پچھلے لیکچر میں ہم نے بہت سی متفرق مثالیں دیکھی ہیں جیسے کہ انٹیگرلز کا اطلاق ہوتا ہے ہم اس لیکچر میں بھی اسی طرح کو جاری رکھیں
گے جو آپ کو پیچیدہ مسائل کو حل کرنے میں مدد فراہم کرے گا اس سے پہلے کہ ہم کچھ مسائل کو حل کرنا شروع کر دیں، آئیے ہم ایک تصور کو
پر مسلسل ہے اور سادگی کے لیے ہم اسے لے ab پر غور کریں جو بند وقفہ fx لے لیں جو ابھی باقی ہے ۔ ہم سیکھتے ہیں کہ ایک فنکشن
مثبت ہے لیکن نتیجہ جس پر میں بات کرنے جا رہا ہوں اس کو کسی بھی فنکشن کے لیے بہت آسانی سے بڑھایا جا سکتا ہے جو fx سکتے ہیں کہ
مسلسل ہے لیکن یہ مثبت نہیں ہو سکتا۔
کے برابر ہے y fx کے برابر ہے 0 اور یہ y یہ a کے برابر ہے x یہ b کے برابر ہے x تو آئیے ہم منحنی خطوط کھینچتے ہیں یہ
سے ہوتی ہے آپ جانتے ہیں کہ اگر کوئی فنکشن ہے مسلسل یہ وقفہ bfxdx سے a لہذا آپ کے پاس یہ علاقہ ہے جس کی نمائندگی انٹیگرل
پر اپنی حد تک پہنچ جاتا ہے لہذا آپ اس پلاٹ سے دیکھ سکتے ہیں کہ یہ فنکشن کی زیادہ سے زیادہ قیمت ہے اور کہتے ہیں کہ یہ کسی مقام پر
کے برابر ہے x d کے اور کہتے ہیں کہ یہ فنکشن کی کم از کم قیمت ہے جو کسی پوائنٹ پر حاصل کی جاتی ہے c برابر x حاصل ہوتا ہے
یہ اونچائی چھوٹی m حالانکہ ہمیں ان پوائنٹس کی ضرورت نہیں ہے لیکن پھر بھی میں نے ابھی لکھا ہے اور کہا ہے کہ یہ اونچائی چھوٹی ہے
آپ جانتے ہیں کہ یہ سبز سایہ دار علاقہ ہے اصل علاقہ یہ اصل علاقہ ہے اور ہم دیے گئے فنکشن کے m ہے اور یہ اونچائی ہے دارالحکومت
لیے اس کی ایک حد معلوم کرنا چاہتے ہیں لہذا اس پلاٹ سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اصل رقبہ ہمیشہ اس علاقے سے بڑا ہوتا ہے۔ جس کو میں نے
حقیقی رقبہ کے ساتھ سایہ کیا ہے وہ ہمیشہ اس علاقے سے بڑا ہوتا ہے جو سیاہ رنگ سے سایہ دار ہوتا ہے اور اس مستطیل کا رقبہ کیا ہے
a مائنس ہے b اور مستطیل کی چوڑائی m چھوٹی m جسے دیکھنا بہت آسان ہے کہ اس مستطیل کی اونچائی چھوٹی
اب ہم اس اعداد و شمار کو دوبارہ کھینچتے ہیں کیونکہ اس سے سمجھنا بہت پیچیدہ a مائنس ہو جائے گا b میں m تو چھوٹے مستطیل کا رقبہ
ہوتا جا رہا ہے
یہ ہے b تو اس طرح آپ کے پاس یہ
ہمیشہ سرخ رنگ کے سایہ a اصل رقبہ ہے لہذا آپ اعداد و شمار سے دیکھ سکتے ہیں کہ اصل رقبہ egion ہے۔ r تو یہ سبز سایہ دار
دار مستطیل کے رقبہ سے کم ہوگا لہذا اصل رقبہ ہمیشہ سرخ رنگ کے سایہ دار مستطیل کے رقبہ سے کم ہوگا
ہے لہذا یہ m ہے اور یہ لمبائی کیپٹل a مائنس p تو اس کی گنتی کیسے کی جائے مستطیل کا رقبہ سرخ رنگ سے سایہ دار ہے لہذا یہ لمبائی
m میں حاصل کردہ فنکشن کی زیادہ سے زیادہ قدر ہے اور چھوٹا ab وقفہ m رقبہ ہمیشہ اس مقدار سے اوپر اور نیچے پابند رہے گا جہاں
تک کیسے حاصل کیا bfxdx آئیے ہم ایک مثال دیکھتے ہیں کہ یقینی انٹیگرل کی ان حدود کو b وقفہ میں کم از کم قدر ہے دیگر فنکشن ایک کوما
جائے ہم نے اسے مسلسل فنکشن کے لیے کیا ہے لیکن آپ اسے اس منطق تک آسانی سے بڑھا سکتے ہیں۔ کوئی بھی فنکشن جو اپنے نشان کو تبدیل
کرتا ہے
تو آئیے کچھ مثال لیتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ قطعی انٹیگرل کی باؤنڈ کیسے معلوم کی جائے
2 سے 0 کہ یہ ہے مثال تو e مائنس پاور کو x dx
دو کے برابر ہے x صفر کے برابر ہے یہ x ہے۔ بین ای پاور مائنس ایکس یہ وکر ہوگا کھو کہ یہ t محور y یہ x تو یہ ہے
تو اصل رقبہ یہ ہے کہ حدود معلوم کرنے کے لئے آئیے ہم مستطیل کھینچتے ہیں اس لئے کہ فنکشن ویلیو صفر پر زیادہ سے زیادہ قدر لے رہا ہے
لہذا یہ ہوگا اس سے ہمیشہ کم رہیں
ہے x تو اس کی اونچائی کیا ہے یہ اونچائی صفر فنکشن پر فنکشن ویلیو سے چلتی ہے پاور مائنس
تو سائیڈ ایک ہے اور یہ چوڑائی دو ہے
تو اس علاقے کی اوپری حد دو لو ہوگی لوئر باؤنڈ کے لیے ہمارے پاس ہے اس مستطیل کو کھینچنے کے لیے اور چونکہ فنکشن کم ہو رہا ہے اس
پاور مائنس ٹو ہے e دو فنکشن ویلیو کے برابر ہے جو کہ x لیے اس مستطیل کے رقبے کے حساب سے لوئر باؤنڈ دیا جائے گا جو
سے پاور مائنس دو ہے لہذا آپ دیکھ e پاور مائنس دو ہے سیاہ رنگ سے سایہ شدہ اس مستطیل کا رقبہ دو میں e تو یہ اونچائی یہ اونچائی
زیادہ سے زیادہ m سکتے ہیں کہ یہ نتیجہ آپ کو کسی بھی انٹیگرل کے اوپری اور نچلے حدود کو تلاش کرنے میں کس طرح مدد کرتا ہے یہاں
مسلسل f فنکشن کی کم از کم قیمت ہے جیسے ہم نے فرض کیا ہے کہ بند وقفہ پر m اور unction کی زیادہ سے زیادہ f قدر ہے پھر
رہے گا اب آئیے اس بحث کو ختم کرتے ہیں اور آگے بڑھتے ہیں اور ترتیب میں متعین انٹیگرلز پر کچھ اور متفرق مشقوں کو حل کرتے ہیں آئیے ایک
پر مائنس آدھے سے آدھے لاگ ون پلس ایکس کی تشخیص کے طور پر دیا گیا قطعی انٹیگرل xdx مثال پر غور کریں ایک مائنس
تو آئیے ہم انٹیگرل لکھیں کیونکہ یہ بہت پیچیدہ لگتا ہے کیونکہ ہمارے یہاں بہت بھاری فنکشنز ہیں سب سے بڑا انٹیجر فنکشن لوگارتھمک فنکشن جس
لیکن آپ دیکھتے ہیں کہ یہ مائنس آدھے سے مائنس آدھے سے آدھے کی شکل میں ہے جو کہ x کا ان پٹ آرگومنٹ 1 پلس ایکس پر 1 مائنس ہے
اہ ہے جس کا تعلق ہمارے فنکشنز میں بھی ہو سکتا ہے لہذا اگر آپ کو لاگ ون جمع ایکس پر لاگ ون مائنس ایکس نظر آتا ہے اگر آپ فرض کریں کہ
یہ hx ہے
مائنس ایکس کا لاگ ون مائنس ایکس پر ون پلس ایکس پر ہوگا جسے آپ مائنس آف لاگ آف ون پلس ایکس کو ون مائنس ایکس کے طور پر لکھ h تو
سکتے ہیں
فنکشن مائنس آدھے سے نصف ہے لہذا قطعی d اور وقفہ کا x تو یہ مائنس ایف ایچ ایکس کے برابر ہے اس لیے یہ انٹیگرینڈ ایک او ڈی ہے
xdx انٹیگرلز کی خاصیت کو استعمال کرنے سے ویلیو صفر ہو جائے گی لہذا آپ کا حتمی انٹیگرل مائنس آدھا سے آدھا عظیم ترین انٹیجر فنکشن
ہے لہذا سب سے بڑا انٹیجر فنکشن 0 کے درمیان قدر لیتا ہے لہذا یہ ہے ٹیسٹ انٹیجر فنکشن کے لیے پلاٹ 0 سے 1 تک اور پھر مائنس نصف
سے 0 تک جو کہ مائنس 1 سے 1 تک ہے درحقیقت یہ مائنس 1 کی قدر لیتا ہے ۔
تو یہ مائنس نصف سے 0 تک ہوگا ہمیں اسے
توڑنا ہوگا کیونکہ فنکشن مختلف ویلیوز لے رہا ہے۔ مختلف وقفوں میں ہمیں مائنس ون سے ڈی ایکس جمع صفر سے نصف ملتا ہے یہ صفر کی قدر
لے رہا ہے
تو ہم صفر حاصل کرتے ہیں
تو مائنس ایکس مائنس نصف سے صفر جو آپ کو مائنس صفر دیتا ہے یہ صفر ہوگا پھر اس کا مائنس جمع ہوگا اور پھر دوبارہ ایک اور مائنس
تو آپ کے پاس مائنس نصف ہے جو حتمی جواب ہے لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کس طرح بہت پیچیدہ قطعی انٹیگرلز کے لیے اگر آپ پراپرٹیز
استعمال کرتے ہیں
te مائنس pi سے pi cos مربع x dx by 1 تو یہ بہت آسان ہو جاتا ہے آئیے ہم ترتیب کی تشخیص میں ایک اور مثال لیتے ہیں۔
plus a to power x مثبت ہے
ہے x تو اگر
تو ہمیں کیا کرنا چاہئے کیونکہ اگر ہم ایک طاق فنکشن کے فارمولے کو لاگو کرنے کی کوشش کریں گے
برابر ہے فنکشن لیکن یہ ون پلس پاور ایکس کو مطمئن نہیں کرتا ہے یا x مربع cos تو یہ کام نہیں کرے گا کیونکہ
سے تبدیل کرتے ہیں اور دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے اگر t تو یہ پراپرٹی قابل اطلاق نہیں ہے لہذا ہم کیا کرتے ہیں ہم سب سے پہلے ایکس کو مائنس

ہے t مائنس x

ہوگا لہذا یہ ایک نئی حد ہے جب آپ متغیر pi پر یہ مائنس pi ہوگا اور pi یہ pi ہے اور میں اس پر ہوں گا۔ مائنس dt مائنس dx تو

ہے dt مائنس dx ملتا ہے t dt مربع مائنس cos کو تبدیل کرتے ہیں اور آپ کو مائنس سائن کے ساتھ

برابر ہے چونکہ آپ کے پاس ایک منفی نشان i مربع ہے مائنس ٹی پلس اے سے پاور مائنس ٹی اس لیے cos سے c مائنس dtx تو مائنس

ملے گا اس مائنس کے نشان کو جیسے ہی pi سے pi ہے یہاں آپ حد کو تبدیل کر سکتے ہیں لہذا آپ کو مثبت نشان ملتا ہے لہذا آپ کو مائنس

g et dt ملتا ہے لہذا آپ cos کا cos x آپ نظر انداز کر دیں گے حدود کو تبدیل کریں حد کو تبدیل کریں اور آپ کو مائنس ایکسس

ڈمی متغیر ہے ہم لکھ سکتے ہیں اور ہمیں عدد اور ڈینومینیٹر میں نمبر پر ٹی سے ضرب دیں تاکہ t میں کیونکہ t پاور مائنس e بذریعہ ون پلس

میں تبدیل کریں کیونکہ یہ ڈمی ہے۔ لہذا میں اسے اب اس طرح لکھ سکتا ہوں اگر آپ x کو t ملے اور متغیر pi سے pi آپ کو مائنس

مساوات ایک اور دو کو جوڑتے ہیں

تو آپ مساوات ایک اور دو کو جوڑتے ہیں

xdx سے پاور a سے pi سے pi برابر ہے مائنس i تو آپ کو دو ملتا ہے

عدد میں بھی x تو یہ عام تھا لہذا آپ کو ایک جمع آٹھ ملے گا۔

ایون فنکشن ہے آپ 0 کو دو cos x تو یہ منسوخ ہو جاتا ہے اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اب آپ کو ایک بہت ہی آسان انضمام مل گیا ہے کیونکہ

لکھ سکتے ہیں آپ مثلثی خصوصیات کو استعمال کر کے x مربع cos اور pi بار 0 سے

لکھ سکتے ہیں dx کا آپ cos x توسیع کر سکتے ہیں۔

سے 2 ہوگا اور اس کی x کا گناہ cos 2 x دیتا ہے اور pi ملتی ہے جو آپ کو x ہوگی کیونکہ یہ آہ آپ کو یہاں pi تو اس کی قیمت

اس لئے آخر میں آپ کو یہاں پر پائی ملتی ہے pi قیمت 0 پر 0 ہوگی اور

سے a کے برابر ہے جواب ہے آئیے ایک لیتے ہیں۔ دوسری مثال کمپیوٹ کریں تاکہ آپ کو یاد ہو کہ یہ پراپرٹی pi تو میں 2 کے برابر

bfxdx برابر ہے a to bfa پلس b مائنس xdx اس لیے آپ اسے فوری طور پر لکھ سکتے ہیں pi by six to pi by three

dx 1 جمع pi by 3 جمع pi by 6 یہ 60 ہے 30 ہے

pi by 2 a یہ جمع a جمع b ہے pi by .2 تو آپ کو ملے گا

تو pi by 2 minus x

جو ہم انڈر روٹ ٹین ایکس کو ایک فوراً برابر i تو اس لیے pi by 6 to pi by 3 dx by one plus under root cot x

پلس کے نیچے روٹ ٹین ایکس ڈی ایکس کے نیچے لکھ سکتے ہیں اگر ٹھیک ہے

تو مجھے ایک کام کرنے دو میں یہاں صرف جوڑ اور گھٹا دیتا ہوں تاکہ آپ کو i برابر ہو جائے pi یہ pi by 6 pi by 6 to pi by 3 1 مائنس

تو یہ یہ ہے ہم اسے دو حصوں میں

توڑ سکتے ہیں اس طرح ایک انٹیگرل اس طرح پھر دوسرا ایک پائی بائی سکس سے پائ بائی تھری ایک بائے ون پلس انڈر روٹ ٹین ایکس ڈی ایکس یہ دوبارہ ہے

pi by three minus pi by six برابر دو اس انٹیگرل میں سے ایک ملے گا i تو آپ کو دو

تو i is pi by twelve 0 ایک اور مثال لیتے ہیں to pi by 4 log one plus tan xdx

تو اس فارمولے کو لاگو کریں یہ ہو جائے گا

فور لاگ آف ون پلس ٹین اے مائنس بی ہے pi x سے pi x 4 0 یہ برابر ہے 0 سے x dx مائنس pi x 4 تو یہ برابر ہے 1 پلس ٹین

پر ون جمع ٹین اے ٹین بی b ٹین اے مائنس ٹین

لیں اور اسے lcm کے برابر ہے چار لاگ کے اگر آپ pi تو ہمیں 1 جمع 1 مائنس ٹین ایکس پر 1 پلس ٹین ایکس ڈی ایکس ملتا ہے جو صفر سے شامل کریں

x dx تو آپ کو دو پائی ایک جمع ٹین ملے گا۔

اب اگر آپ دونوں کو جمع کرتے ہیں اور کہتے ہیں کہ یہ xdx تھا 4 لاگ از 1 جمع 10 pi سے 0 i ہے اور اس سے پہلے i تو یہ آپ کا

دو ہے یہ آپ کی پہلے کی مساوات ایک تھی لہذا اگر آپ ایک اور دو کو جمع کرتے ہیں

کے چار لاگ از دو کے دو پر ایک جمع ٹین ایکس ڈی پلس پلس لاگ آف 1 پلس ٹین ایکس ڈی pi برابر ہے صفر سے i تو آپ کو دو بار ملتا ہے۔ ایکس

pi کے 0 سے dx یہ 2 dx کے چار لاگ از دو کے ایک جمع ٹین ایکس میں ایک جمع ٹین ایکس pi برابر صفر سے i تو آپ کو ملے گا دو

آٹھ لاگ دو ہے آئیے ہم i pi by ہے لہذا pi by 4 لاگ دو میں i چار دو کے برابر ہے pi by لاگ کے برابر ہے جو لاگ 2 4 by

ایک اور مثال لیتے ہیں

کی قدر معلوم کریں i compute i تو

x pi دو xdx مربع cos پر ایک جمع x sin x دو pi سے pi تو آئیے اسے صرف پھیلی ہوئی شکل میں لکھیں تاکہ آپ کو مائنس

ہے gx ہے اور کہتے ہیں کہ یہ fx یہ کہتے ہیں۔ x مربع cos ایک جمع

کے مائنس کے برابر ہے اس لئے طاق فنکشنز کے لئے Fx ایک طاق فنکشن ہے یہ x مربع cos ایک پلس ہے x x جو کہ دو fx تو

طاق ہے fx کی خاصیت استعمال کرنے سے یہ صفر ہوگا جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ اگر definite integrals

طاق ہے fx تو انٹیگرل کا ٹھیک صفر ہے اگر

تو یہ عجیب ہے آخر میں آپ اس انٹیگرل پر پہنچ گئے

کہتے ہیں . gxgx اب یہ جیسا کہ ہم نے کہا یہ xdx مربع pi 2 x sin x by one plus cos سے pi ہے مائنس i تو آپ کا

ڈالتے ہیں x ایک مساوی فنکشن ہے کیونکہ اگر آپ یہاں مائنس

ملتے ہیں x مربع مائنس cos سائین ایک جمع x کے دو مائنس x تو آپ کو مائنس

x دو pi ہے لہذا میں برابر ہوں گا۔ صفر سے دو گنا صفر سے gx ملتا ہے جو آپ کا x مربع cos ایک جمع x x سائن x تو آپ کو دو

sin xdx ایک جمع cos sq uare x

کے دو بار لکھا جا سکتا ہے اب پھر کیا کرنا ہے agxdx لکھا جا سکتا ہے یہ صفر سے gxdx تو ہم یہ پراپرٹی استعمال کر رہے ہیں کہ اسے

ہے xdx ایک مائنس af صفر سے afxdx تو ہم اس پراپرٹی کو لاگو کرتے ہیں کہ صفر سے

حاصل i کے برابر ہے ہم x مائنس pi مربع cos پر ایک جمع xdx مائنس sine pi x مائنس pi دو pi تو یہ ہے 2 0 سے

ہے لیکن چونکہ cos x مائنس x مائنس cos pi اور sine x ہے x مائنس sin pi x مائنس pi pi کرتے ہیں چار صفر سے

ملے گا اب اگر یہ ایک ہے x مربع cos یہ مربع ہے اس لیے آپ کو دوبارہ

کا دو گنا i تو ایک اور دو کو جوڑ کر یہ دو ہے آپ دیکھیں گے کہ یہ اصطلاح منسوخ ہو جائے گی اس لیے 1 اور 2 کا اضافہ کرنے سے آپ کو
ہے cos x t اب x مربع pi pi sine xdx by 1 plus cos ملے گا۔ 4 گنا 0 سے
ہے sin xdx dt تو مائنس
برابر ہے اگر میں اسے منسوخ کرتا ہوں i تو
ہے dt مائنس sin xdx مائنس ہے ایک cos pi ہے یہ ایک pi صفر پر دو i cos تو
مربع ملتا ہے t ایک جمع dt تو آپ کو مائنس
t بذریعہ ایک جمع dt تو یہ دو پائی کے برابر ہے اگر وہاں ہے ایک مائنس کا نشان آپ حد کو تبدیل کر سکتے ہیں تاکہ آپ کو مائنس ایک سے ایک
مربع ملے
pi by 4 مائنس مائنس pi pi by 4 مائنس ایک سے ایک دو pi tan inverse t اس لیے دو i تو
pi pi by 2 برابر ہو جائے گا۔ i 2 تو آپ کو
ایک جمع pi xdx اسکوائر کے بطور حتمی جواب مل جائے، آئیے ہم ایک اور مثال لیتے ہیں کہ صفر سے pi تو آپ کو اس انٹیگرل کے لیے
i کے درمیان رہنے کے لیے دیا جاتا ہے، لہذا اس انٹیگرل کو ہونے دیں۔ pi کا اندازہ کریں جہاں الفا کو صفر اور cos alpha sign x

کے برابر ہے، آپ صفر سے xdx مائنس afa صفر سے afxdx آپ اس پراپرٹی کو استعمال کرکے لکھ سکتے ہیں کہ صفر سے i تو
مائنس ایکس سے بدل جاتا ہے pi الفا سائن cos مائنس ایکس ون پلس pi لکھ سکتے ہیں pi x
sin x ہے x مائنس sin pi تو پھر سے
تو کہئے ایک اور دو دونوں کا ہندسہ یکساں ہوگا لہذا اگر آپ جوڑیں گے
لکھ pi dx سے 0 pi جسے ہم cos alpha sine x ہو گا ایک جمع pi dx ملے گا اور اس طرف i تو آپ کو اس طرف دو
x مربع cos p lus سے دو x مربع sin کو دو ایک سے آپ بدل سکتے ہیں x مربع cos بائی 2 جمع x سکتے ہیں۔ سائن اسکوائر
صفر سے pi برابر i دو تک بڑھا سکتے ہیں لہذا دو cos x دو x x دو جمع پلس میں اسے یہاں لکھتا ہوں کیونکہ الفا آپ اسے دو سائن
سے تقسیم کریں عدد اور ڈینومینیٹر x مربع cos کے برابر ہے اگر آپ پورے پورے میں pi
الفا ملے گا cos x دو tan x دو جمع ایک جمع دو x x مربع tan x dx دو x x تو آپ کو سیکنڈ مربع
t میں مجھے سیکنڈ لینے دو سیکنڈ نہیں ہے مجھے ٹین ایکس کو 2 بذریعہ pi دو 0 سے pi برابر ہے i تو ہم اسے لکھ سکتے ہیں جیسا کہ
لینے دو
ہوگی tan 0 0 کے برابر ہے اور حد dt ملے گا x x 2 dx 2 تو آپ کو سیکنڈ مربع
یہ لامحدودیت ہے لہذا حد 0 سے لامحدود ہوگی pi by 2 پر 0 ہوگی یہ اتنی ہوگی کہ آپ 10 ہوں گے۔ حاصل کریں pi 10 کی حد t تو
t plus cos alpha اسے ہم t cos alpha مربع جمع 1 جمع 2 t جمع dt 2 dt ہے x pi 2 dx 2 لہذا آپ کو سیکنڈ مربع
مل t مربع الفا کو گھٹانا ہوگا لہذا ہمیں cos اسکوائر الفا کو شامل کرنا ہوگا اور ہمیں cos پورے مربع کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔ لہذا ہمیں
x مربع الفا سائن اسکوائر الفا ہے لہذا یہ مربع جمع nus cos الفا پورا مربع اور ایک میل ملے گا۔ cos پلس t جائے گا اس سے آپ کو
الفا کی حد 0 سے انفینٹی تک لکھ sin مربع پر ایک قسم کا ہے لہذا اس انٹیگرل کا یہ کنواں آپ 1 بذریعہ ٹین انورس ٹی پلس کوس الفا بذریعہ
i is equal to pi by sin alpha sine alpha is constant سکتے ہیں آپ پہنچ گئے
ملتا ہے اس لیے کیونکہ الفا tan inverse infinity minus tan inverse cot alpha 0 تو آپ اسے نکال سکتے ہیں ہمیں
اس لیے سائن الفا غیر صفر ہے pi کے درمیان ہے یہ 0 نہیں ہے اور pi اور
مائنس الفا لکھ سکتے tan pi by 2 دے گا یہ آپ pi تو اس کی تعریف کی گئی ہے یہ آپ کو دیتا ہے یہ آپ کو 2 مائنس کے حساب سے
ہیں
pi alpha by sine ہے انضمام کا فائنل ہے i الفا بذریعہ سائن الفا ہے لہذا pi تو آپ کو دوبارہ مل جائے گا لہذا آپ کا انضمام کا کنواں
کے درمیان ہونے کے لیے دیا جاتا ہے اس سے اس مسئلے کا حل مکمل ہو جاتا ہے آئیے ہم ایک اور مشق کرتے pi صفر اور alpha alpha
پلس سائن پاور فور definite integrals zero to pi by two x sine x cos xdx by cos for four x ہیں
ایکس
x مائنس pi by 2 pi by 2 کے برابر ہے لہذا یہ آپ کو 0 سے x dx مائنس afa سے afxdx 0 تو پراپرٹی 0 استعمال کریں۔ ٹو
دے گا پاور sine pi by 2 minus x cos pi by 2 minus x dx cos power 4 pi by 2 minus x plus sine
مائنس cos x cos pi x 2 ہے x مائنس x 2 سائن پائی x مائنس pi x 2 pi x 2 یہ 0 کے برابر ہے x مائنس 4 pi x 2
x ہے سائن x مائنس sine x by cos pi x 2 ہے x
cos x ہے x تو ہمیں سائن پاور 4 ایکس سائن پائی بائی دو مائنس
ملتا ہے x پاور فور cos تو ہمیں
ہے اگر یہ ایک ہے اور یہ دو ہے i تو یہ آپ کا
تو اگر آپ ایک اور دو کو جوڑتے ہیں
تو آپ کو یہ اصطلاح منسوخ ہو جائے گی۔ یہ اصطلاح
کے طور پر ملتا ہے اگر آپ ایک اور دو کو جوڑتے ہیں i حاصل ہوتا ہے آپ کو دو i تو آپ کو
pi by two pi by two sine x cos x by cos power 4 x plus sine برابر صفر سے i تو آپ کو دو ملتا ہے
power 4 xdx
اب تقسیم pi by 4 0 to pi by 2 sine x cos x by cos power 4 x plus sine power 4 x dx ہے i تو
ملے گا dx آپ کو cos power 4 x کریں
یہاں سے cos x 1 x جمع 10 پاور 4 1 xdx اور سیکنڈ مربع pi by two tan x چار صفر سے pi by برابر ہے i تو
مربع by cos ملے گا اور ایک tan x کے ساتھ ایڈجسٹ کیا جائے گا آپ کو sin x منسوخ ہو جائے گا لہذا آپ کو 3 ملے گا اور پھر 1 کو
ہے t x مربع tan ہم اسے لیتے ہیں۔ x چار ٹین مربع pi by برابر ہے i دے رہا ہے لہذا x آپ کو سیکنڈ مربع x
کے برابر ہے dt xdx سیکنڈ مربع tan x ہوگی لہذا آپ کو 2 dt تو یہ آپ کی
دو انفینٹی ہے tan pi by ہے پھر صفر صفر ہے dt ایک دو xdx مربع tan xx تو
کے برابر ہے dt by two یہ dt by two ہے xdx ہوں گی ۔ حدیں صفر سے انفینٹی ٹین ایکس سیکنڈ مربع t تو حدیں
مربع ملتا ہے t جمع dt by two by one تو آپ کو
infinity صفر سے pi by eight tan inverse t مربع تک یہ t جمع dt by one ہے آٹھ صفر سے لامحدود i pi تو

ہے
تو i is pi by eight tan inverse infinity minus tan inverse zero tan inverse zero is zero and tan infinity tan inverse infinity is pi by two ,
مربع سولہ سے ملتا ہے pi تو آپ کو
کو چار گناہ سے اندازہ کریں۔ pi مربع بذریعہ سولہ آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں صفر سے pi تو آپ کا جواب ہے ex plus cos x dx by 9 plus 16 sine 2 x
لکھ سکتے ہیں sine x plus cos x by 25 minus 16 plus 16 sine 2x dx تو اس کو ہم
مائنس 16 کے 25 cos x dx جمع x کو چار سائن pi لکھا جا سکتا ہے۔ صفر سے xdx تو اسے پچیس مائنس سولہ ایک مائنس سائن دو
سے بدل سکتے ہیں x cos x مائنس ٹو سائن x مربع cos پلس x طور پر لکھیں آپ سائن اسکوائر
ہے cos x t مائنس sin x مکمل مربع لکھ سکتے ہیں۔ اب آئیے cos x مائنس x تو ہم اسے 25 مائنس سولہ گناہ
تو cos x plus sin xdx ہے dt 0 ہے 0 یہ حد بدل جائے گا اس لئے سائن cos 0 اور 1 ہے مائنس sine pi by 4 cos by 4
مائنس 1 ہے لہذا آپ کے پاس یہ حدیں مائنس 1 مائنس 1 x pi by 4 t 0 x 0 t دونوں کی قدریں یکساں ہیں لہٰذا اسے 0 ملے گا۔
مربع ہے یہ مائنس ون کے برابر t مائنس سولہ dt by 25 کے طور پر حاصل کرتے ہیں لہذا انٹیگرل کی قدر dt سے 0 ہیں اور آپ اسے
بذریعہ dx بذریعہ پانچ بذریعہ چار پورا مربع مائنس ٹی مربع اب اس فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے dt ہے۔ صفر سے ایک بذریعہ سولہ
مائنس مربع x 1 کو اس قدر کو مربع آپ کر سکتے ہیں by 2 کے طور پر لکھیں a log of mod a plus x pi bar a minus x
مائنس 1 0 سے۔ t مائنس t 5 by 4 جمع by 4 اس لیے یہ برابر ہے ایک از سولہ ایک بذریعہ دو پانچ ضرب چار لاگ کے 5
تو آپ کو 1 بائی 40 لاگ ملے گا 5 بائے کا اس طرح 0 پر آپ کو 5 بائے چار بائے پانچ بائی چار ملے گا
تو ایک مائنس لاگ ملے گا آپ کو مائنس ون ملے گا آپ کو ایک سے چار ملے گا اور اس سے آپ کو نو ملے گا۔ چار
تو یہ ایک بائے چالیس لاگ کے برابر ہے ون صفر ہے
تو آپ کو مائنس ون لاگ 1 بائی 9 ملتا ہے جو کہ اس طرح آپ 9 کو پاور مائنس 1 لکھ سکتے ہیں اور یہ مائنس 1 لاگ کی خاصیت استعمال کرنے سے منسوخ ہو جائے گا تاکہ آپ 1 بائی 40 لاگ 9 حاصل کریں جیسے آپ لاگ 3 مربع لاگ 3 کے طور پر لکھ سکتے ہیں لہذا 1 بائی 20 لاگ 3
مربع x کے برابر دو کے درمیان خطہ ایک جمع y مربع اور x برابر y حتمی جواب ہے آئیے ہم ایریا کے خاکے پر ایک اور مثال لیتے ہیں اس کا رقبہ معلوم کریں
اسے مزید تفصیل سے پلاٹ le مربع اگرچہ ہم اسے پہلے پلاٹ کر چکے ہیں لیکن x ایک جمع x کے برابر ہے دو y تو آئیے پہلے پلاٹ کریں
ڈیش کی گنتی کریں اور پھر اس کی تفریق آپ کو دو دے گی y تو آپ کو
ڈیش مثبت ہے اور y منفی ہے x ڈیش منفی ہے اگر y مثبت ہے x مربع پورا مربع ملے گا لہذا اگر x ایک جمع x x تو آپ کو مائنس فور
ڈیش 0 سے کم ہے y مثبت ہے x کے لئے سچ ہے لہذا جب x کے لئے سچ ہے یہ تمام x یہ سب
ڈیش مثبت ہے لہذا یہ وکر 0 پر بڑھ رہا ہے فنکشن ویلیو 2 ہے ایک جمع صفر پر y منفی ہے x تو یہ کم ہو رہا ہے جب
تو دو
پرائم صفر پر صفر ہے جو یہاں سے واضح ہے y تو یہ کیسے اور
پرائم اگر آپ صفر ڈالیں گے y تو
تو آپ کو یہاں سے صفر ملے گا
تو آئیے اس کو پلاٹ کریں تاکہ 0 پر فنکشن ویلیو 2 0 ہو کوما ٹو صفر پر ٹینجنٹ ایکس محور کے م
توازی ہے اس لیے منحنی اس طرح ہے مثبت ایکس محور کے لیے یہ کم ہو رہا ہے اور منفی ایکس محور کے لیے یہ بڑھ رہا ہے
مربع x برابر ہے دو پر ایک جمع y مربع اور x برابر ہے y ہے برابر ہے دو پر ایک جمع ایکس مربع اب ہم پلاٹ کریں y تو یہ وکر
اور vertex 0 0 axis y axis مربع ہے x برابر ہے y تو آئیے ہم دونوں وکر کو ایک ہی جہاز میں پلاٹ کریں تاکہ آپ کا پیرابولا
مربع یہ نقطہ ہے صفر کوما دو صفر صفر ہمیں چوراہا کے ان x برابر ہے دو پر ایک جمع y دوسرا منحنی خط اس سے ظاہر ہوتا ہے یہ آپ کا
نقطہ کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے لہذا جس علاقے کی ضرورت ہے وہ سرخ رنگ سے سایہ دار ہے ہم دونوں منحنی خطوط کے درمیان جڑے ہوئے علاقے کو تلاش کرنا چاہتے ہیں لہذا ہمیں دونوں منحنی خطوط کے چوراہے کے نقطہ کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے
کے طور پر ڈالیں y مربع کو x تو دونوں منحنی خطوط کو حل کریں جو آپ کو ملیں گے ہمیں اسے کرنے دیں کیونکہ یہ لمبا ہوگا اس لیے آپ گے
ملے گا y کے برابر دو پر ایک جمع y تو آپ کو
مائنس دو ملے گا یہ صفر ہے y مربع جمع y تو آپ کو
مائنس دو اور ایک کیوں ہے y اتنا ہے مائنس ٹو اور ایک y تو
ایک کے برابر ہے y ایک ہے y ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اس لیے مائنس ٹو کو نظر انداز کر دیا جائے اس لیے y تو چونکہ
کی اسی قدریں x تو
کو ایک کے برابر رکھتے ہیں y تو اگر آپ
برابر ہے جمع مائنس ون کے x کا x تو اسی طرح کی قدریں
ہے پلس ون کے برابر ہے x مائنس ون کے برابر ہے اور یہ آپ کا rx تو یہ آپ ہیں۔
تو آپ کا رقبہ آپ کا رقبہ مائنس ون ٹو ون ہو جائے گا کیونکہ آپ کے پاس ہے مجھے اسے دوبارہ کھینچنے دیں کیونکہ ورنہ آپ کو حد کیسے بتاؤں
تو آپ کا یہ حال ہے ایک کار دوسری کریو یہ ہے اور یہ مائنس ون ہے یہ پلس ون ہے
مربع ہے x مربع ہے یہ x ہے اور یہ دو بائی ایک جمع dx تو یہ آپ کا مطلوبہ رقبہ ہے یہ ابتدائی علاقہ ہے یہ جس کی چوڑائی
ابتدائی رقبہ ہے لہذا مطلوبہ رقبہ کی قدر ضروری ہے لہذا مطلوبہ dx مربع x مربع مائنس x ملتے ہیں۔ بذریعہ ایک جمع o تو آپ کو دو
رقبہ سرخ سایہ دار خطہ ہے
مائنس 1 سے 1 مائنس x ٹین الٹا x 2 dx مربع x مربع مائنس مائنس 1 سے 1 کے برابر ہے x بذریعہ 1 جمع dx تو یہ 2 مائنس 1 سے 1
مائنس مائنس 1 ہے 1 3 x مائنس pi by 4 مائنس مائنس pi by pi by 4 مکعب بذریعہ 3 مائنس 1 سے 1 2 یہ x
اور یہ 1 مائنس 1 مائنس یہ 2 ہے pi تو آپ کی حتمی قیمت یہ ہوگی 2 سے
ملتا ہے by 3 مائنس 2 pi تو آپ کو
x سے x آخری جواب آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں کہ خطہ لعنت پر بحث کرتا ہے اور اس خطہ کی نشاندہی کرتا ہے جس میں e تو یہ ہے

کے x برابر ہے 2 کے پاور y کے برابر ہے اور log x برابر ہے y کے برابر ہے 2 x کا پابند ہے نصف
بڑھتا x پر یہ 1 ہے اور پھر جب 0 x برابر ہے 1۔ اور پھر 2 کی طاقت x کو پلاٹ اس طرح کھینچا جاتا ہے کہ یہ x تو اگر آپ خطہ لاگ
بڑھتا ہے x ہے
تو اس کی قیمت بڑھ جاتی ہے
تو یہ اس طرح جاتا ہے
کے برابر ہے نصف ہے یہاں کہیں یہ آپ کا نصف ہے x برابر ہے۔ دو x تو کہتے ہیں کہ یہ
ہے دو کے برابر ہے x ہے نصف کے برابر ہے کہو یہ x یہ x یہ لاگ x تو یہ یہ وکر ہے 2 کی طاقت
fx تو آپ کا انضمام کا علاقہ یہ ہے اسے دوبارہ حل کرنے کے لیے آپ کو ابتدائی رقبہ کی وضاحت کرنے کی ضرورت ہے لہذا ابتدائی رقبہ
میں یاد کرنے کی کوشش کریں dx کو x مائنس لاگ x میں پاور dx ہے فارمولے کو gx مائنس gxfx ہے یہ آپ کا fx ہے یہ آپ کا
کے برابر ہے۔ دو x سے آدھے سے x کی زیادہ سے زیادہ قدر جو x اور انضمام کی حدیں کم از کم سے ہو جائیں گی۔
کی حد نصف سے دو تک جاتی ہے لہذا x مائنس x لاگ x کی x کی مائنس قیمت لاگ x لاگ 2 x تو جب کہ انضمام کی طاقت 2 سے ہوگی
قدر دو پر ہے لہذا آپ کو لاگ دو مائنس کے ذریعہ دو مربع ملے گا۔ دو لاگ دو مائنس مائنس پلس دو مائنس آدھے پر آپ کو روٹ دو بذریعہ لاگ دو
مائنس ہاف لاگ نصف مائنس مائنس پلس آدھا ملے گا
تو آپ کو ان دو اصطلاحات کو ملا کر لاگ ٹو کے ذریعہ چار مائنس جڑ دو ملے گا پھر دو منفی نصف تین بائے دو ہو جائے گا۔ ان دونوں اصطلاحات
کو ملا کر پھر یہ دونوں اصطلاحات آپ کو یہ دیں گی اگر آپ یہ آہ لیں
تو آپ اسے جمع آدھا لاگ 2 لکھ سکتے ہیں لہذا آپ کو مائنس ملے گا یہ ٹھیک ہے آپ کے پاس یہاں مائنس کا نشان ہے
تو آپ یہاں اپنا مائنس سائن کریں گے۔ دوبارہ پلس حاصل کریں آپ کو مائنس ملے گا
تو آپ کو 5 بائی 2 لاگ 2 ملے گا
تو یہ آپ کا حتمی جواب ہے
تو دیکھیں یہ مائنس کا نشان ہے
تو یہ مائنس مائنس پلس ہو جائے گا لیکن چونکہ 1 بائی 2 ہے اس لیے دوبارہ مائنس ہو جائے گا
لہٰذا یہ اس کے ساتھ حتمی جواب ہے ہم 2 by ہے 5 2 by 1 s تو یہ اصطلاح اور اس اصطلاح کو ایک ساتھ جمع کیا جائے گا لہذا 2 پلو
آپ کو سننے کا شکریہ

Prutor@IITK