اب تک ہم نے دیکھا ہے کہ قطعی انٹیگرل کیا ہے اور اس کا اندازہ کیسے لگایا جائے کہ ایک قطعی انٹیگرل کو جانچنے کے دو طریقے ہیں ایک رقم کی حد کے طریقہ کار سے اور دوسرا اینٹی ڈیریویٹوز کے طریقہ سے
کا مخالف مشتق ہے یہاں fx چھوٹے fx کے برابر ہے جہاں کیپٹل fa مائنس bfxdx fb a تو ہم نے دیکھا ہے کہ ایک قطعی انٹیگرل کا فنکشن بھی دے گا تاکہ ہم فنکشن کا اندازہ x ڈیش آپ کو c پلس fx ایک تبصرہ ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ اینٹی ڈیریویٹوز منفرد نہیں ہیں اور Fx کو ہٹا دیا گیا ہے ہمیں وہی قدر مل رہی ہے چاہے ہم کیپیٹل c کے برابر ہے جو ہم دیکھتے ہیں کہ اس مستقل c پلس Fx کر سکیں۔ انٹیگرل کے چھوٹے کے اینٹی ڈیریویٹیو کے طور پر استعمال کر رہے ہوں۔ x کو c پلس fx کو اینٹی ڈیریویٹیو کے طور پر استعمال کر رہے ہوں یا کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے کیونکہ یہ انٹیگرل کی قدر کو متاثر نہیں کرتا ہے آئیے اپنے ذہن کو تازہ کرنے c قطعی انٹیگرل کے دوران مستقل محور ہے x کے لیے ایک اور مثال حل کرتے ہیں آئیے ہم انٹیگرل لیں تاکہ آپ کو معلوم ہو کہ قطعی انٹیگرل ہو سکتے ہیں۔ اگر یہ آپ کا محور ہے y تو یہ آپ کا
ایک کے برابر ہے x صفر کے برابر ہے یہ لائن x تو اور یہ لائن
تو آپ اس فنکشن کو پلاٹ کرسکتے ہیں اس طرح یہ نصف ہوگا اور یہ ایک صفر کوما ایک ہوگا۔ صفر کوما نصف ہے لہذا یہ انٹیگرل اس علاقے کی نمائندگی کرتا ہے یہ ایک پر ایک جمع ایکس مربع کا گراف ہے اب اگر میں اس انٹیگرل کو اینٹی ڈیریویٹوز کے طریقہ کار سے تلاش کرنا چاہتا ہوں تو میں ایک فنکشن تلاش کروں گا جس کا مشتق ایک ایک ہو جمع ایکس مربع اور میں امید کرتا ہوں کہ آپ سب کو یاد ہوگا کہ ون پر ایک جمع ایکس مربع کا مخالف مشتق کیا ہے لہذا آپ کو معلوم ہوگا کہ ٹین انورس ایکس کا مشتق ایک پر ایک جمع ایکس مربع ہے لہذا اس قطعی انٹیگرل کی قدر ہوگی جو برابر ہے اس فارمولے کے ذریعے جس کی پہلے وضاحت کی گئی ہے جو کہ دس ٹین انورس کے برابر ہے ایک پائی بذریعہ چار اور ٹین انورس صفر صفر ہے اس لیے اس انٹیگرل کا پائی بذریعہ چار ہے اس قسم کے کسی بھی قطعی انٹیگرل کو دیکھتے ہوئے ہم اس انٹیگرل کی قدر اس اگر اینٹی ڈیریویٹیو یا سمال ایف ایکس کا پتہ لگانا آسان ہے y میں لکھ سکتے ہیں۔ فارم پر
تو کیا فنکشن کیپیٹل ایف ایکس کا پتہ لگانا آسان ہے جیسے کہ جس کا ڈیریویٹیو چھوٹا ایف ایکس ہے لیکن یہاں تمام طلباء کے لیے نوٹ کرنا ضروری ہے کہ یہ آسان نہیں ہے ۔ ہمیشہ ایف ایکس کے اینٹی ڈیریویٹیو کی گنتی کریں پھر ہمیں کیا کرنا چاہیے
تو میں اس سوال کا جواب اگلے چند مسائل میں دوں گا
تو آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ کیا ہوگا اگر ہم آسانی سے اینٹی ڈیریویٹیو کو تلاش کرنے کے قابل نہیں ہیں اور ہمیں لینے دیں یہ یقینی انٹیگرل اب اس فنکشن انٹیگرینڈ کے اینٹی ڈیریویٹیو کو تلاش کرنا آسان نہیں ہے لہذا ہم ایک چال تلاش کرنے کی کوشش کرتے ہیں اور چال یہ ہے کہ ہم یہ لیں کہ tan x t ہے
ہوگا لہذا یہ اب آپ کی تاریخ ہے۔ xdx dt تو سیکنڈ مربع
ہے چونکہ آپ نے انضمام dt اب x dx کی طرح نظر آؤں گا اور سیکنڈ مربع tan x t تو انٹیگرل اس انٹیگرل کی طرح نظر آئے گا میں 2 ہے x 0 tan 0 کے متغیر کو تبدیل کیا ہے لہذا حدیں بدل جائیں گی جب
ہے 0 بھی t تو
چار tan pi by چار x pi by کے برابر صفر کے برابر ہوتا ہے جب t دو کے برابر جاتا ہے o صفر کے برابر ہے۔ x تو کم حد ایک ہے
کا اینٹی ڈیریویٹیو مربع ہوگا جو دو سے مربع ہوگا t تو اوپری حد کی نئی قدر ایک ہے اب آپ جانتے ہیں کہ
تو انٹیگرل کی قدر ایک مائنس صفر ایک کے برابر ہوگا جس کو ہم نے استعمال کیا ہے اسے عام طور پر متبادل کے طریقہ کے طور پر جانا جاتا ہے g کہتے ہیں اور آپ کے پاس gx اگر آپ اس قسم کے کسی مسئلے پر غور کریں جہاں یہ فنکشن بذات خود کسی دوسرے فنکشن کا فنکشن ہے کو اپنے نئے متغیر کے طور پر فرض کر gx میں اگر آپ کے پاس اس قسم کا انٹیگرل ہے پھر آپ کیا کر سکتے ہیں آپ dx ہے dash x ہو گا g dash xdx du پھر u سکتے ہیں
اور حدیں بدل جائیں گی کیونکہ آپ ہیں اب یو کے حوالے سے انضمام ugxg dash xdx is du کے برابر ہو گا integral i f تو ہے ga ہے x au کیا جا رہا ہے لہذا جب
کے برابر ہے a go برابر x تو
میں تبدیل کر دیا جائے گا اور یہ ممکن ہے کہ اس انٹیگرل کے لیے آپ بہت gb میں بدل جائے گی اسی طرح اوپری حد کو ga تو نچلی حد آسانی سے معلوم کریں اینٹی ڈیریویٹیو جس کا مطلب ہے کیپیٹل ایف ایکس اس لیے یہ طریقہ متبادل کے طریقہ کے طور پر جانا جاتا ہے آئیے ہم کچھ اور پیچیدہ مسائل کو حل کرتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ اس طریقے کو کیسے تلاش کیا جائے تاکہ پیچیدہ مسائل کو حل کیا جا سکے
تو آئیے اب اس انٹیگرل کو یہاں پر ایک تبصرہ کرتے ہیں کہ کئی ہو سکتے ہیں۔ مختلف متبادلات کا انتخاب کرکے اس مسئلے کو حل کرنے کے طاقت 3 بائے دو کے طور پر x طریقے لیکن ان میں سے ایک آپ کو سب سے آسان حل فراہم کرے گا لہذا مثال کے طور پر اگر آپ 1 بذریعہ لیتے ہیں
تو یہ اس کے لیے ممکن سب سے آسان حل متبادل میں سے ایک ہو سکتا ہے ۔ انٹیگرل
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ حدود کیا ہوں گی
کے برابر آپ کو دے گا آپ کو برابر 2 ایک پر ایک جمع آٹھ جو کہ ایک سے نو ہے x 4 برابر 1 آپ کو دے گا آپ کو 1 کے برابر x 2 تو ہو گا ایک کو دو سے ایک کو جاتا ہے اور چار کو ایک سے نو کو جاتا ہے اب اس میں فرق کریں تاکہ آپ کو اس طرح کے انٹیگرینڈ i تو یہ انٹیگرل مائنس 1 1 پلس ایکس ٹو پاور تھری بائی دو مربع t اور ڈو کے درمیان تعلق معلوم ہو جائے اس کے لیے آئیے ہم اس میں فرق کریں تاکہ آپ جی کے du تین ضرب دو ایکس کی طاقت ہاف ڈی ایکس برابر ہے
کے برابر اس پورے اظہار کو اب مائنس ٹو ڈو du برابر ہے مائنس دو d کا پاور تھری بائی دو پورا مربع x ایک جمع xdx تو تھری روٹ مائنس ٹو ڈو سے بدل دیا گیا ہے اور آپ جانتے ہیں کہ مستقل کا مخالف مشتق کیا ہے لہذا آپ یہاں حاصل کریں گے یو از دو دو ایک از نو مائنس دو از نو مائنس ایک از دو مائنس ٹو بائی نو پلس ایک جو کہ سات بائی نو کا ہے
تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اصل انٹیگرینڈ کے مخالف مشتق کو تلاش کرنا شروع میں بہت پیچیدہ لگتا ہے لیکن اس متبادل کے ذریعہ مسئلہ کو حل باقی ہے جس کی بستی مشتق آپ کو معلوم ہے آئیے اب ایک اور مثال لیتے constant کرنا بہت آسان ہے اور آخر میں صرف تبدیل شدہ انٹیگرل ہیں
کو اپنے نئے متغیر کے طور پر لیتے ہیں x power 4 plus 9 تو اگر ہم
کے طور پر فرض کرنا بہتر ہے۔ یو آپ t کا کہنا ہے کہ یہ آپ کو مسئلہ کو حل کرنے کے لئے کچھ نقطہ نظر دے سکتا ہے لیکن اسے t تو پچھلے متبادل کو آزما سکتے ہیں میں یہ متبادل لے رہا ہوں لہذا اگر آپ متبادل لیتے ہیں
کے برابر ہے لہذا یہ انٹیگرل dt پاور فور پلس نائن جڑ کے نیچے یہ x بذریعہ dx مکعب x تو دیکھیں کہ آپ کو کیا ملتا ہے لہذا آپ کو دو ہے dt by 2 پاور 4 جمع 9 x بذریعہ انڈر روٹ dx کیوب x تبدیل ہو جاتا ہے۔ اس طرح
بذریعہ 2 ملتا ہے dt تو آپ کو

پر جاتا ہے t صفر x تو حدود کا کیا ہوگا لہذا اگر
پر جاتا ہے پچیس انڈر جڑ جو کہ پانچ تین سے پانچ ہے لہذا آپ کو ایک سے دو حاصل ہوتا ہے t دو x تو جڑ نو کے نیچے ہے جو تین ہے اور
ہے t آپ نکال سکتے ہیں اور مشتق
تو آپ کو پانچ منفی تین ملتا ہے جو کہ ایک ہے آئیے ہم کچھ اور مثالیں لیں اور اسے حل کریں جو آپ کو حل کرنے میں مدد کریں گی۔ اس قسم کے
مسائل
تو آئیے ہم مندرجہ ذیل انٹیگرل کو لے لیتے ہیں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر میں اسے اپنے نئے متغیر کے طور پر کہتا ہوں
حاصل کرتا ہوں u تو میں
مائنس ون یو پر جاتا ہے۔ صفر t جب du کے برابر ہوتا ہے اس کا مطلب ہے مائنس du برابر dt تو مجھے مائنس ٹی سے پاور مائنس ٹو
مائنس آدھا ہو t ہے اور جب
کی قدر مائنس ایک صفر پر جاتا ہے مائنس آدھا جاتا ہے مائنس ون کو چار بار سائن اسکوائر i تو یو مائنس ایک ہوتا ہے۔ لہذا آپ کے انٹیگرل udu
کے مخالف مشتق کو براہ راست تلاش کرنا آسان نہیں ہے لہذا ہمیں اسے ایک مثلثی شناخت سے تبدیل کرنے کی ضرورت u اسکوائر sin اب
ہے یعنی میں ہم ہیں
مائنس u ملے گا جو مائنس cos 2 udu 2 تو ہمیں سائن اسکوائر یو کو اس سے بدلنا ہوگا لہذا آپ کو مائنس 2 0 سے مائنس 1 1 مائنس
ٹو یو بائی دو صفر سے مائنس ون کے برابر ہے sin
تو یہ آپ کو دے گا۔ مائنس ون مائنس صفر مائنس سائن آف مائنس 2 بائی 2 جمع صفر اس لیے انٹیگرل کی قدر آخر کار دو مائنس سائن ٹو ہے
تو ہم نے کئی مسائل حل کیے ہیں اور ہم نے دیکھا ہے کہ متبادل کا طریقہ اس کے علاوہ کئی انٹیگرا ڈیفینیٹ انٹیگرلز کو کس طرح آسان بنا سکتا ہے۔
بہت سے دوسرے مسائل ہیں جو صرف متبادل کے طریقے سے حل نہیں ہوسکتے ہیں لہذا یقینی انٹیگرلز کی بہت سی دوسری خصوصیات ہیں جو
کو سیکھنے جارہے ہیں۔ آپریٹیز کریں اور اسے ایک ایک کرکے ثابت کریں pr یقینی انٹیگرلز کو حل کرنے میں مدد کرتی ہیں لہذا ہم ان
میں تبدیل کرنے سے انٹیگرل پر t سے x کی خصوصیات یہ خاصیت کہتی ہے کہ متغیر کو one پراپرٹی definite integrals تو
ہے۔ x t کوئی اثر نہیں پڑتا ہے لہذا اس خاصیت کا ثبوت ایک لائن ہے بشرطیکہ آپ فرض کریں کہ
سے بدل دیا جائے گا b کے برابر b کو t برابر x کے ساتھ اور a برابر t کی جگہ a کے برابر x ہو جائے گا اور dx dt تو
سے b کے برابر ہے۔ مائنس آف bfxdx سے a اور اس لیے ہمارے پاس پراپرٹی ہے ایک آئیے دیکھتے ہیں کہ پراپرٹی نمبر دو afxdx
صفر ہے ہم جانتے ہیں کہ اگر چھوٹے ایف ایکس میں اینٹی ڈیریویٹیو ہے کہ کیپیٹل ایف ایکس ہے afxdx سے a خاص طور پر
تو انٹیگرل کی قدر اس طرح لکھی جاتی ہے لہذا ہم اسے اس شکل میں لکھ سکتے ہیں لہذا ہم اسے اس طرح لکھ سکتے ہیں۔ اس کے لیے پراپرٹی اب
سے بدل سکتے ہیں اور دیکھیں کہ ویلیو صفر ہے اسے دوسری طرف دائیں ہاتھ سے بائیں ہاتھ کی طرف لے جا کر a کو صرف p آپ اس میں
اور گراف اس طرح ہے اور اس لیے یہ انٹیگرل itive ہے۔ fx pos سے صفر فرض کریں a اس کی ایک اور وضاحت یہ ہے کہ انضمام
کے ساتھ موافق ہوگا b a منحنی خطوط کے نیچے کے رقبے کی نمائندگی کرے گا لہذا اگر
عمودی لائن کے ساتھ موافق ہو b عمودی لائن b تو یہ سمجھنا بہت آسان ہے کہ اگر یہ لائن
تو رقبہ صفر ہو جائے گا۔ رقبہ صفر ہوگا لہذا یہ خاصیت صحیح جائیداد ہے تین پراپرٹی تھری کہتی ہے کہ آپ اس انٹیگرل کو قطعی انٹیگرلز میں
بطور خلاصہ
کا مخالف ہے fx fx کے درمیان ہے لہذا اگر کیپٹل a اور c b توڑ سکتے ہیں جہاں
مائنس fb کی قدر bfxdx سے c ہے اور fa مائنس fc کی a to cfxdx کے برابر ہے fa مائنس fb bfxdx کی قدر a تو
لکھ سکتے ہیں اور پھر آپ ان کو استعمال fa مائنس fc پلس fc مائنس fb ہے لہذا آپ یہاں سے شروع کریں اور آپ یہاں صرف fc
کرسکتے ہیں۔ دو
کی جگہ لے سکتے ہیں اور اس کو آپ اس سے بدل کر لکھ سکتے ہیں اس مساوات کا bfxdx سے c ملتا ہے آپ fa مائنس fe تو آپ کو
ملتا ہے لہذا پراپرٹی تین درست ہے آئیے ہم پراپرٹی ایف لیتے ہیں۔ ہماری پراپرٹی فورس کہتی ہے cfxdx سے a استعمال کرتے ہوئے آپ کو
کے برابر ہے لہذا اس خاصیت کو صرف سادہ متبادل کے ذریعہ بہت آسانی سے ثابت xdx مائنس b پلس a to bfxdx a to bfa کہ
لیتے ہیں t مائنس b کو بطور جمع x کیا جاسکتا ہے لہذا اگر آپ
کے a کے برابر ہو جائے گا t کے برابر ہو جائے گا bx کے برابر ہو جائے گا t کے برابر ہوگا۔ dtx a مائنس dx تو
کے ساتھ اس کی جگہ ایک ax مساوی t جائے گا b کے یہ b برابر t اس حد میں تبدیل ہو جائے گا a تو یہ انٹیگرل یہ حد بن جائے گا
ہے یہاں آپ پراپرٹی ٹو کا استعمال کر سکتے ہیں اور آپ حدود کو تبدیل کر سکتے ہیں کیونکہ dt مائنس dx اور t ہو جائے گا۔ مائنس b جمع
آپ کے پاس ایک منفی نشان ہے لہذا منفی نشان یہ منفی نشان ایک بار آپ کی حدوں کو تبدیل کرنے کے بعد منسوخ کر دیا جائے گا لہذا آپ کو ایک
سے تبدیل کر سکتے ہیں لہذا پراپرٹی چار قائم ہو گئی x کو t ڈمی ہے لہذا ہم t ملے گا پراپرٹی ایک کہتی ہے کہ متغیر tdt مائنس b پلس
ہے یہ تمام خصوصیات بہت اہم ہیں اور ہم اسے دیکھیں گے جب ہم ان خصوصیات کو استعمال کرتے ہوئے متعدد مثالوں کو حل کرتے ہیں آئیے ہم
صفر سے afxdx پراپرٹی چار کا ایک خاص معاملہ ہے اور اس میں کہا گیا ہے کہ صفر سے ich دیکھیں گے۔ wh پراپرٹی پانچ afa
سے بدل دیں t کو مائنس x ہے لہذا آپ اس بائیں ہاتھ سے دوبارہ شروع کریں اور xdx مائنس
کے t کے برابر a کے برابر ax ایک متبادل کے برابر ہیں یہ t 0 کے برابر ہوگا۔ آپ dt x 0 ملے گا کیونکہ مائنس dx تو آپ کو
برابر جائے گا
دو پراپرٹی کا استعمال کرتے dt مائنس dx اور t مائنس fa ملے گا fx کے برابر صفر کے برابر t اور a کے برابر t تو آپ کو
کو t ہوئے آپ حدود کو تبدیل کر سکتے ہیں لہذا آپ کو یہ منفی نشان ملے گا یہ منفی نشان منسوخ ہو جائے گا لہذا آپ کو یہ اب ملے گا اگر آپ
سے تبدیل کرتے ہیں x ڈمی متغیر ہونے کی جگہ
مل جاتا ہے یہ آپ کی پراپرٹی کو پانچ بہت اہم پراپرٹی ثابت کرتا ہے ہم دیکھیں گے اس پراپرٹی کو استعمال کرنے سے بہت rhs تو آپ کو
سارے مسائل حل ہو جائیں گے پراپرٹی سکس پراپرٹی سکس اس انٹیگرل کے بارے میں کچھ کہتی ہے اس لیے ہم اس انٹیگرل کی ویلیو معلوم کرنا
لکھ سکتے ہیں۔ پراپرٹی تین afxdx جمع a to two afxdx چاہتے ہیں اور اس لیے اس انٹیگرل کی ویلیو کو استعمال کر کے آپ 0 سے
کیونکہ اگر یہ صفر ہے
ہے لہذا آپ پراپرٹی تھری کا استعمال کرکے اس انٹیگرل کو دو انٹیگرل میں a ہے اور یہ دو a تو یہ
ہے پراپرٹی 3 کا استعمال کرکے آپ اس طرح لکھ سکتے ہیں اب ہمیں بتائیں دیکھیں کہ اس انٹیگرل کی b یہ c یہ a توڑ سکتے ہیں جہاں یہ
کیا قدر ہو سکتی ہے
سے بدل tt کو مائنس dx سے بدل دیا جاتا ہے اور t مائنس a کو دو x جاتا ہے صفر a ٹو میں a تو آئیے ایکس کو 2 سے بدل دیں
دیا جاتا ہے پراپرٹی ٹو کا استعمال کرتے ہوئے ہم دوبارہ حدوں کو تبدیل کر سکتے ہیں لہذا یہ منفی نشان منسوخ ہو جائے گا لہذا ہمیں دو ایک مائنس
ملتا ہے لہذا صفر سے دو x dx مائنس f 2 a ملے گا اور اس کی جگہ لے کر یہ دوبارہ اس لیے کہ یہ ایک ڈمی متغیر ہے ہمیں t dt

کے برابر ہے اور اس کی قیمت اس طرح شمار کی جاتی ہے لہذا ہم اسے یہاں afxdx سے دو a کے علاوہ afxdx صفر سے afxdx
ہے۔ یہ آپ کی پراپرٹی چھ ہے آئیے اس فارمولے xdx بدل سکتے ہیں تاکہ ہم حاصل کریں۔ حتمی فارمولا جو صفر سے اے ایف ٹو ایک مائنس
کے برابر ہے afxdx صفر سے afxdx سے ایک اور پراپرٹی نکالتے ہیں جو پراپرٹی سات ہے جیسا کہ ہم نے دیکھا ہے کہ صفر سے دو
کرنے کے لیے پھر مساوات کا کہنا ہے کہ ایک آپ کو fx برابر ہے x دو ایک مائنس f اب اگر xdx دو ایک مائنس af جمع صفر سے
کے برابر ہے fx مائنس کے x ایک مائنس f دے گا جو پراپرٹی ہے چھ کو اس میں آسان کیا جائے گا اور اگر دو کا
تو اس صورت میں یہ پراپرٹی چھ آسان ہو جائے گی اور آپ کو صفر ملے گا
تو یہ ہے پراپرٹی 7 میں کہا گیا ہے کہ یہ اس کے برابر ہے اگر یہ شرط درست ہے اور اگر یہ شرط درست ہے اگر یہ شرط درست ہے
تو یہ جائیداد ہم دیکھیں گے کہ یہ جائیدادیں کچھ پیچیدہ مسائل کو حل کرنے میں ہماری مدد کیسے کرتی ہیں اب آئیے ثابت کریں۔ آخری پراپرٹی جو
ایون فنکشن ہے fx برابر ہے دو امکانات ہیں اگر afxdx سے a کہ پراپرٹی ایٹ ہے کہتی ہے کہ مائنس
طاق ہے fx مساوی ہے اور اگر x f کے برابر ہے اور اگر afxdx تو یہ صفر سے
تو اس میں سے ایک انٹیگرل صفر ہے
x کا مائنس f ہے اور طاق فنکشن مطمئن کرتا ہے کہ fx f کا x تو ایک ایون فنکشن مندرجہ ذیل خاصیت کو مطمئن کرتا ہے جو کہ مائنس
ہے fx مائنس نصف
تو آئیے اس خاصیت کو ثابت کریں ۔ پراپرٹی 3 کا استعمال کرتے ہوئے ہم اس انٹیگرل کو لکھ سکتے ہیں جیسا کہ اب یہ انٹیگرل لیں اور ایون این آر
فنکشنز کی پراپرٹیز استعمال کرکے اسے آسان بنائیں
کے برابر ہوگا۔ a مائنس x کو بدل دیا جائے گا a کے طور پر ملتا ہے اور مائنس dt مائنس dx کو تبدیل کریں ہمیں t مائنس x pi تو
dt مائنس t کے برابر صفر سے بدل دیا جائے گا لہذا ہمیں مائنس t کے برابر صفر سے بدل دیا جائے گا x کے ساتھ اور a کے برابر t
get ملتا ہے لہذا یہ اس کے برابر ہے پراپرٹی 2 کا استعمال کرکے ہم حد کو تبدیل کرسکتے ہیں اور یہ مائنس کا نشان ہوگا f کا 0
dx سے بدل سکتے ہیں اس لیے آخر کار ہم x کو t ڈمی متغیر ہے اس لیے ہم t منسوخ ہو جائے گا اور ہمیں یہ ملتا ہے چونکہ canceled
کے طور پر ملا۔ t dt کے af کے علاوہ 0 سے t dt کے مائنس af پر پہنچ گئے مائنس کے برابر، معذرت کے ساتھ ہمیں یہ 0 سے
سے بدل af سے x 0 کے xdx تک ملا چونکہ متغیر ڈمی ہے لہذا ہم اسے af کے 0 سے xdx ہم مائنس afxdx سے a مائنس
ہے fx ہے ief کا x ہے جو مائنس i بھی fx سکتے ہیں اگر
اس کا مائنس ہے f کا x اور اگر مائنس afxdx سے دو گنا ہوگا۔ 0 afxdx سے a تو مائنس
تو ہمیں یہ قدر صفر کے طور پر ملتی ہے
تو آئیے کچھ آسان مسائل کو حل کرتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ قطعی انٹیگرلز کی ان خصوصیات کو پروب ڈیفینیٹ انٹیگرلز کو آسانی سے حل کرنے
میں کس طرح استعمال کیا جا سکتا ہے مثال کے طور پر ہم 0 سے 4 کو حل کرتے ہیں۔ موڈ ایکس مائنس 2 ڈی ایکس اب اگر میں آپ سے پوچھوں
کہ ایکس مائنس ٹو کے موڈ کا اینٹی ڈیریویٹیو کیا ہے کیا آپ اس کا جواب دے سکتے ہیں اس کے اینٹی ڈیریویٹیو کو تلاش کرنا آسان نہیں ہے
تو ہم کیا کریں ہم پراپرٹی تھری کا استعمال کرتے ہیں اور اسے
توڑ دیتے ہیں دو حصوں میں کیونکہ ایکس مائنس ٹو کا موڈ ایکس مائنس ٹو کے مائنس کے برابر ہے جب ایکس 2 کے برابر ہے اور ایکس مائنس 2
جب ایکس 2 سے بڑا یا اس کے برابر ہے
تو ہم اسے 2 حصوں میں
توڑ سکتے ہیں اور سادہ میں لکھ سکتے ہیں۔ کثیر الجہتی شکل
تو ہم اسے اس طرح لکھ سکتے ہیں اور آسانی سے مربوط کر سکتے ہیں۔
تو یہاں ہم پراپرٹی تھری کا استعمال کر رہے ہیں
تو یہ آپ کو صفر سے دو دو سے چار دے گا لہذا اینٹی ڈیریویٹیو کے طریقہ سے قطعی انٹیگرلز کے فارمولے کو لاگو کرنے سے ہمیں حتمی
جواب چار ملتا ہے
تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پراپرٹی تھری کو کس طرح استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ایک چھوٹا سا پیچیدہ مسئلہ تلاش کرنے کے لیے آئیے ایک اور مثال
لیتے ہیں
کے برابر ہے لہذا میں xdx مائنس afa سے 0 afxdx تو ہم ایک ایسی پراپرٹی استعمال کرنے جا رہے ہیں جس میں کہا گیا ہے کہ 0 سے
ایک ہی ہو گا اس انٹیگرل کی یہ انٹیگرل ویلیو اور اس i اور یہ i کے 2 سے چار گنا کے برابر ہوں گا۔ یہ یہ pi اس پراپرٹی سے 0 سے
انٹیگرل کی ویلیو ایک جیسی ہو گی
cos x پہلے کواڈرینٹ میں ہے اس لیے ہمیں جڑ کے نیچے جڑ کے نیچے x مائنس so pi by 2 تو میں اس کے برابر حاصل کرتا ہوں
اب اگر ہم ایک کو شامل کریں اور کہیں کہ یہ دو ہے sine xdx انڈر روٹ cos x plus ملتا ہے
ملے گا اور دائیں ہاتھ کی طرف ایک بار دونوں دائیں ہاتھ کی طرف جوڑے جائیں گے صرف i تو ایک اور دو کو شامل کرنے سے بائیں طرف دو
فائنل i is equal to pi ہوگا لہذا pi by two دو چار میں pi by جو کہ اس انٹیگرل کا چار انچ کنواں ہے rdx چار حاصل کرنا
ہم اس انٹیگرل کو بذریعہ لکھ سکتے ہیں۔ اس پراپرٹی کا استعمال cos xdx کے دو بار دو لاگ pi جواب آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں صفر سے
کے 2 لاگ pi برابر ہے 2 گنا 0 سے i two i دے گا لہذا ہم ایک اور دو کو جوڑتے ہیں اور ہمیں ملتا ہے کہ i کرتے ہوئے جو ہمیں اب
آف sine x plus log of cos xdx
کے دو لاگ سے اگر آپ یہاں 2 سے ضرب اور تقسیم کرتے ہیں pi sine x cos x now dx صفر کے برابر ہے i تو یہ
ملتا ہے dx بذریعہ 2 لاگ 2 pi مائنس 0 سے x dx بذریعہ 2 لاگ سائن 2 pi سے 0 i تو آپ کو
log sin tdx اور t is pi x 2 x pi x 0 t برابر 0 x لیں گے 0 x کے برابر 2 t برابر ہے اگر آپ اس انٹیگرل 0 میں i تو
pi by two log two مائنس by two dt ہوگا 1
pi by 2 اب اس انٹیگرل میں ہم اسے یہاں pi by two log two مائنس zero to pi log sin tdt تو ہمیں ایک بائے دو ملا
a 2 f فراہم کی گئی afxdx مساوی کو لاگو کر سکتے ہیں۔ 0 سے دو گنا تک afxdx لکھ سکتے ہیں اور فارمولہ 0 سے 2 2 into
tdt مائنس sine pi کے دو لاگ کے pi برابر ہے ایک سے دو میں دو صفر سے i ہے اگر آپ لاگو کرتے ہیں کہ ہمیں x fx مائنس
ٹو اور ہم جانتے ہیں کہ ہمارے پچھلے sin tdt log برابر ہے صفر سے پی آئی بذریعہ دو لاگ i لہذا pi by two log two مائنس
i by 2 حساب سے اس کی قیمت کیا ہے آئیے میں آپ کو دکھاتا ہوں کہ پچھلے حساب سے اس کی قدر کی پچھلے حساب سے اس کی
اس pi by two log two مائنس i by 2 لہٰذا i by 2 minus pi by 2 log 2 کے برابر i ہے لہذا ہم آخر میں مل گیا
لاگ ٹو کے برابر ہوں pi لیے میں مائنس
تو یہ ایک بہت پیچیدہ مسئلہ تھا اور آپ دیکھتے ہیں کہ یہ یقینی خصوصیات کیسے ہیں انٹیگرلز آپ کو اس مسئلے کو حل کرنے میں مدد کرتا ہے
آئیے ہم ایک اور مسئلہ کو صفر سے ایک لیتے ہیں

x کو 1 مائنس x برابر 0 سے 1 i ہم لکھ سکتے ہیں x dx مائنس afa تو پھر اس پراپرٹی کا استعمال کرتے ہوئے کہ یہ 0 کے برابر ہے
جو صفر سے ایک ndx کی طاقت x پر ہمیں 0 سے 1 1 مائنس ایکس ملتا ہے۔ ndx مائنس سے بدل دیا جائے گا۔ 1 مائنس ایکس سے پاور 1
کے برابر ہے لہذا انضمام سے آپ کو صفر سے ایک ملتا ہے جو آپ کو دیتا ہے dx
x پر ایک جمع گناہ pi xdx برابر صفر سے i تو جو برابر ہے ہمیں ایک اور مسئلہ لینے دیں
1 x xdx مائنس pi pi برابر ہے 0 سے i کے برابر ہوں لہذا x dx مائنس pi پلس سائن 1 x مائنس pi pi تو یہ ہوگا 0 سے
اس لئے اگر ہم اس انٹیگرل کو اس انٹیگرل کے ساتھ جوڑیں sin x جمع
sin x پر 1 جمع pi pi dx کے برابر ملے گا۔ 0 i تو ہمیں 2
مستقل ہے pi برابر ہے 0 سے i تو 2
سیکنڈ pi پورے مربع کے طور پر لکھا جا سکتا ہے اسے صفر سے sine x by 2 plus cos x x 2 تو آپ نکال سکتے ہیں اور اسے
t بائے دو ہے x دو مربع اب ٹین x کے اوپر ایک جمع ٹین dx دو x x لکھا جا سکتا ہے۔ مربع
نصف کے dt برابر ہے dx دو x x تو سیکنڈ مربع
dt دو dx سے دو x انفینٹی اور سیکنڈ مربع tan pi by two gos صفر کے برابر صفر pi tan برابر ملے گا i تو آپ کو دو
مربع ملتا ہے t ہے اور یہاں آپ کو ایک جمع
اس صفر کو انفینٹی میں انضمام کرتا ہے ne plus t پر مائنس دو دے گا o تو یہ آپ کو
دیتا ہے pi تو یہ آپ کو
مائنس 1 0 pi مائنس 2 pi تو
کے برابر ہے pi برابر 2 i کی حتمی قیمت آپ کو 2 i تو
اور پھر xdx مائنس afa برابر صفر سے afxdx کے برابر ہے یہاں ہمارے پاس ہے اس پراپرٹی کو استعمال کیا 0 سے pi برابر i تو
کے ساتھ کچھ مثلثی شناختیں بھی ہیں اور بعد میں ہم کچھ مزید پیچیدہ مسائل پر غور کریں گے i stop ہم نے متبادل بھی استعمال کیا اور پھر اس
اور یقینی انٹیگرلز کے بارے میں مزید دریافت کریں گے۔ ایک منحنی دو منحنی خطوط تین منحنی چار گرام اور اسی طرح کے درمیان جکڑے ہوئے
پیچیدہ چپس کے علاقے کا پتہ لگانے میں ان کی درخواستیں شکریہ

Prutor@IITK