

ଅଦ୍ୟାବଧି ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ କ'ଣ ଏବଂ ଏହାକୁ କିପରି ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରାଯାଏ ସେଠାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବାର ଦୁଇଟି ପଦ୍ଧତି ଅଛି, ତାହା ହେଉଛି ରାଶିର ସୀମା ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା

So ଚାଲି ଆମେ ଦେଖୁଲୁ ଯେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ $a \int b f(x) dx$ କୁ $f(b)$ ମାଲନସ୍ ଫା ସହିତ ସମାନ ଯେଉଁଠାରେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ $f(x)$ ଛୋଟ $f(x)$ ର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଅଟେ ଏଠାରେ ଏକ ଚିପ୍ପଣୀ ଅଛି ଯେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଅନୁକ୍ରମିକ ନୁହେଁ ଏବଂ $f(x)$ ପୁଣି c ଡ୍ୟାସ୍ ମଧ୍ୟ ଆପଣଙ୍କୁ x ର ଫଙ୍କସନ୍ ଦେବ

ତେଣୁ ଆମେ କାର୍ଯ୍ୟର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିପାରିବା | $f(x)$ ପୁଣି c ପରି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଯାହା ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ସହିତ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ଯେ ଏହି ସ୍ଥିତି c ଅପସାରିତ ହୁଏ ଆମେ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଥାଉ କି ଆମେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ $f(x)$ କୁ ଏକ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ କି $f(x)$ ପୁଣି c କୁ x ର ଏକ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ | ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ସମୟରେ ସ୍ଥିତି c କୁ ଅଣଦେଖା କରାଯାଇପାରେ କାରଣ ଏହା ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ପ୍ରଭାବ ପକାଇବ ନାହିଁ, ଆମ ମନକୁ ସତେଜ କରିବା ପାଇଁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ସମାଧାନ କରିବା, ଆସନ୍ତୁ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ନେବା ଯେପରି ଆପଣ ଜାଣନ୍ତି ଯେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ର ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ ଯଦି ଏହା ଆପଣଙ୍କର x ଅଟେ | ଅକ୍ଷ ଏହା ତୁମର y କୁମ୍ଭ | ଏହା ହେଉଛି ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ରେଖା x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଏହା ହେଉଛି ରେଖା x ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଆପଣ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସତ୍ୟକରି କରିପାରିବେ

ତେଣୁ ଏହା ଅଧା ହେବ ଏବଂ ଏହା ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ କମା ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ କମା ଅଧା ହେବ
ତେଣୁ ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରକୁ ପ୍ରତିପାଦିତ କରେ ଏହା ହେଉଛି ଗ୍ରାଫ୍ | ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ପୁଣି x ବର୍ଗ ଉପରେ ଯଦି ମୁଁ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା
this ଚାଲି ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ସମ୍ପାନ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛି

ତେଣୁ ମୁଁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଖୋଜିବି ଯାହାର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ପୁଣି x ବର୍ଗ ଅଟେ ଏବଂ ମୁଁ ଆଶାକରେ ଆପଣ ସମସ୍ତେ ମନେ ରଖୁଛନ୍ତି କି ଗୋଟିଏ ପୁଣି x ବର୍ଗ ଉପରେ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍

ତେଣୁ ଆପଣ ଜାଣନ୍ତି ଯେ ଚାନ୍ ଓଲଟା x ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗୋଟିଏ ପୁଣି x ବର୍ଗ ଉପରେ
ତେଣୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ହେବ ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସୂତ୍ର ବ୍ୟାପୀ ସମାନ ଯାହା ଦଶ ଚାନ୍ ଓଲଟା ସହିତ ସମାନ | ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଚାରି ଦ୍ୱାରା π ଚାଲି ଏବଂ ଚାନ୍ ଓଲଟା ଶୂନ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ଚାରିଟି ହେଉଛି ଏହି ପ୍ରକାରର ଯେକ any ଶସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ପ୍ରଦାନ କରି ଆମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟକୁ ଏହି ଫର୍ମରେ ଲେଖିପାରିବା ଯଦି ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜିବା ସହଜ ହୁଏ | ଛୋଟ $f(x)$ ଯାହା ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଖୋଜିବା ସହଜ ଅଟେ | ଚାଲନ୍ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ $f(x)$ ଯେପରି ଯାହାର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଛୋଟ $f(x)$ କିନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଙ୍କ ପାଇଁ ଏଠାରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଏକ ବିଷୟ ଯେ $f(x)$ ର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗଣନା କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ ତେବେ ଆମେ କଣ କରିବା ଭବିଷ୍ୟତ

ତେଣୁ ମୁଁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ସମସ୍ୟାରେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବି | ଚାଲନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେବା ଏବଂ ଦେଖିବା ଯଦି କ'ଣ ହେବ ଯଦି ଆମେ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ସହଜରେ ସମ୍ପାନ କରିବାରେ ସକ୍ଷମ ନୁହୁଁ ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ନେବା ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଣ୍ଡର ଏକ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜିବା ସହଜ ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଆମେ ଯିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ | ଏକ କି ick ଶଳ ଏବଂ କି ick ଶଳଟି ଆସନ୍ତୁ ସେହି ଚାନ୍ x କୁ ସେକେଣ୍ଡ୍ ବର୍ଗ $x dx dt$ ହେବ
ତେଣୁ ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆପଣଙ୍କର dt

ତେଣୁ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ପରି ଦେଖାଯିବ ମୁଁ 2 ଚାନ୍ x ଟି ଏବଂ ସେକେଣ୍ଡ୍ ବର୍ଗ $x dx$ ପରି ଦେଖାଯିବ | dt ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେହେତୁ ତୁମେ ଏକାକରଣର ଭେରିଏବଲ୍ ବଦଳାଇଛ

ତେଣୁ ସୀମା ବଦଳିଯିବ ଯେତେବେଳେ $x = 0$ ହେବ
ତେଣୁ t ମଧ୍ୟ 0 ହେବ

ତେଣୁ ନିମ୍ନ ସୀମା x ଶୂନ୍ୟକୁ ସମାନ ହେବ ଏବଂ x କୁ π ସହିତ ସମାନ ହେବ | ଚାରି ଚାନ୍ ପି ଦ୍ୱାରା $four$ ଚାରିଟି ହେଉଛି ଉପର ସୀମାର ଏକ ନୂତନ ମୂଲ୍ୟ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆପଣ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଜାଣିଛନ୍ତି | t ଯାହା ଦ୍ୱାରା by ଚାଲି ବର୍ଗ ହେବ

ତେଣୁ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ହେବ ଯାହାକୁ ଆମେ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥିଲୁ ସାଧାରଣତଃ sub ପ୍ରତିସ୍ଥାପନର ପଦ୍ଧତି ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଯଦି ଆପଣ ଏହି ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରନ୍ତି ଯେଉଁଠାରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଟି ଅନ୍ୟର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଟେ | ଫଙ୍କସନ୍ କୁ $g(x)$ ଏବଂ ତୁମର $g dash x dx$ ରେ ଅଛି ଯଦି ତୁମର ଏହି ପ୍ରକାରର ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଅଛି ତେବେ ତୁମେ କ'ଣ କରିପାରିବ ତୁମେ $g(x)$ କୁ ତୁମର ନୂଆ ଭେରିଏବଲ୍ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରିପାରିବ ତେବେ $g dash x dx$ ତୁ ହେବ

ତେଣୁ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ $i f$ ସହିତ ସମାନ ହେବ | $ugxg dash x dx$ ହେଉଛି du ଏବଂ ସୀମା ବଦଳିଯିବ କାରଣ ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମ ସହିତ ଏକାକରଣ ହେଉଛ, ଯେତେବେଳେ x ହେଉଛି $au ga$

ତେଣୁ x କୁ ଯିବା ସହିତ ସମାନ ହେବ
ତେଣୁ ନିମ୍ନ ସୀମା g କୁ ସମାନ ଭାବରେ ଉପର ସୀମା gb ରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ | ଏବଂ ଏହା ସମସ୍ତ ହୋଇପାରେ ଯେ ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ପାଇଁ ଆପଣ ଅତି ସହଜରେ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜି ପାରିବେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି କ୍ୟାପିଟାଲ୍ $f(x)$

ତେଣୁ ଏହି ପଦ୍ଧତି ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ପ୍ରଣାଳୀ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଆସନ୍ତୁ ଆମକୁ କିଛି ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ଏବଂ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏହି ପଦ୍ଧତିକୁ କିପରି ଅନୁସନ୍ଧାନ କରାଯିବ ତାହା ଦେଖିବା |

ତେଣୁ ଏହାକୁ ନେବା | $integral$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ଚିପ୍ପଣୀ ଯେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ଚୟନ କରି ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଅନେକ ଉପାୟ ଆଇପାରେ କିନ୍ତୁ ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଆପଣଙ୍କୁ ସରଳ ସମାଧାନ ଦେବ

ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଆପଣ 1 ରୁ x କୁ ପାଖାନ୍ତ 3 କୁ ବୁଲୁ କୁ ନେଇଯାଆନ୍ତି ତେବେ ଏହା ହୋଇପାରେ | ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ପାଇଁ ସମସ୍ୟା ସରଳ ସମାଧାନର ବିକଳ୍ପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହୁଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ସୀମା କ'ଣ ହେବ
ତେଣୁ x ସମାନ 1 ଆପଣଙ୍କୁ ସମାନ କରିବ 1 ରୁ 2 x ସମାନ 4 କୁ ଆପଣଙ୍କୁ ସମାନ 2 କୁ ଗୋଟିଏ ପୁଣି ଆଠ ଉପରେ ଦେବ | ତାହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା $nine$ ଚାଲି ନଅ

ତେଣୁ ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ମୁଁ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଯାଏ ଏବଂ ଚାରିଟି ଗୋଟିଏରୁ ନଅକୁ ଯାଏ ଏହାକୁ ଭିନ୍ନ କର ଯାହା ଦ୍ୱାରା you ଚାଲି ତୁମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଣ୍ଡ୍ ଏବଂ ତୁ ଭଲ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜି ବାହାର କର, ସେଥିପାଇଁ ଆମକୁ ଏହାକୁ ଭିନ୍ନ କରିବାକୁ ଦିଅ | ମାଲନସ୍ 1 1 ପୁଣି x କୁ ପାଖାନ୍ତ ତିନି ଦ୍ୱାରା two ଚାଲି ଦୁଇ ବର୍ଗ ତିନିରୁ ଦୁଇ x ପାଖାନ୍ତ ଅଧା dx ଦ୍ୱାରା du ଚାଲି ସମାନ

ତେଣୁ ତିନୋଟି ରୁଟ୍ $x dx$ ଗୋଟିଏ ପୁଣି x ଦ୍ୱାରା $power$ ଚାଲି ପାଖାନ୍ତ ତିନୋଟି ଦ୍ୱାରା $square$ ଚାଲି ପୁରା ବର୍ଗ d ମାଲନସ୍ ଦୁଇ ତୁ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହା ପୁରା ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ମାଲନସ୍ ଦୁଇ ତୁ ମାଲନସ୍ ଦୁଇ ତୁ ବ୍ୟାପୀ ବଦଳାଯାଇଛି | ତୁମେ ଜାଣିଛ ଏକ ସ୍ଥିତି ର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ କ'ଣ

ତେଣୁ ତୁମେ ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଦୁଇରୁ ଗୋଟିଏ ନଅ ମାଲନସ୍ ଦୁଇରୁ ନଅ ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା two ଚାଲି ମାଲନସ୍ ଦୁଇ ଦ୍ୱାରା $nine$ ଚାଲି ନଅ ପୁଣି ଗୋଟିଏ ସାତରୁ ନଅ

ତେଣୁ ତୁମେ ଦେଖି ପାରିବ ଯେ ଏହା ଲାଗୁଛି | ମୂଳ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଣ୍ଡର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ବହୁତ ଜଟିଳ କିନ୍ତୁ ଏହି ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ଦ୍ୱାରା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ଅତି ସହଜ ଅଟେ ଏବଂ ଶେଷରେ ରୂପାନ୍ତରିତ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ କେବଳ ସ୍ଥିତି ରହିଥାଏ ଯାହାର ସଂସ୍ଥାର

ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଆପଣଙ୍କୁ ଜଣାଶୁଣା ଅନ୍ୟକୁ ନେବା | ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

ଡେଣ୍ଡି ଯଦି ଆମେ x ପାଖରୁ 4 ପ୍ଲସ୍ 9 କୁ ନେଇଥାଉ ଯେହେତୁ ଆମର ନୂଆ ଡେରିଭେଟିଭ୍ କହୁଛି ଏହା ହୁଏତ ଆପଣଙ୍କୁ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ କିଛି ପଛା
ଦେଇପାରେ କିନ୍ତୁ ଏହା ଅନୁମାନ କରିବା ଭଲ ଯେ ଆପଣ ପୂର୍ବ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିପାରନ୍ତି ଯୁଁ ଏହି ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ଗ୍ରହଣ କରିବି

ଡେଣ୍ଡି ଯଦି ତୁମେ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ନିଅ, ତୁମେ କ'ଣ ପାଇବ ତାହା ଦେଖ,

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ଦୁଇଟି x କ୍ୟୁବ୍ dx କୁ x କୁ ପାଖରୁ ଚାରି ପ୍ଲସ୍ ନଅ ରୁଟ୍ ତଳେ ପାଇବ ଏହା dt ସହିତ ସମାନ

ଡେଣ୍ଡି ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ରୁଟ୍ x ପାଖରୁ 4 ପ୍ଲସ୍ 9 ତଳେ x କ୍ୟୁବ୍ dx ରେ ରୂପାନ୍ତରିତ | dt by 2

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ dt 2 କୁ ପାଇବ ସାମା ସହିତ ଘଟେ

ଡେଣ୍ଡି ଯଦି x ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ ତେବେ ମୂଳ ନଅଟି ତଳେ ଥାଏ ଯାହା ତିନୋଟି ଏବଂ x ଦୁଇଟି t କୁ ଯାଏ ପଚାଶଟି ମୂଳ ତଳେ ଯାହା ପାଞ୍ଚରୁ ପାଞ୍ଚ ଅଟେ

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ପାଇବ ତୁମେ ସ୍ଥିର କରି ପାରିବ ଏବଂ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ହେଉଛି | t

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ପାଞ୍ଚ ମାଇନସ୍ ତିନୋଟି ପାଇବ ଯାହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ , ଆସନ୍ତୁ ଆମେ ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ନେବା ଏବଂ ଏହାର ସମାଧାନ କରିବା ଯାହା ଆପଣଙ୍କୁ ଏହି
ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ

ଡେଣ୍ଡି ଆସନ୍ତୁ ଆମେ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଅନୁସରଣ କରିବା ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ଯଦି ଯୁଁ ଏହାକୁ ଆମର ନୂତନ ଡେରିଭେଟିଭ୍ କହୁଛି | ଯୁଁ ମାଇନସ୍ t କୁ ପାଖରୁ ମାଇନସ୍
ଦୁଇ dt ସହିତ ସମାନ କରେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ମାଇନସ୍ ତୁ ଯେତେବେଳେ t ମାଇନସ୍ କୁ ଯାଏ ତୁମେ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ t ମାଇନସ୍ ଥାଏ ତୁମେ
ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ଡେଣ୍ଡି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ | ମାଇନସ୍ ଥାଏ ମାଇନସ୍ ଚାରି ଗୁଣ ସାଇନ ବର୍ଗ u du କୁ ଯାଏ, ବର୍ତ୍ତମାନ ପାପ ବର୍ଗର ଆଣ୍ଟି
ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜିବା ସହଜ ନୁହେଁ

ଡେଣ୍ଡି ଆମକୁ ଏହାକୁ ଏକ ଗ୍ରାଉଣ୍ଡନେଟ୍ରିଭ୍ ପରିଚୟ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇବାକୁ ପଡିବ ଯାହା u ାରା ଆମେ ସାଇନ ବର୍ଗ u କୁ ବଦଳାଇବା ଆବଶ୍ୟକ | ଏହା u you
ାରା ଆପଣ ମାଇନସ୍ 2 0 ରୁ ମାଇନସ୍ 1 1 ମାଇନସ୍ କୋସ୍ 2 udu ପାଇପାରିବେ ଯାହା ମାଇନସ୍ 2 u ମାଇନସ୍ ପାପ t ସହିତ ସମାନ | wo u ଦୁଇ ଶୂନ୍ୟରୁ
ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ଡେଣ୍ଡି ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ମାଇନସ୍ ଏକ ମାଇନସ୍ ଶୂନ୍ୟ ମାଇନସ୍ ସାଇନସ୍ ମାଇନସ୍ 2 ରୁ 2 ପ୍ଲସ୍ ଶୂନ୍ୟ ଦେବ

ଡେଣ୍ଡି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଶେଷରେ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ ସାଇନସ୍ ଦୁଇଟି

ଡେଣ୍ଡି ଆମେ ଅନେକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିଛୁ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁଲୁ କିପରି | ପ୍ରତିସ୍ଥାପନର ପଦ୍ଧତି ଅନେକ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ସରଳ କରିପାରେ, ଏହା
ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଅନେକ ସମସ୍ୟା ଅଛି ଯାହା କେବଳ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱ so I ାରା ସମାଧାନ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ

ଡେଣ୍ଡି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗୁଣ ଅଛି ଯାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ସମାଧାନ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ

ଡେଣ୍ଡି ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଶିଖିବାକୁ ଯାଉଛୁ | ଗୁଣଧର୍ମ ଏବଂ ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରମାଣ କର

ଡେଣ୍ଡି dx dt ହେବ ଏବଂ x ସମାନ ସହିତ ଏକ ସମାନ ହେବ ଏବଂ t ସହିତ ସମାନ ହେବ ଏବଂ x ସହିତ ସମାନ ହେବ b ସହିତ t ସମାନ ହେବ ଏବଂ
ସେଥିପାଇଁ ଆମର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଛି, ଆସନ୍ତୁ ପ୍ରପର୍ଟି ନମ୍ବର a କୁ b f x dx କୁ ଦେଖିବା | x ମାଇନସ୍ b ରୁ a f x dx ସହିତ ସମାନ , ବିଶେଷ ଭାବରେ a ରୁ a f x dx

ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଯଦି କ୍ଲୋଜ f x ର ଏକ ଆଣ୍ଟି ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଥାଏ ତେବେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ f x ଥାଏ ତେବେ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଏ
ଡେଣ୍ଡି ଆମେ ଏହାକୁ ଏହି ଫର୍ମରେ ଲେଖିପାରିବା

ଡେଣ୍ଡି ଆମେ ଲେଖିପାରିବା | ଏହା ଏହିପରି , ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହା ପାଇଁ ପ୍ରପର୍ଟି ତୁମେ କେବଳ ଏଥିରେ p କୁ ବଦଳାଇ ପାରିବ ଏବଂ ଦେଖ ଯେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ
ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ନେଇ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ | ଧରାଯାଉ f x ପରିଚିତ୍ ଏବଂ ଗ୍ରାଫ୍ ଏହିପରି ଏବଂ

ଡେଣ୍ଡି ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ବନ୍ଦ ତଳେ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବ

ଡେଣ୍ଡି ଯଦି b ଏକ ସହିତ ମେଳ ଖାଏ ତେବେ ଏହା t o େବା ଅତି ସହଜ ଯେ ଯଦି ଏହି ରେଖା b ଭର୍ଟିକାଲ୍ ଲାଇନ୍ b ଭୁଲ୍ ସହିତ ସମକକ୍ଷ ହୁଏ ତେବେ
କ୍ଷେତ୍ରଟି ଶୂନ୍ୟ ହେବ | ରେଖା ଏକ କ୍ଷେତ୍ର ଶୂନ୍ୟ ହେବ

ଡେଣ୍ଡି ଏହି ପ୍ରପର୍ଟି ହେଉଛି ପ୍ରପର୍ଟି ତିନି ପ୍ରପର୍ଟି ତିନିଟି କହିଥାଏ ଯେ ତୁମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ କୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରେଲ୍ ରେ ସମୀକରଣ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗି ପାରିବ
ଯେଉଁଠାରେ c ଏବଂ b ମଧ୍ୟରେ ରହିଥାଏ ଯଦି କ୍ୟାପିଟାଲ୍ f x f x ର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ତେବେ ମୂଲ୍ୟ | a ରୁ b f x dx ହେଉଛି | a ରୁ c f x dx ର b
ମାଇନସ୍ ଫା ମୂଲ୍ୟ ସହିତ f c ମାଇନସ୍ ଫା ଏବଂ c ରୁ b f x dx ର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି f b ମାଇନସ୍ f c

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ଏହାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କର ଏବଂ ତୁମେ କେବଳ ଏଠାରେ b ମାଇନସ୍ f c ପ୍ଲସ୍ f c ମାଇନସ୍ ଫା ଲେଖି ପାରିବ ଏବଂ ତାପରେ ତୁମେ ଏହି ଦୁଇଟି
ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ | ତୁମେ ଫେ ମାଇନସ୍ ଫା ପାଇବ ତୁମେ c ଦ୍ୱାରା b f x dx କୁ ବଦଳାଇ ପାରିବ ଏବଂ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଏହାକୁ
ବଦଳାଇ ଲେଖି ପାରିବ ତୁମେ c f x dx କୁ ପାଇବ

ଡେଣ୍ଡି ପ୍ରପର୍ଟି ତିନିଟି ସତ , ଆସନ୍ତୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାରିଟି ପ୍ରପର୍ଟି ଫୋର୍ଥ କହିବା ଯେ a b f x dx ସହିତ ସମାନ | a t o b f a $plus$ b $minus$ x dx

ଡେଣ୍ଡି ଏହି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କେବଳ ସରଳ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ଦ୍ୱାରା ଅତି ସହଜରେ ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇପାରିବ

ଡେଣ୍ଡି ଯଦି ଆପଣ x କୁ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ମାଇନସ୍ t ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ତେବେ dx ମାଇନସ୍ dt ସମାନ ହେବ ଏକ ଇଚ୍ଛା ସହିତ b ସମାନ ହେବ bx
ସହିତ ସମାନ ହେବ | t ସହିତ ସମାନକୁ ଯାଆନ୍ତୁ

ଡେଣ୍ଡି ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଏହି ସାମା ହୋଇଯିବ ଏକ ସାମାକୁ t ରେ ସମାନ ଭାବରେ ରୂପାନ୍ତରିତ ହେବ b b କୁ t କୁ ସମାନ କୁ କୁମ୍ଭ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ମାଇନସ୍ t
ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଯିବ ଏବଂ dx ହେଉଛି ମାଇନସ୍ dt ଏଠାରେ ଆପଣ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ | ପ୍ରପର୍ଟି ଦୁଇଟି ଏବଂ ତୁମେ ସାମା ବଦଳାଇ ପାରିବ କାରଣ ତୁମର ଏକ
ନକାରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ଅଛି ଯାହା u $negative$ ାରା ନକାରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ଏହି ନକାରାତ୍ମକ ସଙ୍କେତ c ହେବ | ଥରେ ତୁମେ ସାମା ବଦଳାଇବା ପରେ ବାଡ଼ିଲ ହୋଇଗଲା
ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ b ମାଇନସ୍ t dt ପାଇବ କାରଣ ପ୍ରପର୍ଟି ଜଣେ କହୁଛି ଯେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଚି ଡି ଅଟେ

ଡେଣ୍ଡି ଆମେ x ଦ୍ୱାରା t କୁ ବଦଳାଇ ପାରିବ

ଡେଣ୍ଡି ଚାରିଟି ପ୍ରପର୍ଟି ସ୍ଥାପିତ ହୋଇଛି ଏହି ସମସ୍ତ ଗୁଣ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଆମେ ସମାଧାନ କରିବାବେଳେ ଏହାକୁ ଦେଖିବା | ଏହି ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରି
ଅନେକ ଉଦାହରଣ ଚାଲନ୍ତୁ ପ୍ରପର୍ଟି ପାଞ୍ଚକୁ ଦେଖିବା ଯାହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାମଲା ଅଟେ ଏବଂ ଏହା କହିଥାଏ ଯେ ଶୂନ୍ୟରୁ a f x dx ଶୂନ୍ୟରୁ a f a ମାଇନସ୍
 x dx ଅଟେ

ଡେଣ୍ଡି ଆପଣ ଏହି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ପୁନର୍ବାର ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତୁ ଏବଂ x କୁ ଏକ ମାଇନସ୍ t ଦ୍ୱାରା ବଦଳାନ୍ତୁ | dx ପାଆନ୍ତୁ ଯେହେତୁ ମାଇନସ୍ dt x 0 ସହିତ ସମାନ,
ତୁମକୁ ଏକ ବଦଳ ସହିତ t ସମାନ ଦେବ 0 ଏହି କୁରା a x େ ସମାନକୁ ଯିବ t କୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ t ସହିତ ସମାନ ହେବ ଏବଂ t ଶୂନ୍ୟ f x ସହିତ ସମାନ ହେବ | ପ୍ରପର୍ଟି ଦୁଇଟି ବ୍ୟବହାର କରି ମାଇନସ୍ t ଏବଂ dx ହେଉଛି ମାଇନସ୍ dt ତୁମେ
ସାମା ବଦଳାଇ ପାରିବ

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ଏହି ନକାରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ପାଇବ ଏହି ନକାରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ବାଡ଼ିଲ୍ ହେବ

ଡେଣ୍ଡି ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାକୁ ପାଇବ ଯଦି ତୁମେ x ଦ୍ୱାରା ଡି ଡେରିଭେଟିଭ୍ କୁ ବଦଳାଇବ ତେବେ ତୁମେ ଏହାକୁ rhs ପାଇବ | ତୁମର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପାଞ୍ଚଟି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ
ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରମାଣ କରେ | ଏହି ପ୍ରପର୍ଟି ପ୍ରପର୍ଟି ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନେକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବୁ ଦେଖିବା ଛଅଟି ପ୍ରପର୍ଟି ଛଅଟି ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ବିଷୟରେ କିଛି
କହିଥାଏ

ଡେଣ୍ଡି ଆମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଖୋଜିବାକୁ ଚାହୁଁ ଏବଂ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଆପଣ 0 ରୁ a f x dx ଏବଂ a ରୁ ଦୁଇଟି a f x dx ଦ୍ୱାରା ଲେଖିପାରିବେ |

ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ଥିବା ବ୍ୟବହାର କରିବା କାରଣ ଯଦି ଏହା ଶୂନ୍ୟ ତେବେ ଏହା ହେଉଛି a ଏବଂ ଏହା ଦୁଇଟି ଅଟେ
 ତେଣୁ ତୁମେ ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ଥିବା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲକୁ ଦୁଇଟି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ ରେ ଭାଙ୍ଗି ପାରିବ ଯେଉଁଠାରେ ଏହା ହେଉଛି c ଏହା ପ୍ରପର୍ତ୍ତ 3 ବ୍ୟବହାର କରି b ଅଟେ
 ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହିପରି ଲେଖି ପାରିବ | ଆମେ ଦେଖିବା ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ
 ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ x କୁ 2 ମାଲନସ୍ t କୁ ବଦଳାଇବା | ଦୁଇଟିକୁ ଯାଏ ଶୂନ୍ୟ x କୁ ଦୁଇଟି ମାଲନସ୍ t ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଯାଏ ଏବଂ dx ମାଲନସ୍ $2t$ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ଦୁଇଟି
 ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପୁନର୍ବାର ସୀମା ବଦଳାଇ ପାରିବା
 ତେଣୁ ଏହି ନିକାରାମୂଳକ ଚିହ୍ନ ବାଟିଲ୍ ହେବ
 ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ମାଲନସ୍ t dt ପାଇବୁ | ଏହି t କୁ ପୁନର୍ବାର ବଦଳାଇବା କାରଣ ଏହା ଏକ ତମି ଭେରିଏବଲ୍, ଆମେ f 2 କୁ ମାଲନସ୍ x dx ପାଇଥାଉ
 | $\int_0^1 \int_0^2 2t dx dt$ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ $\int_0^2 \int_0^1 2t dx dt$ ପୁନର୍ବାର $\int_0^2 2t dt$ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଏହିପରି ଗଣନା କରାଯାଏ
 ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଏଠାରେ ବଦଳାଇ ପାରିବା
 ତେଣୁ ଆମେ ଅନ୍ତିମ ସୂତ୍ର ପାଇଥାଉ ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ ଦୁଇ ମାଲନସ୍ $x dx$ ଏହା ତୁମର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଉପାସକୁ ଅନ୍ୟକୁ କାଟିଦେବା | ଏହି ସୂତ୍ରରୁ ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ଯାହା ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ସାତ
 ଅଟେ
 ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁଛି ଯେ ଶୂନ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି $\int_0^2 \int_0^1 2t dx dt$ ଶୂନ୍ୟରୁ $\int_0^2 \int_0^1 2t dx dt$ ପୁନର୍ବାର $\int_0^2 \int_0^1 2t dx dt$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି f ଦୁଇଟି ମାଲନସ୍ x fx ସହିତ ସମାନ
 ତେବେ ସମୀକରଣ କୁହନ୍ତୁ ତୁମକୁ ଗୋଟିଏ ଦେବ | ତାହା ହେଉଛି ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ଛଅଟି ଏଥିରେ ସରଳୀକୃତ ହେବ ଏବଂ ଯଦି ଦୁଇଟିର ମାଲନସ୍ x ର f ମାଲନସ୍ fx
 ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଏହି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଛଅଟି ସରଳୀକୃତ ହେବ ଏବଂ ତୁମେ ଶୂନ୍ୟ ପାଇବ
 ତେଣୁ ଏହା ପ୍ରପର୍ତ୍ତ 7 ଏହା କହିଥାଏ ଯେ ଏହା ସମାନ | ଯଦି ଏହି କଣ୍ଟିଗନ୍ ସତ ହୁଏ ଏବଂ ଯଦି ଏହି କଣ୍ଟିଗନ୍ ସତ ହୁଏ ତେବେ ଏହି କଣ୍ଟିଗନ୍ ସତ ହେଲେ ଏହି ପ୍ରପର୍ତ୍ତ
 ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ କିଛି ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବାରେ ଏହି ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ ଆମକୁ କିପରି ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଶେଷ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯାହା
 ଆଠଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆଠଟି ଅଟେ | ମାଲନସ୍ a ରୁ $\int_a^b f(x) dx$ ସେଠାରେ ସମାନ | ଦୁଇଟି ସମ୍ଭାବନା ଯଦି fx ଏପରିକି ଫଙ୍କସନ୍ ଥାଏ ତେବେ ଏହା $\int_a^b f(x) dx$ ସହିତ ଶୂନ୍ୟ
 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଯଦି fx ସମାନ ଏବଂ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଯଦି fx ଅଣୁଜ ଅଟେ ତେବେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ନିମ୍ନ ଗୁଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ
 ଯାହା ମାଲନସ୍ x ର fx ଏବଂ ଅଭୁତ ଅଟେ | ଫଙ୍କସନ୍ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଯେ ମାଲନସ୍ x ର f ମାଲନସ୍ ଅଥା fx ଅଟେ
 ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ପ୍ରମାଣ କରିବା
 ତେଣୁ ପ୍ରପର୍ତ୍ତ 3 ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଲେଖିପାରିବା କାରଣ ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ନେଇଥାଏ ଏବଂ ଏପରିକି n ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗୁଣ
 ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାକୁ ସରଳ କରିଥାଏ
 ତେଣୁ x π ମାଲନସ୍ t କୁ ବଦଳାନ୍ତୁ | ଆମେ dx କୁ ମାଲନସ୍ dt ଭାବରେ ପାଇବୁ ଏବଂ ମାଲନସ୍ a କୁ ବଦଳାଯିବ x ସମାନ ସହିତ ମାଲନସ୍ a କୁ
 ବଦଳାଇବ ଏବଂ t ସମାନକୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ବଦଳାଇବ ଏବଂ x କୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ବଦଳାଇବ
 ତେଣୁ ଆମେ $\int_0^1 \int_0^{\pi} f(x) dx dt$ ପାଇବୁ | ପ୍ରପର୍ତ୍ତ 2 ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ସମାନ, ଆମେ ସୀମା ଅବଲବଦଳ କରିପାରିବା ଏବଂ ଏହି ମାଲନସ୍ ଚିହ୍ନ
 ବାଟିଲ୍ ହୋଇଯିବ ଏବଂ t ଏହାକୁ ତମି ଭେରିଏବଲ୍ ହୋଇଥିବାରୁ ଆମେ ଏହାକୁ ପାଇବୁ
 ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମେ dx ରେ ପହଞ୍ଚିଲୁ ଦୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} f(x) dx dt$ ରୁ $\int_0^{\pi} \int_0^1 f(x) dx dt$ ରୁ $\int_0^{\pi} \int_0^1 f(x) dx dt$ ଭାବରେ ପାଇଲି
 ତେଣୁ ମାଲନସ୍ a ରୁ $\int_a^b f(x) dx$ ଆମେ ମାଲନସ୍ $x dx$ ରୁ $\int_a^b f(x) dx$ ପାଇଲୁ, ଯେହେତୁ ଭେରିଏବଲ୍ ତମି ଅଟେ
 ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} f(x) dx dt$ କୁ ବଦଳାଇ ପାରିବା ଯଦି fx ଏପରିକି i ଅଟେ ଯାହା ମାଲନସ୍ x ର $\int_0^1 \int_0^{\pi} f(x) dx dt$ ଅଟେ
 ତେଣୁ ମାଲନସ୍ a ରୁ $\int_a^b f(x) dx$ ଦୁଇଗୁଣ ହେବ | $\int_0^1 \int_0^{\pi} f(x) dx dt$ ଏବଂ ଯଦି ମାଲନସ୍ x ର ମାଲନସ୍ ହେଉଛି ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଆମେ ଶୂନ୍ୟ ଭାବରେ ପାଇଥାଉ
 ତେବେ ଆସନ୍ତୁ କିଛି ସରଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ଏବଂ ପ୍ରୋବ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ସମାଧାନରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଏହି ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ କିପରି ବ୍ୟବହାର
 କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଦେଖିବା | $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ମାଲନସ୍ $2 dx$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଆପଣଙ୍କୁ ପଚାରିବ x ମାଲନସ୍ ଦୁଇର ମୋଡ୍ ର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ କ'ଣ
 ଆପଣ ଏହାର ଉତ୍ତର ଦେଇପାରିବେ ଏହାର ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଖୋଜିବା ସହଜ ନୁହେଁ
 ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରିଥାଉ ଆମେ ତିନୋଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବ୍ୟବହାର କରୁ | ଏବଂ ଏହାକୁ ଦୁଇ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗି କାରଣ x ମାଲନସ୍ ଦୁଇର ମୋଡ୍ ମାଲନସ୍ x ର
 ମାଲନସ୍ ସହିତ ସମାନ ଯେତେବେଳେ x 2 ରୁ କମ୍ ଏବଂ x ମାଲନସ୍ 2 ଯେତେବେଳେ x 2 ରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ତେବେ ଆମେ ଏହାକୁ 2 ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗି
 ପାରିବା ଏବଂ ସରଳ ବହୁଭାଷୀ ଫର୍ମରେ ଲେଖିବା ଯାହା $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଆମେ ଏହାକୁ ଏହିପରି ଲେଖିପାରିବା ଏବଂ କେବଳ ଏକାକୃତ ହୋଇପାରିବ
 ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆମେ ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ତିନୋଟି ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ
 ତେଣୁ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ଶୂନ୍ୟରୁ ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ଦେବ | $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 ତେଣୁ ଆଣ୍ଟି-ଡେରିଭେଟିଭ୍ ପଦ୍ଧତି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ଚୁଡ଼ାନ୍ତ ଉତ୍ତର ପାଇଥାଉ
 ତେଣୁ ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ଚିକିଏ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା ଖୋଜିବାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତିନୋଟି କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ଆସନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେବା
 ତେଣୁ ଆମେ ଯାଉଛୁ | ଏକ ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାହା କହିଥାଏ ଯେ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ରୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ସହିତ ସମାନ
 ତେଣୁ ତେଣୁ ମୁଁ ଏହି ଗୁଣ ଦ୍ୱାରା $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ କୁ 2 ଚାରି ଗୁଣ ସମାନ ହେବ ଏହି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଏବଂ ଏହା ମୁଁ ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟର ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ | ଏବଂ ଏହି
 ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ
 ତେଣୁ ମୁଁ ଏହାକୁ 2 ମାଲନସ୍ x $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ସମାନ ପାଇବି ପ୍ରଥମ କ୍ୱାଡାଣ୍ଟରେ ଅଛି
 ତେଣୁ ଆମେ ମୂଳ x ତଳେ ମୂଳ $\cos x$ ପୁସ୍ତକ ତଳେ ରୁଟ୍ ସାଇନ $x dx$ ତଳେ ପାଇଥାଉ ଯଦି ଆମେ ଗୋଟିଏ କହିବା ଏବଂ କହିବା | ଏହା ଦୁଇଟି ଅଟେ
 ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦୁଇଟି ଯୋଡ଼ିବା $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଚାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏବଂ ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦୁଇଟି ତାହାଣ ହାତ ଯୋଡ଼ାଯିବା ପରେ କେବଳ ଚାରିଟି dx ପାଇବ ଯାହା
 ଏହି ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟର ଚାରିଟିରେ ଅଛି | ଦୁଇ ଚାରି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଚାରି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 ତେଣୁ ମୁଁ ପାଇ ଫାଇନାଲ୍ ଉତ୍ତର ସହିତ ସମାନ | ଦୁଇ ଲଗ୍ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଶୂନ୍ୟରୁ ଦୁଇଥର ଶୂନ୍ୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ନିଅ , ଆମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍
 ଲେଖିପାରିବା ଯେପରି ପ୍ରପର୍ତ୍ତ ବ୍ୟବହାର କରି ଯାହା ମୋଡେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେବ
 ତେଣୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦୁଇଟି ଯୋଡ଼ିବା ଏବଂ ଆମେ ପାଇବୁ ଯେ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ 2 ଗୁଣ 0 ରୁ ସମାନ | $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 $\cos x dx$
 ତେଣୁ ଏହି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ସହିତ ସମାନ, x x ର ଦୁଇଟି ଲଗ ଦ୍ୱାରା dx
 ତେଣୁ ଯଦି ତୁମେ ଏଠାରେ 2 କୁ ଗୁଣନ କର ଏବଂ ବିଭାଜନ କର, ତେବେ ତୁମେ ମୋଡେ 0 ରୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ କୁ ପାଇବ | ଲଗ୍ ସାଇନ $2 x dx$ ମାଲନସ୍ 0 ରୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 ଚାରି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 ତେଣୁ ମୁଁ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି ତୁମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ରେ $2 x$ ସମାନକୁ 0 କୁ ନେଇ ଯାଅ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ 1 by two dt minus π $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$
 ଲଗ ଦୁଇଟି ହେବ
 ତେଣୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଦୁଇଟି ଶୂନ୍ୟ ପାଇ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ minus π by two $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲରେ ଆମେ ଏହାକୁ π
 2 ରୁ 2 କୁ ଲେଖିବା ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା | ସୂତ୍ର 0 ରୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ 0 ରୁ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ର ଦୁଇଗୁଣ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି f 2 ଏକ ମାଲନସ୍ x ହେଉଛି fx
 ଯଦି ଆପଣ ପ୍ରୟୋଗ କରନ୍ତି ଯେ ଆମେ ସାଇନ ପି ମାଲନସ୍ tdt ମାଲନସ୍ ପି $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଚାରି ଗୋଟିଏ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଦୁଇରୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ପାଇ ସମାନ ହେବ | ଦୁଇଟି ଲଗ୍
 ଦୁଇଟି
 ତେଣୁ ମୁଁ t ଦ୍ୱାରା ଶୂନ୍ୟରୁ π ସହିତ ସମାନ | $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ $\int_0^1 \int_0^{\pi} 4 \sin^2 x dx dt$ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଆମର ପୂର୍ବ ହିସାବରୁ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ମୁଁ

ଆପଣଙ୍କୁ ଦେଖାଇବି i by 2 minus π by 2 log 2

ତେଣୁ ତେଣୁ i by 2 ହେଉଛି ମାଇନସ୍ ପାଇ ଦୁଇଟି ଲଗ୍ ୨

So ଠାରୁ

ତେଣୁ ମୁଁ ମାଇନସ୍ ପାଇ ଲଗ୍ ଦୁଇ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା ଥିଲା ଏବଂ ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଯେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଏହି ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ ଆପଣଙ୍କୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ କିପରି ସାହାଯ୍ୟ କରେ | ଏହି ସମସ୍ୟା ଚାଲନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମସ୍ୟାକୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ନେଇଯିବ

ତେଣୁ ପ୍ରପର୍ଟି ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା 0 ରୁ a ମାଇନସ୍ x dx ସହିତ ସମାନ ହୋଇପାରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା i 0 ରୁ 1 x ସମାନ 1 ମାଇନସ୍ x 1 ମାଇନସ୍ 1 ମାଇନସ୍ x ଦ୍ଵାରା ବଦଳାଯିବ | ପାଖାନ୍ତ ndx ଆମେ ପାଖାନ୍ତ ndx କୁ 0 ରୁ 1 1 ମାଇନସ୍ x x ପାଇଥାଉ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଗୋଟିଏ dx ସହିତ ସମାନ ତେଣୁ ଏକୀକରଣ ଦ୍ଵାରା ତୁମେ ଶୂନ୍ୟକୁ ପାଇବ ଯାହା ତୁମକୁ ଦେଇଥାଏ ଯାହା ଆମକୁ ଆଉ ଏକ ସମସ୍ୟା ନେବାକୁ ସମାନ ଯାହା ମୁଁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | π xdx ଉପରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ପାପ x

ତେଣୁ ଏହା 0 ରୁ π π ମାଇନସ୍ x 1 ପ୍ଲସ୍ ସାଇନ ପି ମାଇନସ୍ x dx ସହିତ ସମାନ ହେବ | $\int_0^\pi (\pi - x) \sin x dx$

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ସହିତ ଏହି ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଯୋଡ଼ିବା ତେବେ ଆମେ $2 \int_0^\pi \sin x dx$ ଉପରେ $1 + \sin x$

ତେଣୁ $2 \int_0^\pi \sin x dx$ ସହିତ ସମାନ | ଏହା ସ୍ଥିର ଅଟେ

ତେଣୁ ଆପଣ ଏହାକୁ ବାହାର କରିପାରିବେ ଏବଂ ଏହାକୁ ସାଇନ x ଦ୍ଵାରା 2 ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ x ଦ୍ଵାରା 2 ପୁରା ବର୍ଗ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ଏହାକୁ ଶୂନ୍ୟ ପି ସେକେଣ୍ଡ ବର୍ଗ x ଦ୍ଵାରା 2 ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଟାନ୍ x ଦ୍ଵାରା 2 ଚାଲି ବର୍ଗ ଉପରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ | ଦୁଇଟି t ଠାରୁ t ସେକେଣ୍ଡ ବର୍ଗ x ଦ୍ଵାରା 2 ଠାରୁ ଦୁଇଟି dx ସମାନ dt ଅଥା ସହିତ ତୁମେ ଦୁଇଟି ପାଇ ସମାନ ପାଇ ପାଇ ଟାନ୍ ଶୂନ୍ୟକୁ ଶୂନ୍ୟ ଟାନ୍ ପି କୁ ଦୁଇଥର ଅସୀମତାକୁ ଏବଂ ଦ୍ଵିତୀୟ ବର୍ଗ x ଦ୍ଵାରା 2 ଠାରୁ ଦୁଇଟି dx ଦୁଇଟି dt ଏବଂ ଏଠାରେ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ପାଇବ | ପ୍ଲସ୍ ଟି ବର୍ଗ

ତେଣୁ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ଶୂନ୍ୟର ଅସୀମତାର ଏକୀକରଣରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ t ଉପରେ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ଦେବ

ତେଣୁ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ପାଇ ଦିଏ

ତେଣୁ ପାଇ ମାଇନସ୍ 2 ପାଇ 0 ମାଇନସ୍ 1

ତେଣୁ i ର ଚୂଡ଼ାନ୍ତ ମୂଲ୍ୟ 2 ସହିତ ସମାନ | π

ତେଣୁ ମୁଁ ଏଠାରେ π ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଏହି ପ୍ରପର୍ଟି 0 ରୁ a $f(x)dx$ କୁ ଶୂନ୍ୟରୁ a $f(x)dx$ କୁ ବ୍ୟବହାର କରିଛୁ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରିଛୁ ଏବଂ ତା' ପରେ ସେଠାରେ କିଛି ଗ୍ରାଉଣ୍ଡନେଟ୍ରିକ୍ ପରିଚୟ ମଧ୍ୟ ଅଛି | h ଏହା ମୁଁ ବନ୍ଦ କରେ ଏବଂ ପରେ ଆମେ କିଛି ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା ବିଷୟରେ ବିଚାର କରିବୁ ଏବଂ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଇଣ୍ଟିଗ୍ରାଲ୍ ଏବଂ ଏକ ବକ୍ର ଦୁଇଟି ବକ୍ର ତିନି ବକ୍ର ଚାରି ଗ୍ରାମ ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ଜଟିଳ ଚିପ୍ପର କ୍ଷେତ୍ର ଖୋଜିବାରେ ସମାନଙ୍କର ପ୍ରୟୋଗଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବୁ ଏବଂ ଆପଣଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ |