी एक प्रश्न विचारू इच्छितो की हा विषय असा का आहे याचे उत्तर देण्यासाठी question मी काही उदाहरणे ठेवतो असे गृहीत धरू की x चे फंक्शन जे काही क्लोज इंटरव्हल ab वर परिभाषित केले आहे ते सतत आणि ओपन इंटरव्हल ab वर डिफरन्सिबल असते जेणेकरून तुम्ही वापरलेल्या डिफरेंशियल कॅल्क्युलसच्या बाबतीत f prime x या इंटरव्हल ab च्या प्रत्येक बिंदूवर ओळखला जातो. फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह काय असेल हे जाणून घेण्यासाठी फंक्शनमध्ये फरक करा आणि फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह मिळवा परंतु येथे मी f prime x असा प्रश्न विचारला तर त्याचा अर्थ फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह तुम्हाला दिलेले आहे. $f(x)$ फंक्शन शोधा म्हणजे तुम्हाला ते स्पष्टपणे समजले असेल भिन्नतेच्या बाबतीत आम्हाला एक फंक्शन दिले जाते ज्यासाठी आम्हाला व्युत्पन्न शोधायचे आहे परंतु येथे आम्हाला फंक्शनचे व्युत्पन्न दिले आहे आणि आम्हाला हे माहित असणे आवश्यक आहे की फंक्शन काय असेल. तुमच्यासाठी आणखी एक समस्या पुन्हा गृहीत धरू की $f(x)$ हे काही अंतरावर सतत फंक्शन आहे असे ab म्हणू या की हा $f(x)$ फंक्शनचा आलेख आहे असे गृहीत धरल्यास हा बिंदू x हा a च्या बरोबरीचा असेल आणि हा p असेल. $\int_a^b f(x) dx$ हे b च्या बरोबरीचे आहे त्यामुळे मध्यांतरावर मी ते a द्वारे दर्शविल्यास क्षेत्रफळ किती असेल तर आपण या वक्राने बांधलेले क्षेत्रफळ ठरवू शकतो आणि x चा अक्ष दोन रेषांसह ah x a आणि x आहे b च्या बरोबरी आहे म्हणून या दोन समस्या मुळात फंक्शनचे व्युत्पन्न दिल्यास फंक्शन शोधण्यासाठी किंवा x च्या अक्षाने बांधलेल्या सतत फंक्शनचे क्षेत्रफळ शोधण्यासाठी आणि y अक्षाच्या समांतर काही रेषा शोधण्यासाठी या दोन समस्या समाकलनाच्या श्रेणीत मोडणारी समस्या अनिश्रित पूर्णांकांच्या वर्गाशी जवळून संबंधित आहे किंवा आपण असे म्हणू शकता की यामुळे अनिश्रित पूर्णांकांची समस्या उद्भवू शकते आणि मी पोस्ट केलेली समस्या दोन निश्चित अविभाज्यांकडे घेऊन जाते आणि हे एकत्रितपणे तथाकथित पूर्णांक तयार करते कॅल्क्युलस तुम्ही असा विचार करत असाल की अनिश्रित अविभाज्य आणि निश्चित अविभाज्य दोन भिन्न अस्तित्वा आहेत परंतु मुळात ते एकमेकांशी जोडलेले असले तरी सुरुवातीला आम्ही समजू आणि त्यांचा स्वतंत्रपणे अभ्यास करू कारण आम्ही सिद्धांत विकसित करू. लक्षात घ्या की ते एकमेकांशी खूप जवळून जोडलेले आहेत म्हणून कनेक्शन पाहण्यासाठी आपण एरिया फंक्शन परिभाषित करण्याच्या दुसऱ्या समस्येपासून सुरुवात करू, म्हणून समजा की $f(x)$ x आहे आणि तो मध्यांतर 0 मध्ये दिला आहे की a सकारात्मक आहे मी हे फंक्शन निवडले आहे. जेणेकरून फंक्शनचा आलेख काढल्यास आपण क्षेत्रफळाची सहज गणना करू शकू यासारखे पहा हा स्वल्पविराम हा बिंदू आहे आणि आता मला येथे काय जाणून घ्यायचे आहे ते म्हणजे मी वक्र आणि x च्या अक्षाने बांधलेले क्षेत्र x व्हेरिबलचे कार्य म्हणून दर्शवू शकतो जसे की मध्यांतराचा प्रत्येक बिंदू 0 ते a जर मी त्या मूल्याची जागा घेतली तर मला क्षेत्रफळाचे मूल्य मिळू शकते याचा अर्थ मला फंक्शन एक्स हे जाणून घ्यायचे आहे जेथे x हा शून्य आणि a च्या मध्ये असलेला कोणताही सामान्य बिंदू आहे, जर हे x असेल तर मला मूल्याचे मूल्यांकन करायचे आहे $\int_a^x f(x) dx$ ची निवड केलेली समस्या सोपी आहे येथे शेडचे क्षेत्रफळ छायांकित आहे ed प्रदेश हा त्रिकोणाचा आहे, मी ते शोधू शकतो कारण कुन्हाड पायाच्या अर्ध्या बरोबर आहे जी लांबी x येथे उंचीने गुणाकार केली आहे कारण फंक्शन y x च्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून उंची बेस सारखीच असेल तर अर्धी x चे x मध्ये x जे त्याचा अर्धा x चौरस बनवते त्यामुळे क्षेत्रफळ x चौरसाच्या अर्ध्याने दिले जाते जर मला अविभाज्य 0 ते a साठी एकूण क्षेत्रफळाचे मूल्य जाणून घ्यायचे असेल तर येथे x हे लहान a च्या बरोबरीचे आहे आणि मला ते चौरसाच्या अर्ध्या भागाप्रमाणे मिळेल हे देखील लक्षात घ्या की शून्य शून्य आहे आणि मधल्या कोणत्याही बिंदूसाठी मी हे सूत्र वापरून क्षेत्रफळ मिळवू शकतो म्हणून मला या प्रकरणात क्षेत्रफळासाठी एक सामान्य सूत्र प्राप्त झाले आहे कारण फंक्शन होते. सोपे म्हणून मी माझे भूमितीचे साधे साधन वापरू शकतो जे त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ आहे ते क्षेत्रफळ काढण्यासाठी पण एकदा हे फंक्शन एक सामान्य फंक्शन किंवा क्लिष्ट फंक्शन बनले की क्षेत्रांचे मूल्यमापन करणे थोडे कठीण होते म्हणून आम्हाला क्षेत्रफंक्शन मिळते जे देते तुम्ही आता x च्या अक्षावरील वक्र क्षेत्रफळ आहात आपण येथून कोणती माहिती काढू शकतो म्हणून आपण क्षेत्र फंक्शन जवळून पाहू आणि लक्षात येईल की कुन्हाडीच्या dx चा dx जो dx च्या x चौरसाच्या dx चा 2 बाय दोन आहे मागील उदाहरणात आपण प्राप्त केले की कुन्हाड x वर्गाच्या बरोबरी आहे. दोन x बाय दोन असणे म्हणजे x शिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणजे d by dx क्षेत्रफळाच्या फंक्शनचे x बरोबरीचे आहे, त्यामुळे येथे लक्षात घेण्यासारखे आहे की जर आपण एरिया फंक्शनचे व्युत्पन्न घेतले तर आपल्याला फंक्शन स्वतःच मूळ फंक्शन मिळेल आता जर तुम्ही समस्या बघितली तर आम्ही आधी पोस्ट केलेली एक अशी अडचण आहे की दिलेला f प्राइम $f(x)$ शोधू शकतो तर इथे जर आम्हाला f प्राइम दिला असेल तर याचा अर्थ हा x व्हॅल्यू $f(x)$ शोधू शकतो तर त्या बाबतीत ax आधी $f(x)$ शी संबंधित असू शकते. या उदाहरणात मी फंक्शन y च्या सहाय्याने ah मांडले असल्याने y x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून मी एक प्रमेय मांडतो जो कॅल्क्युलसचा पहिला मूलभूत प्रमेय म्हणून ओळखला जातो समजा $f(x)$ हे बंद अंतराल ab वर एक सतत फंक्शन असेल आणि ax हे क्षेत्रफळ असेल तर एरिया फंक्शनचे व्युत्पन्न तुम्हाला फंक्शन देते $\int_a^x f(x) dx$ म्हणून आपण y च्या केससाठी जो संबंध पाहिला तो x फंक्शनच्या बरोबरीचा आहे हे खरं तर सर्व फंक्शन्ससाठी खरे आहे आणि हा परिणाम कॅल्क्युलसचा पहिला मूलभूत प्रमेय म्हणून ओळखला जातो पुढे आपण अँटी-डेरिव्हेटिव्हची कल्पना पाहू कारण आपल्याला माहिती आहे. डिफरेंशियल कॅल्क्युलस ज्यामध्ये काही फंक्शन्सचे डेरिव्हेटिव्ह सहज सापडू शकतात म्हणून आम्ही ती कल्पना आणि डिफरेंशियल कॅल्क्युलसची समज वापरून शोधू शकतो की नाही हे शोधण्यासाठी किंवा ते आम्हाला हे अविभाज्य शोधण्यात मदत करू शकते का, म्हणून आम्हाला माहित असलेल्या $\sin x$ चे उदाहरण घ्या. की d by dx of $\sin x$ हा $\cosine x$ आहे, e चे आणखी एक उदाहरण घ्या nx ने n ने पॉवर वर वाढवले आहे हे देखील आपल्याला माहित आहे की ते e वाढवलेले आहे $nx \tan x$ चे डेरिव्हेटिव्ह देखील माहित आहे हे खरं तर सेक वर्ग x आहे तर या भेदाकडे लक्षपूर्वक पहा ते काय सांगतात की $\sin x$ चे व्युत्पन्न e चे कोसाइन x व्युत्पन्न आहे nx ने n ने वाढवलेले e चे nx व्युत्पन्न $\tan x$ चे व्युत्पन्न सेक वर्ग x आहे $\sin x$ ज्ञात आहे किंवा इच्छा आहे अँटी डेरी म्हणून संबोधले जाते कोसाइन x चे व्हेटिव्ह आणि त्याचप्रमाणे n ने पॉवर nx वर वाढवलेले फंक्शन e हे पॉवर nx पर्यंत वाढवलेले e चे अँटी डेरिव्हेटिव्ह असे म्हटले जाईल आणि फंक्शन $\tan x$ ला सेकंद स्केअर x चे nt डेरिव्हेटिव्ह म्हटले जाईल म्हणून आम्ही $\sin x$ ची व्याख्या अँटी म्हणून करतो. $\cos x$ e चे व्युत्पन्न nx वर n nx वर nt व्युत्पन्न e वाढवलेले nx वर nx आणि $\tan x$ हे सेक वर्ग x चे nt व्युत्पन्न म्हणून मी सुरुवातीला नमूद केले आहे की एकत्रीकरण किंवा अविभाज्य ते एका अर्थाने व्यस्त प्रक्रिया म्हणून मानले जाऊ

शकतात येथून दिसणारे भिन्नता म्हणजे $\sin x$ ची भिन्नता कोसाइन x आहे आणि त्याचप्रमाणे $\sin x$ साठी ऍन्टी-डेरिव्हेटिव्ह आहे सॉरी $\sin x$ हे कोसाइन x चे ऍन्टी-डेरिव्हेटिव्ह आहे परंतु आपल्याला माहित आहे की जर आपल्याला d ने dx शोधले तर $\sin x$ plus one चे dx द्वारे $\sin x$ plus d ने dx ने स्थिरांकाचे dx आणि आपल्याला माहित आहे की स्थिरांकाचा स्थिर भेद नेहमी शून्य असतो आणि म्हणून तो d ने dx होईल. $\sin x$ जे काहीच नाही पण जे काही नाही पण $\cosine x$ म्हणून $\cos x$ मध्ये $\sin x$ plus one देखील अंटी डेरिव्हेटिव्ह आहे म्हणून आपण आधी जे पाहिले ते $\sin x$ हे $\cosine x$ चे अंटी डेरिव्हेटिव्ह आहे आता आपण पाहिले की $\sin x$ plus one देखील $\cosine x$ चे अंटी डेरिव्हेटिव्ह आहे आणि हे सर्वासाठी खरे आहे स्थिरांक कारण आपल्याला माहित आहे की स्थिरांकाचे व्युत्पन्न शून्य आहे की dx द्वारे $\sin x$ अधिक c चा dx हा $\cos x$ च्या बरोबरीचा आहे आणि म्हणून $\sin x$ अधिक c हा $\cos x$ चे विरोधी व्युत्पन्न आहे जेथे c काही स्थिरांक आहे त्याला आपण अनियंत्रित स्थिरांक म्हणतो एक वास्तविक संख्या म्हणून आपल्या लक्षात आले की फंक्शन दिले तर आपण अंटी-डेरिव्हेटिव्हचे मूळ वापरल्यास तेथे स्थिर c निवडून अमर्यादपणे अनेक अंटी-डेरिव्हेटिव्ह असू शकतात हे खरं तर सामान्य फंक्शन $f(x)$ साठी खरे आहे म्हणून गृहीत धरा की भांडवलाच्या dx द्वारे $d f(x)$ लहान $f(x)$ च्या बरोबरीचे आहे तर dx चे dx बरोबर $f(x)$ अधिक c देखील लहान $f(x)$ च्या बरोबरीचे असेल

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे $f(x)$ लहान $f(x)$ चे अंटी डेरिव्हेटिव्ह असेल तर $f(x)$ अधिक c हे स्मॉल $f(x)$ चे अंटी डेरिव्हेटिव्ह देखील असेल वास्तविक $f(x)$ अधिक c असे c हा स्थिरांक आहे जो 0 च्या सर्व अंटी डेरिव्हेटिव्हचा संच दर्शवतो r याला एका पॅरामीटर वक्रांचे कुटुंब असेही म्हटले जाऊ शकते. येथे मिळणारे c चे मूल्य बरेचदा खूप महत्वाचे असते आणि ते आपण हाताळत असलेल्या विशिष्ट समस्येवर अवलंबून असते जी आपण आता परिभाषित करू शकतो पुढील काही टप्प्यावर असेल. औपचारीकपणे इंटिग्रल खरं तर त्यात कोणताही भेद नाही जेव्हा आपण इंटिग्रल किंवा अंटी-डेरिव्हेटिव्ह म्हणतो तेव्हा ते सारखेच असतात म्हणून जेव्हा आपण इंटिग्रल लिहितो तेव्हा एक धारणा वापरली जाते ज्याप्रमाणे आपण $f(x)$ प्लस c ही फंक्शनच्या सर्व अंटी डेरिव्हेटिव्हचा सेट म्हणून परिभाषित केली आहे. स्मॉल एफएक्स हे आपण अशा प्रकारे प्रस्तुत करतो

त्यामुळे सर्व अंटी डेरिव्हेटिव्हचा संच किंवा फंक्शनसाठी लहान $f(x)$ लॉग s चिन्हे म्हणून दर्शविले जाते ज्याला आपण अविभाज्य चिन्ह असे म्हणतो ही संज्ञा $f(x)$ ज्यासाठी हे प्राप्त केले जाते याला integrand this x म्हणतात. ज्याच्या संदर्भात फंक्शन व्हेरिबलचे मूल्यमापन केले जाते ते इंटिग्रेशनचे व्हेरिबल म्हणून ओळखले जाते $f(x)$ कॅपिटल $f(x)$ याला इंटिग्रल म्हणतात किंवा अंटी डेरिव्हेटिव्ह c ला आर्बिट्ररी कॉन्स्टंट म्हणून ओळखले जाते आणि ही संपूर्ण अभिव्यक्ती अविभाज्य अभिव्यक्ती म्हणून ओळखली जाते आणि आम्ही ca हे अनिश्चित अविभाज्य आहे म्हणून मी येथे नमूद केल्याप्रमाणे येथे एक महत्त्वाची टिप्पणी x चे एकीकरण व्हेरिबल खरे तर ते एक डमी व्हेरिबल आहे याचा अर्थ असा की हा x इतर कोणत्याही व्हेरिबलने बदलला जाऊ शकतो, उदाहरणार्थ $ftdt$ चे एकत्रीकरण हे एकीकरण सारखेच आहे. $f(x)dx$ म्हणजे तुम्ही t हे इंटिग्रेशनचे व्हेरिबल म्हणून किंवा x हे इंटिग्रेशनचे व्हेरिबल म्हणून लिहीले तरी त्याचा परिणाम सारखाच असेल इथे महत्त्वाचे आहे की तुम्ही कोणत्या फंक्शनचे मूल्यमापन करत आहात, म्हणून मी दाखवलेली मागील उदाहरणे घेतली तर तुम्ही मग अविभाज्य प्रतिनिधित्वाच्या दृष्टीने आम्ही $\cos x dx$ चा अविभाज्य असे लिहू शकतो हे $\sin x$ plus c चे integral of e raise to power $nx dx$ असे दुसरे उदाहरण मी तुम्हाला दाखवले आहे की e raise to power nx वर n चा भेद nx वर e वाढवला जातो. आणि म्हणून e चे एकत्रीकरण nx ची पॉवर nx ने e वाढवलेले nx द्वारे n अधिक स्थिर तिसरे उदाहरण सेक स्केअर $x dx$ चे एकत्रीकरण असेल म्हणून $\tan x$ च्या भेदामुळे तुम्हाला सेकंद स्केअर x मिळाला म्हणून s चे एकत्रीकरण e^{cx} स्केअर x तुम्हाला टॅन x अंटी-टॅन देईल सॉरी टॅन x अधिक स्थिर आणि चौथे उदाहरण आम्ही पाहिले आहे $x dx$ चे एकत्रीकरण x चौरस बाय 2 अधिक c आहे हे आम्ही क्षेत्र फंक्शन म्हणून पाहिले आणि आम्ही याचे व्युत्पन्न देखील पाहिले क्षेत्र फंक्शन हे या फंक्शनशिवाय दुसरे काहीही नाही आणि म्हणून हे फंक्शन x फंक्शनसाठी अंटी-डेरिव्हेटिव्ह बनते म्हणून ही उदाहरणे आहेत अनिश्चित पूर्णांकांची काही उदाहरणे आहेत कारण मी टिप्पणी केली आहे की $\cos t dt$ चे एकत्रीकरण $\sin t$ plus constant असेल. जर इंटिग्रेशनचे व्हेरिबल x ऐवजी t असेल तर ते तुम्हाला नवीन व्हेरिबलसह समान फंक्शन देईल, म्हणून आता आपण केवळ तपासणी करून अंटी-डेरिव्हेटिव्ह शोधण्याचे उदाहरण पाहू याला आपण इंटिग्रल देखील म्हणू शकतो म्हणून मी पहिले उदाहरण देणार आहे. चॉईस इज एफएक्स इकल टू साइन टू एक्स आता हे बघा आम्हाला माहिती आहे की अंटी डेरिव्हेटिव्हज ते डिफरेंशनच्या व्यस्त प्रक्रियेद्वारे येतात आणि म्हणून जर मला साइन फंक्शन मिळत असेल तर मी कोसाइन फंक्शन वेगळे केले असेल तर 1 मी कोसाइन फंक्शनमध्ये फरक केल्यास काय होईल ते पाहू, मला साइन फंक्शन मिळेल पण नंतर लक्षात ठेवा की दोन x देखील एक संज्ञा आहे आणि म्हणून कोसाइन x मध्ये फरक करण्याऐवजी कोसाइन दोन x मध्ये फरक करणे आवश्यक आहे म्हणून जर मी कोसाइन दोन x मध्ये फरक केला तर नकारात्मक चिन्हासह साइन दोन x च्या दुप्पट मिळणार आहे म्हणून मी येथे काय करेन की मी येथे एक नकारात्मक चिन्ह टाकेन येथे दोन बाय दोन ठेवा कोणी काय करू शकते ते म्हणजे कॉस दोन x चे व्युत्पन्न काढू शकतो दोन साइन दोन x चे वजा करा आणि नंतर गणना d बाय dx प्रमाणे होईल वजा एक बाय दोन कॉस दोन x हे पाप ते x च्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून हे अंटी डेरिव्हेटिव्ह होते म्हणून या प्रकरणात अंटी-डेरिव्हेटिव्ह वजा अर्धा कॉस दोन x आहे plus a constant म्हणून फक्त फंक्शनचे निरीक्षण करून त्याचा भेदभाव किंवा डेरिव्हेटिव्हशी संबंध जोडला तर आपण इंटिग्रल किंवा अंटी डेरिव्हेटिव्ह शोधू शकतो, दुसरे उदाहरण घ्या, $f(x)$ is equals to e raise to power four x आम्हाला माहित आहे की घातांकीय कार्याचा भेदभाव आहे. दुसरा \exp येथे फक्त एकमात्र फंक्शन हा फरक आहे की हे चार x चे घातांक आहे, म्हणून आपण त्या चारची काळजी घेतली पाहिजे जी dx च्या dx प्रमाणे e raise चार x चार बरोबर e raise to power चार x आणि म्हणून anti -डेरिव्हेटिव्ह हे e वाढवलेले पॉवर चार x बाय चार असे लिहिले जाऊ शकते आणि एक स्थिर दुसरे उदाहरण जे $f(x)$ इकल टू सायन दोन x वजा $4e$ वाढवलेले पॉवर $3x$ म्हणून निवडले जाऊ शकते आता येथे हे उदाहरण पहा यात दोन फंक्शन्स स्वाक्षरी आहेत x आणि घातांकीय फंक्शनमध्ये म्हणून आपण येथे काय करतो ते म्हणजे आपल्याला वितरण माहित असल्याने भिन्नता फंक्शन दोन फंक्शन्सच्या रेखीय संयोजनावर कार्य करू शकते आणि मागील दोन उदाहरणांसह आपण ते dx ने लिहू शकतो कारण साइन फंक्शन आहे हे दिसणे हे दोन बाय एक असले पाहिजे कारण $2x$ हा भाग आपल्याला आधीच माहित आहे आणि उणे $4e^3 x$ पॉवरवर वाढवलेला आहे आणि $4x$ पर्यंत e वाढवण्याची गणना कशी करायची हे आपल्याला आधीच माहित आहे,

त्यामुळे आपण या भागासाठी जाऊ शकतो तीन x बाय तीन पॉवर वर e वाढवले जाईल म्हणून पहा या फंक्शनमध्ये आपण हे सहज शोधून काढू शकतो की वास्तविक अंटी-डेरिव्हेटिव्ह त्याचे वजा अर्धा $\cos 2x$ उणे 4 बाय $3e$ वाढवून तीन x आणि अधिक स्थिरांक किती असेल त्यामुळे आपल्याला समजले आहे की एक साधे फंक्शन दिल्यास आपण अंटी-डेरिव्हेटिव्ह किंवा त्या फंक्शनचे इंटिग्रल लिहू शकतो काही क्लिष्ट फंक्शन्सच्या बाबतीत काय होईल म्हणून पुढे उदाहरणांमध्ये जाण्यापूर्वी आपण ही आणखी एक टिप्पणी दोन पाहू ज्यामध्ये असे म्हटले आहे की जर दोन फंक्शन्सचे व्युत्पन्न समान x संबंधित असतील तर काही अंतरापर्यंत i नंतर $f(x)$ वजा $g(x)$ स्थिर आहे म्हणजे $f(x)$ आणि $g(x)$ ते दोन्ही वक्रांच्या एकाच कुटुंबातील आहेत म्हणून याचा पुरावा पाहणे सोपे आहे असे गृहीत धरू की $h(x)$ हे फंक्शन आहे जे $f(x)$ वजा $g(x)$ च्या फरक म्हणून दर्शवले जाऊ शकते. डेरिव्हेटिव्ह घ्या म्हणजे h प्राइम x हे सर्व x साठी f प्राइम x वजा g प्राइम x बरोबर आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की f प्राइम x आणि g प्राइम x ते सर्व समान आहेत आणि म्हणून हे शून्य h प्राइम x च्या बरोबरीचे होईल सर्व x साठी शून्य म्हणजे $h(x)$ स्थिर असणे आवश्यक आहे आणि म्हणूनच $f(x)$ उणे $g(x)$ स्थिरांक स्थापित केला आहे याचा अर्थ असा की दोन्ही कार्ये वक्रांच्या एकाच कुटुंबातील आहेत हे सत्य मी तुम्हाला दुसऱ्या उदाहरणाच्या मदतीने दर्शवितो म्हणून dx by sine inverse x चा विचार करू. हे जाणून घ्या की ते एक वजा x वर्गाचे वर्गमूळ आहे आणि dx चे \cos inverse x चे dx आहे हे एक वजा x वर्गाचे वर्गमूळ वजा एक आहे म्हणून हे दोन विभेदक कॅल्क्युलसचे ज्ञात परिणाम आहेत

आम्ही त्यांचा वापर d बाय dx लिहून करू. \sin व्युत्क्रम x चे dx वजा \cos व्युत्क्रम x चे dx म्हणून आपण पाहतो की \sin व्युत्क्रम x आणि वजा \cos inverse x चे व्युत्पन्न समान आहेत आणि म्हणून मागील शिरेतील फरक \sin inverse x वजा वजा \cos व्युत्क्रम x प्रमाणे लिहिता येईल याला अधिक \cos inverse x स्थिरांक बनवेल खरेतर या अभिव्यक्तीमध्ये x is equals one टाकून या स्थिरांकाचे मूल्यमापन केले जाऊ शकते जेणेकरून तुम्हाला \sin inverse one म्हणजे π अर्धा \cos inverse one हा शून्य असेल ज्यामुळे स्थिरांक π अर्धा होईल आणि म्हणून हा कॉन्स्टांट हे π अर्धा साइन व्युत्क्रम x अधिक \cos व्युत्क्रम x बरोबर π अर्धा बरोबर काही नाही, ही व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सची प्रसिद्ध ओळख आहे जी तुम्हाला आधीच माहित आहे की असा दावा आहे की व्युत्क्रम x आणि वजा कोसाइन व्युत्क्रम x हे दोन्ही चिन्ह एकाच कुटुंबातील आहेत वक्र चा एक साधा आलेख येथे प्लॉट करून बघू शकतो जे मी करेन

त्यामुळे आपल्याला माहित आहे की या वक्र ψ व्युत्क्रम x आणि कोसाइन व्युत्क्रम x चे डोमेन वजा एक ते एक आहे

त्यामुळे प्लॉट \sin व्युत्क्रम x ची श्रेणी घेते हे सांगूया. व्हॅल्यू वजा i अर्धा हे व्हॅल्यू असू द्या π अर्धा हे व्हॅल्यू b π म्हणू या आणि त्याचप्रमाणे या व्हॅल्यूला b उणे π म्हणू या म्हणजे साइन फंक्शनच्या बाबतीत ते इथून कुठेतीरी जाते जसे ते π च्या वजा पासून सुरू झाले पाहिजे. अर्धा आणि पाय हाफ पर्यंत जा \cos inverse x च्या केससाठी तुम्हाला उणे एक ते एक या श्रेणीसाठी माहित आहे ते वजा पासून सुरू झाले पाहिजे म्हणून ते π पासून सुरू झाले पाहिजे आणि नंतर असे जावे परंतु हे फंक्शन तुमचे आहे आणि हे फंक्शन तुमचे आहे परंतु समतुल्यतेपासून ज्याचा आम्ही दावा करतो मिंग येथे सायन व्युत्क्रम x आणि उणे कोसाइन व्युत्क्रम x चा आहे म्हणून कोसाइन व्युत्क्रम x ऐवजी आपण उणे कोसाइन व्युत्क्रम x वजा कोसाइन व्युत्क्रम x शोधले पाहिजे परंतु कोसाइन व्युत्क्रम x च्या फंक्शनची आरसा प्रतिमा शोधली पाहिजे जी आपण आरशाची प्रतिमा घेतली तर होईल x च्या अक्षावर आरसा लावणे म्हणजे जर तुमच्या लक्षात आले की हे अंतर π अर्धा असेल तर हे फंक्शन कॉस व्युत्क्रम x चे वजा असेल

त्यामुळे आता तुम्ही स्पष्टपणे विचार करू शकता की ते सर्व बिंदू वजा π अर्थ वेगळे आहेत

त्यामुळे फंक्शन साइन व्युत्क्रम x आणि उणे कोसाइन व्युत्क्रम x ते दोघेही सारखेच दिसतात याचा अर्थ ते एकाच वक्र कुटुंबातील आहेत किंबहुना आपण व्युत्पन्न विरोधी किंवा एकत्रीकरणच्या कल्पनेसाठी एक भौमितिक व्याख्या देखील ठेवू शकतो, त्यासाठी y समतुल्य e raise फंक्शन विचारात घ्या पॉवर x ला म्हणून जर तुम्ही हे फंक्शन y हे e वाढवलेले e पॉवर x च्या बरोबरीचे आहे असे समजले तर आम्हाला माहित आहे की फंक्शन साठी e रिझ्ड टू पॉवर x रेझ्ड टू पॉवर x प्लस c हे सर्व अँटी डेरिव्हेटिव्हचे संकलन आहे किंवा ते इंटीजचे प्रतिनिधित्व करते e च्या $ra1$ ने पॉवर x वर वाढवलेले e चे सर्व अँटी डेरिव्हेटिव्ह x पॉवर x वर e वाढवलेले x अधिक c सारखे दिलेले आहेत ते कसे दिसतात

त्यामुळे c च्या बरोबरीच्या मूल्याने सुरुवात करूया θ जेणेकरून तुम्हाला जे पहिले अँटी-डेरिव्हेटिव्ह मिळेल ते e वाढवले जाईल x हे बिंदू 1 हा 2 आहे असे गृहीत धरले की हा x अक्ष हा y अक्ष आहे आणि म्हणून हा एक एकक आहे आणि y अक्ष आहे. बिंदू म्हणजे एक आहे शून्य स्वल्पविराम एक नंतर शून्य स्वल्पविराम दोन आणि नंतर आहे असे आणि पुढे तर हे तीन आहे त्या अर्थाने चार आणि त्याचप्रमाणे येथे हे शून्य आहे वजा एक आहे आणि पुढे असे आणि पुढे, जर तुम्ही प्लॉट ई वर केला असेल तर पॉवर x तुम्हाला माहित आहे की तुम्ही येथे x बरोबर शून्य बरोबर ठेवले तर तुम्हाला एक मिळेल म्हणून येथे एक बिंदू पुढे आहे तुम्ही आणखी काही मूल्ये टाकून आणखी काही मूल्ये प्लॉट करू शकता जर तुम्ही x बरोबर एक ठेवले तर ते e वर जाईल आणि तुम्हाला माहित आहे की हा बिंदू x 1 च्या बरोबरीचा आहे आणि तुम्हाला माहित आहे की मूल्य 2.7 आहे म्हणून ते येथे कुठेतीरी असेल. हे असे सुरळीत चालले पाहिजे आणि त्याचप्रमाणे इतर मूल्ये तुम्ही प्लॉट करू शकता आणि जसे x ऋण मोठ्या मूल्याकडे जाते हे मूल्य शून्यावर जाते म्हणून x अक्ष वक्रला स्पर्शिका बनते कारण x ऋण x अक्षात मोठा होतो म्हणून ही वक्र आहे e पॉवर x वर वाढवला त्याचप्रमाणे मी येथे c बरोबर एक ठेवला तर पुढील वक्र मला मिळेल e हे पॉवर x प्लस वन वर वाढवले जाईल

त्यामुळे पुढील वक्र ई पॉवर x प्लस वन वर वाढवलेला मी x ची पॉवर कशी वाढवू अधिक एक पुन्हा जर मी x बरोबर शून्य बरोबर ठेवले तर मला दोन मिळेल म्हणजे y अक्षासह छेदनबिंदू दोन आहे आणि कारण दोन वक्र समांतर आहेत म्हणून हे आणि या प्रकरणात y रेषा बरोबर आहे आहे एक जो वक्र वर स्पर्शिक असेल आणि पॉवर x अधिक एक वाढवा त्याचप्रमाणे दुसरा वक्र जो मी तुमच्यासाठी प्लॉट करू शकतो तो अशा प्रकारे आहे म्हणून हा ई पॉवर x प्लस टू आणि पॉवर x प्लस वन वर वाढविला गेला आहे

त्यामुळे आता तुम्ही हे करू शकता सामान्य प्लॉट इतर वक्र देखील नकारात्मक दिशेने जातात

त्यामुळे हा वक्र e वाढवला जातो x वजा एक हे e वाढवून पॉवर x वजा दोन बनते

त्यामुळे स्थिरांक c हा धनात्मक स्थिरांक आहे की ऋण स्थिरांक आहे यावर अवलंबून x वक्र वरच्या दिशेने किंवा खालच्या दिशेने सरकवून सर्व वक्र आता बिंदूकडे काळजीपूर्वक पहा. y अक्षासह छेदनबिंदू आपण या बिंदूंना p naught p 1 p 2 p 3 असे नाव देऊ आणि त्याचप्रमाणे पुढे आणि पुढे आणि dy चे dx द्वारे मूल्यमापन केले तर ते बिंदूचे व्युत्पन्न आहे असे म्हणू या की p naught ने सुरुवात करणे d असेल. e च्या dx ने पॉवर वर वाढवलेला x माफ करा p शून्य e पॉवर x वजा एक p शून्य वर वाढवले जाते e पॉवर x वजा एक पर्यंत वाढवले जाते मग तुम्हाला e पॉवर x वर p वर वाढवले जाईल p शून्यावर p शून्यावर x शून्य आहे आणि म्हणून तुम्हाला एक मूल्य मिळेल त्याचप्रमाणे तुम्ही dy चे मूल्यमापन d x ने p one वर करा म्हणजे p one वर p एक हा बिंदू आहे

त्यामुळे हे वक्र y बरोबर e च्या बरोबर आहे x ची घात म्हणून तुम्हाला e वाढवलेला d x बरोबर मिळेल x वर p एक बरोबर e वाढवलेला पॉवर x p वर एक समान मूल्यमापन te p 2 वर e वाढवा x अधिक 1 च्या बरोबर असेल आणि ते देखील समान असेल म्हणून मी येथे जे दर्शवण्याचा प्रयत्न करीत आहे ते म्हणजे प्रत्येक छेदनबिंदूच्या स्पर्शिकेची दिशा वक्रांच्या या कुटुंबातील प्रत्येक सदस्यासह y अक्ष हा एकसारखाच आहे, जर तुम्ही y अक्षाच्या समांतर रेषा काढली तर x हा एक आहे असे म्हटल्यास आणि त्या बिंदूवरील स्पर्शिकेचे मूल्यमापन केले तर तुमच्या लक्षात येईल की dy द्वारे dx मी या बिंदूंना e raise to power x minus one असे म्हणून to sp naught p 1 आणि p 2 dy by dx म्हणून q शून्य येईल d वरून e raise च्या dx वरून x वजा एक q शून्यावर जो e raise to power x q शून्यावर असेल आणि बिंदू q शून्य असेल हे x मूल्य 1 आहे आणि म्हणून हे ताबडतोब e वाढवलेले पॉवर 1 म्हणून ठेवले जाऊ शकते जे e आहे आणि त्याचप्रमाणे t q 1 चे केस तुम्ही dy चे dx द्वारे q 1 वर मूल्यमापन करू शकता. e वरून पॉवर x ची व्युत्पन्न होणार आहे x ची व्युत्पत्ती x ची पॉवर x पुन्हा वाढविली जाईल कारण x मूल्य समान आहे म्हणून तुम्हाला e मूल्य मिळेल

त्यामुळे येथे प्रत्येक बिंदूवर स्पर्शिकेची दिशा तुम्हाला कळेल की उतार e समान आहे, जर तुम्हाला हवे असेल तर तुम्ही शोधू शकता x ची किंमत वजा एकच्या बरोबरीची आहे आणि तुम्हाला आढळेल की या प्रत्येक बिंदूची स्पर्शिक दिशा आहे. काहीही नाही पण e वाढवा वजा एक r वन बाय e करा त्यामुळे भौमितीयदृष्ट्या याचा काय अर्थ होतो की एखाद्या फंक्शनसाठी जर तुम्हाला वक्रांचे कुटुंब मिळाले तर जर तुम्ही वक्रांचे कुटुंब प्लॉट केले आणि उभ्या अक्षाच्या समांतर रेषा काढल्या जे साधारणपणे y असते. कुटुंबातील प्रत्येक सदस्यासह त्या उभ्या रेषेच्या छेदनबिंदूवर अक्ष नंतर स्पर्शिका समान असेल म्हणून शेवटी आम्ही शेपटी तीन पाहतो क्षेत्र समस्येचे प्रकरण जे आम्ही मानले की आता अविभाज्य प्रतिनिधित्वाच्या चिन्हात असे लिहिले जाऊ शकते ax is equals to integration fro m शून्य ते x xdx जे आपल्याला x चौरस बाय दोन म्हणून मिळाले आहे म्हणून हे निश्चित अविभाज्य म्हणून परिभाषित केले आहे जर तुमच्या लक्षात आले की येथे दोन मूल्ये आहेत जी शून्य आणि x म्हणून लिहिली आहेत ही खालच्या आणि वरच्या मर्यादा म्हणून ओळखली जातात जी तुम्ही नंतर अर्ध्या शिकाल. या कोर्सचा म्हणून मी सारांशित करतो की आज आम्ही काय केले आहे ते म्हणजे आम्हाला पूर्णांकांची व्याख्या समजली आहे आम्हाला nt डेरिव्हेटिव्ह किंवा इंटिग्रल्सची कल्पना काय आहे हे देखील समजले आहे आणि शेवटी आम्ही या अविभाज्यांचे ग्राफिकल प्रतिनिधित्व काय आहे ते वक्रांचे कुटुंब आहे हे पाहिले. पुढील वर्गात या मूलभूत गोष्टींचा वापर करून आपण हे शोधण्याचा प्रयत्न

करू, मी काही फंक्शन्सचे अविभाज्य घटक कसे शोधायचे हे समजून घेण्याचा प्रयत्न करू, आम्ही काही सूत्रे विकसित करू आणि काही सोप्या फंक्शन्सचे अविभाज्य घटक शोधण्यासाठी आणि नंतर काही गुंतागुंतीसाठी त्यांचा वापर करू. कार्ये धन्यवाद

Prutor@iitk