اس لیکچر میں طلباء کو خوش آمدید کہتے ہیں ہم متفرق مشقوں کو قطعی انضمام کے اطلاق کے طور پر غور کریں گے اور ہم مختلف مسائل کو
حل کریں گے اور سادہ اور پیچیدہ شکلوں کے کمپیوٹ ایریا پر غور کریں گے آئیے اس مثال پر غور کریں جو ہم نے پچھلی کلاس میں دیکھی ہے۔
مثبت فرض کریں تاکہ ہم دیئے گئے دونوں منحنی خطوط کو پلاٹ کر سکیں m اچھا ہے اگر آپ مثبت اور
محور ہے y محور ہے اور یہ آپ کا x تو اگر یہ آپ کا
a ہے لائن اصل میں سے گزرتی ہے لہذا اگر mx برابر ہے y کے برابر ہے ایک پیرابولا ہے جس کا ورٹیکس 0 0 ہے اور x مربع 4 y تو
مثبت ہے
مثبت ہے m کے برابر ہے اگر y mx تو پیرابولا اس طرح کھینچا جائے گا اور
تو آپ اس طرح پلاٹ کرسکتے ہیں ان کے درمیان گھیرا ہوا علاقہ کیا ہے آئیے اس علاقے کو ابتدائی علاقوں میں پتلی عمودی پٹیوں میں تقسیم کریں
ہے dx لہذا اگر ایسی ایک پٹی کی چوڑائی
ہوگا y سے y تو ابتدائی رقبہ اس سے مائنس
حاصل کریں گے کیونکہ یہ ہماری ابتدائی ہے رقبہ اس لیے مطلوبہ رقبہ چار کے نیچے جڑ کے چار mx تو ہم جڑ کے نیچے چار ایکس مائنس
x کی قدر اصل سے شروع ہوتی ہے اور یہ اس نقطہ پر جاتا ہے اس نقطہ کا x کی قدریں ڈالنی ہیں لہذا x ہے جہاں ہمیں mxdx مائنس ax
کے برابر رکھتے ہیں mx کو y کوآرڈینیٹ حاصل کرنے کے لیے ہمیں دونوں مساوات کو حل کرنے کی ضرورت ہے۔ لہذا اگر آپ یہاں
صفر ہے a in x مائنس چار x مربع m کے برابر ملتا ہے لہذا ax مربع 4 x مربع m تو آپ کو
ہے 0 x مربع a x m چار x تو
مربع آپ کو چوراہا m بذریعہ a برابر ہے 4 x کے برابر دیتا ہے۔ آپ کو چوراہا کا 1 نقطہ دیتا ہے جو کہ اصل ہے اور 0 x تو یہ آپ کو 2
کے برابر x ہوں گی صفر سے x مربع کے اس لیے انضمام کی حدیں a x m برابر ہے چار x کا ایک اور نقطہ دیتا ہے جو کہ یہ ہے آپ کا
کے نیچے ہے اب mxdx چار ایک بائی میٹر مربع کے برابر ہے لہذا آپ کا مطلوبہ رقبہ صفر سے چار ایک بائی میٹر مربع روٹ چار ایکس مائنس
مربع m بذریعہ ملتا ہے۔ a آپ اسے انٹیگریٹ کر سکتے ہیں یہ سادہ انٹیگرینڈز ہیں جہاں اینٹی ڈیریویٹیو آپ کو معلوم ہے لہذا آپ کو یہ 0 سے 4
مربع جڑ کے نیچے چار ایک m مربع آپ کو ملے گا دو ضرب تین چار ایک بذریعہ m مربع 0 سے چار ایک بذریعہ x ضرب 2 m مائنس
ضرب چار m بذریعہ m بذریعہ دو سولہ ایک مربع m مربع مائنس m بذریعہ
مکعب m تو ہمیں بتیس ایک مربع ضرب تین میٹر مکعب مائنس آٹھ مربع بائے دو میٹر مکعب تین آٹھ ایک مربع بذریعہ
x axis y مکعب ایک حتمی جواب ہے آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں کہ m مکعب آٹھ ایک مربع بذریعہ m تو ہمیں ملتا ہے آٹھ ایک مربع بذریعہ
کے برابر 2 کے برابر x مائنس 1 سے x اور x مربع مائنس کے برابر ہے 2 x مکعب مائنس x کے درمیان جکڑے ہوئے کمپیوٹ ایریا 2
کے 2 بار کے برابر ہے لیکن جب تک آپ x مربع مائنس 2 x مکعب مائنس x کو پلاٹ کرنا مشکل ہے جو y ہے۔ اب ایسا لگتا ہے کہ اس وکر
u کو پلاٹ نہیں کرتے ہیں آپ اصل نہیں جان سکتے۔ علاقہ کیونکہ اگر آپ اسے براہ راست ضم کرنے کی کوشش کرتے ہیں
کہاں مثبت اور منفی -1 اور 2 کے درمیان ہے لہذا یہ y تو یہ آپ کو مطلوبہ علاقے کی صحیح قیمت نہیں دے گا کیونکہ آپ نہیں جانتے کہ
منفی ہے i t صحیح نقطہ نظر نہیں ہے لہذا آپ کو یہ کرنا پڑے گا۔ وکر کا کچھ خیال کہ کہاں یہ مثبت ہے اور کہاں
کے دو گنا کے برابر کرنے کی کوشش کریں تاکہ آپ اسے اس طرح لکھ سکیں x مربع مائنس 2 x مائنس xq کو y تو اس کے لیے ہم فیکٹر
محور x دو کے برابر ہے یہ وکر x کے برابر ہے مائنس ایک کے اور اور x صفر x جس طرح آپ لکھ سکتے ہیں تاکہ آپ دیکھ سکیں کہ
کو عبور کر رہا ہے
محور سے اوپر ہے اور کہاں ہے یہ x تو آئیے ہم اسے تقریباً پلاٹ کرنے کی کوشش کریں تاکہ ہمیں کچھ اندازہ ہو سکے کہ یہ رقبہ کہاں ہے
محور x محور سے اوپر ہے اور یہ رقبہ کہاں x محور سے نیچے ہے آئیے ہم پلاٹ کریں تاکہ ہم کر سکیں جانیں کہ یہ رقبہ کہاں x رقبہ
کے برابر 0 اور مائنس 1 اور 2 پر غائب ہوجاتا ہے x سے نیچے ہے کیونکہ یہ
تو آئیے ہم ان پوائنٹس کو مائنس ایک صفر اور دو کھینچتے ہیں
جمع 1 x مائنس 1 اور 0 x تو ان پوائنٹس پر وکر صفر کی قدر لے رہا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اب یہ ایکس محور کو عبور کر رہا ہے جب
مائنس دو منفی ہو گا x منفی ہو گا اور x کے درمیان ہو گا مثبت ہو گا
مثبت ہے y تو
اوٹل مثبت t صفر سے کم اور مائنس ایک سے بڑا ہو گا۔ اصطلاح مثبت ہے یہ منفی ہے یہ منفی ہے لہذا x تو ایک بار
ہے
مثبت ہے x تو یہ اس طرح ہوگا اسی طرح اگر
سے کم ہو 2 x مائنس 2 منفی ہوگا جب x جمع x جمع 1 مثبت ہے لیکن x تو
صفر اور دو کے درمیان ہے x منفی ہے جب y تو
تو وکر تقریباً کچھ اس طرح ہوگا لہذا کل مطلوبہ رقبہ اب سبز رنگ سے سایہ دار ہے جیسے آپ دیکھ سکتے ہیں اس لیے ہمیں دونوں کی گنتی کرنی
ہوگی اور اصل رقبہ حاصل کرنے کے لیے ان کو ایک ساتھ جوڑنا ہوگا
x مربع مائنس دو x مکعب مائنس x تو مجھے اسے دوبارہ کھینچنے دیں تاکہ یہ اس طرح ہو اور یہ آپ کا یہ منحنی خطوط کی مساوات
x مربع مائنس 2 x مکعب مائنس x تو دو
تو رقبہ کہتے ہیں کہ یہ ایک 1 ہے یہ ایک 2 ہے
ہے مائنس 1 سے 0 2 ایکس کیوب مائنس ایکس مربع مائنس دو ایکس a 1 تو آئیے ہم حساب کریں ایک 1
تو ایلیمنٹری ایریا ہوگا
تو یہ ایک ایلیمنٹری ایریا ہے یہ ڈی ایکس میں ہوگا اور اسے انضمام کریں
تو آپ کو صفر مائنس ون بائے فور ملے گا پھر صفر پر مائنس ٹھیک ہے یہ صفر ہوگا
تو مجھے ڈالنا ہوگا۔ مائنس آف پھر مائن
تو یہ ویلیو
پھر یہ مائنس ون ہوگا d تو یہ پلس ہے اور پھر یہ تین سے ایک ہو گا۔
تو یہ مائنس ٹو ہے مائنس ٹو بارہ سات اور یہ ہے سات بائی بارہ مائنس ون سوری مائنس 2 7 بائی 12 مائنس 1
تو ہمیں مائنس 2 مائنس 5 بائی 12 ملتا ہے۔ ٹھیک ہے
تو ہمیں 5 بائی 6 ملتا ہے۔ درست کریں
x 3 کیوب x مائنس 4 x کی طاقت 4 x یہ 2 dx x مربع مائنس 2 x مکعب مائنس x یہ برابر ہے 0 سے 2 کے دو گنا 2 a تو پھر
مربع 0 سے 2 کے برابر ہے 0 پر 0 ہو x مائنس
16 2 by 4 8 مائنس 4 ہے by 3 4 مائنس تو قیمت جو ملے گی وہ

ملے گا 3 by تو ہمیں مائنس 16
تو کل رقبہ ایک جمع موڈ ہے دو
y مربع اور x برابر دو مائنس y تو پانچ ضرب چھ جمع سولہ ضرب تین جو کہ برابر ہے سینتیس بائی چھ آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں کہ
کے درمیان بند رقبہ کا پتہ لگائیں x برابر مائنس
تو رقبہ پر ہر مسئلے کے لیے پہلے مرحلے پر آپ کو اس علاقے کے بارے میں کچھ اندازہ ہونا چاہیے جہاں یہ واقع ہے۔ جہاں چاہے یہ مثبت
طرف ہو یا منفی طرف ہو اس لیے پلاٹ بنانا ضروری ہے لہذا یہ الٹا پیرابولا کی نمائندگی کرتا ہے پیرابولا جس کا ورٹیکس 0 کوما 2 ہے اور محور
ایک سیدھی لکیر ہے جس میں گریڈینٹ مائنس 1 ہے x برابر ہے مائنس y محور ہے لہذا آپ کو یہ پیرابولا اب ملے گا y
مربع x ہے دو مائنس کے برابر y کے اور یہ x برابر ہے مائنس y تو آپ کو ملے گا یہ
تو ان کے درمیان کا رقبہ ایک بار پھر اتنا ہی ہوگا پس پچھلے کیسز کی طرح کے عمل سے اس علاقے کو عمودی پتلی عمودی پٹیوں یا مستطیلوں
میں تقسیم کریں جو کہ ابتدائی رقبہ کے نام سے جانا جاتا ہے
میں آپ کو وہ فارمولہ یاد ہے جہاں ہم نے dx میں gx میں مائنس dxfx مربع مائنس ہوگا x کو x تو یہ ابتدائی رقبہ مائنس کا دو مائنس
پر غلبہ رکھتا ہے اور ان کے درمیان جکڑے ہوئے علاقے کو یاد کرنے کی کوشش کرتے fx gx کہتا ہے کہ fxgx دو منحنی خطوط لئے ہیں
میں ملا dx کو gx مائنس fx ہیں لہذا ہمیں
x مائنس ہے gx مربع x مائنس 2 fx تو
کم از کم ہے x کی قدر جس کے لیے پورا سایہ دار رقبہ کھینچا جائے گا ایک قدر ہوگی کیا یہ x تو ہمیں یہ مل گیا یہ آپ کا ابتدائی رقبہ ہے اب
زیادہ سے زیادہ رکھیں x کم از کم x زیادہ سے زیادہ ہے ہمیں دونوں قدروں کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے اور پھر ہم اسے یہاں x اور یہ
زیادہ سے زیادہ قدروں کو معلوم کرنے کے لئے ہمیں دونوں منحنی خطوط کی مساوات کو حل کرنے کی ضرورت x کم از کم اور x گے تاکہ ان
مائنس دو برابر ملے گا۔ صفر تک x مربع مائنس x مربع کے برابر ہے لہذا ہمیں x مائنس 2 x ہے مائنس
کی قدریں یہ ہوں گی کہ آپ کو 2 کوما مائنس 1 ملے گا x تو
کم از کم مائنس 1 ہے اور یہ دو ہے x تو یہ
کے برابر ہے پلس ٹو کے اس لئے ہمیں ڈالنے کی ضرورت ہے۔ x کے برابر ہے مائنس ون کے درمیان ہے اور x تو یہ پورا سایہ دار علاقہ
مائنس 1 سے 2 ملتا 2 x مربع x جمع 3 x کیوب x مائنس x ملتے ہیں ہمیں 2 xdx مربع جمع x یہاں کی حدیں ہیں اور ہمیں دو مائنس
ہے لہذا ہمیں بالائی حد پر مخالف مشتق کی بالائی حد کی قیمت چار جمع دو مائنس ملتی ہے۔ مائنس ٹو مائنس پلس ایک بائی تھری جمع ایک دو
تو یہ برابر ہے
تو یہ 4 یہ ہے اور یہ 8 مائنس 8 بائی 3 مائنس 5 ہے آٹھ ہم ہے
تو یہ آپ کا حتمی جواب ہے ہم متفرق مسائل کو حل کر رہے ہیں تاکہ آپ ایک منحنی خطوط کی منصوبہ بندی کرنے کے قابل ہیں پھر علاقے کی
شناخت اور پھر آپ کو صحیح طریقے سے حدیں لگانے کے قابل ہونا چاہئے
x کے برابر ہے مائنس ٹو اور x محور اور x مربع x مائنس 4 x برابر y تو آئیے ہم ایک اور مثال لیتے ہیں ترتیب والے علاقے میں جو
برابر جمع دو کے درمیان ہے لہذا بالکل پہلی مثال میں ایسا لگتا ہے کہ چونکہ رقبہ مائنس دو اور دو کے درمیان بند ہے لہذا اگر آپ مائنس ٹو این
کو ضم کرتے ہیں dx مربع x فور مائنس x ٹو سے
تو آپ کو انٹیگرل کی قدر مل جائے گی لیکن اگر آپ سازش کے بغیر ایسا کرتے ہیں
تو کیا ہوگا اگر آپ کوشش کریں گے اپروچ کریں اور پلاٹ کریں اور اس فنکشن کو مائنس سے ٹو میں ضم کریں
تو یہ ایک عجیب فنکشن ہے اس لیے فوری طور پر ویلیو صفر ہو جائے گی اس لیے ہمارے اپروچ میں کچھ مسئلہ ہے اس لیے پلاٹ بنائے بغیر ہم
آگے نہیں بڑھ سکتے اس لیے ہمیں کچھ اندازہ ہونا چاہیے کہ وکر آئیے پہلے اسے کھینچتے ہیں
کے درمیان مثبت ہے y جمع مائنس 2 ہے اب 0 اور 2 x ہے 0 جب y ہے اور 0 x ہے جب 0 y تو آپ جو دیکھ سکتے ہیں وہ یہ ہے کہ
کے درمیان منفی ہے لہذا یہ غائب ہو جاتا ہے۔ 0 2 اور مائنس 2 پر وکر یہاں یہاں ختم ہو جاتا ہے اور مائنس 2 سے 0 y اور مائنس 2 اور 0
تک یہ منفی ہے اور 0 سے 2 تک یہ مثبت ہے لہذا ہم اس قسم کی شکل رکھ سکتے ہیں کیونکہ یہ مسلسل یہ بھی معلوم کرنے کے لیے ہے کہ یہ
وکر کیسا نظر آئے گا۔ یہاں اور یہاں کی طرح اگر آپ کسی وکر کے بارے میں مزید جاننے میں دلچسپی رکھتے ہیں
جمع 2 پر معلوم کرنی ہوگی تاکہ آپ کو معلوم ہو کہ وکر مائنس پر کیسے n تو آپ کو مشتق کو تلاش کرنا ہوگا اور مشتق کی قدر 0 مائنس 2
کراس کر رہا ہے۔ دو صفر اور دو
جمع دو x مائنس ٹو کے برابر ہے اور x محور اور لائنوں کے درمیان پڑا ہے x تو اصل رقبہ جس کی ہم تلاش کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ وکر
کے برابر ہے یہ ہے
تو کل رقبہ درکار ہوگا کہے کہ یہ ایک ہے اور یہ ہے ایک دو
تو کل رقبہ ایک جمع موڈ جمع ایک دو کا موڈ ہے لہذا ہم پہلے دو کی گنتی کریں گے
دیا جائے گا کیونکہ یہ منحنی خطوط ہے اور ایک عجیب فعل ہے۔ اس کی dx مربع x کے نیچے جڑ چار مائنس x تو ایک دو کو صفر سے دو
کے برابر ہوگی۔ ٹو کی ٹوپی لیکن منفی نشان ہوگا t اس ایک کی شدت x
ہے t مربع x اب فرض کریں کہ dx مربع x جڑ کے نیچے چار مائنس x تو ایک 2 کا مائنس ہوگا اور ایک 2 ہے 0 سے 2
ہے xdx تو دو
چار ہے t دو ہے x صفر کے برابر ہے اور t صفر ہے x تو صفر
ہے dt ایک بذریعہ دو xdx تو حدیں یہ ہوں گی اور
ایک بذریعہ دو انضمام صفر سے چار ہو گا چار بذریعہ تین چار پر یہ صفر ہو جائے گا۔ اور صفر پر یہ tdt تو آپ کو ایک بذریعہ دو چار مائنس
صفر ہو جائے گا مائنس آہ مائنس کا نشان ظاہر ہو گا جیسا کہ آپ کے یہاں مائنس ٹی ہے
i تو چار پر یہ صفر ہو گا اور پھر صفر پر یہ چار ہو جائے گا پاور تھری بائی دو مائنس
تو آپ کو مائنس مائنس پلس فور ملے گا۔ تین میں آٹھ جو کہ معذرت خواہ ہے کہ ہماری ایک غلطی ہے یہاں ہم ایک سے تین حاصل کرتے ہیں
تو آپ کو ایک سے تین ملتے ہیں
تو آخر کار ہمیں 8 بائے 3 ملتے ہیں
بائی 3 ہوتا ہے اور ایک مائنس آٹھ بائی تھری ہوتا ہے کیونکہ فنکشن عجیب ہوتا ہے۔ لہٰذا کل رقبہ درکار ہے سولہ بذریعہ تین آئیے ہم ایک 8 a2 تو
مربع کے برابر ہے x آٹھ مائنس y مربع کے برابر ہے اور x کے درمیان جکڑے ہوئے رقبہ کو لیتے ہیں۔ y اور مثال کے طور پر دو پیرابولا

y محور ہے ہمیں یہ ملتا ہے اور y مربع ہے پیرابولا ورٹیکس 0 0 اور محور x برابر y محور x محور y تو آئیے ہم ان کو پلاٹ کریں
مربع ہے پیرابولا جو الٹا ہے جس کی چوٹی پر 0 کوما آٹھ ہے لہذا ہمیں یہ شکل ملے گی لہذا ہمیں ان دو تقاطع کے نقطہ کو x برابر ہے مائنس

تلاش کرنے کی ضرورت ہے اور مطلوبہ رقبہ سبز رنگ سے سایہ دار ہے لہذا ہم دوبارہ اس علاقے کو ابتدائی علاقوں کی پتلی پٹیوں یا مستطیلوں
ہوگا ہمیں ان دو قدروں dx مربع x مربع مائنس x ہے لہذا ابتدائی رقبہ آٹھ مائنس dx میں تقسیم کرتے ہیں اگر ایک بار ایسی پٹی کی چوڑائی
کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے اس کے لئے ہمیں دونوں مساوات کو حل کرنے کی ضرورت ہے لہذا یہ مائنس 2 0 ہے اور یہ 2 کوما ہے
سے بدل دیتے ہیں x کو مائنس x ہوگی کیونکہ اگر آپ dx مربع x کی حد مائنس دو سے دو اور مائنس دو سے دو آٹھ مائنس دو x تو
ایک ایون فنکشن ہے i کے برابر اس لیے یہ fx ہے f کا x تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس انٹیگرینڈ کا نشان تبدیل نہیں ہوگا اور مائنس s
کا دو گنا ہے لہذا ہم اسے 2 0 سے 2 afxdx سے 0 afxdx سے a تاکہ آپ قطعی انٹیگرل کی خاصیت کو استعمال کر سکیں کہ مائنس
لکھ سکتے ہیں یہ دو آٹھ ایکس مائنس کے برابر ہے۔ دو بائی تھری ایکس مکعب 0 سے 2 dx مائنس ٹو ایکس مربع 8
cos x کے درمیان کا رقبہ ایک مائنس y تو ہمیں مطلوبہ رقبہ کا یہ کنواں ملتا ہے 2 16 مائنس چونسٹھ بذریعہ تین آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں
کے برابر ہے لہذا یہ بہت پیچیدہ وکر لگتا ہے اور اسے پلاٹ کرنا آسان نہیں ہوگا لیکن x pi کے برابر ہے اور to sine xx axis x 0
محور ہے x آپ کو معلوم ہونا چاہئے کہ یہ مثبت ہے یا منفی اور آپ کو اس وکر کے بارے میں کچھ موٹا خیال ہونا چاہئے لہذا اگر یہ
میں sin x کو cos x محور ہے۔ صفر اور پائی کے درمیان وکر کی نوعیت کیا ہے ایک مائنس y تو یہ
ہے pi تو اگر کہیں کہ یہ 0 ہے یہ
کے pi صفر اب صفر اور pi صفر کیونکہ گناہ y بھی pi برابر ہے x دونوں عوامل کی وجہ سے 0 y کے برابر ہے 0 x تو
مائنس 1 اور 1 cos x منفی قدر لے کیونکہ y کے غائب ہونے کا کوئی امکان ہے؟ وہ دوبارہ کام کرتا ہے یا کوئی امکان ہے کہ t درمیان
کے درمیان ہوتا pi ہمیشہ صفر اور cos x کے درمیان اور ایک مائنس pi کے درمیان ہے ہمیشہ کی طرح مثبت یا 0 صفر اور sine x
ہے اس لیے یہ وکر ہمیشہ ہوتا ہے مثبت
ابتدائی رقبہ کی چوڑائی ہے dx تو آپ کے پاس وکر کی اس قسم کی شکل ہوگی لہذا آپ کا مطلوبہ رقبہ یہ ہے اور اگر
cos x مائنس pi 1 ہوگا اور یہ آپ کا ابتدائی رقبہ اور کل رقبہ ہے۔ 0 سے dx میں cos x sine x تو ابتدائی ابتدائی رقبہ 1 مائنس
pi sin x جسے آپ صفر سے sine x cos xdx مائنس to pi sine x آئیے ہم اس کا اندازہ کرتے ہیں in sine xtx 0
pi بائی فور صفر سے x ٹو ہے cos پلس cos x لکھ سکتے ہیں جو مائنس one by two sin two xdx
تو یہ آپ کو مائنس ون مائنس ون دے گا اور پھر دو پائی این زیرو پر آپ کو ایک مائنس ون ملے گا
تو پلس ون بائے فور ایک مائنس ون
تو آخر میں آپ کو دو ملے گا یہ مسئلہ بہت آسان ہے لیکن آپ کو چاہیے یاد رکھیں کہ جب تک آپ کو کچھ اندازہ نہ ہو۔ منحنی خطوط کے بارے
میں کہ آیا یہ ایکس محور کے دونوں طرف ہے یا یہ اپنے نشان کو تبدیل کر رہا ہے آپ کو صحیح رقبہ معلوم نہیں ہو سکتا، آئیے ایک اور مثال لیتے
کے برابر ہے pi کے برابر x کے برابر ہے صفر اور x برابر ایک y اور x مربع cos کے درمیان جکڑی ہوئی رقبہ y ہیں
کے درمیان کیسا لگتا ہے لہذا صفر پر یہ ایک ہے پھر pi کا گراف صفر اور cos x تو اس خطے کو کیسے پلاٹ کرنا ہے آپ جانتے ہیں کہ
کا گراف ہے اب cos x ہے یہ اتنا ہے یہ پلس ون ہے یہ مائنس ون ہے یہ pi پر pi سے دو یہ صفر ہے اور پھر یہ دوبارہ ہے یہ pi
اگر آپ اسے مربع کریں گے
کا گراف کیسا نظر آئے گا cos x تو
تو یہ حصہ اوپر جائے گا کیونکہ آپ اس کو مربع کر رہے ہیں
x کا کچا خاکہ مربع cos تو یہ ہے
pi کے درمیان ایک کو عبور نہیں کرے گی اس لیے یہ اور pi تو اور چونکہ قدریں مائنس ون اور ون کے درمیان ہوتی ہیں اس لیے یہ صفر اور
دو سے یہ صفر ہو جائے گا
ہے x مربع cos ایک کے برابر ہے یہ آپ کا y تو یہ کچھ اس طرح ہوگا لہذا آپ کا علاقہ جسے آپ ڈھونڈ رہے ہیں وکر کے درمیان واقع ہے
ایک کے برابر ہے لہذا مطلوبہ رقبہ سبز رنگ سے سایہ دار ہے اور اب یہ آپ کا مطلوبہ علاقہ ہے اب یہ یہاں ہموار کیوں ہے y یہ آپ کا ہے۔
y پر 2 تک ہموار کیوں ہوگا۔ صرف مشتق کو تلاش کریں اور آپ دیکھ سکتے ہیں کہ cos مربع x pi لہذا یہ معلوم کرنا بہت آسان ہے کہ یہ
محور ہے لہذا tangent 2 x x پر 2 pi۔ لہذا وکر ہموار ہے by پر 2 pi میں اور یہ 0 ہوگا sin x ہوگی مائنس cos x ڈیش 2
لیتے ہیں dx ایلیمنٹری ایریا کا رقبہ عمودی سٹرپس ہوگا اگر ہم لمبائی pi مطلوبہ رقبہ یہ ہے لہذا 0 سے
کے درمیان احساس کریں b اور a ہیں اور gx اور fx تو ہمیں اس نظریہ کو دوبارہ لاگو کرنے کی ضرورت ہے جہاں ہمارے پاس دو فنکشن

تو آپ fx لکھیں آپ اسے a سے bfx مائنس لکھیں gxdx
کے برابر ہے جو ایک مائنس ہے xdx مربع pi sin ہے لہذا آپ کو یہ ملتا ہے کہ یہ صفر سے x مربع gx cos ایک ہے اور fx تو
چار صفر سے پائی v مائنس x دو x کا رقبہ اس لئے برابر ہے ایک pi dx دو صفر سے x x دو cos
تو آپ کو پائی بذریعہ دو مائنس صفر مائنس صفر ملتا ہے
تو یہ پائی بذریعہ ہے دو
تو اب تک ہم نے قطعی انٹیگرل کے اطلاق پر بہت سی مثالیں حل کی ہیں آئیے دیکھتے ہیں کہ کچھ خاص خصوصیات ہیں جن کا ہم نے ابھی تک
احاطہ نہیں کیا ہے اور آئیے ان پر مختصر گفتگو کرتے ہیں
کو مسلسل رہنے کے fx پر ab تو آئیے دیکھتے ہیں کہ اس سلسلے میں کیا کیا جا سکتا ہے ۔ اس شکل میں لکھا گیا ہے جہاں ہم نے بند وقفہ
b اور a ایک مسلسل فعل تھا اور fx لیے لیا ہے اور وقفہ کے ہمارے دونوں اختتامی نکات محدود ہیں لہذا ہم نے جو بھی مسائل حل کیے ہیں
پر منقطع ہے fx ab دونوں محدود ہیں اس لیے دو ہیں۔ ایسے سوالات جو اٹھائے جاسکتے ہیں کہ اگر
a to infinity minus infinity to تو کیا ہوگا اور دوسرا سوال یہ ہے کہ اگر انضمام کا وقفہ پابند نہیں ہے جو کہ آپ کا وقفہ ہے
آئیے دیکھتے ہیں کہ ایسے حالات سے کیسے نمٹا جائے کہ آئیے اس معاملے کو لے لیں جہاں ar minus infinity to infinity
ٹکڑا وار مسلسل ٹکڑا وار مسلسل ہے fx منقطع ہے لیکن fx پر ab وقفہ
انٹیگرل مائنس ٹو ٹو ٹو جہاں یہ عظیم ترین انٹیجر فنکشن کے طور پر جانا جاتا ہے اور اس کا پلاٹ ta ke تو اسے سمجھنے کے لیے آئیے
اس کے پلاٹ کو اس طرح کیا جا سکتا ہے لہذا عظیم ترین انٹیجر فنکشن کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ صفر اور ایک کے درمیان یہ صفر کی
قدر لیتا ہے اس کی قدر ہوتی ہے ۔ ایک اور ایک اور دو کے درمیان صرف دو سے پہلے یہ ایک قدر لیتا ہے اس میں ایک ہے اور مائنس ون اور صفر
کے درمیان یہ مائنس ون لیتا ہے مائنس ون ہے یہ مائنس ون ہے اور مائنس ون اور ٹو کے درمیان یہ مائنس ٹو ہے افسوس یہ نہیں بلکہ یہاں کہیں
ہے یہ مائنس ون ہے یہ مائنس ٹو ہے لہذا اگر آپ اسے اس وقفہ میں انٹیگریٹ کرنا چاہتے ہیں
تو آپ اس انٹیگرل کو مائنس 1 سے مائنس 2 سے مائنس 1 کے برابر لکھ سکتے ہیں جہاں فنکشن ویلیو مائنس 2 پلس ہے مائنس 1 سے 0 فنکشن
ویلیو مائنس 1 جمع 0 سے 1 فنکشن ویلیو 0 جمع 1 سے 2 فنکشن ہے 1 ڈی ایکس ہے اگر آپ اسے انضمام کرتے ہیں
ایک سے دو x مائنس ون سے صفر جمع صفر جمع ایک دو دو معذرت x مائنس 2 سے مائنس 1 جمع مائنس ون انٹیگرل ہے x تو آپ کو مائنس 2

تو قیمت جمع دو مائنس ون ہے ہم کیلکولس ٹو کے قطعی انٹیگرل بنیادی تھیوریم کے فارمولے کو لاگو کر رہے ہیں
تو ہمیں مائنس ٹو ملتا ہے یہاں ہمیں مائنس ون ملتا ہے اور پھر ایک
تو ویلیو مائنس ٹو ہوتی ہے
تو اب ہم اسے سمجھنے کی کوشش کریں فنکشن مسلسل نہیں ہے لیکن مائنس ٹو اور مائنس ون کے درمیان یہ مائنس ون اور صفر کے درمیان لگاتار
میں انٹیگرل کو ah ہے صفر سے ایک تک یہ مسلسل ہے اور ایک سے دو تک یہ مسلسل ہے لہذا آپ
توڑ سکتے ہیں آپ
توڑ سکتے ہیں ان ذیلی وقفوں پر انٹیگرل اور پھر آپ انفرادی وقفوں پر انفرادی انٹیج پر آہ میں اس کا اندازہ لگا سکتے ہیں اب اگر میں آپ سے
مائنس 2 سے 2 تک دیئے گئے وکر کے نیچے کا رقبہ معلوم کرنے کو کہوں
تو اس علاقے کی نمائندگی اس اور اس سے کی جائے گی ۔ پھر آہ ہمیں لینا ہے
موڈ ہوگا یعنی دو ہے اور اس کا رقبہ مائنس ون کا موڈ ہوگا جو ایک ہے اور یہاں یہ ایک ah تو اس کا رقبہ مائنس دو تھا اس کا رقبہ مائنس ٹو کا ہے
آپ کو رقبہ معلوم کرنا ہے k تو اگر میں
محور کے نیچے ہے لہذا موڈ ڈالیں اور پھر اسے ایک ساتھ x تو آپ کو یہاں پر موڈ ڈالنا ہوگا کیونکہ یہ آپ کو منفی اقدار دے رہا ہے کیونکہ وکر شامل کریں تاکہ رقبہ کی قدر حاصل کی جاسکے
تو ہم نے دیکھا ہے۔ ٹکڑوں کے حساب سے لگاتار فنکشن کا اندازہ کیسے لگایا جائے اب آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا ہوگا اگر آپ کا وقفہ پابند نہیں ہے
یا یہ پلس انفینٹی یا مائنس انفینٹی پر مشتمل ہے
کو مسلسل رہنے دیں لیکن انضمام کا وقفہ پابند نہیں ہے ۔ پہلی قسم مثال کے طور پر کہی جاتی ہے لہذا آپ fx تو اس میں کئی صورتیں ہیں لہذا
دیکھ سکتے ہیں کہ یہ فنکشن ہر جگہ مسلسل ہے لیکن انضمام کا وقفہ 0 سے انفینٹی تک لامحدود ہے پھر ایک اور کیس مائنس سے انفینٹی تک انفینٹی
b اور a کہیں جہاں b سے a مربع ڈی ایکس ہے پھر ایک اور کیس جہاں فنکشن منقطع ہے لیکن وقفہ محدود ہے x تک ایک سے ایک جمع
منقطع فنکشن کا مطلب ہے کہ انضمام کے thi s دونوں محدود ہیں یہاں وقفہ کا مطلب ٹکڑوں کی طرف وقفہ یا ٹکڑا وار تسلسل نہیں ہے لہذا
کا گراف دیکھتے ہیں x اگر آپ 1 بذریعہ جڑ x بذریعہ جڑ dx وقفہ میں کہیں اس کی لامحدود قدریں ہیں لہذا مثال کے طور پر 0 سے 1
لامحدودیت کی طرف مائل ہوتا ہے x کی طرف جاتا ہے اور یہ 0 کی طرف جاتا ہے جب x 0 تو یہ انفینٹی کی طرف جاتا ہے جب
محور ہے لہذا میں اس علاقے کے رقبے کی گنتی کرنا چاہتا ہوں x محور ہے یہ y یہ x تو یہ 1 کا گراف ہے بذریعہ جڑ
تو تیسری صورت وہ ہے جہاں فنکشن بھی منقطع ہے اور وقفہ بھی محدود نہیں ہے لہذا صورت تین جہاں فنکشن متضاد ہے جو نہیں ہیں جو
مربع x مسلسل نہیں ہیں انضمام کا وقفہ بھی لامحدود ہے مثال کے طور پر مائنس انفینٹی سے لامحدود ایک dx
صفر کے برابر نہیں ہے اور انضمام کا وقفہ وقفہ ہے لامحدود غیر محدود یا لامحدود بھی x مربع x تو یہاں ایک
تو آئیے ہم کچھ مثالیں حل کریں اور دیکھیں کہ آپ اس طرح کے معاملات سے کیسے نمٹیں گے
تو مثال کے طور پر ایک صفر سے لامحدود ایک ایک کرکے جمع ایکس مربع ڈی ایکس
تو اگر آپ اس وکر کو پلاٹ کرتے ہیں 0 پر یہ 1 ہے اور لامحدودیت پر یہ 0 ہے یہ اس طرح جائے گا لہذا یہ وہ علاقہ ہے جو اس انٹیگرل کے زیر انتظام ہے لہذا اگر آپ دیکھتے ہیں کہ آپ محدود رقم کی حد کو لاگو نہیں کرسکتے ہیں کیونکہ اس کے لئے آپ کو ابتدائی مستطیل کے لامحدود بہت سے حصے شامل کرنے ہوں گے۔ اور اس لیے جو نظریہ اب تک تیار کیا گیا ہے وہ محدود وقفہ کے لیے ہے اس لیے ہم جو کرتے ہیں وہ ایک
محدود ہے a لکھتے ہیں اور پھر چونکہ اب dx مربع x بہت ہی آسان چال ہے جو ہم کرتے ہیں ہم صرف 0 کو 1 بائی 1 جمع
اور پھر ہم اس علاقے کو ضم کر رہے ہیں آخر میں ہم لامحدود کی حد کو لیتے ہیں اور پھر انٹیگرل کی حتمی قدر a تو ہم نے یہاں کچھ قدر لی ہے کی گنتی کی جاتی ہے اور اس کے لئے تھیوری اچھی طرح سے تیار کی گئی ہے لہذا اگر وقفہ محدود ہے اور یہ فنکشن مسلسل ہے پھر کیلکولس ٹو کے بنیادی تھیوریم کے ذریعے ہم انٹیگرل کی قدر لکھ سکتے ہیں اس لیے ٹین انورس ایکس اینٹی ڈیریویٹیو ہے اس لیے ہمیں ٹین انورس انفینٹی ملتی ہے جو پائی بائی ٹو ہے
کے ذریعے ڈیل کیا گیا اس انٹیگرل کو اس انٹیگرل کی حد میں تبدیل کرنا جس کی تعریف محدود وقفہ پر کی con تو ہم نے جو کیا اس انفینٹی کو پر لیں اگر آپ x گئی ہے لہذا غیر محدود وقفوں کے مسئلے کو اس طرح نمٹا جا سکتا ہے ایک اور مثال صفر سے صفر سے ایک ڈی ایکس روٹ
اس منحنی خطوط کو پلاٹ کرتے ہیں
محور ہے لہذا آپ حساب کرنا چاہتے ہیں x محور یہ y لامحدودیت کی طرف جاتا ہے اس x صفر ایک بذریعہ صفر ملتا ہے۔ جڑ x تو آپ کو کہ یہ ایک ہے
ایک کے برابر ہے لہذا آپ اس علاقے کی گنتی کرنا چاہتے ہیں لہذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر آپ ڈرا کرتے x صفر کے برابر ہے یہ x تو یہ ہیں یہ بہت چھوٹے مستطیلوں میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جب آپ 0 کی طرف بڑھیں گے
تو آپ مستطیل کا رقبہ نہیں لکھ پائیں گے کیونکہ فنکشن ویلیو لامحدودیت کی طرف ہوتا ہے اس لیے ہم جو کرتے ہیں وہی خیال ہے پھر ہم فرض کی حد epsilon کرتے ہیں کہ ٹھیک ہے کہیے کہ یہ ایپسیلون کوما ہے۔ 0 اور پھر ہم اس علاقے کا اندازہ لگاتے ہیں اور پھر ہم ایپسیلون کی صفر پر لیتے ہیں
پر لکھنے کی ضرورت ہے xx epsilon 0 پر روٹ dx کے طور پر epsilon 1 تو اس کے لیے ہمیں اس انٹیگرل کو ایپسیلون میں مسلسل ہے دو میں ایک قریبی وقفہ خاموش x تو یہ خاموشی کے رجحان کو 0 تک محدود کرنے کے برابر ہے۔ اب ایک بذریعہ جڑ ہے لہذا آپ کیلکولس کے بنیادی تھیورم کو لاگو کرسکتے ہیں اور پھر آپ خاموش سے ایک کی قدر لکھ سکتے ہیں جو آپ کو دو مائنس دو ایپسیلون root x دیتا ہے لہذا انٹیگرل انٹیگرل کی قدر دو کے نیچے ہے
تو آپ کو 2 مائنس 2 روٹ ایپسیلون ملتا ہے اور حد لینے کے بعد آپ دیکھتے ہیں کہ انٹیگرل کا کنواں 2 ہے ایسے انٹیگرلز کو نامناسب انٹیگرلز کہا جاتا ہے ایسے انٹیگرلز آپ انٹیگرل کو انٹیگرل اوور کی حد کے طور پر ڈیفائن کرکے ڈیفائن کر سکتے ہیں۔ محدود وقفہ ہم نے رقبہ پر قطعی انٹیگرلز پر کچھ متفرق مثالیں دیکھی ہیں اور دوسری قسم کے قطعی انٹیگرلز کو دیکھا ہے اس لیے اپنی اگلی کلاس میں ہم متفرق مثالوں کو جاری رکھیں گے اور دیکھیں گے کہ اس طرح کے پیچیدہ مسائل سے کیسے رجوع کیا جائے شکریہ آپ کا