ہم نے قطعی انٹیگرلز کے حوالے سے زیادہ تر تھیوری ختم کر دی ہے آج ہم متفرق مثالیں سیکھنے جا رہے ہیں جو آپ کو مسابقتی امتحانات کے
پیچیدہ مسائل کو حل کرنے میں مدد فراہم کریں گی آئیے ہم ایریا پر ایک مثال لیتے ہیں تاکہ رقبہ کی وضاحت کارٹیشین ہوائی جہاز میں چار x
مائنس کے سیٹ سے ہو۔ ایک
تو اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے پہلا قدم یہ ہے کہ ہمیں خطے کی نشاندہی کرنے کی ضرورت ہے
کے برابر ہوتا ہے یہ سمجھنے کے لیے کہ ہمیں پہلے اس مساوات کو x مربع سے کیا ظاہر ہوتا ہے دو y تو آئیے پہلے یہ معلوم کریں کہ
y محور ہے لہذا آپ کو یہ معلوم ہوگا کہ یہ x پلاٹ کرنا ہوگا جو آپ جانتے ہیں کہ یہ ہے ایک پیرابولا جس کا ورٹیکس 0 0 ہے اور محور
سے کم یا اس کے برابر ہے لہذا اگر x مربع سے دو y کے برابر ہے اب ہمیں یہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے کہ کون سا خطہ x مربع دو
آپ کوئی بھی لیں پیرابولا کے باہر کی طرف اشارہ کریں شاید یہاں یا یہاں
ہے x 0 تو آئیے 0 کوما 1 لیں اور دیکھیں کہ اگر
سے بڑا ہوتا s آپ کو 1 ملتا ہے جو سختی سے حاصل ہوتا ہے 1 سختی سے lhs 0 تو آپ کو 0 سے 2 ملتا ہے جو کہ 0 ہے اور اس طرف
عدم مساوات مطمئن نہیں ہے اسی طرح آپ اسے اس پوائنٹ کے لیے چیک کر سکتے ہیں کہ یہ پوائنٹ ہے یہ پوائنٹ مائنس ون کوما صفر o ہے۔
ہے
مربع صفر ہو گا مائنس ون کوما صفر پر y مائنس ٹو ہو گا اور x تو دو
تو آپ دوبارہ دیکھ سکتے ہیں کہ عدم مساوات جو آپ کو ملتی ہے اسی طرح اس نقطہ کے لئے بھی ہے لہذا اگر آپ پیرابولا کے اوپر کوئی نقطہ
محور کے منفی پہلو پر اس پیرابولا کے نیچے ہوں x لیں یا
تو یہ تمام پوائنٹس خطے سے باہر ہیں لہذا اگر آپ پیرابولا کے اندر کوئی نقطہ لیں
سے کم یا اس کے برابر ہے x مربع yy تو آپ دیکھیں گے کہ اس عدم مساوات کو پورا کیا جائے گا
کے برابر سے کم ہے یہ سایہ دار رقبہ ہے x مربع دو ah y تو
مائنس x مربع چار y کے برابر سے کم ہے آئیے دیکھتے ہیں کہ کس خطے کی نمائندگی کی جاتی ہے x مربع ہے دو y تو یہ سایہ دار رقبہ
ون سے بڑا یا اس کے برابر ہے
مائنس ون کے برابر پلاٹ کرنی ہوگی x لائن چار y تو اس کے لیے ہمیں پہلے
کے برابر ہے۔ y gr کیا ہے؟ y مائنس ون کے برابر پلاٹ کریں اور پھر ہم یہ سمجھنے کی کوشش کریں کہ یہ خطہ x کو چار y تو آئیے
ater than equal to four x مائنس ون
مائنس ون ہے y صفر ہے x کی لکیر پلاٹ کریں یہ ایک بائی چار کوما صفر ہے اور اگر xy تو اس کے لیے پہلے
تو یہ صفر کوما مائنس ون ہے
محور کے اوپر کوئی نقطہ لیں ah x مائنس ون اب اگر آپ x ہے چار کے برابر y تو یہ لائن
محور پر کہیں کہ یہ صفر کوما ایک ہے y محور پر x محور پر y تو
ایک ہے y مائنس ایک مائنس ون ہوگا اور x تو چار
تو ایک مائنس ون سے بڑا ہے
تو اب مساوات درست ہے اگر آپ اس لائن کے نیچے کوئی پوائنٹ لیں
تو کہیں کہ آپ 0 کوما مائنس 2 لیں
مائنس ٹو ہے y صفر کے برابر ہے پھر مائنس ایک ہے اور x مائنس ایک پر x 4 0 x تو
تو مائنس ٹو مائنس ون سے کم ہے عدم مساوات مطمئن نہیں ہے لہذا اگر آپ اس لائن کے اوپر اس سے اوپر کوئی نقطہ لیتے ہیں
کے y سبز ہے یا y مائنس ایک کے برابر یہ سرخ x سے بڑا ہے چار y تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ خطہ عدم مساوات مطمئن ہے لہذا یہ
کے برابر ہے مائنس ون یہ سایہ دار علاقہ ہے اب آئیے دونوں منحنی خطوط کو ایک سی پر پلاٹ کریں۔ آرٹیسیئن طیارہ تاکہ ہم یہ x برابر چار
مائنس ایک کے x برابر چار y اور x مربع برابر دو y سمجھ سکیں کہ ہمیں کس رقبے کی گنتی کرنی ہے لہذا اب ہمیں ایک کارٹیشین جہاز پر
کے برابر سے چھوٹا ہے سبز x مربع دو y مائنس 1 ہے لہذا آپ کا xاس کے برابر ہے 4 y کے برابر ہے اور xمربع 2 y برابر ہے تاکہ
مائنس ون سے بڑا رقبہ سرخ رنگ سے سایہ دار ہے لہذا مشترکہ رقبہ جو دونوں عدم مساوات سے x چار y رنگ سے سایہ دار رقبہ ہے اور
مطمئن ہے یہ علاقہ ہے لہذا ہمیں اس علاقے کو تلاش کرنا ہے اس کے لئے ہمیں دونوں منحنی خطوط کے تقاطع کا نقطہ معلوم کرنے کی ضرورت
مربع ہے دو مائنس ون x y چار x مربع کے برابر ہے دو y چار y ہے لہذا ہمیں دونوں منحنی خطوط کو حل کرنے کی ضرورت ہے لہذا
کی قدریں ہوں گی y سے
تو ہمیں 1 اور مائنس 1 بائی 2 ملے گا
کی سمت میں انضمام کرتے ہیں y ایک کے برابر ہے لہذا اگر آپ y برابر ہے منفی نصف کے اور یہ y تو یہ
اگر کہتے ہیں کہ یہ ایک s تو رقبہ درکار ہے لہذا آپ کو تقسیم کرنا پڑے گا۔ سب سے چھوٹی پتلی سٹرپس افقی پٹی کی طرف سے اس علاقے
چوڑائی ہے dy پٹی کی
ویلیو y ویلیو ہوگی پیرابولا سے مائنس y تو پٹی کی لمبائی اس لائن سے
ہے یہ لمبائی اور تقسیم ہے۔ چوڑائی 2 x مربع y مائنس 4 x جمع 1 y تو پٹی کی لمبائی
تو یہ آپ کا ابتدائی رقبہ ہے اور اگر آپ اسے مائنس آدھے سے ایک میں ضم کرتے ہیں
تو آپ کو مطلوبہ رقبہ مل جاتا ہے
تو آئیے حتمی مطلوبہ رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس کو ضم کر دیں
تو یہ ایک سے چار ہے یہ برابر ہے مجھے یہ اتنا مائنس ملتا ہے نو بائی بتیس
تو یہ آپ کا آخری جواب ہے اب ہم ایک اور مثال لیتے ہیں ہمیں اس سے منسلک رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے
y کے دو سے آئیے سب سے پہلے pi برابر x صفر کے برابر اور x تو اوپر سے منحنی خطوط سے منسلک رقبہ معلوم کریں اور لائنیں
sin x plus cos x کو پلاٹ کریں کے برابر
بھی 1 ہے اور اگر آپ کو مشتق معلوم ہوتا ہے y pi by 2 صفر کی قیمت کیا ہے 1 y صفر y تو آپ صرف یہ جاننے کی کوشش کریں کہ

cos x minus sin x تو آپ دیکھیں گے کہ یہ ہے
یا منفی ہمیں صرف یہ ایک مشکل کام ہے اصل پلاٹ نہیں اس لیے آپ کو tive ہے۔ posi ڈیش ہے y تو یہ معلوم کرنے کے لیے کہ آیا یہ
فور بنانے کی ضرورت ہے pi by دونوں کو اس sine اور cos of cos
پلاٹ کا گراف اس طرح ہو گا cos x کے برابر ہے یہ ہے اور pi by 2 تک 0 سے 0 سے x کا گراف 0 سے sine x تو
چار پر ایک جیسی ہیں pi by تو وہاں کی اقدار کی قیمتیں

ہے cos x اور سرخ والا sine x سیاہ ہے sine x ہے اور یہ cos x تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ
کا غلبہ رکھتا ہے by پر 4 sin x کے درمیان pi صفر اور cos x تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ
ڈیش یہ ہے y ڈیش ہوگی یعنی y ڈیش y تو یہ اس وقفہ میں مثبت ہوگا اور
پر غلبہ رکھتا ہے sine x cos x ڈیش منفی ہوگا جب y تو
فور صفر ہے pi by ڈیش پر y تو یہ ہوگا اس وقفہ میں منفی ہو اور
محور پر ایک اکائی ہے y دو ہے یہ صفر ہے اگر یہ pi کا پلاٹ بذریعہ pi تو اس
کی قدر ہے 1 از جڑ 2 1 بذریعہ جڑ 2 جو کہ جڑ pi by 4 y پر قدر 1 ہے اور pi by 2 تو صفر پر قدر 1 ہے 0 کی قدر یہ 1 ہے اور
کے مقابلے میں 1 اور اسی طرح یہاں اگر میں جڑ دو کی نمائندگی کرتا ہوں r ہے جو عظیم ہے 2
بڑھ رہا ہے y ڈیش 0 سے 4 تک مثبت ہے لہذا y بڑھ رہا ہے y تو یہ جڑ دو ہے کہتے ہیں کہ
پر یہ 0 ہے 4 pi تو ہمیں یہ وکر ملے گا اور
ڈیش 0 سے کم ہے اس کے y سے 4 کوما روٹ 2 سے گزرتی ہے ٹینجنٹ ہو گی اور اس کے بعد چونکہ pi تو افقی کوئی بھی افقی لکیر جو
یہاں تک پہنچنے پر وکر کم ہوتا جائے گا
کے برابر ہے۔ ہمیں یہ شکل ملتی ہے یہ شکل آئیے ہم اس وکر کو بھی الگ الگ sin x plus cos x کی یہ شکل y تو آپ کے پاس
پلاٹ کریں sin x مائنس cos x برابر y کارٹیشین جہاز پر پلاٹ کریں پھر ہم اسے جوڑیں گے آئیے ایک الگ کارٹیشین طیارے پر
کو دوبارہ پلاٹ کریں کیونکہ ہمیں ضرورت ہے حوالہ دینے کے لیے کہ یہ پائی بذریعہ 4 یہ پائی بذریعہ 2 یہ 0 ہے sin اور cos تو آئیے
ہے by root 2 cos pi by 2 ہے pi by 4 1 کیونکہ cos 0 1 تو
sine x ہے یہ آپ کا ہے۔ x ہے اور کہیں کہ یہ آپ کی سائن cos x تو یہ
کہاں cos x domi ہے چونکہ اسے کھولنے کے لئے ماڈیولس موجود ہے ہمیں یہ جاننے کی ضرورت ہے کہ cos x یہ sine x تو یہ
ہے cos x ہے نیٹس سائن ایکس اور جہاں سائن ایکس کا غلبہ
ڈیش کی گنتی y چار میں اور اگر آپ pi by وقفہ صفر sin x ڈومیننٹ cos x ہے کیونکہ sin x مائنس cos x ڈیش y تو
کرتے ہیں
ملتا ہے کیونکہ سائن اور کراس دونوں مثبت ہیں cos x مائنس sin x تو آپ کو
x کا مائنس ہے کیونکہ سائن y تک 2 pi سے 4 سے pi تو یہ اس وقفہ میں منفی ہو گا اسی طرح دوسرے وقفہ کے لیے جس کا مطلب ہے
جو sine x plus cos x ڈیش ہو جائے گا y ملتا ہے اور sin x مائنس cos x پر غلبہ رکھتا ہے اس لیے ہمیں مائنس آف cos x
کہ اس وقفہ میں ہمیشہ مثبت ہوتا ہے
پر دو سے ہے آپ قدریں ڈال y pi چار ہے یہ صفر ہے اور y by یہ دوبارہ 1 پر y 0 پر ah تو یہ منحنی خطوط کیسا نظر آئے گا
کیا ہے دو سے یہ دوبارہ ایک ہے y so y pi کا یہاں اور دیکھیں کہ x سکتے ہیں
تو اگر یہ ہے
سے چار کے pi برابر ہے x پر جاتا ہے دو سے اور یہ x pi صفر کے برابر ہے یہ x تو
چار سے یہ صفر ہے pi کی قدر صفر پر ایک ہے اور y کم ہو رہا ہے اور y ڈیش منفی ہے لہذا pi by 4 y تو صفر سے
مثبت ہے اس لیے یہ بڑھ رہا ہے pi by 2 y dash سے pi by 4 ڈیش 0 سے کم ہے y کم ہو رہا ہے کیونکہ y تو یہ کم ہو رہا ہے
یہ 1 ہے pi by 2 ہے اور pi by 4 اور
y تو آپ کو یہ وکر مل جائے گا اب ہم پلاٹ کریں دونوں منحنی خطوط ایک ہی کارٹیشین ہوائی جہاز پر تاکہ ہم یہ جان سکیں کہ رقبہ کیا ہے لہذا
محور ہے یہ ایک اکائی ہے x محور y یہ sin x مائنس cos x مساوی ہے موڈ آف y اور sine x plus cos x مساوی ہے
اور یہ کہیں ہے یہ جڑ دو ہے pi by two so چار صفر ہے یہ pi by
کا موڈ یہ وکر ہے cos x minus si sin x یہ وکر ہے جو ہم نے دیکھا ہے اور sin x plus cos x تو
تو یہ سیاہ سے کھینچا گیا ہے رنگ اور یہ نیلے رنگ سے کھینچا گیا ہے لہذا مطلوبہ رقبہ یہ ہے یہ آپ کا مطلوبہ علاقہ ہے لہذا اس علاقے کو
جاننے کے لیے ہمیں اسے دو حصوں میں
توڑنا ہوگا کیونکہ اگر آپ عمودی پٹیوں کو کھینچتے ہیں
چار کے درمیان ہے یہ pi by چوڑائی کے مطابق ہوتی ہیں تاکہ آپ دیکھ سکیں۔ کہ اس حصے کے لیے جو صفر اور dx تو پتلی مستطیلیں
کے برابر ہوتا ہے اور اس حصے کے لیے یہ sin x plus cos x پر ختم ہوتا ہے y ایک وکر سے شروع ہوتا ہے جب یہ ختم ہوتا ہے
منحنی خطوط کے ایک اور حصے سے شروع ہوتا ہے جو مختلف مساوات سے جا رہا ہے لہذا ہمیں اسے دو حصوں میں
تک ابتدائی رقبہ ہو گا۔ چار pi توڑنے کی ضرورت ہے اس لیے مطلوبہ کل رقبہ صفر سے
pi by 4 to pi by two سے pi پلس ہے sin xdx مائنس cos x مائنس یہ ہے جو cos x تو ابتدائی رقبہ سائن ایکس پلس
sin جمع cos x مائنس اس کی یہ مساوات وکر مائنس آف مائنس cos x جمع x میں اور یہ کیا ہے سائن dx ابتدائی رقبہ یہ ہے dx
ملتے ہیں چلیں ہم اسے انٹیگریٹ cos xdx دو دو pi by چار دو pi by جمع sin xdx چار دو pi by ہے لہذا ہمیں صفر سے x
کریں ٹھیک ہے
ہمیں اوپری sine x pi by 4 2 pi by 2 سے 4 جمع اس کا انضمام ہے pi ہے cos x 0 تو آپ کو مل گیا اس کا انضمام مائنس
اور نچلی حد ڈالنے سے حاصل ہوتا ہے ہمیں اوپری حد ملتی ہے یہ ہے اور نچلی حد آپ کو روٹ 2 سے دے گی۔
تو کل قیمت چار گنا چار ہے۔ گنا ایک مائنس ایک بذریعہ جڑ دو
گنا ایک مائنس ایک بذریعہ جڑ دو لہذا اس مثال میں ایک اہم نکتہ r ہے۔ fou تو مطلوبہ رقبہ
توجہ طلب ہے اگر آپ اس خطے کو دیکھیں
تو اس خطے کو دو حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے اور یہ خطہ جسے میں نے اب نیلے رنگ سے بھی سایہ کیا ہے اور یہ ایک سبز سے وہ م
توازی ہیں لہذا دونوں علاقوں کو الگ الگ کمپیوٹنگ کرنے کے بجائے آپ صرف اس کی گنتی کر سکتے ہیں اور اس میں سے دو بار آپ کو مطلوبہ
برابر کے درمیان بند ہو۔ y کی تمام ممکنہ قدریں تلاش کریں تاکہ باؤنڈڈ ریجن کا رقبہ پیرابولاس b رقبہ ٹھیک دے گا آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں
مثبت ہے لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں b زیادہ سے زیادہ ہے جہاں یہ دیا جاتا ہے کہ b مربع بذریعہ x کے برابر y مربع اور bx مائنس x
ایک بذریعہ y محور y مربع ایک پیرابولا ہے جس کا ورٹیکس صفر اور محور ہے کیا b برابر ایک بائے y کہ یہ ایک بہت ہی آسان وکر ہے
مربع کے برابر ہے bx
منفی ہے b مثبت ہے اگر b کے لیے ہے چونکہ b تو
تو یہ الٹا ہو جائے گا
کے طور پر اگر ہم b کر سکتے ہیں۔ رائٹ کو مائنس w مربع کے برابر پلاٹ کریں یہ ہم bx مائنس x کو y تو یہ ایک پیرابولا ہے آئیے

کامن لیں
ملتا ہے جسے ہم جمع ایک بذریعہ مائنس ون بائے فور بی مربع لکھ سکتے ہیں لہذا اس کو جمع ایک بذریعہ b بذریعہ x مربع مائنس x تو ہمیں
مائنس ون بائی ٹو بی کے برابر ہے px ہے۔ مائنس b مائنس ون بائی چار y لکھا جا سکتا ہے لہذا b چار
مثبت ہے b تو یہ مساوات اس قسم کی ہے
y صفر x کوما ایک بائے فور بی پر ہے اور یہ اس سے گزرتا ہے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ b تو یہ پیرابولا الٹا ہے جس کا ورٹیکس ایک بائے ٹو
0 x x کے برابر ہے 1 x کے برابر ہے x کے برابر صفر کے برابر ہے اور
ہے اب آئیے دونوں پیرابولا کو b ایک بذریعہ چار b اور ورٹیکس ایک بذریعہ دو b برابر ہے دو بذریعہ x تو یہ الٹا پیرابولا ہے جس کا محور
اور دوسرا یہ ہے لہذا آپ کا علاقہ جو ان کے درمیان بند ہے یہ ایک ہے b مربع بذریعہ x ہے y پلاٹ کریں ایک کارٹیشین جہاز پر یہ آپ کا
لہذا ہمیں دونوں کے چوراہے کے اس نقطہ کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے لہذا آئیے دونوں کو حل کریں۔ مساوات
صفر ہے اگر آپ اسے حل کرتے ہیں x ملتی ہے لہذا x تو ہمیں
مربع b کے برابر ہے 1 جمع b برابر ہے x صفر کے برابر ہے اور tx تو آپ جی ای
مربع x مربع مائنس bx مائنس x مربع اس لئے مطلوبہ رقبہ ابتدائی رقبہ ہے لہذا ابتدائی رقبہ b کے برابر ہے ایک جمع b ہے x تو یہ
مربع بذریعہ دو مائنس ب بذریعہ x مربع آئیے ہم اس کو ضم کریں تاکہ مطلوبہ رقبہ b بذریعہ 1 جمع b جاتا ہے 0 سے dxx سے b ہے
b مربع یہ ب مربع بذریعہ 2 مائنس کے برابر ہے مکمل مکعب مائنس b پر 1 جمع b سے 0 b مکعب بذریعہ 3 x مکعب مائنس x تین
مربع مکعب لیں b مربع اس لیے اگر ہم کامن جمع b مربع مکعب مائنس یہ b ایک جمع b مکعب بذریعہ 3
مربع بذریعہ ایک جمع ایک ب مربع ضرب تین میں ملے گا۔ ایک جمع بی مربع کیوب عام ہے b مربع مکعب b مربع ایک سے تین جمع b تو ہمیں
مربع مربع مائنس یہ کیوبک منسوخ ہو جائے گا b مربع 2 سے 1 جمع b لہذا ہمیں ایک جمع بی مربع ملتا ہے لہذا اس کی قیمت مطلوبہ رقبہ ہے
اور اس سے آپ کو یہاں مربع ملے گا
مربع اپ کے برابر ہے۔ 1 جمع بی مربع مربع پر b 6 x مربع مربع پر یہ 3 مائنس 2 b مربع 3 جمع b تو
ah مربع بذریعہ پورے مربع ہے لہذا ہم نے مطلوبہ رقبہ کی گنتی کی ہے اب سوال کہتا ہے کہ b مربع بذریعہ چھ ایک جمع b تو مطلوبہ رقبہ
کے رقبہ کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہے b تلاش کریں جس کے لئے
مربع مربع ایک بذریعہ چھ ہے b مربع بذریعہ ایک جمع ah b تو آئیے اس کی گنتی کریں۔ آپ کا رقبہ
مثبت ہے b تو
تو یہ دیا جاتا ہے
رقبہ کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہے اس کے لئے ہمیں فرق کرنے دیں ہم تفریق کے اصولوں کو لاگو کرکے یہ حاصل کرتے ہیں b تو اس کے لئے
مربع یہاں عام ہے b لہذا ایک جمع
تو ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے دو بی جمع دو بی مکعب مائنس چار بی مکعب
تو ہمیں حاصل ہوتا ہے ایک بائے چھ ایک پر ایک جمع بی مربع کی طاقت چار 2 بی مائنس 2 بی کیو
تو آخر کار ہمیں 1 بائی 3 پی ایک مائنس بی مربع بذریعہ ملتا ہے۔ ایک جمع پی مربع یہ کینسل ہے یہ کیوبک ہے چار مکعب نہیں
صفر کے da by db مربع کیوبک اب b مربع پر ایک جمع b ایک مائنس b حاصل کیا ہے بطور ایک بذریعہ تین db تو ہم نے بی اے بذریعہ
کے برابر ملتا ہے۔ صفر بی کے برابر b برابر ہے آپ کو مطلوبہ پوائنٹس دیں گے جہاں یہ زیادہ سے زیادہ یا کم سے کم ہو سکتا ہے لہذا ہمیں
مثبت ہے اس لیے واحد ممکنہ قدر جس b ہے مائنس ایک بی کے برابر ہے جمع ایک کے اس لیے ہمیں ان دو قدروں کو نظر انداز کرنا ہوگا کیونکہ
کا حساب ایک کے برابر کرنا ہے۔ اب زیادہ سے زیادہ کیسے minimize b کی ہے جس پر ہم ہیں ہمیں زیادہ سے زیادہ b کی اجازت ہے وہ
ایک کے b کا رقبہ زیادہ سے زیادہ ہے یا کم سے کم x تلاش کریں لہذا ہم ڈبل مشتق کو تلاش کرنے نہیں جا رہے ہیں آئیے دیکھتے ہیں کہ کہاں
برابر ہے
مربع کیوبک b مربع از ایک جمع b ایک بذریعہ تین ہے ایک مائنس db بہ dbda بہ da تو
ایک سے بڑا ہے b تو اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر
مثبت ہے da by db صفر کے درمیان ایک سے کم ہے اور ایک b منفی ہے اور ایک بار da by db تو
بڑھتا ہے۔ اور جب ایک قیمت ایک سے زیادہ لیتا ہے b بڑھتا ہے جب a تو
تو اس میں کمی آتی ہے
کے ارد گرد پلاٹ کرتے ہیں اگر یہ وہ علاقہ ہے جس پر آپ رقبہ پلاٹ کرتے ہیں b تو اگر آپ اسے
ہے b یہ ہے یہ b تو
صفر سے کم ہے db سے بڑا ہے da ایک b تو جب
ایک سے کم ہے b تو یہ ہے کم ہو رہا ہے اور جب
کے برابر ایک رقبہ زیادہ سے زیادہ ہے اس کے ساتھ ہم رقبہ پر کچھ مثالیں ختم کرتے ہیں آئیے ہم مختلف b تو یہ ہے۔ اتنا بڑھنا کہ ایک پر
کمپیوٹیو امتحانات سے متفرق قطعی انٹیگرلز پر کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں یہ مسئلہ یقینی انٹیگرلز پر بہت پیچیدہ لگتا ہے لیکن اگر آپ ڈیفینیٹ
انٹیگرل کی کچھ خاص خصوصیات کو لاگو کرتے ہیں
x ہے لہذا ہمیں یہ یہاں ملتا ہے آپ اسے 6 مائنس x log n power n n log m تو یہ بہت آسان ہو جاتا ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ
پورے مربع کے طور پر لکھ سکتے ہیں
تو یہ ہمیں دے گا اور 2 منسوخ ہو جائیں گے۔ حاصل کریں
تو آخر کار ہمیں یہ انٹیگرل مل گیا اور دیکھتے ہیں کہ ہم ڈیفینیٹ انٹیگرل کی اس خاصیت کو استعمال کرنے جا رہے ہیں جس میں کہا گیا ہے کہ یہ
a کے برابر ہے انٹیگرل کی یہ ویلیو ویسا ہی ہے جیسا کہ یہ ویلیو اب اس کو لاگو کریں تاکہ آپ حاصل کریں x dx مائنس b مائنس ویلیو ایک جمع
سے بدل دیا x پلس لاگ 6 مائنس 6 مائنس x مائنس 6 x بذریعہ لاگ x dx مائنس 6 x ہے 4 لہذا آپ کو 6 مائنس b کا 2 سے 4 لاگ 2
s log x بذریعہ لاگ سکس مائنس ایکس پلو xdx اس لئے دو سے چار لاگ سکس مائنس i جائے گا لہذا
تو یہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ اگر آپ کہتے ہیں کہ یہ 1 ہے اور آپ کہتے ہیں کہ یہ 2 ہے
تو دونوں ہمارے ابتدائی انٹیگرل کو ظاہر کرتے ہیں اور اگر ہم اسے شامل کریں گے
تو انٹیگرینڈ 1 ہو جائے گا کیونکہ عدد لاگ ایکس پلس لاگ 6 مائنس ایکس ہو گا اور ڈینومینیٹر لاگ ایکس پلس لاگ 6 مائنس ایکس ہوگا لہذا دونوں منسوخ
برابر 2 سے 4 لاگ ایکس پلس لاگ سکس مائنس ایکس بذریعہ لاگ ایکس پلس لاگ سکس i ہوجائیں گے لہذا ہم اسے شامل کریں گے اور ہمیں 2
مائنس ایکس ڈی ایکس ملے گا اور یہ منسوخ ہوجائے گا۔
ملتا ہے جو چار مائنس دو ہے یہ دو ہے dx تو ہمیں
x cos x dx جمع x by pi مائنس pi اسکوائر پلس لاگ x کی قدر ایک کے لیے ہے اب آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں i تو

تو آئیے اسے دو حصوں میں
قسم کا ہے لہذا afxdx سے a برابر ہے چونکہ یہ انٹیگرل مائنس x in cos x dx پلس pi بذریعہ x مائنس log pi توڑتے ہیں
کو بذریعہ تبدیل کرتے x ہمیں یہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے کہ آیا یہ ایون فنکشن ہے یا طاق اس لئے یہ فنکشن ایون فنکشن ہے کیونکہ اگر آپ
ہوتا ہے cos cos x کا x مربع ملتا ہے اور مائنس x سے آپ کو x ہیں۔ مائنس
ڈالتے x اور اگر آپ اس فنکشن کو دیکھتے ہیں اگر آپ یہاں مائنس quare cos x dx کا دگنا ملتا ہے xs سے 2 pi تو آپ کو 0 سے
ہیں
ہے cos کا x مائنس x مائنس pi مل جاتا ہے x جمع pi تو آپ کو
ہوگا اور یہاں آپ کو جمع اور مائنس ملتا ہے اگر آپ ڈالتے ہیں اور لاگ کی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے cos x cos x کا x تو مائنس
سے بدل دیتے ہیں اور آپ کو باہر ایک مائنس x کو مائنس x آپ دیکھیں گے کہ آپ کو ایک مائنس کا نشان ملے گا اگر آپ اس انٹیگرل انٹیگرینڈ میں
کا نشان ملتا ہے لہذا یہ ایک عجیب فنکشن ہے اس لیے قطعی انٹیگرلز کی پراپرٹی کو استعمال کرنے سے آپ کو ملے گا۔ صفر
،تو اسے غور سے دیکھنے کے لیے ہمیں ایسا کرنے دیں تاکہ آپ یہ جاننا چاہتے ہیں کہ آیا یہ مساوی ہے یا طاق
x کی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے cos x کا مائنس pi minus x cos کا لاگ ہے pi plus x ہے hxh کا x تو اگر یہ مائنس
pi by 2 hx dx سے pi by 2 کے طور پر لکھا جا سکتا ہے جو کہ یہ ایک عجیب فنکشن ہے اس لیے مائنس cos x اسے log اور
ہوگا 0
تو آپ کا
کے دو بار اصل انٹیگرل یہ اس کے برابر ہوگا cos xdx مربع x تو آپ کا انٹیگرل بن جاتا ہے آخر میں آپ کو یہ اظہار ملا یہ آپ کی قدر ہے
لہذا آپ کو ضرورت ہے۔ اسے حصوں کے پہلے فنکشن کے ذریعے انٹیگریٹ کرنے کے لیے یہ دوسرا فنکشن ہے اس فنکشن کا انٹیگرل سیکنڈ کا
یہ ہے یہ صفر ہے x سائن
x بذریعہ دو دو pi کے انٹیگرل میں دو منفی صفر سے pi سے دو ہمیں اس طرح پہلا فنکشن مل گیا سیکنڈ صفر سے pi تو صفر کا دو بار
مائنس مائنس pi by 2 سے cos x 0 چار مائنس صفر مائنس پہلا فنکشن سیکنڈ کے انٹیگرل میں ہے مائنس pi by سے x dx سائن
cos x dx کا فرق ہے پہلے کا 2 اور مائنس pi by 2 پلس 0 سے
sin کا انٹیگرل cos x مائنس دو pi x 4 پر 0 یہ 0 ہے اس کی وجہ سے آپ کو 2 0 pi by 2 cos pi by 2 تو یہ ہوگا 0 پر
ہے x
مائنس ملے گا pi x 4 2 دو یہ pi x 2 تو آپ کو صفر سے
مربع ملتا ہے pi مربع pi مربع کھو دیا ہے آپ کو i تو حتمی جواب یہ ہے کہ میں نے یہاں ایک
مربع از دو مائنس 4 آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں روٹ لاگ لاگ انڈر روٹ لاگ 2 بائی 2 انڈر روٹ لاگ 3 ایکس سائن pi تو حتمی جواب ہے
dx مربع x مربع جمع سائن لاگ سکس مائنس x مربع بذریعہ سائن x sin x اسکوائر
کے برابر لیتے ہیں t مربع کو x یہاں انٹیگرینڈ میں ہے لہذا اگر آپ x مربع ہے اور x تو چونکہ آپ دیکھتے ہیں کہ
کو x مل جائے گا اگر آپ x تو اس سے ہماری گنتی میں آسانی ہو جائے گی اور مربع سے حدود آزاد ہو جائیں گی لہذا فوری طور پر آپ کو
روٹ لاگ 2 کے نیچے رکھتے ہیں
کے dx کو آپ x ہوگی لہذا اس xdx dt کے برابر ہوگی لاگ تین کے برابر دو t اور بالائی حد t تو آپ کو لاگ ملتا ہے۔ 2 کے ساتھ ساتھ
t جمع سائن آف لاگ سکس مائنس sin t by sin t مربع ہے sin x سے بدل جائے گا dt ساتھ جوڑ سکتے ہیں یہ نصف
لاگ 2 لاگ 3 سائن ٹی ڈی ٹی بذریعہ سائن ٹی پلس سائن لاگ 6 مائنس ٹی لاگ 6 مائنس ii تو آپ کا انٹیگرل 1 بائی 2 ہے میں کہتا ہوں کہ یہ ہے
ایک جیسا ہے اے سے بی ایف اے پلس بی مائنس ایکس bfxdx سے a ٹی اب ڈیفینیٹ انٹیگرل کی خصوصیات کو لاگو کرکے جو کہتا ہے کہ
ڈی ایکس
ہوگا ln 6 کا ln 3 جمع ln 2 تو ہمیں لاگ 2 سے لاگ 3 سائن آف
تو لاگ لاگ 2 جمع لاگ 3 لاگ 6 ہوگا
سے بدل دیا گیا ہے لہذا آپ کو اس t کو لاگ سکس مائنس t بذریعہ سائن سکس سائن لاگ سکس مائنس ٹی پلس یہاں tt تو لاگ 6 مائنس
مل جائے گا لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر آپ ان دونوں کو شامل کرتے ہیں انٹیگرلز sin t اصطلاح سے
تو عدد اور ڈینومینیٹر یکساں ہوں گے اس لیے وہ منسوخ ہو جائیں گے اس لیے آپ کو سائن ٹی پلس سائن لاگ سکس مائنس ٹی بذریعہ سائن لاگ
ملے گا sin tdt سکس مائنس ٹی پلس
برابر ایک بائے دو لاگ دو دو تھا یہاں لاگ تھری غائب تھا یہ 1 بائی 2 لاگ 3 مائنس لاگ 2 کے i تو یہ منسوخ ہو جائے گا اور آپ کو ملے گا دو
ایک از چار لاگ تین بائی دو ہے ہم نے رقبہ پر قطعی انٹیگرلز پر کچھ متفرق مثالیں دیکھی ہیں۔ قطعی i برابر ہے جو اس کے برابر ہے لہذا
انٹیگرلز اس لیے اپنی اگلی کلاس میں ہم متفرق مثالوں کو جاری رکھیں گے اور دیکھیں گے کہ اس طرح کے پیچیدہ مسائل سے کیسے رجوع کیا
جائے شکریہ

Prutor@IITK