

या व्याख्यानात विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे,  
आम्ही विविध व्यायामांचा विचार करू आणि  
विविध समस्या सोडवू आणि सोप्या आणि क्लिष्ट आकारांच्या क्षेत्राची गणना करूया  
, आपण येथे शेवटच्या वर्गात पाहिलेल्या उदाहरणाचा विचार करूया, तर चांगले होईल.

धन आणि  $m$  धन असे गृहीत धरा जेणेकरून आपण दिलेले दोन्ही वक्र प्लॉट करू शकतो,  
जर हा तुमचा  $x$  अक्ष असेल आणि हा तुमचा  $y$  अक्ष असेल तर  $y$  चौरस  $4x$  एक पॅराबोला आहे  
ज्याचा शिरोबिंदू  $0,0$  आहे आणि  $y$  बरोबर  $mx$  आहे रेषा उत्पत्तीतून जातो  
त्यामुळे  $a$

सकारात्मक असल्यास पॅराबोला असा काढला जाईल आणि  $m$  पॉझिटिव्ह असल्यास  $mx$  च्या बरोबरीचे असेल तर तुम्ही अशा प्रकारे  
प्लॉट करू शकता त्यांच्या दरम्यान बांधलेले क्षेत्र आहे

हे आपण हे क्षेत्र प्राथमिक भागात पातळ उभ्या पट्ट्यांमध्ये विभागू या म्हणजे एक असल्यास अशा पट्टीची रुंदी  $dx$  आहे  
त्यामुळे प्राथमिक क्षेत्रफळ यातून  $y$  वजा  $y$  असेल

त्यामुळे आपल्याला मूळ चार अक्ष वजा  $mx$  मुळाखाली चार अक्ष वजा  $mx$  मिळतो  
कारण हे आमचे प्राथमिक क्षेत्र आहे

त्यामुळे आवश्यक क्षेत्रफळ  $r$  खाली चार आहे  $oot$  चार अक्ष वजा  $mx dx$  जिथे आपण  $x$  ची व्हॅल्यू ठेवायची  
त्यामुळे  $x$  ची व्हॅल्यू मूळपासून सुरू होते आणि ती या बिंदूपर्यंत जाते या बिंदूचा  $x$  समन्वय मिळवण्यासाठी

आपल्याला दोन्ही समीकरणे सोडवावी लागतील

$mx$  येथे तुम्हाला  $m$  स्केअर  $x$  चौरस  $4ax$  च्या बरोबरीचा मिळतो

त्यामुळे  $m$  स्केअर  $x$  वजा चार

$a$  मध्ये  $x$  शून्य आहे म्हणून  $x$  चार  $a$  बाय  $m$  स्केअर  $x$   $0$  आहे

त्यामुळे हे तुम्हाला  $2x$   $0$  च्या बरोबरीचे  $1$

बिंदू देते मूळ आहे आणि  $x$  बरोबर  $4a$  बाय  $m$  चौरस हा तुम्हाला छेदनबिंदूचा आणखी एक बिंदू देतो

म्हणजे हा तुमचा  $x$  चार  $a$  बाय  $m$  चौरस इतका आहे त्यामुळे

एकत्रीकरणेची मर्यादा  $x$  बरोबर शून्य ते  $x$  चार  $a$  बाय  $m$  चौरस असेल

त्यामुळे तुमचे आवश्यक क्षेत्रफळ

शून्य ते चार  $a$  बाय  $m$  स्केअर रूट फोर अॅक्स वजा  $mx dx$  अंतर्गत आहे चौरस  $0$  ते चार  $a$  बाय  $m$  वर्ग तुम्हाला रूट चार  $a$  बाय  $m$   
अंतर्गत दोन बाय तीन चार  $a$  बाय  $m$  वर्ग मिळेल

चौरस वजा  $m$  बाय दोन सोळा एक चौरस बाय  $m$  ते घात चार म्हणजे बत्तीस एक चौरस बाय तीन मीटर

घन वजा आठ एक चौरस बाय दोन मीटर घन तीन आठ एक चौरस बाय मी घन त्यामुळे

आपल्याला आठ एक चौरस बाय मीटर घन आठ मिळेल चौरस बाय  $m$  घन हे अंतिम

उत्तर आहे, चला दुसरे उदाहरण घेऊया  $x$  अक्ष  $y$   $2x$  क्यूब वजा  $x$  चौरस वजा  $2x$  आणि  $x$  बरोबर वजा  $1$  ते  $x$  बरोबर  $2$

दरम्यान बांधलेले क्षेत्र मोजू

आता असे दिसते की ते आहे

हा वक्र  $y$  प्लॉट करणे कठीण आहे  $2x$  क्यूब उणे  $x$  चौरस

वजा  $2x$  च्या दुप्पट पण जोपर्यंत तुम्ही  $u$  प्लॉट करत नाही तोपर्यंत तुम्ही वास्तविक क्षेत्र शोधू शकत नाही

कारण तुम्ही ते थेट एकत्रित करण्याचा प्रयत्न केल्यास हे तुम्हाला योग्य मूल्य देणार नाही

आवश्यक क्षेत्र कारण तुम्हाला माहित नाही की  $-1$  आणि  $2$  मध्ये  $y$  कुठे धन आणि ऋण आहे,

त्यामुळे हा

योग्य दृष्टीकोन नाही म्हणून तुम्हाला वक्र बदल थोडी कल्पना असायला हवी की ते कुठे धन आहे

आणि कुठे ते ऋण आहे, तर त्यासाठी चला चला  $xq$  वजा  $x$  चौरस वजा  $2x$  च्या दुप्पट  $y$  बरोबरीचा घटक बनवण्याचा प्रयत्न करा

म्हणजे तुम्ही  $w$  हे असे लिहा जे तुम्ही लिहू शकता म्हणजे तुम्ही पाहू शकता की  $x$  बरोबर शून्य  $x$

बरोबर उणे एक आणि  $x$  बरोबर दोन हा वक्र  $x$  अक्ष ओलांडत आहे म्हणून आपण

त्याचे स्थूलपणे प्लॉट करण्याचा प्रयत्न करूया जेणेकरून आपल्याला काही कल्पना येईल की हे कुठे आहे  $x$  अक्षाच्या वरचे क्षेत्रफळ

कोठे आहे आणि

हे क्षेत्र  $x$  अक्षाच्या खाली कोठे आहे हे प्लॉट करूया जेणेकरून हे क्षेत्र

$x$  अक्षाच्या वर कोठे आहे आणि हे क्षेत्र  $x$  अक्षाच्या खाली कुठे आहे हे कळू शकेल कारण ते  $x$

बरोबर  $0$  आणि वजा येथे नाहीसे होते  $1$  आणि  $2$  तर आपण हे बिंदू वजा एक शून्य आणि दोन काढू या

त्यामुळे या बिंदूवर वक्र शून्य मूल्य घेत आहे याचा अर्थ

आता तो  $x$  अक्ष ओलांडत आहे जेव्हा  $x$  उणे  $1$  आणि  $0$   $x$  अधिक  $1$  च्या दरम्यान असेल तेव्हा  $x$  सकारात्मक असेल  $x$

ऋण असेल आणि  $x$  उणे दोन ऋण असेल

त्यामुळे  $y$  धन आहे

त्यामुळे एक एकदा  $x$  शून्यापेक्षा कमी आणि

वजा एक पेक्षा मोठा आहे ही संज्ञा सकारात्मक आहे हे ऋण आहे हे ऋण आहे

त्यामुळे एकूण सकारात्मक आहे तर ते असेच असेल जर  $x$  सकारात्मक आहे म्हणून  $x$  अधिक 1 सकारात्मक आहे पण  $x$  अधिक  $x$  उणे 2 नकारात्मक असेल  $e$  जेव्हा  $x > 2$  पेक्षा कमी असतो.  
त्यामुळे

$x$  शून्य आणि दोन मधील असताना  $y$  ऋण असते  
त्यामुळे वक्र

अंदाजे असे काहीतरी असेल

त्यामुळे आवश्यक एकूण क्षेत्रफळ आता हिरव्या रंगाने छायांकित केले आहे आपण पाहू शकता म्हणून आपल्याला दोन्हीची गणना करावी लागेल आणि जोडावे लागेल वास्तविक क्षेत्रफळ मिळविण्यासाठी ते एकत्र करून मी ते पुन्हा काढतो म्हणजे ते असे होते आणि हे तुमचे वक्र समीकरण  $x$  घन वजा  $x$  चौरस वजा दोन  $x$  दोन  $x$  घन वजा  $x$  चौरस वजा  $2x$  म्हणून क्षेत्रफळ म्हणा हे 1 आहे हे 2 आहे म्हणून आपण  $1 - a - 1$  आहे वजा 1 ते  $0.2x$  क्यूब वजा  $x$  चौरस वजा दोन  $x$  अशी गणना करूया त्यामुळे प्राथमिक क्षेत्रफळ असेल म्हणजे हे एक आहे प्राथमिक क्षेत्र हे  $dx$  मध्ये असेल आणि ते समाकलित करू.

तुम्हाला शून्य वजा एक बाय चार मिळेल मग शून्यावर उणे ठीक आहे ते शून्य होईल म्हणून मला उणे टाकावे लागतील मग माझे म्हणजे हे मूल्य म्हणजे हे अधिक आहे आणि मग हे तीन बाय तीन होईल आणि मग हे वजा एक होईल, म्हणजे हे वजा दोन बाय सात आहे आणि हे सात बाय बारा वजा एक आहे माफ करा वजा 2 7 बाय 12 वजा 1 त्यामुळे आम्हाला वजा 2 वजा 5 बाय 12 मिळेल .

ठीक आहे

त्यामुळे आम्हाला 5 बाय 6 मिळाले हे बरोबर आहे म्हणून

मग  $a = 2$  हे  $x$  घनाच्या 0 ते 2 दुप्पट आहे वजा  $x$  चौरस वजा  $2x$   $dx$  हा  $2x$  घात 4 बाय 4 वजा  $x$  क्यूब बाय 3 वजा  $x$  चौरस 0 ते 2 0 वर ते 0 असेल

त्यामुळे त्याचे मूल्य मिळेल 2 16 बाय 4 म्हणजे 4 वजा 8 बाय 3 वजा 4 त्यामुळे आपल्याला वजा 16 बाय 3 मिळेल

त्यामुळे एकूण क्षेत्रफळ एक अधिक मोड आणि दोन आहे.

पाच बाय सहा अधिक सोळा बाय तीन जे सदतीस बाय सहा च्या बरोबरीचे आहे , आपण आणखी एक उदाहरण घेऊ या  $y$  बरोबर दोन वजा  $x$

चौरस आणि  $y$  समान वजा  $x$  मधील क्षेत्रफळ काढूया, तर तुमच्या क्षेत्रावरील प्रत्येक समस्येसाठी पहिल्या टप्प्यावर

त्या प्रदेशाविषयी काही कल्पना असणे आवश्यक आहे जेथे ते आहे की ते सकारात्मक बाजूने आहे

किंवा ते नकारात्मक बाजू आहे की नाही म्हणून प्लॉटिंग करणे आवश्यक आहे म्हणून हे पॅराबोला उलटे

पॅराबोला दर्शवते ज्याचा शिरोबिंदू 0 स्वल्पविराम 2 आणि अक्ष  $y$  अक्ष आहे

त्यामुळे तुम्हाला मिळेल हा पॅराबोला आता  $y$  उणे  $x$

बरोबर आहे ही ग्रेडियंट वजा 1 असलेली सरळ रेषा आहे

त्यामुळे तुम्हाला हे  $y$  वजा  $x$  बरोबर मिळेल आणि हे  $y = x$  आहे  $u = 1$  ते दोन वजा  $x$  चौरस म्हणून

त्यांच्या दरम्यान बांधलेले क्षेत्रफळ पुन्हा इतके असेल म्हणून

मागील प्रकरणांप्रमाणेच प्रक्रियेद्वारे हे क्षेत्र उभ्या पातळ उभ्या पट्ट्या किंवा आयतामध्ये विभाजित करा जे

प्राथमिक क्षेत्र म्हणून ओळखले जाते म्हणून हे प्राथमिक क्षेत्र दोन वजा  $x$  असेल

चौरस वजा

$x$  चौरस  $g(x)$  हा उणे  $x$  आहे म्हणून आम्हांला समजले

हे तुमचे प्राथमिक क्षेत्र आहे आता  $x$  चे मूल्य ज्यासाठी संपूर्ण छायांकित क्षेत्र काढले जाईल ते एक मूल्य

असेल हे  $x$  किमान आहे आणि हे  $x$  कमाल आहे आम्हाला दोन्ही मूल्ये शोधण्याची आवश्यकता आहे

आणि मग आपण येथे  $x$  किमान  $x$  जास्तीत जास्त ठेवू म्हणजे  $x$  किमान आणि  $x$  कमाल

मूल्ये शोधण्यासाठी आपल्याला दोन्ही वक्र वजा  $x$  हे 2 वजा  $x$  चौरस बरोबरीचे समीकरण सोडवावे लागेल म्हणून

आपल्याला  $x$  चौरस वजा  $x$  वजा दोन मिळेल च्या बरोबरीचे शून्य आहे म्हणून  $x$  ची मूल्ये तुम्हाला 2 स्वल्पविराम वजा 1 देईल

त्यामुळे हे  $x$  किमान आहे उणे 1 आणि हे दोन आहे म्हणून हे

संपूर्ण छायांकित क्षेत्र  $x$  च्या बरोबरीने वजा एक आणि  $x$  च्या बरोबरीचे प्लस दोन च्या दरम्यान आहे

म्हणून आपल्याला ठेवण्याची आवश्यकता आहे येथे मर्यादा आहेत आणि आम्हाला दोन वजा  $x$  चौरस अधिक  $x dx$  एकत्रित मिळतात

आम्हाला  $2x$  उणे  $x$  क्यूब बाय 3 अधिक  $x$  चौरस बाय 2 वजा 1 ते 2 मिळतात

त्यामुळे आपल्याला वरच्या मर्यादेवर

अँटी डेरिव्हेटिव्हचे वरच्या मर्यादा मूल्य चार अधिक दोन वजा वजा मिळते दोन वजा अधिक एक बाय तीन अधिक एक करून दोन

म्हणजे हे 4 हे आणि हे 8 वजा 8 बाय 3 वजा 5 हे आठ  $hmm$  आहे

त्यामुळे हे तुमचे अंतिम उत्तर आहे आम्ही

विविध समस्या सोडवत आहोत जेणेकरून तुम्ही वक्र प्लॉट करण्यास सक्षम मग प्रदेश ओळखणे आणि नंतर तुम्ही मर्यादा योग्यरित्या घालण्यास सक्षम असाल म्हणून  $y$  समान  $x$  4 वजा  $x$  चौरस  $x$  अक्ष आणि  $x$  समान वजा दोन आणि  $x$  मधील सीमा असलेल्या अनुक्रम क्षेत्रामध्ये दुसरे उदाहरण घेऊ.

प्लस दोन च्या बरोबरी आहे

त्यामुळे पहिल्याच उदाहरणावर असे दिसते

की क्षेत्रापासून उणे दोन आणि दोन मध्ये बांधलेले आहे म्हणून जर तुम्ही उणे दोन एन दोन वरून  $x$  चार वजा  $x$  चौरस  $dx$  समाकलित केले तर तुम्हाला

अविभाज्य मूल्य मिळेल परंतु तुम्ही

जर ते प्लॉट न करता केले तर काय होईल जर तुम्ही जवळ जाण्याचा आणि प्लॉट करण्याचा प्रयत्न केला आणि हे समाकलित केले वजा ते दोन

फंक्शन हे विषम फंक्शन आहे

त्यामुळे लगेचच व्हॅल्यू शून्य होईल

त्यामुळे आपल्या दृष्टिकोनात काही समस्या आहे म्हणून प्लॉट न करता आपण पुढे जाऊ शकत नाही म्हणून आपल्याला वक्र कल्पना थोडी असली पाहिजे

म्हणून आपण प्रथम ते काढू या तुम्ही जे पाहू शकता ते म्हणजे

$x = 0$  असताना  $y$  आहे 0 आणि  $y = 0$  आहे तेव्हा  $x$  plus उणे 2 आहे आता 0 आणि  $2y$  दरम्यान सकारात्मक आहे आणि उणे 2 आणि  $0y$  दरम्यान

ऋण आहे

त्यामुळे ते 0 2 आणि उणे 2 वर नाहीसे होते वक्र

येथे नाहीसे होते येथे आणि उणे 2 ते 0 पर्यंत ते ऋण आहे आणि 0 ते

2 पर्यंत ते सकारात्मक आहे म्हणून आपल्याला या प्रकारचा आकार मिळू शकतो कारण

हा वक्र येथे आणि येथे कसा दिसेल हे शोधण्यासाठी ते सतत चालू असते.

तुम्हाला याबद्दल अधिक जाणून घेण्यात स्वारस्य आहे

वक्र तुम्हाला व्युत्पन्न शोधावे लागेल आणि व्युत्पन्नाचे मूल्य 0 वजा

$2n$  अधिक 2 वर शोधून काढावे लागेल जेणेकरून तुम्हाला कळेल की वक्र उणे दोन शून्य आणि दोन इतके वास्तविक क्षेत्र कसे ओलांडत आहे

जे आम्ही शोधत आहोत वक्र  $x$  अक्ष आणि रेषा  $x$

बरोबर उणे दोन आणि  $x$  बरोबर दोनच्या दरम्यान स्थित आहे म्हणून एकूण क्षेत्रफळ आवश्यक आहे असे म्हटले जाईल की हे

एक आहे आणि हे दोन आहे म्हणून एकूण क्षेत्रफळ एक प्लस मोडचे मोड आहे अधिक एक दोन म्हणून आपण

प्रथम दोनची गणना करू

त्यामुळे दोन ही वक्र सममितीय असल्यामुळे शून्य ते दोन  $x$  मुळाखाली चार वजा  $x$  चौरस  $dx$  दिले जातील आणि  $x$  चे विषम फंक्शन या एकाचे परिमाण तितकेच असेल

दोनचे पण ऋण चिन्ह असेल

त्यामुळे 1 वजा 2 असेल आणि 2 हे 0 ते  $2x$  मुळाखाली चार वजा  $x$  चौरस  $dx$  आता गृहीत धरा की  $x$  चौरस  $t$  आहे म्हणजे दोन

$x dx$  म्हणजे  $dt$  म्हणजे शून्य  $x$  शून्य  $t$  शून्याच्या बरोबरीचे आणि  $x$

दोन  $t$  म्हणजे चार म्हणजे मर्यादा ही असेल आणि  $x dx$  एक बाय दोन  $dt$  असेल

त्यामुळे तुम्हाला एक बाय दोन चार मिनिटे मिळतील  $stdt$  वन बाय टू इंटीग्रेशन शून्य ते चार चार बाय तीन असेल चार वाजता ते शून्य असेल

आणि शून्यावर शून्य असेल उणे अह वजा चिन्ह दिसेल जसे तुमच्या येथे उणे  $t$  आहे

त्यामुळे चार वाजता ते

शून्य असेल आणि नंतर शून्य असेल चार ते घात तीन बाय दोन वजा  $i$  असेल त्यामुळे

तुम्हाला उणे उणे अधिक चार बाय तीन गुणा आठ मिळतील त्याबद्दल क्षमस्व आहे आमची येथे एक चूक आहे आम्ही

येथे मिळवतो येथे आम्हाला तीन बाय तीन मिळतात

त्यामुळे तुम्हाला तीन बाय तीन मिळतात

त्यामुळे शेवटी आम्हाला 8 बाय तीन मिळतील 3 तर  $a^2$  8 बाय 3 आहे एक वजा आठ

बाय तीन असेल कारण फंक्शन विषम आहे म्हणून एकूण क्षेत्रफळ सोळा बाय तीन आवश्यक आहे, आपण आणखी एक उदाहरण घेऊ या

दोन पॅराबोलास  $y$  बरोबर  $x$  स्केअर आणि  $y$

आठ वजा  $x$  स्केअरमध्ये बांधलेले क्षेत्रफळ तर आपण त्यांना प्लॉट करू या  $y$  अक्ष  $x$  अक्ष  $y$  बरोबर  $x$  चौरस आहे

पॅराबोला शिरोबिंदू 0 0 आणि अक्ष  $y$  अक्ष आहे आपल्याला हे मिळते आणि  $y$  बरोबर 8 वजा  $x$  चौरस

आहे पॅराबोला जो उलट आहे ज्याच्या शिरोबिंदूवर 0 स्वल्पविराम आठ आहे म्हणून आपण करू हा आकार मिळवा म्हणून आपल्याला हे

दोन छेदनबिंदू आणि आवश्यक  $ar$  शोधणे आवश्यक आहे  $ea$  हिरव्या रंगाने छायांकित केला जातो म्हणून पुन्हा आपण क्षेत्रफळाचे

प्राथमिक भाग पातळ पट्ट्या किंवा आयतामध्ये विभागतो जर एकदा अशा

पट्टीची रुंदी  $dx$  असेल तर प्राथमिक क्षेत्रफळ आठ वजा  $x$  चौरस वजा चौरस  $dx$  असेल यासाठी आपल्याला ही दोन मूल्ये शोधण्याची आवश्यकता आहे

त्यासाठी आपल्याला दोन्ही समीकरणे सोडवावी लागतील म्हणजे हे उणे २० आहे आणि हे २ स्वल्पविराम ० आहे त्यामुळे  $x$  ची मर्यादा उणे दोन ते दोन आणि उणे दोन ते दोन आठ वजा दोन  $x$  चौरस  $dx$  असेल कारण आपण  $x$  ची जागा घेतल्यास वजा  $x$  द्वारे तुम्ही पाहू शकता की या इंटीग्रॅंडचे चिन्ह बदलणार नाही.

आणि उणे  $x$  चे  $f(x)$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून

ते एक सम फंक्शन आहे म्हणून तुम्ही निश्चित इंटीग्रलचा गुणधर्म वापरू शकता जे

उणे  $a$  ते  $a f(x) dx$  ० च्या दुप्पट आहे  $a f(x) dx$  म्हणून आपण हे २० ते २८

वजा दोन  $x$  चौरस  $dx$  असे लिहू शकतो हे दोन आठ  $x$  वजा दोन बाय तीन  $x$  क्यूब ० ते २ इतके आहे म्हणून आपल्याला आवश्यक क्षेत्रफळ २१६ वजा चौसष्ट आहे तीन

एक वजा बरोबर  $y$  मधील क्षेत्रफळ शोधण्यासाठी दुसरे उदाहरण घेऊ  $\cos x$  ते  $\sin x$  अक्ष  $x$  बरोबर ० आणि  $x$  बरोबर  $\pi$  च्या बरोबरी आहे

त्यामुळे हे खूप गुंतागुंतीचे वक्र दिसते आणि

ते प्लॉट करणे सोपे होणार नाही परंतु तुम्हाला हे माहित असले पाहिजे की ते सकारात्मक आहे की नकारात्मक आणि तुम्हाला

वक्र बदल थोडीशी कल्पना असली पाहिजे जर हा  $x$  अक्ष असेल तर हा  $y$  अक्ष असेल तर शून्य आणि  $\pi$  मधला वक्र एक वजा  $\cos x$

मध्ये पाप  $x$  मध्ये काय स्वरूप आहे, म्हणून जर हे ० आहे असे म्हटले तर हा  $\pi$  आहे तर  $x$  बरोबर ०  $y$  ० आहे कारण दोन्ही घटक  $x$

हे  $\pi$  देखील  $y$  शून्याच्या बरोबरीचे आहे कारण  $\sin \pi$  शून्य आता शून्य आणि  $\pi$  मधील फंक्शन पुन्हा गायब होण्याची शक्यता आहे.

किंवा  $y$  ने ऋण मूल्य घेण्याची काही शक्यता

आहे कारण  $\cos x$  उणे १ आणि १  $\sin x$  मध्ये आहे नेहमी पॉझिटिव्ह किंवा

शून्य आणि पाई मध्ये ० आणि एक उणे  $\cos x$  नेहमी शून्य आणि पाईमध्ये असतो म्हणून

हा वक्र नेहमी धन असतो.

त्यामुळे तुम्हाला वक्र आकाराचा असा प्रकार असेल तर तुमचे आवश्यक क्षेत्रफळ हे असेल आणि जर  $dx$  प्राथमिक रुंदी असेल तर क्षेत्रफळ नंतर प्राथमिक प्राथमिक

क्षेत्र १ वजा  $\cos x \sin x$  इंच असेल  $dx$  आणि हे तुमचे प्राथमिक क्षेत्र आहे

आणि एकूण क्षेत्रफळ ० ते  $\pi$  १ उणे  $\cos x$  मध्ये  $\sin x dx$  असेल त्याचे मूल्यमापन ० ते  $\pi \sin x$  उणे

$\sin x \cos x dx$  जे तुम्ही शून्य ते  $\pi \sin x$  एक बाय दोन  $\sin$  असे लिहू शकता दोन  $xd$

$x$  जे उणे  $\cos x$  अधिक  $\cos$  दोन  $x$  बाय चार शून्य ते  $\pi$ ,

त्यामुळे हे तुम्हाला वजा एक वजा एक देईल आणि नंतर दोन  $\pi n$  शून्यावर

तुम्हाला एक वजा एक मिळेल म्हणजे अधिक एक बाय चार एक वजा एक म्हणजे शेवटी तुम्ही मिळवा दोन ही समस्या अगदी सोपी आहे परंतु तुम्ही

हे लक्षात ठेवले पाहिजे की जोपर्यंत तुम्हाला वक्र

$x$  अक्षाच्या दोन्ही बाजूला आहे किंवा ते त्याचे चिन्ह बदलत आहे याबद्दल काही कल्पना येत नाही तोपर्यंत तुम्ही योग्य क्षेत्र शोधू शकत नाही.

$y$  बरोबर  $\cos$  स्केअर  $x$  आणि  $y$  बरोबर एक  $x x$

शून्याच्या बरोबरी आणि  $x$  बरोबर  $\pi$  च्या बरोबरी आहे,

त्यामुळे हा प्रदेश कसा प्लॉट करायचा हे तुम्हाला कळेल  $\cos$

$x$  चा आलेख शून्य आणि  $\pi$  मध्ये कसा दिसतो म्हणून शून्यावर तो एक नंतर  $\pi$  आहे दोन ने ते शून्य आहे आणि नंतर ते पुन्हा  $\pi$  आहे ते  $\pi$

आहे म्हणून हे अधिक एक आहे हे उणे आहे एक हा  $\cos x$  चा आलेख आहे आता तुम्ही त्याचा वर्ग केला तर  $\cos x$  चा आलेख कसा दिसेल

त्यामुळे हा भाग वर जाईल

कारण तुम्ही त्याचे वर्ग करत आहात.

त्यामुळे हे  $\cos$  वर्ग  $x$  चे रफ स्केच आहे आणि कारण मूल्ये वजा एक आणि एक यांच्या मध्ये आहे त्यामुळे

ते शून्य आणि पाई मधील एक ओलांडणार नाही म्हणून ते होईल आणि पाई दोनने ते

शून्य असेल

त्यामुळे ते असे काहीतरी असेल म्हणून तुमचे क्षेत्र जे तुम्ही शोधत आहात

ते वक्र  $y$  च्या बरोबरीच्या दरम्यान आहे एक हा तुमचा  $\cos$  स्केअर  $x$  आहे हा तुमचा  $y$  बरोबर आहे म्हणून

आवश्यक क्षेत्र हिरव्या रंगाने शेड केलेले आहे आणि हे तुमचे आवश्यक क्षेत्र आहे आता हे येथे गुळगुळीत का आहे

जेणेकरून हे  $\cos$  वर्ग  $x$  का असेल हे शोधणे खूप सोपे आहे  $\pi$  at 2 by smooth.

त्यामुळे तुम्हाला फक्त व्युत्पन्न शोधणे आवश्यक आहे आणि तुम्ही पाहू शकता की  $y = 2 \cos x$  मध्ये वजा  $\sin x$  असेल आणि ते  $\pi/2$  वर 0 असेल.

त्यामुळे वक्र स्पर्शिका येथे गुळगुळीत आहे  $\pi/2$  बाय 2 हा  $x$  अक्ष आहे त्यामुळे आवश्यक क्षेत्र

0 ते  $\pi$  प्राथमिक क्षेत्रफळ असेल तर उभ्या पट्ट्या असतील जर आपण लांबी  $dx$  घेतली तर आपल्याला तो सिद्धांत पुन्हा लागू करावा लागेल जिथे आपल्याकडे दोन फंक्शन आहेत  $f(x)$  आणि  $g(x)$  आणि  $a$  आणि  $b$  मध्ये लक्षात येते म्हणून तुम्ही

$f(x)$  लिहा तुम्ही हे  $a$  ला  $b$  वजा  $g(x)$  वजा  $dx$  लिहा म्हणजे  $f(x)$  एक आहे आणि  $g(x) \cos x$  वर्ग  $x$  आहे

त्यामुळे तुम्हाला हे मिळेल शून्य ते  $\pi \sin x$  चौरस  $x dx$  जे एक वजा  $\cos x$  दोन  $x$  दोन शून्य ते  $\pi dx$  क्षेत्रफळ आहे म्हणून

एक बाय दोन  $x$  वजा  $v$  चार शून्य ते  $\pi$  इतके आहे

त्यामुळे तुम्हाला  $\pi$  बाय दोन

वजा शून्य मिळेल शून्य शून्य म्हणजे हे पाई बाय दोन आहे म्हणून आत्तापर्यंत आपण

निश्चित पूर्णांकांच्या अनुप्रयोगांवर बरीच उदाहरणे सोडवली आहेत चला असे काही

गुणधर्म आहेत जे आपण आत्तापर्यंत कव्हर केलेले नाहीत ते पाहू आणि आपण

त्यांची थोडक्यात चर्चा करूया

त्यामुळे काय असू शकते ते पाहूया या संदर्भात एक निश्चित अविभाज्य लिहीले

आहे या फॉर्ममध्ये जिथे आपण बंद अंतराल  $ab$  वर  $f(x)$  सतत असणे घेतले आहे आणि आपले

मध्यांतराचे दोन्ही टोकाचे बिंदू मर्यादित आहेत म्हणून आपण ज्या काही समस्यांचे निराकरण केले आहे ते  $f(x)$  हे सतत कार्य होते

आणि  $a$  आणि  $b$  दोन्ही मर्यादित आहेत म्हणून दोन  $q$  आहेत उस्टेशन्स जे उपस्थित केले

जाऊ शकतात जर  $f(x)$   $ab$  वर खंडित असेल तर काय होईल

आणि दुसरा प्रश्न असा आहे की जर इंटिग्रेशनचे मध्यांतर बंधनकारक नसेल तर तुमचे मध्यांतर म्हणजे

अनंत ते अनंत ते अर वजा अनंत ते अनंत ते अशा परिस्थितींना कसे सामोरे जायचे ते पाहू या की

जेव्हा  $f(x)$  इंटरव्हल  $ab$  वर खंडित आहे परंतु  $f(x)$  हा तुकडावार अखंड खंडानुसार सतत आहे

हे समजण्यासाठी आपण अविभाज्य वजा दोन ते दोन घेऊ या जेथे हे सर्वात मोठे पूर्णांक कार्य म्हणून ओळखले जाते

आणि याच्या प्लॉटचा प्लॉट खालीलप्रमाणे केले जाऊ शकते म्हणून सर्वात मोठे पूर्णांक फंक्शन परिभाषित केले जाते

जसे की शून्य आणि एक मध्ये शून्य मूल्य लागते ते एक मूल्य घेते

आणि दोनच्या आधी एक आणि दोन मध्ये एक मूल्य घेते या संपूर्ण मध्ये एक आणि वजा एक आणि शून्य दरम्यान उणे एक ला उणे एक

लागतो तो उणे एक आणि

उणे एक आणि दोन च्या दरम्यान उणे दोन आहे क्षमस्व हे नाही पण इथे कुठेतरी

हे उणे एक आहे हे उणे दोन आहे म्हणून जर तुम्हाला इंट करायचे असेल तर या इंटरव्हलमध्ये तुम्ही हे इंटिग्रल लिहू शकता वजा 1 ते

माझे वजा 2 ते उणे 1

जेथे फंक्शन व्हॅल्यू वजा 2 प्लस वजा 1 ते 0 फंक्शन व्हॅल्यू वजा 1 अधिक 0 ते 1 फंक्शन व्हॅल्यू

0 अधिक 1 आहे  $\int_2^1 f(x) dx$  आहे जर तुम्ही हे समाकलित केले तर तुम्हाला उणे 2  $\times$  वजा 2 ते वजा 1 अधिक वजा एक

अविभाज्य मिळेल

$x$  वजा एक ते शून्य अधिक शून्य अधिक एक दोन दोन क्षमस्व  $x$  एक ते दोन म्हणून मूल्य अधिक दोन वजा एक आहे आम्ही आहोत

कॅल्क्युलस दोनच्या

निश्चित अविभाज्य मूलभूत प्रमेयचे सूत्र लागू केल्याने आपल्याला येथे उणे दोन मिळतात

वजा एक आणि नंतर एक म्हणजे मूल्य उणे दोन आहे म्हणून आता आपण समजून घेण्याचा प्रयत्न करूया की

फंक्शन संपूर्णपणे चालू नाही तर उणे दोन आणि वजा एक दरम्यान आहे ते

वजा एक आणि शून्य दरम्यान निरंतर आहे शून्य ते एक पर्यंत खंडित आहे ते सतत आहे

आणि एक ते दोन ते सतत आहे म्हणून तुम्ही अह मध्ये अविभाज्य खंड खंडित करू शकता तुम्ही

त्या उप अंतरालांवर अविभाज्य खंडित करू शकता आणि तुम्ही त्याचे मूल्यमापन करू शकता वर आह वर

वैयक्तिक अंतरावर वैयक्तिक पूर्णांक आता जर मी तुम्हाला दिलेल्या वक्र अंतर्गत उणे 2 ते 2 पर्यंतचे क्षेत्रफळ शोधण्यास सांगितले

तर क्षेत्रफळ हे याद्वारे दर्शविले जाईल आणि हे आह मग आपल्याला इतके क्षेत्र घ्यावे लागेल

हे याचे उणे दोन क्षेत्रफळ होते उणे दोनचा आह मोड असेल म्हणजे दोन आणि याचे क्षेत्रफळ

उणे एकचे मोड असेल जे एक असेल आणि येथे ते एक असेल तर मी तुम्हाला

क्षेत्र शोधण्यास सांगितले तर तुम्हाला येथे मोड लावावे लागतील कारण

हे देत आहे तुमची नकारात्मक मूल्ये कारण  $x$  अक्षाच्या खाली वक्र आहे

म्हणून मोड घालण्यासाठी आणि नंतर क्षेत्राचे मूल्य मिळवण्यासाठी ते एकत्र जोडू, म्हणून आम्ही तुकड्यानुसार सतत कार्याचे मूल्यमापन

कसे करायचे ते पाहिले

आता तुमचा मध्यांतर नसल्यास काय होईल

ते पाहू या बाउंडेड किंवा त्यात आहे प्लस इन्फिनिटी किंवा मायनस इन्फिनिटी

त्यामुळे त्यात

अनेक केसेस आहेत

त्यामुळे  $f(x)$  सतत असू द्या पण इंटिग्रेशनचा इंटरव्हल बाउंड नाही म्हणून पहिली कॅटेगरी उदाहरणार्थ म्हटली जाते

त्यामुळे तुम्ही पाहू शकता की हे

फंक्शन सर्वत्र सतत चालू आहे पण  $i$  इंटिग्रेशनचे मध्यांतर हे अनंत

आहे 0 ते अनंतापर्यंत तर दुसरी केस आहे वजा ते अनंत ते अनंत एक एक करून एक अधिक

$x$  चौरस  $dx$  नंतर दुसरी केस जेथे फंक्शन खंडित आहे परंतु मध्यांतर मर्यादित आहे  $a$  ते  $b$  म्हणा जेथे  $a$  आणि  $b$  दोन्ही

येथे विच्छेदन मर्यादित आहेत तुकड्यानुसार खंडितता किंवा तुकड्यानुसार सातत्य याचा अर्थ असा नाही

म्हणून या खंडित कार्याचा अर्थ एकीकरणाच्या मध्यांतरामध्ये कुठे तरी अनंत मूल्ये आहेत, उदाहरणार्थ 0 ते 1  $dx$  द्वारे रूट  $x$  जर तुम्ही 1

चा आलेख मूळ  $x$  द्वारे पाहिल्यास

ते अनंततेकडे झुकते जेव्हा  $x$  झुकते ते 0 ला घेते आणि जेव्हा  $x$  अनंताकडे झुकतो तेव्हा 0 कडे झुकतो

म्हणून हा 1 चा आलेख मूळ  $x$  हा  $y$  अक्ष आहे हा  $x$  अक्ष आहे म्हणून

मला या क्षेत्राचे क्षेत्रफळ मोजायचे आहे तर तिसरे केस जेथे फंक्शन आहे तसेच

अखंड आणि मध्यांतर देखील मर्यादित नाही म्हणून केस तीन जेथे फंक्शन खंडित आहे जे निरंतर नसतात तसेच समाकलनाचे मध्यांतर

अनंत असते उदाहरणार्थ वजा अनंत ते अनंत एक बाय  $x$  वर्ग  $dx$  म्हणून येथे  $x \times x$  चौरस एक  $x$  शून्याच्या बरोबरीने सतत नसतो

आणि

समाकलनाचे अंतराल देखील अमर्यादित असीम किंवा अनंत असते, म्हणून आपण काही

उदाहरणे सोडवू आणि अशा प्रकरणांना आपण कसे सामोरे जाल ते पाहूया, उदाहरणार्थ एक शून्य ते अनंत एक करून

एक अधिक  $x$  चौरस  $dx$  म्हणून जर तुम्ही हा वक्र 0 वर प्लॉट केला तर ते 1 आहे आणि अनंतावर

ते 0 असेल तर ते असे जाईल म्हणून हे क्षेत्र आहे जे

या अविभाज्यतेद्वारे शासित आहे, म्हणून जर तुम्हाला दिसत असेल तर तुम्ही मर्यादित रकमेची मर्यादा लागू करू शकत नाही कारण हे तुम्ही

प्राथमिक आयतांची अमर्यादपणे बरीच क्षेत्रे जोडावी लागतील आणि म्हणून आतापर्यंत विकसित केलेला सिद्धांत

मर्यादित अंतरासाठी आहे म्हणून आपण काय करतो ते एक अतिशय सोपी

युक्ती आहे आपण जे करतो ते फक्त 0 ते 1 बाय 1 अधिक  $x$  वर्ग लिहा  $dx$  आणि नंतर आता पासून  $a$  हे मर्यादित आहे म्हणून आम्ही

येथे काही मूल्य  $a$  घेतले आहे आणि नंतर आम्ही हे क्षेत्र एकत्रित करत आहोत शेवटी आम्ही

अनंततेकडे झुकत असलेली मर्यादा घेतो आणि नंतर इंटिग्रलचे अंतिम मूल्य मोजले जाते

आणि त्यासाठी सिद्धांत चांगला विकसित झाला आहे

त्यामुळे इंटर तर  $val$  हे मर्यादित आहे

आणि हे फंक्शन अखंड असते मग कॅल्क्युलस दोनच्या मूलभूत प्रमेयाद्वारे

आपण इंटिग्रलचे मूल्य लिहू शकतो म्हणून टॅन व्युत्पन्न  $x$  हे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह आहे म्हणून आपल्याला टॅन इनव्हर्स इन्फिनिटी मिळते जी

पाई बाय दोन आहे म्हणून आपण हे काय केले आहे

या इंटिग्रलला या इंटिग्रलच्या मर्यादित रूपांतरित करून अनंत हाताळले

जाते जे मर्यादित मध्यांतरावर परिभाषित केले जाते म्हणून अमर्याद मध्यांतरांची समस्या

या पद्धतीने हाताळली जाऊ शकते आणखी एक उदाहरण घ्या शून्य ते शून्य ते एक  $dx$  रूट  $x$  वर

जर तुम्ही हा वक्र प्लॉट केला तर तुम्हाला मिळेल  $x$  शून्य एक मूळ  $x$  हा अनंताकडे झुकतो  $x$

हा  $y$  अक्ष हा  $x$  अक्ष आहे म्हणून तुम्हाला याची गणना करायची आहे म्हणून

हे  $x$  शून्याच्या बरोबरीचे आहे  $x$  बरोबर एक आहे म्हणून तुम्हाला या क्षेत्राची गणना करायची आहे जेणेकरून तुम्ही ते

पाहू शकाल तेव्हापासून जर तुम्ही ते अगदी लहान आयतांमध्ये काढले तर तुम्ही पाहू शकता की जेव्हा तुम्ही 0 कडे जाता तेव्हा

तुम्ही आयताचे क्षेत्रफळ लिहू शकणार नाही कारण फंक्शन व्हॅल्यू अनंताकडे झुकते

म्हणून आम्ही काय करतो ती कल्पना पुन्हा तीच आहे असे आम्ही गृहित धरू की ठीक आहे व्या एप्सिलॉन स्वल्पविराम 0 आहे आणि

मग आम्ही या क्षेत्राचे मूल्यमापन करतो आणि नंतर आम्ही एप्सिलॉनची मर्यादा घेतो  $s$  एप्सिलॉन शून्याकडे झुकतो, म्हणून आपल्याला हे

इंटिग्रल एप्सिलॉन 1  $dx$  वर रूट  $xx$  एप्सिलॉन 0 कडे असते म्हणून लिहावे लागेल म्हणून हे

मर्यादित समान आहे सायलेंट हे आता 0 कडे झुकत आहे  $x$  रूट द्वारे एक

एप्सिलॉन मध्ये सतत आहे दोन एक बंद अंतराल एक ला सायलेंट म्हणून तुम्ही कॅल्क्युलसचे मूलभूत प्रमेय लागू करू शकता

आणि नंतर तुम्ही सायलेंट वरून एक असे व्हॅल्यू लिहू शकता जे तुम्हाला दोन वजा दोन एप्सिलॉन देते

त्यामुळे त्याचे मूल्य इंटिग्रल इंटिग्रल हे रूट  $x$  अंतर्गत दोन आहे

त्यामुळे तुम्हाला 2 वजा 2 रूट एप्सिलॉन मिळेल आणि लिमिट घेतल्यावर

तुम्हाला दिसेल की इंटिग्रलची विहीर 2 आहे अशा इंटिग्रलला अयोग्य इंटिग्रल म्हणून ओळखले जाते अशा इंटिग्रलला तुम्ही इंटिग्रल

परिभाषित

करून परिभाषित करू शकता मर्यादित अंतरावर अविभाज्यतेची मर्यादा म्हणून आम्ही क्षेत्रावरील

निश्चित अविभाज्यांवर काही संकीर्ण उदाहरणे पाहिली आहेत आणि निश्चित इतर प्रकारचे

निश्चित पूर्णांक आहेत म्हणून आपल्या पुढील वर्गात आपण संकीर्ण उदाहरणांसह पुढे जाऊ es आणि  
अशा क्लिष्ट समस्यांकडे कसे जायचे ते पहा.  
धन्यवाद

Prutor@iitk