

आत्तापर्यंत आपण पाहिले आहे की एक निश्चित अविभाज्य काय आहे आणि त्याचे मूल्यमापन कसे करायचे आहे याचे मूल्यमापन करण्याच्या दोन पद्धती आहेत एक निश्चित अविभाज्यतेच्या पद्धतीद्वारे आणि दुसरी अँटी-डेरिव्हेटिव्हच्या पद्धतीद्वारे आहे, म्हणून आपण पाहिले आहे की एक निश्चित अविभाज्य अ.

$\int f(x) dx$  हे  $\int f(x) dx$  मायनस  $\int f(x) dx$  च्या बरोबरीचे आहे जेथे कॅपिटल  $f(x)$  लहान  $f(x)$  चे अँटी डेरिव्हेटिव्ह आहे तेथे येथे एक टिप्पणी आहे आम्हाला माहित आहे की अँटी डेरिव्हेटिव्ह अनन्य नाहीत आणि  $\int f(x) dx + c$  डॅश तुम्हाला  $x$  चे कार्य देखील देईल जेणेकरून आम्ही फंक्शनचे मूल्यांकन करू शकतो  $\int f(x) dx + c$  सारखे अविभाज्य जे समान आहे म्हणून आपण पाहतो की हा स्थिर  $c$  काढून टाकला

जातो तोच मूल्य आपण कॅपिटल  $f(x)$  अँटी डेरिव्हेटिव्ह म्हणून वापरत आहोत किंवा  $\int f(x) dx + c$  हे  $x$  च्या लहान अँटी डेरिव्हेटिव्ह म्हणून वापरत आहोत.

निश्चित अविभाज्य दरम्यान स्थिर  $c$  कडे दुर्लक्ष केले जाऊ शकते

कारण त्याचा अविभाज्य मूल्यावर परिणाम होत नाही, आपले मन ताजेतवाने करण्यासाठी आपण आणखी एक उदाहरण सोडवूया, आपण इंटीग्रल घेऊ या, कारण आपल्याला माहित आहे की निश्चित पूर्णांकांचा क्षेत्रफळ म्हणून अर्थ लावला जाऊ शकतो.

$\int_0^1 x dx$  हा तुमचा  $x$  अक्ष आहे मग हा तुमचा  $y$  अक्ष आहे आणि ही रेषा  $x$

शून्याच्या बरोबरीची आहे ही रेखा  $x$  एक च्या बरोबरीची आहे मग तुम्ही हे फंक्शन प्लॉट करू शकता म्हणून हे अर्थ असेल आणि हे एक शून्य स्वल्पविराम असेल आणि हा एक शून्य स्वल्पविराम अर्धा असेल हा अविभाज्य भाग या क्षेत्राचे प्रतिनिधित्व करतो हा एक वर एक अधिक

$x$  चौरस चा आलेख आहे आता जर मला हे अविभाज्य अँटी-डेरिव्हेटिव्हच्या पद्धतीद्वारे शोधायचे

असेल तर मी असे फंक्शन शोधत आहे ज्याचे व्युत्पन्न एक एक अधिक  $x$  चौरस आहे आणि मला आशा

आहे की तुम्हा सर्वांना एक वर एक अधिक  $x$  स्केअर चे अँटी डेरिव्हेटिव्ह काय आहे हे लक्षात असेल म्हणून तुम्हाला माहित असेल की टॅन इनव्हर्स  $x$

चे व्युत्पन्न एक वर एक अधिक  $x$  स्केअर आहे म्हणून या

निश्चित इंटीग्रलचे मूल्य सूत्रानुसार समान असेल आधी स्पष्ट केले आहे जे दहा टॅन व्युत्क्रम एक म्हणजे पाई बाय

चार आणि टॅन व्युत्क्रम शून्य म्हणजे शून्य,

त्यामुळे हे इंटीग्रल पाई बाय चार

आहे या प्रकारचे कोणतेही निश्चित अविभाज्य दिले तरच आपण या इंटीग्रलचे मूल्य या स्वरूपात लिहू शकतो.

अँटी-डी शोधणे सोपे आहे इरिव्हेटिव्ह किंवा स्मॉल एफएक्स म्हणजे फंक्शन कॅपिटल  $f(x)$  शोधणे सोपे आहे

जसे की ज्याचे डेरिव्हेटिव्ह लहान  $f(x)$  आहे परंतु येथे सर्व विद्यार्थ्यांसाठी हे लक्षात घेण्यासारखे आहे

की

नेहमी  $f(x)$  चे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह मोजणे सोपे नसते मग काय करावे आम्ही असे करतो की मी पुढील काही समस्यांमध्ये या प्रश्नाचे उत्तर देईन

म्हणून आपण आणखी एक उदाहरण घेऊ आणि

जर आपल्याला अँटी डेरिव्हेटिव्ह सहजपणे शोधता येत नसेल तर काय होईल ते पाहूया

आणि हे निश्चित इंटीग्रल घेऊया आता हे शोधणे सोपे नाही.

या फंक्शन इंटीग्रलचे अँटीडेरिव्हेटिव्ह म्हणून आम्ही एक युक्ती शोधण्याचा प्रयत्न करतो आणि

युक्ती अशी आहे की  $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c$  म्हणजे सेकंद चौरस  $x dx dt$  होईल,

त्यामुळे ही आता तुमची  $dt$  आहे

त्यामुळे इंटीग्रल

या इंटीग्रल सारखे दिसेल.

तुम्ही इंटीग्रेशनचे व्हेरिबल बदलले असल्याने आता  $2 \tan x t$  आहे आणि सेकंद स्केअर  $x dx dt$  आहे असे दिसते

त्यामुळे मर्यादा बदलतील म्हणून जेव्हा  $x = 0$   $\tan 0$  आहे  $0$  तर  $t$  देखील  $0$  आहे

त्यामुळे खालची मर्यादा  $x$  शून्याच्या बरोबरीची आहे

दोन बरोबर  $t$  बरोबर शून्य जेव्हा  $x$  हा  $\pi$  बाय चार  $t$  असतो  $n$  पाई बाय चार हे

एक आहे

त्यामुळे वरच्या मर्यादेचे नवीन मूल्य एक आहे आता तुम्हाला  $t$  चे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह माहित आहे जे दोन बाय चौरस असेल

त्यामुळे इंटीग्रलचे मूल्य एक वजा शून्य एकाच्या बरोबर असेल ती युक्ती

आम्ही लागू केली आहे.

सामान्यतः प्रतिस्थापनाची पद्धत जर तुम्ही अशा प्रकारची समस्या विचारात घेतली जिथे हे फंक्शन स्वतःच दुसऱ्या फंक्शनचे फंक्शन आहे  $g(x)$  म्हणा आणि तुमच्याकडे  $g'(x)$  डॅश  $x$  मध्ये  $dx$  असेल तर तुमच्याकडे

या प्रकारचे इंटीग्रल असेल तर तुम्ही काय करू शकता तुम्ही  $g(x)$  गृहीत धरू शकता तुमचे नवीन व्हेरिअबल  $u$  नंतर  $g(u)$  उंश  $dx du$  असेल

त्यामुळे इंटीग्रल  $\int u g(u) du$

उंश  $dx$  च्या  $f(u)$  च्या समान असेल  $du$  आणि मर्यादा बदलतील कारण तुम्ही आता  $u$  च्या संदर्भात एकत्रित करत आहात म्हणून जेव्हा  $x$  असेल तेव्हा  $au$   $ga$  असेल तर  $x$  समान असेल  $a$  कडे जाते म्हणून खालची मर्यादा  $g$  मध्ये बदलली जाईल आणि त्याचप्रमाणे वरची मर्यादा  $gb$  मध्ये बदलली जाईल आणि हे शक्य आहे

की या इंटीग्रलसाठी तुम्ही अगदी सहजपणे अंटी

डेरिव्हेटिव्ह म्हणजे कॅपिटल  $f(x)$  शोधू शकता म्हणून ही पद्धत ज्ञात आहे प्रतिस्थापन पद्धती म्हणून आपण सोडवू ई काही अधिक क्लिष्ट समस्या आणि अगदी क्लिष्ट समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी ही पद्धत कशी एक्सप्लोर करायची ते पाहूया

त्यामुळे आता आपण या अविभाज्यपणे येथे एक टिप्पणी घेऊ या की विविध पर्याय निवडून या समस्येचे निराकरण करण्याचे अनेक मार्ग असू शकतात

परंतु त्यापैकी एक तुम्हाला देत आहे सर्वात सोपा

उपाय, उदाहरणार्थ, जर तुम्ही 1 बाय  $x$  ची पॉवर 3 बाय  $x$  घेतली तर हा या अविभाज्य पर्यायापैकी सर्वात सोपा उपाय असू शकतो तुम्हाला 1 बाय 2  $x$  बरोबरी 4 म्हणजे

तुम्हाला 2 बरोबर एक वर एक अधिक आठ म्हणजे एक बाय नऊ म्हणून हे अविभाज्य मी एक होईल दोन बाय 2 आणि चार म्हणजे नऊ म्हणून एक असेल की तुम्ही

या इंटीग्रल आणि  $du$  यांच्यातील संबंध शोधून काढूया, त्यासाठी आपण हे वेगळे करू या म्हणजे तुम्हाला

उणे 1 अधिक  $x$  ची घात तीन बाय दोन चौरस तीन बाय दोन  $x$  ची घात अर्धा  $dx$  बरोबर  $du$  म्हणून तीन मूळ मिळेल  $dx$  by  $du$  ने plus  $x$  ते घात तीन बाय दोन पूर्ण

चौरस  $d$  हे उणे दोन  $du$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून ही संपूर्ण अभिव्यक्ती आता उणे दोन ड्यु वजा दोन  $du$  ने बदलली आहे आणि तुम्हाला स्थिरांकाचे अंटी-डेरिव्हेटिव्ह काय आहे हे माहित आहे म्हणून तुम्हाला येथे मिळेल

दोन बाय दोन एक नऊ वजा दोन एक बाय नऊ वजा एक बाय दोन वजा दोन बाय नऊ अधिक एक म्हणजे सात बाय नऊ म्हणजे मूळचे अंटी-डेरिव्हेटिव्ह शोधणे सुरुवातीला खूप क्लिष्ट वाटते.

integrand पण या प्रतिस्थापनाद्वारे

समस्या सोडवणे खूप सोपे आहे आणि शेवटी रूपांतरित इंटीग्रल फक्त स्थिरांक

शिल्लक आहे ज्याचे entity व्युत्पन्न तुम्हाला माहिती आहे आता आपण दुसरे उदाहरण

घेऊ या, तर जर आपण  $x$  power 4 अधिक 9 हे नवीन व्हेरिअबल म्हणून घेतले तर

$t$  हे तुम्हाला समस्येचे निराकरण करण्यासाठी काही दृष्टीकोन देऊ शकते परंतु हे गृहीत धरणे चांगले आहे कारण

तुम्ही पूर्वीचे प्रतिस्थापन वापरून पाहू शकता मी हे प्रतिस्थापन घेत आहे, जर तुम्ही बदली घेतली तर

तुम्हाला काय मिळते ते पहा म्हणजे तुम्हाला दोन  $x$  क्यूब डीएक्स मिळतील  $xt$   $o$  मुळाखालील घात चार अधिक नऊ हे  $dt$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून हे अविभाज्य रूपांतर

so  $x^3 dx$  by under root

$x$  घात 4 अधिक 9  $dt$  by 2 आहे

त्यामुळे तुम्हाला  $dt$  by 2 मिळेल तर मर्यादांचे काय होईल

म्हणून  $x$  तर शून्यावर जातो  $t$  म्हणजे मुळाखालील नऊ म्हणजे तीन आणि  $x$  दोन  $t$  वर जातो पंचवीस

मूळ अंतरात पाच तीन ते पाच म्हणजे तुम्हाला एक बाय दोन मिळतात.

तुम्ही काढू शकता आणि

व्युत्पन्न  $t$  म्हणजे तुम्हाला पाच वजा तीन मिळतील ती म्हणजे आपण आणखी काही उदाहरणे घेऊ आणि ती सोडवूया जी

आपल्याला अशा प्रकारच्या समस्या सोडवण्यास मदत करतील, म्हणून आपण खालील अविभाज्य घटक घेऊ या, आपण पाहू शकता की

जर मी हे आमचे नवीन व्हेरिअबल म्हणून गृहीत धरले तर आपण म्हणतो की मला पॉवरमध्ये वजा होईल

उणे दोन  $dt$  बरोबर  $du$  आहे याचा अर्थ उणे  $du$  आहे जेव्हा  $t$  उणे वन वर जातो तेव्हा  $u$  शून्य असते आणि जेव्हा  $t$  उणे अर्धा होतो तेव्हा  $u$  उणे एक असतो म्हणून तुमचे अविभाज्य  $i$  वजा एक चे मूल्य

शून्यावर जाते वजा अर्धा उणे एक चार वर जातो टाइम्स sine स्केअर  $udu$  आता

थेट  $\sin$  स्केअर  $u$  चे अंटी व्युत्पन्न शोधणे सोपे नाही म्हणून आम्ही  $n$  eed ते त्रिकोणमितीय ओळखीद्वारे बदलण्यासाठी  $i$  आहे

त्यामुळे आम्हाला याने साइन

स्केअर  $u$  बदलणे आवश्यक आहे

त्यामुळे तुम्हाला उणे 2  $o$  ते उणे 1  $1$  वजा

$\cos 2 u du$  मिळेल जे उणे 2  $u$  वजा  $\sin$  दोन  $u$  बाय दोन शून्य इतके आहे एक वजा करा

त्यामुळे हे तुम्हाला वजा एक वजा शून्य वजा सायन 2 बाय 2 अधिक शून्य देईल

त्यामुळे अविभाज्य मूल्य शेवटी दोन वजा चिन्ह दोन आहे म्हणून आम्ही अनेक समस्या सोडवल्या आहेत आणि आम्ही पाहिले आहे की

प्रतिस्थापनाची पद्धत कशी असू शकते अनेक  $\int f(x) dx$  सरलीकृत करा याशिवाय इतरही अनेक समस्या आहेत ज्या केवळ प्रतिस्थापनाच्या पद्धतीने सोडवल्या जाऊ शकत नाहीत

म्हणून निश्चित पूर्णांकांचे इतर अनेक गुणधर्म आहेत  
जे निश्चित पूर्णांक सोडवण्यास मदत करतात म्हणून आम्ही ते गुणधर्म जाणून घेणार आहोत  
आणि ते सिद्ध करू.

एक द्वारे म्हणून निश्चित अविभाज्य गुणधर्मांचे गुणधर्म एक हे गुणधर्म म्हणते की व्हेरिएबल  $x$  वरून  $t$  मध्ये बदलल्याने  
इंटिग्रलवर अजिबात परिणाम होत नाही म्हणून या गुणधर्मांचा पुरावा एक ओळ आहे.

असे गृहीत धरा की  $x$   $t$  आहे

त्यामुळे  $dx$   $dt$  होईल आणि  $x$  च्या बरोबरीचा  $a$  होईल  $t$  च्या बरोबरीने  $a$  आणि  $x$  च्या  
बरोबरीने  $b$  च्या बरोबर  $t$  च्या बरोबरीने  $b$  ने बदलले जाईल आणि म्हणून आपल्याकडे एक गुणधर्म आहे आपण गुणधर्म क्रमांक दोन  
 $a$  पाहू या  $bfxdx$  ते  $afxdx$  च्या वजा समान आहे विशेषतः  $a$  ते  $afxdx$  शून्य आहे आम्हाला माहित आहे की जर स्मॉल  $fx$   
मध्ये अंटी डेरिव्हेटिव्ह असेल तर कॅपिटल  $fx$  असेल

तर इंटिग्रलचे मूल्य असे लिहिले जाते म्हणून आपण ते या फॉर्ममध्ये लिहू शकतो.

हे असे लिहा म्हणून आता प्रॉपर्टी आहे यासाठी तुम्ही फक्त  $p$  च्या जागी  $a$  ने बदलू शकता आणि हे दुसऱ्या  
बाजूला उजव्या बाजूला डावीकडे घेऊन जाऊन मूल्य शून्य आहे हे पहा.

शून्य समजा  $fx$  धनात्मक आहे आणि आलेख असा आहे आणि म्हणून हा

अविभाज्य वक्र अंतर्गत क्षेत्र दर्शविले म्हणून जर  $b$   $a$  शी जुळत असेल तर हे समजणे खूप सोपे आहे

की जर ही रेषा  $b$  उभी रेषा  $b$  शी जुळत असेल तर क्षेत्र शून्य असेल उभ्या

रेषा  $a$  म्हणून क्षेत्र शून्य असेल ही मालमत्ता म्हणून ही मालमत्ता खरी मालमत्ता आहे तीन गुणधर्म तीन म्हणते की तुम्ही या अविभाज्यांना  
निश्चित अविभाज्यांमध्ये खंडित करू शकता बेरीज म्हणून जेथे  $c$   $b$  आणि  $a$  मध्ये आहे म्हणून जर भांडवल  $fx$   $fx$  चे विरोधी व्युत्पन्न  
असेल तर  $a$  ते  $bfxdx$  चे मूल्य  $fb$  च्या बरोबरीचे आहे  $a$  ते  $cfxdx$  चे वजा  $fa$  मूल्य  $fc$  वजा  $fa$  आहे

आणि  $c$  ते  $bfxdx$  चे मूल्य  $fb$  उणे  $fc$  आहे

त्यामुळे तुम्ही यापासून सुरुवात करा आणि तुम्ही

येथे फक्त  $fb$  मायनस  $fc$  प्लस  $fc$  मायनस  $fa$  असे लिहू शकता आणि नंतर तुम्ही हे दोन्ही वापरू शकता जेणेकरून तुम्हाला

$fe$  मिळेल वजा  $fa$  तुम्ही  $c$  ते  $bfxdx$  ने बदलू शकता आणि हे तुम्ही बदला लिहू

शकता हे समीकरण वापरून तुम्हाला  $a$  ते  $cfxdx$  मिळेल म्हणून गुणधर्म तीन सत्य आहे चला चार गुणधर्म घेऊ या असे म्हणते की  $a$   
ते  $bfxdx$

हे  $a$  ते  $bfa$  प्लस च्या बरोबरीचे आहे  $b$  वजा  $xdx$

त्यामुळे ही मालमत्ता अगदी सोप्या प्रतिस्थापनाद्वारे अगदी सहजपणे सिद्ध केली जाऊ शकते,

म्हणून जर तुम्ही  $x$  ला अधिक  $b$  वजा  $t$  म्हणून घेतले तर  $dx$

असेल वजा  $dtx$  समान असेल  $a$  ला जाईल  $t$  बरोबर  $bx$  च्या बरोबरी असेल  $bx$  बरोबर  $t$  असेल

याला अविभाज्य ही मर्यादा होईल  $a$  will मध्ये रूपांतरित केले जाईल मर्यादा  $t$  बरोबर  $b$  या  $b$

$t$  बरोबर  $ax$  ला जाईल  $a$  अधिक  $b$  वजा  $t$  आणि  $dx$  वजा  $dt$  येथे तुम्ही

गुणधर्म दोन वापरू शकता आणि तुम्ही मर्यादा अदलाबदल करू शकता कारण तुमच्याकडे ऋण चिन्ह आहे

त्यामुळे तुम्ही मर्यादा बदलल्यानंतर

हे नकारात्मक चिन्ह रद्द केले जाईल

जेणेकरून तुम्हाला अधिक  $b$  उणे  $tdt$  मिळेल कारण गुणधर्म एक म्हणतो की व्हेरिएबल  $t$  उमी आहे म्हणून आम्ही  $t$   $x$  ने बदलू  
शकतो म्हणून

गुण चार आहे हे सर्व गुणधर्म अतिशय महत्त्वाचे आहेत हे स्थापित केले आहे

आणि जेव्हा आपण या गुणधर्मांचा वापर करून अनेक उदाहरणे सोडवतो तेव्हा

आपण ते पाहू या गुणधर्म पाच जे गुणधर्म चारचे एक विशिष्ट प्रकरण आहे आणि त्यात असे म्हटले आहे की

शून्य ते  $afxdx$  शून्य ते  $afa$  वजा  $xdx$  म्हणून आपण प्रारंभ करा या डाव्या

हाताने पुन्हा आणि  $x$  ला एक उणे  $t$  ने बदला म्हणजे तुम्हाला  $dx$  मिळेल म्हणून उणे  $dt$   $x$

$0$  च्या बरोबरीने तुम्हाला  $t$  बरोबर पर्याय देईल हा  $0$

$ax$  च्या बरोबरी  $a$  ला जाईल  $t$  बरोबर शून्य असेल तर  $y$  तुम्हाला  $t$  बरोबरी

मिळेल  $a$  आणि  $t$  बरोबर शून्य  $fx$  असेल  $fa$  उणे  $t$  आणि  $dx$  उणे

$dt$  गुण दोन वापरून तुम्ही मर्यादा बदलू शकता म्हणून तुम्हाला हे नकारात्मक चिन्ह मिळेल हे

नकारात्मक चिन्ह रद्द केले जाईल

त्यामुळे तुम्हाला हे मिळेल आता तुम्ही उमी व्हेरिएबल

$x$  ने बदलल्यास तुम्हाला  $rhs$  मिळेल हे सिद्ध करते तुमची मालमत्ता पाच अतिशय महत्त्वाची मालमत्ता आम्ही पाहू

या गुणधर्मांचा वापर करून आम्ही अनेक समस्या सोडवू सहा गुणधर्म सहा या अविभाज्य बदल काहीतरी सांगतात म्हणून आम्ही शोधू

इच्छितो या इंटिग्रलचे आउट व्हॅल्यू आणि या इंटिग्रलचे व्हॅल्यू तुम्ही गुण तीन

वापरून  $0$  ते  $afxdx$  अधिक  $a$  ते  $afxdx$  असे लिहू शकता

कारण जर हे शून्य असेल तर हे  $a$  आहे आणि हे

दोन a आहे

त्यामुळे तुम्ही या अविभाज्यतेला दोन अविभाज्यांमध्ये मोडू शकता गुणधर्म तीन वापरून जेथे

हे a हे c हे b आहे गुणधर्म 3 वापरून तुम्ही असे लिहू शकता आता

या अविभाज्यतेचे मूल्य काय असू शकते ते पाहू या

त्यामुळे x ला 2 a वजा t ने बदलू म्हणजे dx

वजा बरोबर आहे dtx च्या बरोबरीचे आहे a ला जातो t च्या बरोबरीने कुन्हाडीच्या बरोबरीने दोन a ला जातो t शून्याच्या बरोबरीचा असतो

त्यामुळे तुम्हाला a ला जातो a दोन ला जातो a शून्य ला जातो

x दोन a वजा t ने बदलला जातो आणि dx ला वजा tt ने बदलले जाते

दोन गुणधर्म वापरून आम्ही करू शकतो मर्यादेची पुन्हा अदलाबदल करा.

त्यामुळे हे ऋण चिन्ह

रद्द केले जाईल

त्यामुळे आम्हाला दोन a उणे t dt मिळेल आणि हा t पुन्हा बदलून

तो एक डमी व्हेरिएबल असल्यामुळे आम्हाला f 2 a उणे x dx मिळेल

त्यामुळे शून्य ते दोन a f x dx शून्य ते a f x dx बरोबर आहे अधिक a ते

दोन a f x dx आणि याचे मूल्य असे म्हणून मोजले जाते म्हणून आम्ही ते येथे बदलू शकतो

त्यामुळे आम्हाला अंतिम सूत्र मिळेल जे शून्य ते a f दोन वजा x dx आहे ही तुमची मालमत्ता सहा आहे या सूत्रावरून आणखी एक

गुणधर्म काढू या ती म्हणजे सात गुणधर्म म्हणून आपण पाहिले आहे की शून्य ते दोन a f x dx

हे शून्य ते a f x dx अधिक शून्य ते a f दोन एक उणे x dx आहे आता जर f दोन

a उणे x f x च्या बरोबरीचे असेल तर समीकरण म्हणा की एक तुम्हाला देईल ती मालमत्ता सहा मध्ये सरलीकृत केली जाईल हे आणि जर f दोन पैकी एक उणे x समान असेल

तर गु मधील f x च्या वजा या प्रकरणात हा गुण सहा सरलीकृत केला जाईल आणि तुम्हाला शून्य मिळेल म्हणून ही मालमत्ता 7 आहे

त्यात असे म्हटले आहे की ही स्थिती सत्य असल्यास हे याच्या बरोबरीचे आहे आणि जर ही स्थिती सत्य

असेल तर ही स्थिती सत्य असेल तर ही मालमत्ता आम्ही ते पाहू.

काही क्लिष्ट समस्या सोडवण्यासाठी हे गुणधर्म आम्हाला कसे मदत करणार आहेत आता आपण शेवटचे गुणधर्म सिद्ध करूया

म्हणजे आठ गुणधर्म आठ म्हणजे वजा a ते a f x dx समान आहे दोन शक्यता आहेत जर f x

सम कार्य असेल तर हे शून्य आहे a f x dx आणि जर f x सम असेल आणि f x विषम असल्यास या अविभाज्यांपैकी एक शून्य असेल

तर सम फंक्शन खालील गुणधर्माचे समाधान

करते म्हणजे उणे x चे f आहे f x आणि विषम फंक्शन हे समाधान देते की f वजा x हा उणे

अर्धा f x आहे तर चला चला हा गुणधर्म सिद्ध करा म्हणजे प्रॉपर्टी 3 वापरून आपण हे इंटिग्रल लिहू शकतो कारण आता हे इंटिग्रल घ्या

आणि सम nr फंक्शन्सचे गुणधर्म वापरून ते सोपे करा म्हणजे

x pi वजा t बदलून आपल्याला dx वजा dt आणि वजा a होईल r मिळेल.

replaced x बरोबर

उणे a ची जागा t e च्या बरोबरीने होईल आणि x च्या

बरोबरीचे शून्य t ने बदलले जाईल

त्यामुळे आम्हाला वजा t वजा dt चा 0 f मिळेल त्यामुळे

गुणधर्म 2 वापरून आपण अदलाबदल करू शकतो मर्यादा आणि हे वजा चिन्ह

रद्द केले जाईल रद्द होईल आणि आम्हाला हे मिळते कारण t डमी व्हेरिएबल आहे म्हणून आम्ही

t x ने बदलू शकतो म्हणून शेवटी आम्ही dx वर पोहोचलो वजा च्या बरोबरी क्षमस्व आम्हाला हे 0 ते a f वजा t dt प्लस असे

मिळाले t dt चा 0 ते a f

त्यामुळे वजा a ते a f x dx आम्हाला उणे x dx चा 0 ते a f मिळाला कारण

व्हेरिएबल डमी आहे म्हणून आम्ही आता x dx च्या x 0 ते a f ने बदलू शकतो जर f x सम असेल तर

i म्हणजे वजा x आहे f x

so a to a f x dx हे 0 ते a f x

dx च्या दुप्पट असेल आणि जर f चा उणे x ची उणे असेल तर आपल्याला हे मूल्य शून्य म्हणून मिळते म्हणून आपण

काही सोप्या समस्या सोडवूया आणि निश्चित पूर्णांकांचे हे गुणधर्म सोडवताना कसे वापरता येतील ते पाहू.

prob definite integrals अगदी

सहज उदाहरण एक 0 ते 4 mod x वजा 2 dx सोडवू आता मी विचारल्यास

x उणे दोन च्या mod चे अँटी-डेरिव्हेटिव्ह काय आहे तुम्ही याचे उत्तर देऊ शकता का याचे

अँटी-डेरिव्हेटिव्ह शोधणे सोपे नाही म्हणून आम्ही काय करतो आम्ही गुणधर्म तीन वापरतो आणि त्याचे

दोन भाग करतो कारण x वजा दोनचा मोड जेव्हा x 2 च्या बरोबरीने कमी असेल तेव्हा x उणे दोन च्या समान

असेल आणि x 2 च्या पेक्षा जास्त असेल तेव्हा x उणे 2 असेल म्हणून आपण त्याला 2 भागांमध्ये मोडू शकतो

आणि सोप्या बहुपदी स्वरूपात लिहू शकतो म्हणून आपण ते असे लिहू शकतो आणि फक्त इंटीग्रेटेड म्हणून इथे आम्ही प्रॉपर्टी तीन वापरत आहोत

त्यामुळे हे तुम्हाला शून्य ते दोन दोन ते चार देईल त्यामुळे

अॅन्टी डेरिव्हेटिव्हच्या पद्धतीद्वारे निश्चित अविभाज्यांचे सूत्र लागू केल्याने आम्हाला अंतिम उत्तर चार मिळते त्यामुळे तुम्ही पाहू शकता

की मालमत्ता तीन कशी करू शकतात थोडी क्लिष्ट समस्या शोधण्यासाठी उपयोगात आणूया, आपण दुसरे उदाहरण घेऊ या म्हणजे आपण असे गुणधर्म वापरणार आहोत की

0 ते  $a\sqrt{x}$  हे 0 ते  $a\sqrt{x}$  वजा  $x dx$  सारखे आहे म्हणून मी

0 ते  $\pi$  बाय 2 चार वेळा समान असेल या मालमत्तेद्वारे हे हे  $i$  आणि हे  $i$

समान असेल या इंटीग्रलचे  $s$  इंटीग्रल व्हॅल्यू आणि या इंटीग्रलचे व्हॅल्यू सारखेच असेल

त्यामुळे मला हे समान मिळते

so  $\pi$  बाय 2 वजा  $x$  पहिल्या चतुर्थांश मध्ये आहे

म्हणून आम्हाला मूळ अंतर्गत  $\cos x$  मिळतो  $\cos x$  plus under root sine  $x dx$  आता जर आपण

म्हणू एक जोडतो आणि हे दोन असे म्हणतो म्हणून एक आणि दोन जोडल्याने डाव्या हाताला दोन  $i$  मिळेल

आणि उजव्या बाजूला दोन्ही उजव्या बाजूला

जोडले गेल्यास फक्त चार  $dx$  मिळतील म्हणजे चार विहीर या

इंटीग्रलचे  $\pi$  बाय दोन असेल चार मध्ये  $\pi$  बाय दोन

त्यामुळे  $i$  समान आहे  $\pi$  अंतिम उत्तर आपण दुसरे उदाहरण घेऊ शून्य ते  $\pi$  बाय टू  $\log \cos x dx$  या गुणधर्माचा वापर करून आपण हे इंटीग्रल लिहू शकतो जे देईल.

us  $i$  आता म्हणून आपण एक आणि दोन जोडतो आणि आपल्याला समजते की  $i$  दोन  $i$  समान

आहे 2 गुणिले 0 ते  $\pi$  बाय 2 लॉग ऑफ sine  $x$  अधिक लॉग ऑफ  $\cos x dx$  म्हणजे

हे  $i$  शून्य ते  $\pi$  बरोबर दोन लॉग ऑफ साइन आहे  $x \cos x$  आता  $dx$  म्हणून जर

तुम्ही येथे 2 ने गुणाकार व भागाकार केला तर तुम्हाला  $i \theta$  ते  $\pi$  बाय 2 लॉग साइन  $2 x dx$  वजा 0

ते  $\pi$  बाय 2 मिळेल  $\log 2 dx$  म्हणजे  $i$  समान आहे जर तुम्ही या इंटीग्रलमध्ये  $2 x$  बरोबर  $t$  घेतले

तर  $0 x$  बरोबर  $0 t \theta x \pi$  बाय  $2 t$  असेल  $\pi$  आणि लॉग  $\sin t dx$  1 बाय दोन  $dt$  वजा  $\pi$  by असेल दोन लॉग

दोन म्हणजे आपल्याला एक बाय दोन शून्य ते  $\pi \log \sin t dt$  वजा  $\pi$  बाय दोन लॉग दोन मिळाले आता या इंटीग्रलमध्ये आपण येथे पाई

2 बाय 2 असे लिहू शकतो आणि 0 ते  $2 a\sqrt{x}$  हे सूत्र 0 च्या दोनदा बरोबर लागू करू शकतो  $a\sqrt{x}$

$x$  प्रदान केले तर  $f 2 a$  उणे  $x$  हे  $fx$  आहे जर तुम्ही ते लागू केले तर मला मिळेल  $i$  बरोबरी एक बाय दोन मध्ये दोन शून्य

ते  $\pi$  बरोबर दोन लॉग sine  $\pi$  वजा  $tdt$  वजा  $\pi$  बाय दोन लॉग दोन म्हणून  $i$

शून्य ते शून्य  $\pi$  by two  $\log \sin t dt \log two$  आणि आम्हाला माहित आहे की आमच्या मागील

गणनेवरून याचे मूल्य काय आहे हे मी तुम्हाला याच्या मागील

गणनेच्या मूल्यानुसार दाखवते  $i$  बाय 2 वजा  $\pi 2$

लॉग 2 च्या बरोबरी आहे म्हणून  $i$  बाय 2 वजा  $\pi$  लॉग टू दोन लॉग दोन म्हणून

मी वजा  $\pi$  लॉग दोन च्या बरोबरी आहे म्हणून हे खूप गुंतागुंतीचे होते  $ed$

समस्या आणि तुम्ही पाहाल की निश्चित अविभाज्यांचे हे गुणधर्म तुम्हाला

ही समस्या सोडवण्यास कशी मदत करतात ते पाहूया, आता पुन्हा एक समस्या शून्य ते एक घेऊ या म्हणजे

0 ते  $a\sqrt{x}$  वजा  $x dx$  च्या बरोबरीचे गुणधर्म वापरून आपण  $i$  बरोबर 0 ते 1 असे लिहू शकतो.

$x$  ची जागा 1 वजा  $x 1$  वजा 1

वजा  $x$  ची पॉवर  $ndx$  ला 0 ते 1 1 वजा  $xx$  मिळते जी पॉवर  $ndx$  ला शून्य ते एक  $dx$  च्या बरोबरीची आहे म्हणून एकत्रीकरणाने

तुम्हाला शून्य ते एक मिळेल जे तुम्हाला देते समान आहे आपण आणखी एक समस्या घेऊ या  $i$  समान आहे शून्य ते  $\pi x dx$  वर एक अधिक पाप

$x$  म्हणून हे समान असेल 0 ते  $\pi \pi$  उणे  $x 1$  अधिक sine  $\pi$  उणे  $x dx$  म्हणून मी

0 ते  $\pi \pi$  समान आहे मायनस  $x dx$  बाय 1 अधिक  $\sin x$  म्हणून जर आपण या इंटीग्रलसोबत हे इंटीग्रल जोडले तर

आपल्याला 2  $i$  बरोबर 0 ते  $\pi \pi dx$  वर 1 अधिक  $\sin x$  मिळेल

त्यामुळे 2  $i$  बरोबर 0 ते  $\pi$

स्थिर आहे

त्यामुळे तुम्ही काढू शकता आणि हे sine  $x$

by 2 अधिक  $\cos x$  by 2 पूर्ण वर्ग असे लिहिता येईल हे शून्य ते  $\pi$  सेकंद चौरस  $x$  बाय दोन  $dx$  वर

एक अधिक  $ta$  असे लिहिले जाऊ शकते  $nx$  बाय दोन स्केअर आता टॅन  $x$  बाय दोन म्हणजे  $t$  म्हणजे सेकंद  $x x$  बाय दोन  $dx$

$dt$  अर्धा म्हणजे दोन  $i$  बरोबर  $\pi \tan$

zero zero  $\tan \pi$  by two ला जातो अनंताकडे आणि दुसरा स्केअर  $x$  बाय दोन  $dx$  दोन

$dt$  आहे आणि येथे तुम्हाला एक अधिक  $t$  चौरस मिळेल

त्यामुळे हे तुम्हाला या शून्याच्या अनंततेच्या समाकलनात वजा दोन वर एक अधिक  $t$  देईल

त्यामुळे हे तुम्हाला  $\pi$  देते

त्यामुळे  $\pi$  वजा  $2\pi$  वजा  $1$  म्हणून  $i$   $you$  चे अंतिम मूल्य

$2i$  बरोबर  $2\pi$  म्हणून मिळवा म्हणजे  $i$  समान आहे  $\pi$  येथे पुन्हा आम्ही  $0$  ते

$afxdx$  बरोबर शून्य ते  $afa$  वजा  $xdx$  हे गुणधर्म वापरले आहेत आणि नंतर आम्ही प्रतिस्थापन देखील वापरले आहे आणि नंतर काही त्रिकोणमितीय ओळख देखील आहेत.

मी थांबतो आणि नंतर आम्ही

काही अधिक क्लिष्ट समस्यांचा विचार करू आणि निश्चित इंटीग्रल्स आणि त्यांच्या ऍप्लिकेशन्स बद्दल अधिक एक्सप्लोर करू आणि एक वक्र दोन

वक्र तीन वक्र चार ग्रॅम आणि याप्रमाणेच क्लिष्ट चिप्सचे क्षेत्रफळ शोधू  
धन्यवाद