

पिछले व्याख्यान में हमने निश्चित समाकलों के अनुप्रयोग के रूप में बहुत से विविध उदाहरण देखे हैं, हम इस व्याख्यान में भी वही जारी रखेंगे जो कुछ समस्याओं को हल करने से पहले जटिल समस्याओं को हल करने में आपकी मदद करेंगे, आइए हम एक अवधारणा लेते हैं जो अभी भी बाकी है और चलो हम सीखते हैं कि एक फंक्शन  $f(x)$  पर विचार करें जो बंद अंतराल  $ab$  पर निरंतर है और सरलता के लिए हम ले सकते हैं कि  $f(x)$  सकारात्मक है लेकिन जिस परिणाम पर मैं चर्चा करने जा रहा हूँ उसे किसी भी फंक्शन के लिए बहुत आसानी से बढ़ाया जा सकता है जो निरंतर है लेकिन यह सकारात्मक नहीं हो सकता है तो आइए हम वक्र खींचते हैं यह  $x$  के बराबर  $b$  है यह  $x$  के बराबर है यह  $y$  के बराबर  $0$  है और यह  $y$  के बराबर  $f(x)$  है इसलिए आपके पास इस क्षेत्र को  $\int_a^b f(x) dx$  के अभिन्न अंग द्वारा दर्शाया गया है, आप जानते हैं कि यदि कोई फंक्शन है निरंतर यह अंतराल पर अपनी बाध्यता प्राप्त करता है ताकि आप इस साजिश से देख सकें कि यह फंक्शन का अधिकतम मूल्य है और कहें कि यह किसी बिंदु पर प्राप्त होता है  $x$  बराबर  $c$  और कहें कि यह फंक्शन का न्यूनतम मान है जो किसी बिंदु पर प्राप्त होता है  $x$  बराबर  $d$  होता है, हालांकि हमें इन बिंदुओं की आवश्यकता नहीं होती है, लेकिन फिर भी मैंने अभी लिखा है और कहा है कि यह ऊंचाई छोटी है  $m$  यह ऊंचाई छोटी  $m$  है और यह ऊंचाई पूंजी है  $m$  आप जानते हैं कि यह हरा छायांकित है क्षेत्र वास्तविक क्षेत्र है यह वास्तविक क्षेत्र है और हम दिए गए फंक्शन के लिए इसकी एक सीमा का पता लगाना चाहते हैं, इसलिए इस भूखंड से आप देख सकते हैं कि वास्तविक क्षेत्र हमेशा इस क्षेत्र से अधिक होता है जिसे मैंने वास्तविक क्षेत्र के साथ छायांकित किया है हमेशा बड़ा होता है इस क्षेत्र की तुलना में काले रंग से छायांकित है और इस आयत का क्षेत्रफल क्या है जो देखने में बहुत आसान है कि इस आयत की ऊंचाई छोटी  $m$  छोटी  $m$  और आयत की चौड़ाई  $b$  माइनस  $a$  है तो छोटे आयत का क्षेत्रफल होगा  $m$  से  $b$  माइनस  $a$  अब हम इस आंकड़े को फिर से बनाते हैं क्योंकि इससे समझना बहुत जटिल हो रहा है

इसलिए आपके पास यह है बी यह एक है

इसलिए यह हरा छायांकित क्षेत्र वास्तविक क्षेत्र है

इसलिए आप इस आंकड़े से देख सकते हैं कि वास्तविक क्षेत्रफल  $a$  हमेशा  $a$  से कम होगा आयत का क्षेत्रफल लाल रंग से छायांकित है,

इसलिए वास्तविक क्षेत्रफल हमेशा लाल रंग से छायांकित आयत के क्षेत्रफल से कम होगा तो लाल रंग से छायांकित आयत के इस क्षेत्र की गणना कैसे करें,

इसलिए यह लंबाई  $p$  घटा  $a$  है और यह लंबाई पूंजी  $m$  है

इसलिए यह क्षेत्र हमेशा इस मात्रा से ऊपर और नीचे से घिरा रहेगा जहां एम अंतराल में प्राप्त फंक्शन का अधिकतम मूल्य है और छोटा एम न्यूनतम मान है अंतराल में अन्य फंक्शन अल्पविराम बी आइए एक उदाहरण देखें कि कैसे निश्चित इंटीग्रल की इन सीमाओं को  $\int_a^b f(x) dx$  से प्राप्त करने के लिए हमने इसे निरंतर कार्य के लिए किया है, लेकिन आप इसे किसी भी फंक्शन के लिए इस तर्क तक आसानी से बढ़ा सकते हैं जो इसके संकेत को बदल देता है,

इसलिए आइए कुछ उदाहरण लें और देखें कि सीमा का पता कैसे लगाया जाए निश्चित अभिन्न

इसलिए उदाहरण है  $0$  से  $2$  ई को पावर माइनस एक्स डीएक्स तो यह एक्स है यह वाई अक्ष है तो ई पावर माइनस एक्स यह वक्र होगा कहें कि यह एक्स शून्य के बराबर है यह एक्स दो के बराबर है

इसलिए वास्तविक क्षेत्र क्या यह उन सीमाओं का पता लगाने के लिए है जो आइए हम खींचते हैं आयत

इसलिए क्योंकि फंक्शन मान शून्य पर अधिकतम मान ले रहा है,

इसलिए यह हमेशा इससे कम होगा, इस ऊंचाई की ऊंचाई क्या है, यह ऊंचाई शून्य फंक्शन पर फंक्शन मान द्वारा नियंत्रित होती है,

इसलिए पक्ष एक है और यह चौड़ाई दो है

इसलिए इस क्षेत्र की ऊपरी सीमा निचली सीमा के लिए दो लो होगी, हमें इस आयत को खींचना होगा और चूंकि फंक्शन कम हो रहा है

इसलिए निचली सीमा इस आयत के क्षेत्र द्वारा दी जाएगी जो कि  $x$  पर दो फंक्शन मान के बराबर है जो कि ई है पावर माइनस टू तो यह ऊंचाई है यह ऊंचाई ई पावर माइनस दो है

इसलिए काले रंग से छायांकित इस आयत का क्षेत्रफल दो गुणा ई से पावर माइनस दो है ताकि आप देख सकें कि यह परिणाम आपको ऊपरी और निचली सीमाओं का पता लगाने में कैसे मदद करता है यहाँ कोई भी समाकल  $m$  अधिकतम मान है तो फलन का अधिकतम मान है और  $m$  उस फलन का न्यूनतम मान है जिसे हमने बंद अंतराल पर  $f$  सतत मान लिया है, आइए हम इस चर्चा को समाप्त करें और आगे बढ़ें और कुछ और विविध हल करें

अनुक्रम में निश्चित इंटीग्रल पर अभ्यास आइए हम निश्चित इंटीग्रल पर एक उदाहरण पर विचार करें जैसे मूल्यांकन माइनस हाफ से हाफ लॉग वन प्लस एक्स बटा वन माइनस  $x dx$  तो आइए हम इंटीग्रल को लिखें क्योंकि यह बहुत जटिल लगता है क्योंकि हमारे यहां बहुत भारी कार्य हैं पूर्णांक फंक्शन लॉगरिदमिक फंक्शन जिसका इनपुट तर्क  $1$  प्लस  $x$  बटा  $1$  माइनस  $x$  है, लेकिन आप देखते हैं कि यह माइनस हाफ से माइनस आधा से आधा तक के रूप का है, जो कि आह है जो हमारे कार्यों में भी संबंधित हो सकता है,

इसलिए यदि आप लॉग वन प्लस  $x$  देखते हैं लॉग वन माइनस एक्स पर यदि आप मानते हैं कि यह एचएक्स है तो माइनस एक्स का एच एक माइनस एक्स बटा वन प्लस एक्स का लॉग होगा जिसे आप एक प्लस एक्स के लॉग ऑफ वन माइनस एक्स के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए यह माइनस के बराबर है  $f(x)$  जो कि ऐसा है, यह इंटीग्रेंड  $x$  का एक विषम कार्य है और अंतराल माइनस आधा से आधा है

इसलिए निश्चित इंटीग्रल की संपत्ति का उपयोग करके मान शून्य होगा,

इसलिए आपका अंतिम इंटीग्रल माइनस आधा से आधा सबसे बड़ा सबसे बड़ा पूर्णांक फंक्शन  $x dx$  है,

इसलिए सबसे बड़ा पूर्णांक समारोह मान  $0$  लेता है,

इसलिए यह  $0$  से  $1$  तक परीक्षण पूर्णांक फंक्शन के लिए प्लॉट है और फिर शून्य से आधा से  $0$  तक है जो कि शून्य से  $1$  से  $1$  तक है, वास्तव में यह मान शून्य से  $1$  लेता है।

इसलिए यह शून्य से आधा से  $0$  होगा, हमें तोड़ना होगा ऐसा

इसलिए है क्योंकि फंक्शन अलग-अलग अंतरालों में अलग-अलग मान ले रहा है, हमें माइनस वन से  $dx$  प्लस ज़ीरो टू हाफ मिलता है, यह वैल्यू ज़ीरो ले रहा है

इसलिए हमें ज़ीरो मिलता है

इसलिए माइनस  $x$  माइनस आधा से ज़ीरो जो आपको माइनस ज़ीरो देता है यह ज़ीरो होगा तो माइनस होगा प्लस हो और फिर एक और माइनस हो तो आपके पास माइनस आधा है जो कि अंतिम उत्तर है ताकि आप देख सकें कि कैसे बहुत जटिल निश्चित इंटीग्रल के लिए यदि आप गुणों का उपयोग करते हैं तो यह बहुत आसान हो जाता है आइए हम अनुक्रम में एक और उदाहरण लेते हैं माइनस पीआई से पीआई का मूल्यांकन करें  $\cos$  वर्ग  $x dx$  बटा  $1$  जमा  $a$  से घात  $x$  धनात्मक है तो यदि  $x$  है तो हमें क्या करना चाहिए क्योंकि यदि हम एक विषम फलन का सूत्र लागू करने का प्रयास करते हैं तो यह काम नहीं करेगा क्योंकि  $\cos$  वर्ग  $x$  सम फलन है लेकिन यह यही है एक प्लस एक शक्ति  $x$  या तो संपत्ति  $s$  को संतुष्ट नहीं करता है  $0$  यह लागू नहीं है

इसलिए हम क्या करते हैं हम पहले  $x$  को माइनस  $t$  से बदल देते हैं और देखते हैं कि क्या होता है यदि  $x$  माइनस  $t$  है तो  $dx$  माइनस  $dt$  है और मैं माइनस  $\pi$  पर होगा यह  $\pi$  होगा और  $\pi$  पर यह माइनस  $\pi$  होगा। एक बार जब आप वेरिबल बदलते हैं तो यह एक नई सीमा होती है और आपको कॉस स्क्वायर माइनस टी डीटी माइनस साइन के साथ मिलता है  $dx$  माइनस डीटी है तो माइनस डीटीएक्स माइनस सी से कॉस स्क्वायर माइनस टी प्लस ए टू पावर माइनस टी है

इसलिए यदि आप लॉग वन प्लस  $x$  देखते हैं लॉग वन माइनस एक्स पर यदि आप मानते हैं कि यह एचएक्स है तो माइनस एक्स का एच एक माइनस एक्स बटा वन प्लस एक्स का लॉग होगा जिसे आप एक प्लस एक्स के लॉग ऑफ वन माइनस एक्स के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए यह माइनस के बराबर है  $f(x)$  जो कि ऐसा है, यह इंटीग्रेंड  $x$  का एक विषम कार्य है और अंतराल माइनस आधा से आधा है

इसलिए निश्चित इंटीग्रल की संपत्ति का उपयोग करके मान शून्य होगा,

इसलिए आपका अंतिम इंटीग्रल माइनस आधा से आधा सबसे बड़ा सबसे बड़ा पूर्णांक फंक्शन  $x dx$  है,

इसलिए सबसे बड़ा पूर्णांक समारोह मान  $0$  लेता है,

इसलिए यह  $0$  से  $1$  तक परीक्षण पूर्णांक फंक्शन के लिए प्लॉट है और फिर शून्य से आधा से  $0$  तक है जो कि शून्य से  $1$  से  $1$  तक है, वास्तव में यह मान शून्य से  $1$  लेता है।

इसलिए यह शून्य से आधा से  $0$  होगा, हमें तोड़ना होगा ऐसा

इसलिए है क्योंकि फंक्शन अलग-अलग अंतरालों में अलग-अलग मान ले रहा है, हमें माइनस वन से  $dx$  प्लस ज़ीरो टू हाफ मिलता है, यह वैल्यू ज़ीरो ले रहा है

इसलिए हमें ज़ीरो मिलता है

इसलिए माइनस  $x$  माइनस आधा से ज़ीरो जो आपको माइनस ज़ीरो देता है यह ज़ीरो होगा तो माइनस होगा प्लस हो और फिर एक और माइनस हो तो आपके पास माइनस आधा है जो कि अंतिम उत्तर है ताकि आप देख सकें कि कैसे बहुत जटिल निश्चित इंटीग्रल के लिए यदि आप गुणों का उपयोग करते हैं तो यह बहुत आसान हो जाता है आइए हम अनुक्रम में एक और उदाहरण लेते हैं माइनस पीआई से पीआई का मूल्यांकन करें  $\cos$  वर्ग  $x dx$  बटा  $1$  जमा  $a$  से घात  $x$  धनात्मक है तो यदि  $x$  है तो हमें क्या करना चाहिए क्योंकि यदि हम एक विषम फलन का सूत्र लागू करने का प्रयास करते हैं तो यह काम नहीं करेगा क्योंकि  $\cos$  वर्ग  $x$  सम फलन है लेकिन यह यही है एक प्लस एक शक्ति  $x$  या तो संपत्ति  $s$  को संतुष्ट नहीं करता है  $0$  यह लागू नहीं है

इसलिए हम क्या करते हैं हम पहले  $x$  को माइनस  $t$  से बदल देते हैं और देखते हैं कि क्या होता है यदि  $x$  माइनस  $t$  है तो  $dx$  माइनस  $dt$  है और मैं माइनस  $\pi$  पर होगा यह  $\pi$  होगा और  $\pi$  पर यह माइनस  $\pi$  होगा। एक बार जब आप वेरिबल बदलते हैं तो यह एक नई सीमा होती है और आपको कॉस स्क्वायर माइनस टी डीटी माइनस साइन के साथ मिलता है  $dx$  माइनस डीटी है तो माइनस डीटीएक्स माइनस सी से कॉस स्क्वायर माइनस टी प्लस ए टू पावर माइनस टी है

इसलिए यदि आप लॉग वन प्लस  $x$  देखते हैं लॉग वन माइनस एक्स पर यदि आप मानते हैं कि यह एचएक्स है तो माइनस एक्स का एच एक माइनस एक्स बटा वन प्लस एक्स का लॉग होगा जिसे आप एक प्लस एक्स के लॉग ऑफ वन माइनस एक्स के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए यह माइनस के बराबर है  $f(x)$  जो कि ऐसा है, यह इंटीग्रेंड  $x$  का एक विषम कार्य है और अंतराल माइनस आधा से आधा है

इसलिए निश्चित इंटीग्रल की संपत्ति का उपयोग करके मान शून्य होगा,

इसलिए आपका अंतिम इंटीग्रल माइनस आधा से आधा सबसे बड़ा सबसे बड़ा पूर्णांक फंक्शन  $x dx$  है,

इसलिए सबसे बड़ा पूर्णांक समारोह मान  $0$  लेता है,

इसलिए यह  $0$  से  $1$  तक परीक्षण पूर्णांक फंक्शन के लिए प्लॉट है और फिर शून्य से आधा से  $0$  तक है जो कि शून्य से  $1$  से  $1$  तक है, वास्तव में यह मान शून्य से  $1$  लेता है।

इसलिए यह शून्य से आधा से  $0$  होगा, हमें तोड़ना होगा ऐसा

इसलिए है क्योंकि फंक्शन अलग-अलग अंतरालों में अलग-अलग मान ले रहा है, हमें माइनस वन से  $dx$  प्लस ज़ीरो टू हाफ मिलता है, यह वैल्यू ज़ीरो ले रहा है

इसलिए हमें ज़ीरो मिलता है

इसलिए माइनस  $x$  माइनस आधा से ज़ीरो जो आपको माइनस ज़ीरो देता है यह ज़ीरो होगा तो माइनस होगा प्लस हो और फिर एक और माइनस हो तो आपके पास माइनस आधा है जो कि अंतिम उत्तर है ताकि आप देख सकें कि कैसे बहुत जटिल निश्चित इंटीग्रल के लिए यदि आप गुणों का उपयोग करते हैं तो यह बहुत आसान हो जाता है आइए हम अनुक्रम में एक और उदाहरण लेते हैं माइनस पीआई से पीआई का मूल्यांकन करें  $\cos$  वर्ग  $x dx$  बटा  $1$  जमा  $a$  से घात  $x$  धनात्मक है तो यदि  $x$  है तो हमें क्या करना चाहिए क्योंकि यदि हम एक विषम फलन का सूत्र लागू करने का प्रयास करते हैं तो यह काम नहीं करेगा क्योंकि  $\cos$  वर्ग  $x$  सम फलन है लेकिन यह यही है एक प्लस एक शक्ति  $x$  या तो संपत्ति  $s$  को संतुष्ट नहीं करता है  $0$  यह लागू नहीं है

इसलिए हम क्या करते हैं हम पहले  $x$  को माइनस  $t$  से बदल देते हैं और देखते हैं कि क्या होता है यदि  $x$  माइनस  $t$  है तो  $dx$  माइनस  $dt$  है और मैं माइनस  $\pi$  पर होगा यह  $\pi$  होगा और  $\pi$  पर यह माइनस  $\pi$  होगा। एक बार जब आप वेरिबल बदलते हैं तो यह एक नई सीमा होती है और आपको कॉस स्क्वायर माइनस टी डीटी माइनस साइन के साथ मिलता है  $dx$  माइनस डीटी है तो माइनस डीटीएक्स माइनस सी से कॉस स्क्वायर माइनस टी प्लस ए टू पावर माइनस टी है

इसलिए मैं बराबर है चूँकि आपके यहाँ एक ऋणात्मक चिन्ह है, आप सीमाएँ बदल सकते हैं ताकि आपको एक धनात्मक चिन्ह मिले जिससे आपको माइनस  $\pi$  से  $\pi$  मिल जाए, जैसे ही आप सीमाएँ बदलते हैं, इस माइनस साइन को नज़रअंदाज़ कर दिया जाएगा और आपको माइनस एक्सिस काँस  $x$  का काँस मिलेगा।

इसलिए आप  $dt$  को एक प्लस  $e$  से पावर माइनस  $t$  तक प्राप्त करते हैं क्योंकि  $t$  डमी वैरिएबल है जिसे हम लिख सकते हैं और हमें अंश और हर में अंक पर  $t$  से गुणा करते हैं ताकि आपको माइनस  $\pi$  से  $\pi$  मिल जाए और वैरिएबल  $t$  को  $x$  में बदल दें क्योंकि यह डमी है इसलिए मैं इसे अभी इस तरह लिख सकता हूँ यदि आप समीकरण एक और दो जोड़ते हैं यदि आप समीकरण एक और दो जोड़ते हैं तो आपको दो मिलते हैं  $I_s$  माइनस  $\pi$  से  $\pi$  गुणा  $a$  से घात  $xdx$  के बराबर है

इसलिए यह सामान्य था

इसलिए आपको अंश में  $x$  के लिए एक प्लस आठ भी मिलता है,

इसलिए यह रद्द हो जाता है और आप देख सकते हैं कि अब आपको एक बहुत ही सरल एकीकरण मिल गया है क्योंकि  $\cos x$  यहां तक कि फ़ंक्शन भी है, आप 0 से दो बार पीआई और काँस स्क्वायर एक्स लिख सकते हैं आप काँस एक्स के त्रिकोणमितीय गुणों का उपयोग करके विस्तार कर सकते हैं, आप डीएक्स लिख सकते हैं,

इसलिए इसका मूल्य पीआई होगा क्योंकि यह आपको यहां एक्स मिलता है जो आपको पीआई देता है और  $\cos^2 x$  से 2 तक पाप होगा और इसका मान 0 पर 0 और  $\pi$  होगा

इसलिए अंत में आपको यहां पर  $\pi$  मिलता है

इसलिए मैं  $\pi$  बटा 2 के बराबर उत्तर है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं गणना करें ताकि आपको यह याद रहे संपत्ति  $a$  से  $b$  तक  $fx dx$ ,  $a$  से  $b$  तक  $a$  जमा  $b$  घटा  $xdx$  के बराबर है,

इसलिए इसे आप तुरंत  $\pi$  बटा  $\pi$  बटा तीन  $dx$  बटा 1 जमा  $\pi$  बटा 3 जमा  $\pi$  बटा 6 लिख सकते हैं यह 60 है यह 30 है तो आपको  $\pi$  मिलेगा 2 ए प्लस यह ए प्लस बी पीआई बटा 2 है।

इसलिए पीआई बटा 2 माइनस एक्स

इसलिए मैं तुरंत रूट खाट के नीचे पाई बटा 6 से पीआई बटा 3 डीएक्स बटा एक प्लस के बराबर है  $x$  जिसे हम रूट टैन  $x$  बटा वन प्लस के तहत रूट टैन  $x dx$  के तहत लिख सकते हैं, अगर ठीक है तो मुझे एक काम करने दें, मुझे बस यहां जोड़ने और घटाने दें ताकि आपको  $i$  बराबर  $\pi$  मिल जाए यह  $\pi$  बटा 6  $\pi$  बटा 6 है पीआई 3 1 माइनस तो यह है कि हम इसे दो भागों में तोड़ सकते हैं,

इसलिए एक इस तरह से एक इंटीग्रल है फिर एक और एक पाई छह से पीआई तक तीन एक बटा एक प्लस रूट टैन एक्स डीएक्स के तहत यह फिर से है इसलिए आपको दो मिलते हैं मैं दो के बराबर होता है इस इंटीग्रल में से एक पीआई बटा थ्री माइनस पीआई बटा सिक्स है

इसलिए मैं पीआई बटा बारह है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं 0 से पीआई बटा 4 लॉग वन प्लस टैन एक्स डीएक्स

इसलिए इस फॉर्मूले को लागू करें तो यह 1 प्लस टैन के बराबर होगा पीआई बटा 4 माइनस एक्स डीएक्स यह बराबर है 0 से पीआई बटा 4 0 से पीआई बटा वन प्लस टैन का चार लॉग ए माइनस बी टैन ए माइनस टैन बी बटा वन प्लस टैन ए टैन बी

इसलिए हमें 1 प्लस 1 माइनस मिलता है टैन एक्स बटा 1 प्लस टैन एक्स डीएक्स जो शून्य से पीआई बटा चार लॉग के बराबर है यदि आप एलसीएम लेते हैं और इसे जोड़ते हैं तो आपको दो पीआई एक प्लस टैन एक्स डीएक्स मिलता है तो यह आपका है और पहले मैं 0 से पीआई बटा 4 लॉग था 1 प्लस 10  $xd$  का  $x$  अब यदि आप दोनों का योग करते हैं और कहते हैं कि यह दो है तो यह आपका पहले का समीकरण एक था,

इसलिए यदि आप एक और दो का योग करते हैं तो आपको  $i$  का दो गुना मिलता है,  $\pi$  बटा दो के चार लॉग बटा एक जोड़ टैन  $x dx$  प्लस प्लस का लॉग 1 जमा टैन  $x dx$  तो आपको दो मिले मैं शून्य से  $\pi$  बटा दो का चार लॉग बटा एक जोड़ टैन  $x$  गुणा एक जमा टैन  $x dx$  यह 0 के बराबर है बटा 4 2  $dx$  का लघुगणक जो लॉग 2 के बराबर है पीआई बाई फोर टू आई इज़ लॉग टू इन पीआई बाय फोर

इसलिए मैं पीआई बाई आठ लॉग टू है आइए एक और उदाहरण लेते हैं

इसलिए आई कंप्यूट का मान पता करें तो आइए हम इसे विस्तारित रूप में लिखें ताकि आपको माइनस पीआई से पीआई मिल जाए दो एक्स पाप एक्स एक प्लस काँस स्क्वायर एक्स डीएक्स दो एक्स पीआई एक प्लस काँस स्क्वायर एक्स कहते हैं कि यह एफएक्स है और कहें कि यह जीएक्स है

इसलिए एफएक्स यानी दो एक्स एक प्लस काँस स्क्वायर एक्स एक विषम कार्य है यह एफएक्स के ऋण के बराबर है

इसलिए विषम कार्यों के लिए निश्चित इंटीग्रल की संपत्ति का उपयोग करके यह शून्य होगा क्योंकि हम जानते हैं कि यदि  $fx$  विषम है तो पूर्णांक का कुआं शून्य है यदि  $fx$  विषम है तो यह विषम है अंत में आप इस पर पहुंचते हैं इंटीग्रल तो आपका आई माइनस पीआई टू पीआई 2 एक्स पाप एक्स बाय वन प्लस काँस स्क्वायर एक्स डी एक्स अब जैसा कि हमने कहा है कि जीएक्स जीएक्स एक सम फंक्शन है क्योंकि अगर आप माइनस एक्स को यहां रखते हैं तो आपको दो माइनस एक्स साइन ऑफ माइनस मिलता है।  $x$  बटा काँस स्क्वायर माइनस  $x$  तो आपको दो  $x \sin x$  बटा वन प्लस काँस स्क्वायर  $x$  मिलता है जो कि आपका  $gx$  है

इसलिए मैं ज़ीरो के दोगुने के बराबर होगा  $\pi$  टू  $x \sin x dx$  बटा वन प्लस काँस स्क्वायर  $x$  तो हम संपत्ति का उपयोग कर रहे हैं कि इसे  $gx dx$  के रूप में लिखा जा सकता है इसे  $agx dx$  पर शून्य के दो बार के रूप में लिखा जा सकता है अब फिर से क्या करना है

इसलिए हम इस संपत्ति को लागू करते हैं कि शून्य से  $afx dx$  शून्य से  $af$  घटा  $xdx$  है

इसलिए यह 2 के बराबर है 0 से  $\pi$  दो  $\pi$  माइनस  $x \sin \pi$  माइनस  $xdx$  बटा वन प्लस काँस स्क्वायर  $\pi$  माइनस  $x$  हम  $i$  को फोर ज़ीरो से  $\pi$   $\pi$  माइनस  $x \sin \pi$  माइनस  $x$ , साइन  $x$  है और  $\cos \pi$  माइनस  $x$  माइनस  $\cos x$  है, लेकिन चूँकि यह है वर्ग तो आपको फिर से काँस वर्ग  $x$  मिलेगा यदि यह एक है तो एक और दो जोड़कर आप देखेंगे कि यह शब्द रद्द हो जाएगा

इसलिए 1 और 2 को जोड़ने पर आपको दो मिलते हैं  $i$  का  $ce 4$  गुना 0 के बराबर है  $\pi$   $\pi$   $\sin x dx$  बटा 1 जमा  $\cos$  वर्ग  $x$  अब मान लीजिए  $\cos x t$  है तो घटा  $\sin x dx dt$  है

इसलिए मैं बराबर है अगर मैं इसे रद्द कर दूँ तो मैं दो  $\pi$  काँस ज़ीरो पर है क्या एक काँस पीआई माइनस वन सीन है  $xdx$  माइनस डीटी है

इसलिए आपको माइनस डीटी वन प्लस टी स्क्वायर मिलता है

इसलिए यह दो पीआई के बराबर है यदि माइनस साइन है तो आप लिमिट को इंटरचेंज कर सकते हैं ताकि आपको माइनस वन टू वन डीटी एक-एक करके मिल जाए प्लस टी स्क्वायर

इसलिए मैं दो पाई टैन उलटा टी घटा एक से एक दो पाई पाई बटा 4 घटा माइनस पाई बटा 4 तो आपको मैं बराबर 2 पाई पाई बटा 2 मिलता है

इसलिए आपको इस इंटीग्रल के लिए अपना अंतिम उत्तर मिलता है जैसे कि पीआई स्क्वायर लेट हम एक और उदाहरण लेते हैं शून्य से  $\pi$   $xdx$  एक प्लस काँस अल्फा साइन  $x$  का मूल्यांकन करते हैं जहां अल्फा को शून्य और पीआई के बीच झूठ बोलने के लिए दिया जाता है,

इसलिए यह अभिन्न है कि मैं संपत्ति का उपयोग करके लिख सकता हूँ कि शून्य से  $afx dx$  शून्य के समान है एफएफ माइनस एक्स डीएक्स के लिए आप शून्य से पीआई एक्स को पीआई माइनस एक्स वन प्लस काँस अल्फा साइन पीआई माइनस एक्स से बदल सकते हैं तो फिर से पाप पीआई माइनस एक्स पाप एक्स है

इसलिए एक और दो दोनों का अंश वाई समान होगा

इसलिए यदि आप जोड़ते हैं तो आपको इस तरफ दो मिलते हैं और यह पक्ष  $\pi dx$  बटा वन प्लस कॉस अल्फा साइन  $x$  होगा जिसे हम  $\pi \theta$  से  $\pi dx$  बाय साइन स्क्वायर  $x$  बटा 2 प्लस कॉस स्क्वायर  $x$  बाय के रूप में लिख सकते हैं। दो एक आप पाप वर्ग  $x$  से दो जोड़ कॉस वर्ग  $x$  से दो जमा प्लस प्लस मुझे इसे यहां लिखने दें क्योंकि अल्फा आप इसे दो साइन एक्स बटा दो कॉस एक्स बटा दो तक बढ़ा सकते हैं

इसलिए दो मैं पीआई शून्य के बराबर है  $\pi$  यदि आप अंश और हर में  $\cos$  वर्ग  $x$  से विभाजित करते हैं तो आपको  $\sec$  वर्ग  $x$  बटा दो  $dx$  बटा  $\tan$  वर्ग  $x$  बटा दो जमा एक जमा दो  $\tan x$  दो  $\cos \alpha$  मिलता है,

इसलिए हम इसे लिख सकते हैं क्योंकि  $i$  बराबर  $\pi$  है दो 0 से पीआई मुझे लेने दो सेकंड नहीं सेकंड है मुझे टैन एक्स बटा 2 को टी के रूप में लेने दें ताकि आपको सेकंड स्क्वायर  $x$  बटा 2 डीएक्स 2 डीटी के बराबर हो और सीमा टैन 0 हो तो टी सीमा पीआई पर 0 होगा यह इतना 10 होगा आपको 10 पीआई 2 मिलेगा यह अनंत है

इसलिए सीमा 0 से अनंत तक होगी

इसलिए आपको सेकंड स्क्वायर  $x$  पीआई 2 डीएक्स 2 डीटी 2 डीटी प्लस टी स्क्वायर प्लस 1 प्लस 2 टी कॉस अल्फा मिलेगा इसे हम टी प्लस के रूप में लिख सकते हैं एस कॉस अल्फा पूरा वर्ग

इसलिए हमें कॉस स्क्वायर अल्फा जोड़ना होगा और हमें कॉस स्क्वायर अल्फा घटाना होगा,

इसलिए हम टी प्राप्त करते हैं, यह आपको टी प्लस कॉस अल्फा पूरा वर्ग देगा और एक माइनस कॉस स्क्वायर अल्फा साइन स्क्वायर अल्फा है,

इसलिए यह है एक वर्ग प्लस  $x$  वर्ग पर दयालु

इसलिए इस अभिन्न के इस कुएं को आप 1 के रूप में एक तन उलटा टी प्लस कॉस अल्फा द्वारा पाप अल्फा सीमा से 0 से अनंत तक लिख सकते हैं ,

इसलिए अंत में आप पहुंचेंगे मैं पाप अल्फा साइन द्वारा पीआई के बराबर है अल्फा स्थिर है

इसलिए आप इसे बाहर निकाल सकते हैं, हमें टैन इनवर्स इन्फिनिटी माइनस टैन इनवर्स कॉट अल्फा मिलता है, क्योंकि अल्फा 0 और पीआई के बीच स्थित है, यह 0 नहीं है और पीआई

इसलिए साइन साइन अल्फा गैर-शून्य है ,

इसलिए यह परिभाषित किया गया है कि यह आपको दे रहा है यह आपको 2 माइनस से पीआई देगा यह आप 2 माइनस अल्फा द्वारा टैन पीआई के रूप में लिख सकते हैं ताकि आप फिर से प्राप्त कर सकें ताकि एकीकरण का आपका कुआं साइन अल्फा द्वारा पीआई अल्फा हो,

इसलिए मैं एकीकरण का अंतिम है साइन अल्फा अल्फा द्वारा पीआई अल्फा है शून्य और  $\pi$  के बीच दिया गया यह इस समस्या का समाधान पूरा करता है आइए हम एक मो निश्चित समाकलों पर फिर से अभ्यास करें शून्य से  $\pi$  बटा दो  $x$  साइन  $x \cos x dx$  by  $\cos$  for चार  $x$  प्लस साइन शक्ति चार  $x$

इसलिए संपत्ति 0 से  $\pi dx$  का उपयोग 0 से  $\pi$  घटा  $x dx$  के समान है,

इसलिए यह आपको 0 से  $\pi$  देगा 2 पाई बटा 2 घटा  $x$  साइन पाई बटा 2 घटा  $x \cos \pi$  बटा 2 घटा  $x dx$  बटा  $\cos$  power 4  $\pi$  बटा 2 घटा  $x$  जमा ज्या शक्ति 4  $\pi$  बटा 2 घटा  $x$  यह बराबर 0 से  $\pi$  बटा 2  $\pi$  बटा 2 माइनस  $x$  साइन पाई बटा 2 माइनस  $x$  कॉस  $x$  कॉस पीआई बटा 2 माइनस  $x$  है साइन एक्स बाय कॉस पीआई बटा 2 माइनस एक्स साइन एक्स है तो हमें साइन पावर मिलती है 4  $x$  साइन पाई बटा टू माइनस एक्स कॉस एक्स है

इसलिए हमें कॉस पावर मिलती है चार  $x$  तो यह आपका मैं है यदि यह एक है और यह दो है तो यदि आप एक और दो जोड़ते हैं तो आपको यह पद इस पद के साथ रद्द हो जाएगा

इसलिए आपको मुझे मिलता है यदि आप एक और दो जोड़ते हैं तो आपको दो मिलते हैं मैं जीरो टू पीआई बटा टू साइन एक्स कॉस एक्स बाय कॉस पावर 4 एक्स प्लस साइन पावर 4 एक्स डीएक्स के बराबर है

इसलिए मैं पीआई बाय 4 टू पाई बाय 2 साइन एक्स कॉस एक्स बाय कॉस पावर 4 एक्स प्लस साइन पावर 4 एक्स है।  $dx$  अब  $\cos$  power 4  $x$  से भाग देने पर आपको  $dx$  प्राप्त होता है तो  $i$  बराबर  $\pi$  बटा चार शून्य से  $\pi$   $b y$  दो टैन एक्स और सेकंड स्क्वायर एक्स डीएक्स 1 प्लस 10 पावर 4 एक्स 1 कॉस एक्स यहां से रद्द हो जाएगा,

इसलिए आपको 3 मिलता है और फिर 1 को पाप एक्स के साथ समायोजित किया जाता है, आपको टैन एक्स मिलता है और कॉस स्क्वायर एक्स आपको सेकंड स्क्वायर दे रहा है  $x$  तो

इसलिए मैं  $\pi$  बटा चार टैन वर्ग  $x$  के बराबर है, आइए मान लें कि टैन वर्ग  $x t$  है, ताकि यह आपका  $dt$  हो,

इसलिए आपको  $2 \tan x \sec$  वर्ग  $x dx, dt$  के बराबर है,

इसलिए  $\tan xx$  वर्ग  $x dx$  एक बटा है दो  $dt$  तो शून्य शून्य है  $\tan \pi$  बटा दो अनंत है

इसलिए सीमा  $t$  होगी सीमा शून्य से अनंत तक होगी  $x$  दूसरा वर्ग  $x dx dt$  बटा दो है यह  $dt$  बटा दो के बराबर है

इसलिए आपको  $dt$  बटा दो एक जमा  $t$  मिलता है वर्ग तो मैं आठ शून्य से अनंत डीटी गुणा एक प्लस टी वर्ग से पीआई है

इसलिए यह आठ तन उलटा टी शून्य से अनंत तक है

इसलिए मैं आठ तन से पीआई है उलटा अनंत शून्य से तन उलटा शून्य तन उलटा शून्य शून्य है और तन अनंत तन प्रतिलोम अनंत  $\pi$  बटा दो है

इसलिए आपको  $\pi$  वर्ग बटा सोलह मिलता है

इसलिए आपका उत्तर  $\pi$  वर्ग बटा सोलह है आइए एक और उदाहरण लेते हैं शून्य से  $\pi$  बटा चार ज्या का मूल्यांकन करें एक्स प्लस कॉस एक्स डीएक्स बटा 9 प्लस 16 साइन 2 एक्स तो इसे हम साइन एक्स प्लस कॉस एक्स बटा 25 माइनस 16 प्लस 16 साइन 2  $x$  डीएक्स के रूप में लिख सकते हैं,

इसलिए इसे पच्चीस माइनस सोलह वन माइनस साइन टू एक्स डीएक्स के रूप में लिखा जा सकता है। शून्य से पीआई के रूप में चार साइन एक्स प्लस कॉस एक्स डीएक्स 25 माइनस 16 वन लिखें जिसे आप साइन स्क्वायर एक्स प्लस कॉस स्क्वायर एक्स माइनस टू साइन एक्स कॉस एक्स से बदल सकते हैं ताकि हम इसे 25 माइनस सोलह पाप एक्स माइनस कॉस एक्स पूरे वर्ग के रूप में लिख सकें। अब मान लीजिए  $\sin x$  माइनस कॉस  $x t$  है तो  $\cos x$  प्लस  $\sin x dx dt$  है यह सीमा बदल देगा

इसलिए  $\sin \theta \theta$  है  $\cos \theta$  माइनस 1 है और  $\sin \pi$  by 4  $\cos$  by 4 दोनों मान समान हैं

इसलिए इसे 0 मिलेगा  $x \pi$  बटा 4  $t \theta x \theta t$  माइनस 1 है

इसलिए आपके पास ये सीमाएँ माइनस 1 माइनस 1 से 0 तक हैं और आप इसे  $dt$  के रूप में प्राप्त करते हैं,

इसलिए इंटीग्रल का मान पच्चीस घटा सोलह  $t$  वर्ग है यह माइनस वन के बराबर है शून्य एक बटा सोलह डीटी बटा पांच गुणा चार पूर्ण वर्ग घटा टी वर्ग अब इस सूत्र का उपयोग करके  $dx$  बटा वर्ग घटा  $x$  वर्ग आप इस मान को 1 बटा 2 के रूप में लिख सकते हैं मॉड का लॉग ए प्लस एक्स पीआई बार ए माइनस एक्स एस 0

इसलिए यह एक बटा सोलह के बराबर है एक बटा दो पांच बटा चार है 5 बटा 4 जमा टी बटा 5 बटा 4 घटा  $t$  घटा 1 से 0. तो आपको 1 बटा 40 मिलता

है 5 का लघुगणक तो 0 पर आपको मिलेगा 5 बटा चार बटा पांच बटा चार

इसलिए लॉग इन वन माइनस लॉग आपको मिलेगा माइनस एक आपको एक बटा चार देगा और यह आपको नौ बटा चार देगा

इसलिए यह एक बटा चालीस लॉग के बराबर है एक शून्य है तो आपको माइनस एक लॉग मिलेगा 1 बटा 9 जो इस प्रकार है कि आप पावर माइनस 1 को 9 लिख सकते हैं और यह माइनस 1 लॉग की संपत्ति का उपयोग करके रद्द हो जाएगा

इसलिए आपको 1 बटा 40 लॉग 9 मिलता है जिसे आप लॉग 3 वर्ग लॉग 3 के रूप में लिख सकते हैं

इसलिए 1 द्वारा 20 लॉग 3 अंतिम उत्तर है आइए हम क्षेत्र रेखाचित्र पर एक और उदाहरण लेते हैं,  $y$  के बीच का क्षेत्र  $x$  वर्ग के बराबर है और  $y$  बराबर दो बटा एक जोड़  $x$  वर्ग के बीच का क्षेत्र है तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें तो आइए पहले प्लॉट  $y$  दो बटा एक के बराबर करें  $x$  एक प्लस  $x$  वर्ग हालांकि हमने इसे पहले प्लॉट किया है, लेकिन आइए हम इसे और अधिक विस्तार से प्लॉट करते हैं

इसलिए आपको प्राप्त होने वाले  $y$  डैश की गणना करें और फिर इसका विभेदन आपको दो देगा ताकि आपको माइनस फू मिले  $x$  गुणा एक प्लस  $x$  वर्ग पूर्ण वर्ग तो यदि  $x$  धनात्मक है  $y$  डैश ऋणात्मक है यदि  $x$  ऋणात्मक है  $y$  डैश धनात्मक है और यह सभी  $x$  के लिए सत्य है यह सभी  $x$  के लिए सत्य है

इसलिए जब  $x$  धनात्मक है  $y$  डैश 0 से कम है तो यह घट रहा है जब  $x$  ऋणात्मक है  $y$  डैश धनात्मक है

इसलिए यह वक्र 0 पर बढ़ रहा है फ़ंक्शन मान 2 बटा एक जमा शून्य है तो दो तो यह कैसे और  $y$  अभाज्य शून्य पर शून्य है जो यहाँ से स्पष्ट है

इसलिए  $y$  अभाज्य यदि आप शून्य डालें, आपको यहां से शून्य मिलेगा, तो आइए इसे 0 पर प्लॉट करें ताकि फ़ंक्शन मान 2 0 अल्पविराम दो शून्य पर स्पष्टरखा  $x$  अक्ष के समानांतर हो,

इसलिए वक्र इस तरह है सकारात्मक  $x$  अक्ष के लिए यह घट रहा है और नकारात्मक के लिए  $x$  अक्ष यह बढ़ रहा है

इसलिए यह वक्र है  $y$  बराबर दो बटा एक जोड़  $x$  वर्ग अब हम  $y$  को  $x$  वर्ग के बराबर और  $y$  को दो बटा एक जोड़  $x$  वर्ग के बराबर प्लॉट करते हैं तो आइए हम दोनों वक्रों को एक ही तल में प्लॉट करें ताकि आपका आपका परवलय  $y$  बराबर है  $x$  वर्ग शीर्ष 0 0 अक्ष  $y$  अक्ष है और दूसरा वक्र इसके द्वारा दर्शाया गया है यह आपका है  $y$  बराबर दो बटा एक जोड़  $x$  वर्ग यह बिंदु शून्य अल्पविराम है दो शून्य शून्य हमें चौराहे के इन बिंदुओं को खोजने की आवश्यकता है ताकि आवश्यक क्षेत्र लाल रंग से छायांकित हो, हम दोनों वक्रों के बीच घिरे क्षेत्र का पता लगाना चाहते हैं

इसलिए हम दोनों वक्रों के प्रतिच्छेदन बिंदु का पता लगाने की आवश्यकता है

इसलिए आपको प्राप्त होने वाले दोनों वक्रों को हल करें आइए हम इसे करते हैं क्योंकि यह लंबा होगा

इसलिए आप  $x$  वर्ग को  $y$  के रूप में रखें ताकि आपको  $y$  बराबर दो बटा एक जमा  $y$  मिले ताकि आपको  $y$  मिले वर्ग जोड़  $y$  घटा दो यह शून्य है

इसलिए  $y$  तो माइनस दो क्यों है और एक  $y$  माइनस दो और एक है

इसलिए चूंकि  $y$  हमेशा सकारात्मक होता है

इसलिए माइनस दो को अनदेखा किया जाना चाहिए

इसलिए  $y$  एक है  $y$  एक के बराबर है तो संबंधित मान  $x$

इसलिए यदि आप  $y$  को एक के बराबर रखते हैं तो  $x$  के संगत मान  $x$  के बराबर प्लस माइनस वन के बराबर होते हैं

इसलिए यह आपका  $x$  बराबर माइनस वन है और यह आपका  $x$  बराबर प्लस वन है

इसलिए आपका क्षेत्र माइनस वन टू वन होगा क्योंकि आपको मिल गया है मुझे इसे फिर से खींचने दें क्योंकि अन्यथा आपको सीमाएं कैसे बताएं ताकि आपके पास स्थिति हो  $n$  यह आपकी एक कार है, दूसरा वक्र यह है और यह माइनस वन है यह प्लस वन है

इसलिए यह आपका आवश्यक क्षेत्र है यह प्राथमिक क्षेत्र है जिसकी चौड़ाई  $dx$  है और यह दो गुणा एक प्लस  $x$  वर्ग है यह  $x$  वर्ग है

इसलिए आपको दो 0 बटा एक जमा  $x$  वर्ग माइनस  $x$  वर्ग  $dx$  प्राथमिक क्षेत्र है

इसलिए आवश्यक क्षेत्र का मान इतना आवश्यक है कि क्षेत्र को लाल छायांकित किया गया है

इसलिए यह 2 घटा 1 से 1  $dx$  बटा 1 जमा  $x$  वर्ग ऋण के बराबर है घटा 1 से 1  $x$  वर्ग  $dx$  2 तन प्रतिलोम  $x$  घटा 1 से 1 घटा  $x$  घन गुणा 3 घटा 1 से 1 2 यह  $\pi$  बटा  $\pi$  बटा 4 घटा  $\pi$  बटा 4 घटा 1 बटा 3 1 घटा घटा 1 है तो आपका अंतिम मान होगा यह  $\pi$  बटा 2 है तो  $\pi$  और यह 1 माइनस 1 माइनस यह 2 है

इसलिए आपको  $\pi$  माइनस 2 बटा 3 मिलता है

इसलिए यह अंतिम उत्तर है आइए एक और उदाहरण लेते हैं क्षेत्र अभिशाप पर चर्चा करता है और इससे घिरे क्षेत्र की पहचान करता है  $x$  से  $x$  आधा  $x$  के बराबर है 2  $y$  के बराबर है, लॉग  $x$  के बराबर है और  $y$  बराबर 2 से घात  $x$  के बराबर है,

इसलिए यदि आप क्षेत्र को प्लॉट करते हैं तो लॉग  $x$  इस तरह खींचा जाता है यह  $x$  बराबर  $t$  है 0 1. और फिर 2 की घात  $x$  पर 0 यह 1 है और फिर जब  $x$  बढ़ता है तो इसका मान बढ़ जाता है

इसलिए यह इस तरह से जाता है

इसलिए कहें कि यह  $x$  बराबर दो  $x$  बराबर आधा है कहीं यह आपका है आधा तो यह है कि यह वक्र 2 की शक्ति  $x$  है यह लॉग  $x$  है यह  $x$  बराबर है आधा कहें यह  $x$  दो के बराबर है

इसलिए एकीकरण का आपका क्षेत्र ऐसा है

इसलिए इसे फिर से हल करने के लिए आपको प्राथमिक क्षेत्र को परिभाषित करने की आवश्यकता है

इसलिए प्राथमिक क्षेत्र एफएक्स है यह आपका एफएक्स है यह आपका जीएक्स एफएक्स माइनस जीएक्स फॉर्मूला को डीएक्स में पावर एक्स माइनस लॉग एक्स में डीएक्स में याद करने की कोशिश करें और एकीकरण की सीमा एक्स के न्यूनतम से अधिकतम मूल्य तक होगी जो कि एक्स से आधे से बराबर है  $x$  दो के बराबर होता है, जबकि एकीकरण का 2 से घात  $x$  तक लॉग 2 होगा, लॉग  $x$  का माइनस मान  $x$  होगा  $x$  लॉग  $x$  माइनस  $x$  सीमा आधे से दो तक जाती है

इसलिए मान

इसलिए है आह दो पर आपको दो वर्ग मिलेंगे लॉग टू माइनस टू लॉग टू माइनस माइनस प्लस टू माइनस हाफ पर आपको रूट टू मिलेगा लॉग टू माइनस हाफ लॉग हाफ माइनस प्लस एच  $a1f$  तो आप इन दो पदों को मिलाकर लॉग टू द्वारा चार माइनस रूट दो प्राप्त करते हैं तो इन दो शब्दों को मिलाकर दो माइनस हाफ तीन बटा तीन हो जाएगा फिर ये दो शब्द एक साथ आपको यह देंगे यदि आप इसे लेते हैं तो आप इसे प्लस के रूप में लिख सकते हैं आधा लॉग 2 तो

इसलिए आपको माइनस मिलता है यह ठीक है आपके यहाँ एक माइनस साइन है तो आप यहाँ अपना माइनस साइन करेंगे और आपको फिर से माइनस मिलेगा तो आपको 5 बटा 2 लॉग 2 मिलेगा तो यह आपका अंतिम उत्तर है

इसलिए इसे देखें एक माइनस साइन तो यह माइनस माइनस प्लस होगा लेकिन क्योंकि 1 बटा 2 है

इसलिए फिर से माइनस होगा

इसलिए यह टर्म और इस टर्म को एक साथ जोड़ दिया जाएगा

इसलिए 2 प्लस 1 बटा 2 5 बटा 2 है  
इसलिए यह अंतिम उत्तर है इसके साथ ही हम रुकते हैं आपको सुनने के लिए धन्यवाद

Prutor@IIITK