ہم یقینی انٹیگرلز سیکھ رہے ہیں اور اب تک جو کچھ ہم نے سیکھا ہے کہ ایک قطعی انٹیگرل کی قدر معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں ایک رقم کی حد
مشتقات کا استعمال کرتے ہوئے ہم نے دیکھا ہے کہ ایسے قطعی انٹیگرلز ہیں جن کا انٹیگرینڈ بہت زیادہ ہے۔ سادہ nt سے ہے اور دوسرا
اس fx تو یہ ہے کہ سمال ایف ایکس کا اینٹی ڈیریویٹیو موجود ہے اور اس لیے آپ اس فارم میں ویلیو لکھ سکتے ہیں لیکن کئی انٹیگرلز ہیں جہاں
معاملے میں بہت پیچیدہ ہے کہیے کہ یہ بہت ہی پیچیدہ فنکشن ہے جس کا اینٹی ڈیریویٹیو کمپیوٹ اینٹی تلاش کرنا مشکل ہے۔ -ڈیریویٹیو میں ایف
ڈیش ایکس کا پتہ لگاتا ہے کہ یہ چھوٹے ایف ایکس کے برابر ہے پھر ہم نے کیا دیکھا ہے کہ ہم ان معاملات میں لاگو کرتے ہیں ہم متبادل کے طریقہ
کار کا اطلاق کرتے ہیں اور اس میں ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم انٹیگرل کو تبدیل کرتے ہیں جہاں ہم کریں گے نئی حدیں رکھیں یہ حدود مختلف ہوں گی
اس st g dash t اور ہمیں ایک اور فنکشن ملتا ہے جو کمپیوٹ اینٹی ڈیریویٹیو کی گنتی کرنے کے لیے کافی آسان ہے جو کہ موجود ہے
کے برابر ہے پھر ہم نے یہ بھی دیکھا ہے کہ قطعی انٹیگرل کے خواص کی سات آٹھ gt اس طرح موجود ہے کہ یہ چھوٹے gt طرح کہ
خصوصیات ہیں اگر آپ قطعی انٹیگرل کی ان خصوصیات کو استعمال کریں اور انٹیگرل کا اندازہ کریں
تو زندگی بہت آسان ہوجاتی ہے اور آپ انٹیگرل کا حساب بصورت دیگر بہت آسان کر سکتے ہیں لہذا آپ کو سمجھا جاتا ہے کہ خصوصیات کو اس
کو ثابت کرنا ہے اور پھر اسے یقینی انٹیگرلز پر لاگو کرنے کی کوشش کریں تاکہ پیچیدہ قطعی انٹیگرلز کا اندازہ لگایا جا سکے پھر یقینی انٹیگرلز کی
بہت سی ایپلی کیشنز موجود ہیں اور ایک ایپلی کیشن کے طور پر ہم نے ایک آغاز کیا ہے۔ مخصوص اشکال کا کمپیوٹنگ ایریا اور ہم نے بہت آسان
شکلوں سے شروع کیا جیسے کہ ہم نے دائروں کے بیضوی رقبے کی گنتی کی ہے اور ہم نے ترتیب میں منحنی خطوط اور ایک دی گئی لکیر کے
درمیان بند وکر کے علاقے کی بھی گنتی کی ہے جس کو سمجھنے کے لیے ہم آگے بڑھتے ہیں اور کچھ اور مسائل حل کرتے ہیں۔ بہت بہتر
طریقے سے قطعی انٹیگرل
سے a b کے برابر ہے جہاں x ae تو آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں تاکہ چھوٹا معلوم کریں۔ بیضوی اور عمودی لکیر کے درمیان جکڑا ہوا رقبہ
بڑا ہے
محور ہے y محور ہے اور یہ آپ کا x تو آئیے بیضوی اور اس لکیر کو پلاٹ کریں اگر یہ آپ کا
سے بڑا ہے لہذا ہم کہتے ہیں کہ یہ پوائنٹ مائنس ایک کوما صفر ہے اور یہ پوائنٹ ایک کوما صفر ہے اور یہ صفر کوما بی ہے a b تو چونکہ
فوکس میں سے ایک فوکس کا کوآرڈینیٹ a ہے پھر آپ بیضوی کو اس طرح پلاٹ کرسکتے ہیں اور آپ جانتے ہیں کہ p اور یہ صفر کوما مائنس
ہے بیضوی کا
کوما صفر ہے لہذا عمودی لائن جو آپ کو دی گئی ہے وہ یہ ہے لہذا چونکہ ہم بیضوی اور اس لکیر کے درمیان بند ae تو کہتے ہیں کہ یہ نقطہ
محور دونوں کے بارے میں کیونکہ y اور x ایک چھوٹا علاقہ تلاش کر رہے ہیں لہذا مطلوبہ رقبہ یہ ہے پھر آپ جانتے ہیں کہ بیضوی ہے
محور کے بارے میں ہم آہنگ ہے لہذا مطلوبہ رقبہ مطلوبہ x محور کے بارے میں ہم آہنگ ہے لہذا یہ رقبہ y اور x طاقتیں بھی ہیں لہذا یہ
کے برابر ہے لہذا اب a رقبہ سبز رنگ سے سایہ دار رقبہ ہے کہیے کہ یہ اتنا مطلوبہ رقبہ ہے سبز رنگ سے سایہ دار رقبہ میں دو بار یہ دو
ہے اور اونچائی بیضوی کی مساوات سے چلتی ہے dx اگر آپ یہاں ایک عمودی پٹی پر غور کریں جس کی چوڑائی
کے برابر x سے ae کے برابر ہے x سے کم سے زیادہ تک جو کہ x ہوگا اور اگر آپ اسے ضم کرتے ہیں ydx تو ابتدائی رقبہ
کی مساوات کو حل کرتے ہیں y کے برابر ہے آپ کو مطلوبہ رقبہ ملتا ہے لہذا اگر آپ a
ہے۔ چونکہ ہم اوپری حصے کا استعمال b مربع بذریعہ ایک مربع جڑ کے نیچے جمع مائنس x کی دو قدریں ملیں گی جو ایک مائنس y تو آپ کو
بذریعہ بذریعہ جڑ y محور کے اوپر پڑا ہے اس لیے اس مساوات کو ایک مربع استعمال کر رہے ہیں اس لیے x کر رہے ہیں لفٹ کا وہ حصہ جو
آئیے ہم اس انٹیگرل کو dx مربع x مربع مائنس a ہے۔ انڈر روٹ a by ab سے a مربع ہے اس لیے مطلوبہ رقبہ 2 x ایک مربع مائنس
ملتے ہیں تاکہ ہم لکھ سکیں کہ یہ ایک dx مربع x مربع مائنس a ایک انڈر روٹ aae بذریعہ b حل کریں اور قیمت حاصل کریں ہمیں دو
a معروف انٹیگرینڈ ہے اور اس کی قیمت آپ کو معلوم ہے۔ لہذا آپ قدر کو براہ راست لکھ سکتا ہے لہذا اس انٹیگرل کی ویلیو حد ہو جائے گی
پر یہ آپ کو صفر دے گا اس فنکشن کی قدر اس فنکشن کی مائنس ویلیو پر اتنی آٹھ پر یہ صفر جمع ایک بذریعہ دو مربع a سے b سے دو
مربع جمع ایک بذریعہ دو مربع سائن الٹا ای e سائن الٹا ایک مائنس آدھا انڈر روٹ ایک مربع مائنس مربع
تو ہمیں ملے گا دو ب بذریعہ ایک سائن انورس ایک پائی بائی دو
مربع b سے بدل سکتے ہیں کیونکہ آپ جانتے ہیں کہ b اس قدر کو آپ ae ایک مربع بذریعہ چار مائنس ایک بائی دو pi تو ہم حاصل کریں
مربع بیضوی کے برابر ہے معذرت کے ساتھ یہاں ایک منفی نشان ہوگا براہ کرم اسے درست کریں تاکہ ہم حاصل کریں۔ e ایک مربع مائنس مربع
مائنس 1 بائی 2 ایک مربع سائن انورس ای
تو یہ اس مسئلے کا جواب ہے جو آپ کو دیا گیا ہے
تو آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ دو منحنی خطوط کے درمیان جڑے ہوئے رقبے کی گنتی کیسے کی جائے اس کے لیے ہم کہتے
پر ملتے ہیں b اور a اور وہ نقطہ al ab کے برابر gx ہیں کہ کیس ایک فرض کریں کہ ایف ایکس بڑا ہے انٹرو میں تمام ایکس کے لیے
محور ہے y لہذا اگر یہ آپ کا
ہے لہذا آپ فرض کریں b ہے اور یہ نقطہ a کو اس طرح پلاٹ کرسکتے ہیں جہاں یہ نقطہ gx اور x محور ہے لہذا آپ x تو یہ آپ کا
پر غلبہ رکھتا fx gx میں b سے a ڈومینیکس کا غلبہ ہے لیکن وقفہ fx میں یکساں ہے لیکن b اور a ان کی قدر gx اور fx کہ
ہے لہذا ان دو منحنی خطوط کے درمیان ایک علاقہ بند ہے اب یہ ہے کہ اس علاقے کی گنتی کیسے کی جائے
تو اس علاقے کو کئی بہت پتلی مستطیلوں میں تقسیم کریں۔ جانا جاتا ہے جسے ایلیمنٹری ایریا بھی کہا جاتا ہے اور دیکھیں کہ کیا آپ اسے صرف
ہے dx ایکس محور پر یہاں تک پھیلاتے ہیں کہ یہ
dx ہو گی اتنی اونچائی کیا یہ gx مائنس fx ہو جائے گا اور یہ اونچائی ہو گی یہ اونچائی dx تو اس ایلیمنٹری پٹی کا رقبہ اس اونچائی میں
میں آپ کو اس پٹی کا رقبہ دیتا ہے اگر آپ اسے ضم کرتے ہیں
سے a کے برابر x ہے لہذا اگر آپ اسے gx ہے یہ fx تو یہ اس علاقے کے لیے آپ کا ابتدائی علاقہ ہے اس مطلوبہ علاقے کے لیے یہ
تک ضم کرتے ہیں b
تو آپ کو آپ کی ضرورت مل جائے گی۔ جس علاقے کو ہم زیر کر سکتے ہیں۔ اس مثال کو بھی مختلف طریقے سے ٹینڈ کریں اور اس کے لیے یہ
x axis y axis ہے gx یہ fx فارمولہ اخذ کریں کہ آئیے ہم دوبارہ اعداد و شمار کو کھینچیں اور
تو پہلے ہم اس علاقے کی گنتی کریں
ہے لہذا آپ کو حاصل ہوتا ہے یہ آپ کو اس b اور a ملتی ہے یہ fxdx تو اس علاقے کی قدر ہوگی اگر آپ اسے عمودی لیں پٹی آپ کو
پر ختم ہوتی ہے لہذا gx علاقے کو سبز رنگ سے سایہ دیتا ہے اب اگر آپ اس عمودی پٹی کو لیتے ہیں جو صفر سے شروع ہوتی ہے اور ہر بار
اگر آپ اسے صرف انضمام کرتے ہیں
کو ضم کرتے ہیں b سے a اس پٹی کا رقبہ ہے یہ پٹی ہے اور اگر آپ gxdxdxdx تو آپ کو یہ علاقہ ملتا ہے اگر آپ لیں
کا علاقہ سبز رنگ سے سایہ دار ہوتا ہے لہذا اگر آپ ان کو bfxddx سے a تو آپ کو یہ سرخ حصہ سرخ رنگ سے سایہ دار ملتا ہے اور
گھٹائیں گے

تو آپ کو مطلوبہ فارمولا مل جائے گا ۔ پہلے سبز شیڈڈ ایریا کی گنتی کی ہے جو اس انٹیگرل کے ذریعہ دی گئی ہے اور پھر ہم نے ریڈ شیڈڈ ایریا کی گنتی کی ہے جو اس کے ذریعہ دی گئی ہے اور اگر ہم گھٹاتے ہیں
تو ہمیں مطلوبہ رقبہ مل جاتا ہے جس کا سایہ نیلے رنگ سے ہوتا ہے اور ہمیں یہ ملتا ہے۔ فارمولہ آخر میں ہم ایک اور کیس کیس دو لیتے ہیں سے تعلق ہوتا ہے cb کا x کے قریب وقفہ سے ہوتا ہے اور جب cac سے a کا تعلق x پر ہوتا ہے جب gx کا غلبہ fx جہاں ہے یہ gx اور fx کا غلبہ ہوتا ہے اور صورتحال کو گراف کے طور پر درج ذیل کے طور پر پیش کیا جاسکتا ہے لہذا ہمارے پاس gx تو ہے لہذا میں اسے مختلف رنگوں سے gx ہے یہ fx ہے اور ہم اس علاقے کی تلاش کر رہے ہیں یہ وکر b ہے اور یہ a ہے۔ یہ c پوائنٹ تک اس میں غلبہ ہو۔ پچھلے فارمولے کو bgx سے c تک غلبہ حاصل ہو اور cfx سے a کھینچتا ہوں تاکہ یہ آپ پر واضح ہو جائے تاکہ سرخ شیڈ والے fxdx سے bgx مائنس gxdx پلس c مائنس a to cfx لاگو کرنے سے ہم مطلوبہ رقبہ حاصل کر سکتے ہیں جیسا کہ ہے۔ gx مائنس fx کا غلبہ اتنا ابتدائی علاقہ ہے جو ایلیمنٹری پٹی کا رقبہ ہے یا پتلی مستطیل fx علاقے کے لیے ابتدائی رقبہ یہ ہے کیونکہ میں دیا جائے گا اب آئیے dx کے ذریعے fx مائنس gx میں اور سبز شیڈڈ ایریا کے لیے ایلیمنٹری سٹرپ یہ ہے اور ایلیمنٹری ایریا کو dx مربع کے برابر ہے کے درمیان کا رقبہ x چار y کے برابر ہے اور x مربع 2 y اس فارمولے کو لاگو کریں اور کچھ مسائل حل کریں تاکہ معلوم کریں آئیے ہم منحنی خطوط کھینچتے ہیں
کے برابر ہے پیرابولا ہے جس کا ورٹیکس 0 x مربع 2 y تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ہمیں کون سا خطہ مل رہا ہے جس کے لئے آپ جانتے ہیں کہ مربع کے برابر ہے ایک پیرابولا ہے جس کا ورٹیکس صفر صفر ہے اور x چار y محور ہے لہذا آپ کو یہ ملتا ہے اور fx ہے 0 اور محور محور ہے لہذا اسے اس طرح کھینچا جائے گا اس طرح ان پیرابولوں کے درمیان کسی اور جگہ پر رقبہ بند ہو جائے گا وہ ایک دوسرے y محور کو نہیں کاٹیں گے۔
تو ان پیرابولوں کے درمیان بند رقبہ اب وہی ہوگا جو ہم کرتے ہیں ہم اس علاقے کو ابتدائی رقبہ میں تقسیم کرتے ہیں
ہے dx تو اگر آپ فرض کریں کہ ایسے ایک ابتدائی مستطیل کی چوڑائی
xy مربع کے برابر ہے لہذا جڑ دو x چار y اور یہ آپ کا x مربع کے برابر ہے دو y تو اس خطے کے لیے ابتدائی رقبہ یہ ہوگا یہ آپ کا کے برابر ہے x مربع دو y مربع یہ
کریں تاکہ اس quare میں dx ہوگا۔ xs مائنس چار x مربع ہے لہذا ابتدائی رقبہ جڑ دو x ہے اور یہ چار x تو یہ اصل میں جڑ دو انٹیگرل کو معلوم کرنے کے لیے ہمیں دونوں پیرابولا کے انقطاع کا نقطہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے
کو تبدیل کرتے ہیں y تو ایسا کرنے کے لیے آئیے ہم دونوں کے انقطاع کی گنتی کرتے ہیں لہذا اگر آپ یہاں
صفر کے برابر ہے x مکعب مائنس x مکعب x کے برابر ملتا ہے تاکہ آپ کو 8 x تو آپ کو سولہ ایکس پاور 4 2
x مکعب آٹھ x ملے گا آپ کو x مکعب مائنس 1 میں x صفر کے برابر ملے گا اور اس طرح آپ کو x تو اس کو حل کرنے سے آپ کو x مکعب مائنس ایک بریکٹ میں ملے گا
نصف کے برابر اس لیے ایک پوائنٹ آف انسٹیکشن صفر ہے کوما صفر ہے دوسرا پوائنٹ آف x صفر کے برابر اور x تو آپ کو ملتا ہے انٹرسیکشن نصف ہے اگر آپ یہاں نصف رکھیں گے
تو آپ کو ایک ملے گا
تو اس کا دوسرا پوائنٹ آدھا کوما صفر ہے پوائنٹ آف انٹرسیکشن نصف کوما ون ہے اس لیے انضمام کی حدیں کم از کم سے زیادہ سے زیادہ ہوں برابر نصف کے اب آئیے ہم اسے انضمام کریں تاکہ آپ کو جڑ 2 0 سے نصف مائنس فور ایکس مکعب تین صفر x برابر صفر سے x گی یعنی تک ملے۔ آدھا
دو بذریعہ تین ایک بذریعہ دو ایک بذریعہ جڑ دو منفی چار بذریعہ تین ایک بذریعہ آٹھ جو کہ برابر ہے ایک بذریعہ تین t تو ہمیں دو رو ملتے ہیں۔ مائنس ایک بائے چھ یہ ایک بائے چھ کے برابر ہے لہذا مطلوبہ رقبہ ایک بذریعہ چھ ہے آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں۔ اس خطے کا باہر کا رقبہ جو کے برابر ہے لہذا دائرے کی اس x مربع آٹھ y مربع جمع x کے برابر ہے اور دائرے کے اندر x مربع سے باہر ہے چار y پیرابولا محور کھینچیں ایک بات یاد رکھیں کہ ان تمام y اور x مربع سولہ کے برابر لکھا جا سکتا ہے۔ y مائنس چار پورا مربع جمع x مساوات کو مسائل کو حل کرنے میں آپ کو پلاٹ بنانے میں بہت اچھا ہونا چاہئے لہذا یہ ایک دائرہ ہے جس کا مرکز 4 کوما 0 اور رداس 4 ہے لہذا آپ کو دائرہ سے بدلنے سے x مربع کو چار y مربع جمع چار آٹھ کو x ملے گا اور یہ پیرابولا دائرے کو کاٹ دے گا لہذا ہمیں معلوم کریں کہ اس طرح ملتا ہے x یہاں ہمیں آٹھ
مائنس چار ہے صفر ہے xxx مربع چار x تو
کے برابر ہے x برابر ہے صفر x تو
چار کے برابر ہے لہذا پیرابولا اس طرح کھینچا جائے گا لہذا آپ کو اس خطے کا x کے برابر صفر پر کاٹتا ہے اور x تو پیرابولا دائرے کو محور کے بارے میں ہم x رقبہ معلوم کرنا ہوگا جو پیرابولا کے باہر اور دائرے کے اندر ہے لہذا آپ کا مطلوبہ رقبہ اب یہ ہے کیونکہ یہ دائرہ محور کے بارے میں م x آہنگ ہے اور پیرابولا بھی ہے
محور کے بارے میں بھی م x توازی یہ مطلوبہ رقبہ
توازی ہے لہذا مطلوبہ رقبہ اگر یہ کہا جائے کہ یہ علاقہ ایک ہے
x تو یہ علاقہ بھی مطلوبہ رقبہ ہوگا اب سے دو گنا ہے اگر آپ فرض کریں کہ یہ ابتدائی پٹی ہے آئیے ہم اس علاقے کی گنتی کرتے ہیں جو لمبائی کی اونچائی کی پٹی کا ابتدائی حصہ ہے dx محور کے اوپر ہے جو دائرے کے اندر پیرابولا سے باہر ہے لہذا اگر یہ کی قدر ہوگی y کی مائنس ویلیو سے phi تو پیرابولا سے
مائنس 4 مربع x کے لئے حل کرنے کی ضرورت ہے لہذا آپ کو 16 مائنس y بنیں لہذا آپ کو اسے y تو آپ کا ابتدائی رقبہ ہوگا دائرے سے محور کے اوپر x آپ yo کے برابر ہے لہذا ابتدائی رقبہ ہوگا کیونکہ x جمع مائنس جڑ چار y ملے گا اور آپ کو جمع مائنس ملے گا اور مائنس چار مربع مائنس استعمال کر رہے ہوں گے لہذا یہ آپ کا x کے نیچے سولہ مائنس x منحنی خطوط استعمال کر رہے ہیں لہذا آپ جڑ چار کے t مائنس چار کے برابر x سے چار کے برابر ہوگی۔ اس انٹیگرل کے اس حصے میں x سے صفر کے برابر x ابتدائی رقبہ ہے اور حد صفر ہوگی اور آپ کو یہاں سولہ tl برابر چار x کی حد مائنس چار ہوگی اور t کے برابر صفر کی حد ہوگی x متبادل آپ کو ملے گا حد ملے گی۔ اور اس انٹیگرل کو ہم لکھ سکتے ہیں جیسا کہ یہ ہے dt مربع t مائنس
بائی چار t تو یہ برابر ہوگا ایک بائے دو کنواں کے اس انٹیگرل کے ایک بائے دو ٹی زیر جڑ سولہ مائنس ٹی مربع پلس ایک بائی دو سولہ گناہ الٹا مائنس دو مائنس اس حد سے یہاں مائنس چار سے صفر ہے اور یہاں حد صفر سے چار تک ہوگی
تو آپ کو یہاں 0 ملے گا پھر 0 پھر مائنس 4 پر پھر یہ 0 ہے پھر مائنس ایک بائے دو آہ میں سولہ ہے آٹھ سائن انورس مائنس ایک مائنس فور بائی تین بھی جمع صفر ہے sin سے چار طاقت تین سے دو تک مائنس مائنس
ہے pi by two تو آخر کار آپ کو اس کی ویلیو ملتی ہے اس کی مائنس
میں 8 ملتا ہے 3 by مائنس 4 pi تو آپ کو 4

ہے آپ کا حتمی جواب ہے by 3 مائنس pi 32 تو فائنل ویلیو 4
ملے گا آئیے ایک by 3 مائنس pi 64 محور کے اوپر واقع ہے لہذا مطلوبہ رقبہ اس کا دوگنا ہوگا لہذا آپ کو x 8 تو یہ وہ علاقہ ہے جو
مربع برابر ہے چار آئیے ہم y مائنس 2 مربع جمع x مربع برابر ہے 4 اور y مربع جمع x اور مثال لیتے ہیں کہ حلقوں کے درمیان پابند رقبہ
ان دونوں کو کارٹیشین ہوائی جہاز پر کھینچتے ہیں
مربع چار کے برابر ہے صد رداس دو اور مرکز صفر کا دائرہ ہے y مربع جمع x تو یہ پہلا ایک
تو آپ کو یہ ملتا ہے اور یہ پوائنٹ ہے 2 کوما 0 اور یہ بھی ایک دائرہ ہے۔ مرکز دو کوما صفر اور رداس دو کے ساتھ
تو آپ کو یہ دائرہ ملتا ہے لہذا ان دونوں دائروں کے درمیان مشترک رقبہ یہ ہے یہ معلوم کرنے کے لیے آئیے اس علاقے کو افقی انتہائی پتلی افقی
چوڑائی ہے۔ ہے dy مستطیلوں میں اس طرح تقسیم کریں اور کہیں کہ یہ ایک افقی پٹی کی
ہوگا یہاں سے یہاں تک جاتا ہے لہذا ہمیں دائرے کے اس حصے کی مساوات کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے ہمیں x تو ای ابتدائی رقبہ کا رقبہ
دائرے کے اس حصے اور دائرے کے اس حصے کی مساوات تلاش کرنے کی ضرورت ہے لہذا اس حصے اور اس حصے کی مساوات
مربع چار کے برابر ہے y مربع جمع x تو اس حصے کی مساوات اگر آپ اسے حل کرتے ہیں
مربع y ملے گا مائنس مائنس انڈر روٹ چار مائنس x تو آپ کو
x کے لئے حل کریں جو آپ حاصل کرتے ہیں x مربع ہوگی اسی طرح آپ اسے حل کریں اس مساوات کو y تو اس کی مساوات چار مائنس
مربع ہے y مائنس ٹو پلس مائنس 4 مائنس
کے لئے حل کرتے ہیں x مربع اب اگر آپ اسے y ہے 2 پلس مائنس انڈر روٹ 4 مائنس x تو
مربع کے نیچے کھینچیں گے منحنی خطوط y تو آپ کو دو شاخیں ملیں گی اور اگر آپ اس عمودی لکیر کو دو پلس کو جڑ کے نیچے چار مائنس
پلس انڈر روٹ 4 مائنس 5 مربع اس حصے کی نمائندگی کرتا ہے دائرے کے سبز رنگ والے حصے کی i 2 کے اس حصے کی نمائندگی کرتا ہے
کے اس سرخ حصے سے ظاہر کیا جائے گا۔ وہ دائرہ بناتا t مربع کو y نمائندگی کرتا ہے اور 2 مائنس 2 مائنس جڑ کے نیچے 4 مائنس
ہے
مربع y میں 4 مائنس dy مربع ہے لہذا ابتدائی ابتدائی رقبہ یہ ہے مائنس اس کو y تو اس سرخ حصے کی مساوات جڑ کے نیچے دو مائنس 4 مائنس
اس لیے ضروری ابتدائی رقبہ اگر dy مربع مائنس دو y میں جو کہ دو گنا کے برابر ہے چار مائنس dy مربع کو y مائنس 2 مائنس 4 مائنس
انٹیگریٹ ہو جائے
کم سے کم سے زیادہ سے زیادہ ایک بار dy مربع مائنس دو y تو آپ کو اصل رقبہ ملتا ہے جو کہ جڑ کے نیچے دو کا انضمام ہوتا ہے 4 مائنس
مساوات کو حل کرنے کی ضرورت ہوتی ہے ۔ اس کو حل کرنے کے لیے حد کریں کہ ah پھر ہمیں اسے حاصل کرنے کے لیے دونوں دائروں کی
مربع کے برابر ڈالتے ہیں x مربع کو چار مائنس y اگر آپ یہاں
مربع چار کے برابر ہوتا ہے x تو یہاں چار مائنس
تو ہمیں تقطیع کا نقطہ ملتا ہے
ایک ہوتا ہے x تو
برابر ہوتا ہے یہاں دونوں میں سے کسی ایک مساوات میں 1 سے کہیں کہ اس x کے برابر ہوتا ہے جمع مائنس جڑ 3 پوٹ y ایک x تو
جمع مائنس جڑ تین ملے گا y کے برابر 1 ڈالیں اس مساوات میں آپ کو x مساوات میں
ہے جمع جڑ تین کے برابر ہے y برابر ہے مائنس جڑ تین کے برابر ہے اور یہ y تو یہ مائنس جڑ تین
مائنس روٹ تھری سے پلس روٹ تھری تک ہوگا آئیے اس انٹیگرل کو حل کرتے ہیں یہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ انٹیگرل t تو حد انٹیگریشن کا
کا بھی کام ہے اس لیے آپ اسے 0 سے لکھ سکتے ہیں۔ جڑ 3 دو بار 0 سے جڑ تین y تک ہے جہاں یہ انٹیگرینڈ afxdx مائنس اے سے لے کر
dy مربع مائنس دو y دو چار مائنس
تو یہ چار صفر سے جڑ تین کے برابر ہے جو جڑ تین کے نیچے جڑ کے صفر سے جڑ کے دو کنویں کے برابر ہوگا۔ ہو گا ایک بائے دو ایک مربع
صفر ہے جڑ تین کا آئیے ہم اس کا اندازہ کرتے ہیں اور حتمی جواب حاصل y بائی دو مائنس اس کا انٹیگرل میں ایک y ہے چار سائن انورس
کرتے ہیں
مربع 3 ہے y تو ہمیں ملتا ہے کہ یہ 4 1 بائی 2 جڑ 3 کے برابر ہے 4 مائنس
تو آپ کو ملے گا 1 جمع دو گناہ معکوس جڑ تین بائی دو مائنس صفر پر یہ صفر ہوگا صفر پر یہ صفر ہوگا اور یہ بھی صفر ہوگا
تو ہمیں یہ ملتا ہے
تو دو کے لیے یہ پائی بائی تین مائنس ہے جڑ تین
تو ہمیں آٹھ پائ بائی تین آٹھ پائی ملتے ہیں۔ تین مائنس دو جڑ تین یہ حتمی جواب ہے اب آئیے ایک اور سادہ مثال ایک فنکشن کی لیتے ہیں جو اس کے
محور کے اوپر اور نیچے ہوتا ہے اور دیکھتے ہیں کہ رقبہ کی گنتی کیسے کی جا سکتی ہے آئیے ایک سادہ سی x نشان کو تبدیل کرتا ہے اور
pi برابر ہے تین x سے pi by 2 مساوی ہے مائنس x اور x axis sine x مثال لیتے ہیں کہ اس کے درمیان کا رقبہ معلوم کریں۔
by two کے
ہے pi by 2 یہ ہے pi 3 ہے 2 یہ pi ہے یہ pi by 2 تو آئیے ہم منحنی خطوط کھینچتے ہیں کہ یہ مائنس
کی معمول کی خاصیت ہے لہذا آپ کو یہ وکر ملے گا لہذا مطلوبہ sin x تقریباً اس قسم کی خاصیت کی نمائش کرے گا جو کہ sin x تو
رقبہ ایک ایک دو اور تینوں کا تین خلاصہ ہے لہذا آپ کا مطلوبہ رقبہ مجھے کھینچنے دو مجھے اس پر سایہ کرنے دو کیا یہ پلس یہ ہے کیونکہ
محور کے نیچے پڑے ہیں اس لیے ان کی قدر منفی ہوگی اس لیے مطلوبہ رقبہ 1 جمع ایک تین کے دو جمع ماڈیولس کے برابر x یہ a3 اور a1
ہے
تو ایک مائنس پائی بائی ہے sin x کا دو سے صفر سائن xdx مائنس انضمام ہے۔ cos x مائنس pi by two to zero minus
one a two is zero to pi sin xdx جو مائنس cos x zero to pi ہے
سے cos x pi جو ہے مائنس is pi to three pi by two sin xdx تھری a تو آپ کو ایک مائنس مائنس ون ملے گا جو دو
تین pi by two کے برابر جو کہ مائنس ون کے برابر ہے
سے جڑا ہوا رقبہ ایک کے برابر ہے mod x plus mod y تو مطلوبہ رقبہ اس کے برابر ہوگا کے لیے آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں کہ
مائنس x برابر ایک y جمع x برابر ایک مائنس y جمع x تو اگر آپ اس کا بغور جائزہ لیں مساوات چار منحنی خطوط کی نمائندگی کرتی ہے
ایک کے برابر y مائنس x برابر ایک کے اور مائنس y
دونوں ہے y منفی ہے x میں ہے لہذا y جمع x تو آئیے ہم ان کو پلاٹ کریں یہ پہلے کواڈرینٹ مائنس
x ہے 1 مائنس y مائنس x کیا یہ لائن y مائنس x برابر ہے 1 y جمع x برابر ہے 1 یہ y جمع x تو یہ اس لائن میں ہے مائنس
مائنس 5 برابر ہے 1 کیا یہ مطلوبہ رقبہ ہے اس لیے آئیے ہم اس علاقے کو اس طرح پتلی عمودی پٹیوں میں تقسیم کرتے ہیں تاکہ آپ کیا کریں۔
محور کے منفی سائیڈ پر ہے ابتدائی مستطیل اس لائن سے شروع ہوتے ہیں اور اس لائن پر ختم ہوتے ہیں x دیکھیں اس حصے کے لیے ہے جو n

Prutor@IITK

محور کی مثبت طرف ہے وہ اس لائن سے شروع ہوتے ہیں اور اس لائن پر ختم ہوتے ہیں لہذا ہم اس کل انضمام کو دو x اس حصے کے لیے جو
حصوں میں
توڑنے کی ضرورت ہے اس لیے سیاہ سے سایہ دار رقبہ اور سرخ رنگ کے سایہ والے علاقے کی الگ الگ گنتی کی جائے گی اور پھر ہم اسے اس
کے طور پر لیں dx کو dx طرح شامل کریں گے کہ سیاہ شیڈ والے علاقے کے لیے ابتدائی رقبہ یہ ہوگا اگر آپ پٹی کی چوڑائی کے طور پر
کی حد یہاں سے یہاں تک ہوگی لہذا آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ dx x مائنس ایک میں x ہے y مائنس یہاں x ایک مائنس y ہوگا dx تو
یہ ایک کوما صفر ہوگا یہ مائنس ون کوما صفر ہوگا اور یہ معمول کی طرح اصل ہے لہذا اس انضمام کی حد سرخ سایہ والے خطے کے لیے صفر
کے طور پر لیتے ہیں ایلیمنٹری مستطیل ایلیمنٹری ایریا جو بھی ہو اتنی dx کو ابتدائی پٹی کی چوڑائی کے طور پر dx سے ون پلس ہوگی اگر آپ
اس gx مائنس gxfx مائنس dxfx مائنس ون x ہے مائنس y مائنس x ہوگا ایک جمع y حد مائنس ون سے ہو گی۔ صفر اور ابتدائی رقبہ
جمع مائنس ون سے صفر xdx فارمولے کو یاد کرنے کی کوشش کریں جس پر ہم نے پہلے بات کی تھی لہذا ہمیں صفر سے ایک دو ایک مائنس
مربع ضرب دو مائنس ایک سے x مربع ضرب 2 مائنس 0 سے 1 جمع 2 1 جمع x میں یہ 2 1 مائنس dx حاصل ہوگا۔ x سے ایک جمع
صفر کے برابر ہے حد لگا کر ہم دیکھتے ہیں کہ ہم اوپری حد کے لئے حاصل کرتے ہیں یہ قدر صفر ہے پھر مائنس لوئر لوئر حد آپ کو 2 میں
مائنس نصف جمع اوپری حد دوبارہ دیں گے آپ کو قیمت دے رہے ہیں نچلی حد آپ کو صفر دے گی
تو ہم دوبارہ دو میں نصف حاصل کریں گے
تو ہمیں ایک جمع ایک ملے گا جو دو کے برابر ہے لہذا کل مطلوبہ رقبہ دو ہے ایک اور مثال لیں
پر m اور a کے برابر ہے ہمیں y mx مربع کے درمیان چار کلہاڑی کے برابر ہے اور y تو مثال کے طور پر معلوم کریں کہ منحنی خطوط
m صفر ہے اور a کچھ شرائط کی ضرورت ہے تاکہ ہم کم از کم ان منحنی خطوط کو صحیح طریقے سے پلاٹ کرسکیں تاکہ ہم فرض کریں کہ
کے ساتھ حل کریں گے اور بعد میں ہم کچھ اور پیچیدہ i stop لہذا ہم اس مسئلے کو اپنے اگلے لیکچر میں اس tive ہے۔ posi بھی
مسائل پر غور کریں گے اور یقینی انٹیگرلز کے بارے میں مزید دریافت کریں گے شکریہ

Prutor@IITK