

અત્યાર સુધી આપણે જોયું છે કે

ચોક્કસ અભિન્ન શું છે અને તેનું મૂલ્યાંકન કેવી રીતે કરવું તે ચોક્કસ અભિન્ન મૂલ્યાંકન કરવાની બે પદ્ધતિઓ છે

એક રકમની મર્યાદાની પદ્ધતિ દ્વારા અને બીજી

એન્ટી-ડેરિવેટિવ્સની પદ્ધતિ દ્વારા છે

તેથી આપણે જોયું છે કે ચોક્કસ

અભિન્ન એક $\int b f x dx$ એ $\int b$ માઈનસ $\int a$ ની બરાબર છે જ્યાં કેપિટલ

$f x$ એ સ્મોલ $f x$ નું વિરોધી વ્યુત્પન્ન છે ત્યાં અહીં એક ટિપ્પણી છે અમે જાણીએ છીએ કે એન્ટી ડેરિવેટિવ્સ

અનન્ય નથી અને $f x$ વત્તા c ડેશ તમને x નું કાર્ય પણ આપશે જેથી

અમે કાર્યનું મૂલ્યાંકન કરી શકીએ એફએક્સ વત્તા c તરીકે ઇન્ટિગ્રલ જે બરાબર છે

તેથી આપણે જે જોઈએ છીએ કે આ સ્થિતિ c દૂર કરવામાં

આવે છે તે જ મૂલ્ય મેળવી રહ્યા છીએ પછી ભલે આપણે મૂડી $f x$ ને એન્ટિ ડેરિવેટિવ તરીકે અથવા $f x$ પ્લસ c નો

ઉપયોગ x ના નાનાના એન્ટિ ડેરિવેટિવ તરીકે કરીએ છીએ

તેથી ચોક્કસ ઇન્ટિગ્રલ દરમિયાન અચળ c ને અવગણી શકાય છે

કારણ કે તે ઇન્ટિગ્રલના મૂલ્યને અસર કરતું નથી, ચાલો આપણા મનને તાજું કરવા માટે વધુ એક ઉદાહરણ

ઉકેલીએ, ચાલો આપણે ઇન્ટિગ્રલ લઈએ જેથી તમે જાણો છો કે ચોક્કસ ઇન્ટિગ્રલનો

વિસ્તાર તરીકે અર્થઘટન કરી શકાય છે જો તે z એ તમારો x અક્ષ છે આ તમારો y અક્ષ છે અને આ રેખા x

શૂન્યની બરાબર છે આ રેખા x બરાબર એક છે તો તમે આ ફંક્શનને પ્લોટ કરી શકો છો જેથી આ અડધુ હશે અને આ

એક શૂન્ય અલ્પવિરામ એક શૂન્ય અલ્પવિરામ અડધો હશે

તેથી આ અવિભાજ્ય આ ક્ષેત્રનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે આ હવે એક પર એક વત્તા

x ચોરસનો આલેખ છે જો મારે એન્ટી-ડેરિવેટિવ્સની પદ્ધતિ દ્વારા આ ઇન્ટિગ્રલ

શોધવા હોય તો હું એક ફંક્શન શોધીશ કે જેનું વ્યુત્પન્ન એક બાય વન વત્તા x ચોરસ હોય અને હું આશા રાખું છું કે

તમે બધાને યાદ હશે કે એક પર એક વત્તા x ચોરસનું વિરોધી વ્યુત્પન્ન શું છે જેથી તમે જાણો છો કે $\tan^{-1} x$

નું વ્યુત્પન્ન એક પર એક વત્તા x ચોરસ છે

તેથી આ

ચોક્કસ પૂર્ણાંકનું મૂલ્ય એ હશે જે સૂત્ર દ્વારા બરાબર છે અગાઉ સમજાવ્યું હતું કે જે દસ ટેન વ્યુલ્કમ સમાન છે તે એક પાઈ બાય

ચાર અને ટેન વ્યુલ્કમ શૂન્ય શૂન્ય છે

તેથી સારી રીતે આ ઇન્ટિગ્રલ પાઈ બાય ચાર

છે આ પ્રકારનું કોઈપણ ચોક્કસ ઇન્ટિગ્રલ જોતાં આપણે આ ઇન્ટિગ્રલનું મૂલ્ય આ સ્વરૂપમાં લખી શકીએ તો જ

એન્ટી-ડી શોધવાનું સરળ છે એરિવેટિવ અથવા સ્મોલ એફસીઆઈ કે જે ફંક્શન કેપિટલ $f x$ છે તે શોધવાનું સરળ છે

જેમ કે જેનું ડેરિવેટિવ નાનું $f x$ છે પરંતુ અહીં બધા વિધાર્થીઓ માટે એ નોંધવા જેવી

બાબત છે કે હંમેશા $f x$ ની એન્ટિ-ડેરિવેટિવની ગણતરી કરવી સરળ નથી તો પછી શું કરવું જોઈએ અમે આમ કરીએ છીએ હું આ

પ્રશ્નનો જવાબ

આગામી કેટલીક સમસ્યાઓમાં આપીશ

તેથી ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ લઈએ અને જોઈએ

કે જો આપણે એન્ટી ડેરિવેટિવને સરળતાથી શોધી ન શકીએ તો શું થશે

અને ચાલો આ ચોક્કસ ઇન્ટિગ્રલ લઈએ હવે તે શોધવું સરળ નથી.

આ ફંક્શન ઇન્ટિગ્રેડનું એન્ટિડેરિવેટિવ બહાર પાડ્યું જેથી અમે એક યુક્તિ શોધવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ અને

યુક્તિ એ છે કે $\tan^{-1} x$ એટલે સેકન્ડ ચોરસ $x dx$ dt હશે

તેથી આ હવે તમારી dt છે

તેથી ઇન્ટિગ્રલ આ ઇન્ટિગ્રલ જેવો

દેખાશે.

$2 \tan^{-1} x$ છે અને સેકન્ડ ચોરસ $x dx$ dt છે જેવો દેખાય છે કારણ કે તમે સંકલનનું ચલ બદલ્યું છે

તેથી મર્યાદા બદલાશે

તેથી જ્યારે $x = 0$ $\tan^{-1} 0$ છે 0 છે તો t પણ 0 છે

તેથી નીચલી મર્યાદા x બરાબર

શૂન્ય જાય છે બે બરાબર t બરાબર શૂન્ય જ્યારે x એ π બાય ચાર π છે $n \pi$ બાય ચાર એ

એક છે

તેથી ઉપલી મર્યાદાનું નવું મૂલ્ય એક છે હવે તમે જાણો છો કે t નું એન્ટિ-ડેરિવેટિવ જે બે બાય ચોરસ હશે

તેથી ઇન્ટિગ્રલનું મૂલ્ય એક ઓછા શૂન્ય બરાબર એક હશે જે

અમે વાગુ કર્યું છે તે યુક્તિ તરીકે ઓળખાય છે સામાન્ય રીતે અવેજી પદ્ધતિ જો તમે આ પ્રકારની સમસ્યાને ધ્યાનમાં લો કે જ્યાં આ

ફંક્શન પોતે જ અન્ય ફંક્શનનું ફંક્શન છે $g(x)$ કહે છે અને તમારી પાસે $g'(x)$ છે જો તમારી પાસે

આ પ્રકારનું ઇન્ટિગ્રલ હોય તો તમે શું કરી શકો છો તમે $g(x)$ ધારણ કરી શકો છો તમારા નવા વેરીએબલ તરીકે

u પછી $g'(x) dx$ du હશે

તેથી integral $\int f(x) dx$ બરાબર હશે $f(x)$ અને મર્યાદા બદલાશે કારણ કે તમે હવે u ના સંદર્ભમાં એકીકૃત થઈ રહ્યા છો

તેથી જ્યારે x છે ત્યારે u છે

તેથી x બરાબર a પર જાય છે

તેથી નીચલી મર્યાદા g માં

બદલાઈ જશે અને તે જ રીતે ઉપલી મર્યાદા h માં બદલાઈ જશે અને શક્ય છે

કે આ અભિન્ન માટે તમે ખૂબ જ સરળતાથી એન્ટી

ડેરિવેટિવ એટલે કે કેપિટલ $f(x)$ શોધી શકો છો

તેથી આ પદ્ધતિ જાણીતી છે અવેજી પદ્ધતિ તરીકે યાલો હવે કરીએ e કેટલીક વધુ જટિલ

સમસ્યાઓ અને જટિલ સમસ્યાઓને હલ કરવા માટે આ પદ્ધતિને કેવી રીતે અન્વેષણ કરવું તે જુઓ,

તો યાલો હવે આ અભિન્ન રીતે અહીં એક ટિપ્પણી લઈએ કે વિવિધ અવેજી પસંદ કરીને આ સમસ્યાને હલ કરવાની ઘણી રીતો હોઈ શકે છે,

પરંતુ તેમાંથી એક તમને આપશે.

સૌથી સરળ

ઉકેલ

તેથી ઉદાહરણ તરીકે જો તમે 1 બાય x ની ઘાત 3 બાય બે તરીકે લો છો, તો આ સંકલન માટે શક્ય તે સૌથી સરળ સંભવિત ઉકેલોમાંથી એક હોઈ શકે છે

તો યાલો જોઈએ કે મર્યાદા શું હશે તેથી

x 1 ની બરાબર આપશે તમે 1 બાય 2 x બરાબર 4 ની બરાબર છો તમને આપશે

તમને 2 બરાબર 2 એક પર એક વત્તા આઠ એટલે કે એક બાય નવ એટલે આ ઇન્ટિગ્રલ \int હશે એક બાય બે બાય બે અને

ચાર જાય એક બાય નવ હવે આને અલગ કરો કે

તમે આ ઇન્ટિગ્રેન્ડ અને \int વચ્ચેનો સંબંધ શોધી શકો છો

તેથી યાલો આપણે આને અલગ પાડીએ જેથી તમને મળે છે

માઈનસ 1 વત્તા x ની ઘાત ત્રણ બાય બે ચોરસ ત્રણ બાય બે x ની ઘાત અડધી dx બરાબર \int

તેથી ત્રણ મૂળ ઓ દ્વારા $x dx$ ને વત્તા x ની ઘાત ત્રણ બાય બે આપ્યા

ચોરસ d એ માઈનસ બે \int બરાબર છે

તેથી આ સંપૂર્ણ અભિવ્યક્તિ હવે માઈનસ \int માઈનસ બે \int દ્વારા બદલવામાં આવી છે

અને તમે જાણો છો કે અચળનો વિરોધી વ્યુત્પન્ન શું છે

તેથી તમે અહીં મેળવો

બાય બે બે એક બાય નવ ઓછા બે એક બાય નવ ઓછા એક બાય બે ઓછા બે બાય નવ વત્તા એક જે સાત

બાય નવ છે

તેથી તમે જોઈ શકો છો કે મૂળના એન્ટિ-ડેરિવેટિવને શોધવાનું શરૂઆતમાં ખૂબ જ જટિલ લાગે છે.

ઇન્ટિગ્રેલ પરંતુ આ અવેજી દ્વારા

સમસ્યા હલ કરવી ખૂબ જ સરળ છે અને અંતે રૂપાંતરિત અવિભાજ્ય માત્ર સ્થિર જ

બાકી છે જેની એન્ટિ ડેરિવેટિવ તમને ખબર છે યાલો હવે બીજું ઉદાહરણ લઈએ જેથી જો આપણે x પાવર 4 વત્તા 9 ને આપણા નવા ચલ તરીકે લઈએ

તો t તે તમને સમસ્યા હલ કરવા માટે થોડો અભિગમ આપી શકે છે પરંતુ આ ધારવું વધુ સારું છે કારણ કે

તમે અગાઉના અવેજીનો પ્રયાસ કરી શકો છો હું આ અવેજી લઈશ

તેથી જો તમે

અવેજી લો તો જુઓ કે તમને શું થાય છે જેથી તમને બે x ક્યુબ ડીએક્સ મળે x^2 0 મૂળ હેઠળની ઘાત ચાર વત્તા નવ આ dt ની બરાબર છે

તેથી આ અવિભાજ્ય રૂટ હેઠળ

x ઘાત 4 વત્તા 9 dt બાય 2 માં રૂપાંતરિત થાય છે

તેથી તમને dt બાય 2 મળે છે તો મર્યાદાનું શું થશે

તેથી જો x શૂન્ય t પર જાય છે તે મૂળ નવની નીચે છે એટલે કે ત્રણ છે અને x 9 પર જાય છે તે

પચીસ મૂળ હેઠળ છે જે પાંચ ત્રણથી પાંચ છે

તેથી તમે એક બાય બે મેળવો છો તે સતત છે તમે કાઢી શકો છો અને

વ્યુત્પન્ન t એટલે તમને પાંચ ઓછા ત્રણ મળે છે તે એક છે યાલો આપણે કેટલાક વધુ ઉદાહરણો લઈએ અને તેને હલ કરીએ જે

તમને આ પ્રકારની સમસ્યાઓ હલ કરવામાં મદદ કરશે

તેથી યાલો આપણે નીચેના અભિન્ન અંગને લઈએ તો તમે જોઈ શકો છો કે જો હું આને અમારા નવા ચલ તરીકે માની લઈએ તો તમે કહો

તેથી મને પાવરમાં માઈનસ 1 મળે છે

.

બાદબાકી બે dt du ની બરાબર છે એટલે કે માઈનસ du છે જ્યારે ટી માઈનસ વન પર જાય છે ત્યારે યુ શૂન્ય છે અને જ્યારે ટી માઈનસ હાફ હોય છે ત્યારે યુ માઈનસ વન હોય છે

તેથી તમારું ઇન્ટિગ્રલ i ઈઝ માઈનસ વન જાય છે શૂન્ય બાદ અડધુ માઈનસ વન ફોર જાય છે ટાઇમ્સ સાઈન સ્ક્વેર ઉડુ હવે સીધું \sin સ્ક્વેર u નું વિરોધી વ્યુત્પન્ન શોધવાનું સરળ નથી તેથી અમે n તેને ત્રિકોણમિતિની ઓળખ દ્વારા બદલવા માટે eed કરો જે i છે તેથી આપણે સાઈન ચોરસ u ને આનાથી બદલવાની જરૂર છે

જેથી તમને માઈનસ 2 0 થી ઓછા 1 1 ઓછા

$\cos 2 u du$ મળે જે ઓછા 2 u ઓછા પાપ બે u બાય બે શૂન્ય બરાબર છે માઈનસ વન માટે

તેથી આ તમને માઈનસ 2 બાય 2 વત્તા શૂન્ય ની બાદબાકી એક ઓછા શૂન્ય ઓછા સાઈન આપશે

તેથી પૂર્ણાંકનું મૂલ્ય આખરે બે ઓછા ચિહ્ન બે છે

તેથી અમે ઘણી સમસ્યાઓ હલ કરી છે અને અમે જોયું છે કે કેવી

રીતે અવેજીની પદ્ધતિ કેટલાક સંકલન નિશ્ચિત પૂર્ણાંકોને સરળ બનાવો તે સિવાય અન્ય ઘણી સમસ્યાઓ છે જે ફક્ત અવેજીની પદ્ધતિ દ્વારા ઉકેલી શકાતી નથી

તેથી ચોક્કસ પૂર્ણાંકોના અન્ય ઘણા ગુણધર્મો છે

જે ચોક્કસ પૂર્ણાંકોને ઉકેલવામાં મદદ કરે છે

તેથી અમે

તે ગુણધર્મો શીખીશું અને તેને સાબિત કરીશું.

એક દ્વારા જેથી ચોક્કસ અવિભાજ્ય ગુણધર્મના ગુણધર્મ એક આ ગુણધર્મ કહે છે કે x થી

t માં વેરીએબલને બદલવાથી ઇન્ટિગ્રલ પર બિલકુલ અસર થતી નથી

તેથી આ ગુણધર્મનો પુરાવો એક લીટી છે.

ધારો કે $x t$ છે

તેથી $dx dt$ હશે અને x બરાબર a ને બદલે t બરાબર a અને x

બરાબર b ને t બરાબર b વડે બદલવામાં આવશે અને

તેથી આપણી પાસે મિલકત એક છે યાલો આપણે મિલકત નંબર બે a જોઈએ.

$b \int dx$ ની બાદબાકી બરાબર છે b થી $a \int dx$ ખાસ કરીને a થી $a \int dx$ શૂન્ય છે આપણે જાણીએ છીએ કે જો નાના એફએક્સમાં એન્ટિ ડેરિવેટિવ હોય તો કેપિટલ એફએક્સ

તો ઇન્ટિગ્રલની કિંમત આ રીતે લખવામાં આવે છે

તેથી આપણે તેને આ સ્વરૂપમાં લખી શકીએ છીએ

તેથી આપણે જાણીએ છીએ તેને આ રીતે લખો

તેથી હવે આ માટે પ્રોપર્ટી તમે ફક્ત p ને આમાં a વડે બદલી શકો છો અને જુઓ કે મૂલ્ય શૂન્ય છે આને બીજી

બાજુ જમણી બાજુથી ડાબી બાજુએ લઈ જઈને આ માટે અન્ય સમજૂતી એ એકીકરણ

a સાથે શૂન્ય ધારો કે $f(x)$ સકારાત્મક છે અને ગ્રાફ આના જેવો છે અને

તેથી આ

અભિન્ન વક્ર હેઠળના ક્ષેત્રને રજૂ કરશે

તેથી જો $b a$ સાથે સુસંગત હશે તો તે સમજવું ખૂબ જ સરળ છે

કે જો આ રેખા b ઊભી રેખા b સાથે સુસંગત હોય તો વિસ્તાર શૂન્ય હશે ઊભી

રેખા a

તેથી વિસ્તાર શૂન્ય હશે આ ગુણધર્મ

તેથી આ ગુણધર્મ સાચી મિલકત છે ત્રણ ગુણધર્મ ત્રણ કહે છે કે તમે આ પૂર્ણાંકને ચોક્કસ પૂર્ણાંકોમાં તોડી શકો છો જ્યાં $c b$ અને a ની વચ્ચે આવેલું છે

તેથી જો મૂડી $f(x)$ $f(x)$ નું વિરોધી વ્યુત્પન્ન હોય તો a થી $b \int dx$ ની કિંમત $f(b)$ ની બરાબર છે a થી $c \int dx$ ની માઈનસ $f(a)$ વેલ્યુ $f(c)$ માઈનસ $f(a)$ છે

અને c થી $b \int dx$ ની કિંમત $f(b)$ માઈનસ $f(c)$ છે

તેથી તમે આથી શરૂઆત કરો અને તમે અહીં લખી શકો છો

$f(b)$ માઈનસ $f(c)$ plus $f(c)$ માઈનસ $f(a)$ અને પછી તમે આ બંનેનો ઉપયોગ કરી શકો છો જેથી તમને

$f(e)$ મળશે માઈનસ $f(a)$ ને તમે c થી $b \int dx$ થી બદલી શકો છો અને આ તમે લખી શકો છો આ દ્વારા બદલો લખી શકો છો

આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને તમને a થી $c \int dx$ મળે છે

તેથી ગુણધર્મ ત્રણ સાચી છે યાલો આપણે ગુણધર્મ ચાર લઈએ પ્રોપર્ટી ફોર્સ કહે છે કે a થી $b \int dx$

એ a થી $b \int dx$ ખસ બરાબર છે b માઈનસ $x dx$

તેથી આ ગુણધર્મ સરળ અવેજી દ્વારા ખૂબ જ સરળતાથી સાબિત થઈ શકે છે

જેથી જો તમે x ને વત્તા b માઈનસ t તરીકે લેશો તો dx એ

માઈનસ dt બરાબર થશે a will go to t equals to $b x$ બરાબર થશે $b t$ equals માં જશે

આ માટે અવિભાજ્ય આ મર્યાદા બની જશે a will ને રૂપાંતરિત કરવામાં આવશે મર્યાદામાં t બરાબર b આ b t બરાબર ax માં જશે a વત્તા b ઓછા t અને dx છે માઈનસ dt અહીં તમે

ગુણ બેનો ઉપયોગ કરી શકો છો અને તમે મર્યાદાઓને બદલી શકો છો કારણ કે તમારી પાસે નકારાત્મક ચિહ્ન છે જેથી તમે એકવાર મર્યાદાને બદલી નાખો ત્યારે આ નકારાત્મક ચિહ્ન રદ થઈ જશે

જેથી તમને ખસ b ઓછા tdt મળશે કારણ કે પ્રોપર્ટી એક કહે છે કે યલ t સમી છે

તેથી અમે t ને x દ્વારા બદલી શકીએ છીએ તેથી

ગુણ ચાર છે સ્થાપિત આ બધી મિલકતો ખૂબ

મહત્વની છે અને જ્યારે આપણે આ ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને ઘણા ઉદાહરણો ઉકેલીશું ત્યારે આપણે તેને

જોઈશું, ચાલો આપણે ગુણધર્મ પાંચ જોઈએ જે મિલકત ચારનો ચોક્કસ કેસ છે અને તે કહે છે કે

શૂન્ય થી afxdx શૂન્ય થી afa માઈનસ xdx છે

તેથી તમે પ્રારંભ કરો આ ડાબી

બાજુથી ફરીથી અને x ને એક બાદબાકી t થી બદલો જેથી તમને dx મળે કારણ કે માઈનસ dt x

0 ની બરાબર તમને t એક અવેજી માટે આપશે આ 0 એ

ax ની બરાબર a ની બરાબર t માં જશે t શૂન્યની બરાબર

તેથી y તમને t બરાબર

મળશે a ની અને t બરાબર શૂન્ય fx હશે fa માઈનસ t અને dx માઈનસ dt ગુણધર્મ બેનો ઉપયોગ કરીને

તમે મર્યાદા બદલી શકો છો જેથી તમને આ નકારાત્મક ચિહ્ન મળશે આ

નકારાત્મક ચિહ્ન રદ થઈ જશે

તેથી તમને આ મળશે હવે જો તમે ડમી વેરીએબલ તરીકે t ને x દ્વારા બદલો છો તો

તમને rhs મળશે આ તમારી મિલકત પાંચ ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ ગુણધર્મને સાબિત કરે છે અમે જોશું કે અમે

આ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને ઘણી સમસ્યાઓ હલ કરીશું છ ગુણધર્મ છ આ અભિન્ન વિશે કંઈક કહે છે

તેથી અમે શોધવા માંગીએ છીએ આ ઇન્ટિગ્રલની આઉટ વેલ્યુ અને

તેથી આ ઇન્ટિગ્રલનું મૂલ્ય તમે ત્રણ પ્રોપર્ટીનો

ઉપયોગ કરીને 0 થી afxdx વત્તા a થી બે afxdx લખી શકો છો

કારણ કે જો આ શૂન્ય હોય તો આ a છે અને આ

બે a છે

તેથી તમે આ ઇન્ટિગ્રલને બેમાં તોડી શકો છો.

પ્રોપર્ટી 3 નો ઉપયોગ કરીને જ્યાં

આ a આ c છે આ b છે પ્રોપર્ટી 3 નો ઉપયોગ કરીને તમે આ રીતે લખી શકો છો હવે ચાલો

જોઈએ આ ઇન્ટિગ્રલનું મૂલ્ય શું હોઈ શકે છે

તેથી ચાલો x ને 2 a બાદબાકી t થી બદલીએ જેથી

dx બાદબાકી બરાબર થાય dtx બરાબર છે a ગોઝ to ax is equals to ax is two

a go to t equal to zero જેથી તમે a go to a two a go to zero

x ની જગ્યાએ બે a બાદબાકી t અને dx ને માઈનસ tt વડે બદલવામાં આવે છે

બે ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને આપણે કરી શકીએ છીએ મર્યાદાને ફરીથી બદલીએ જેથી આ નકારાત્મક ચિહ્ન રદ થઈ જશે

જેથી આપણને બે a માઈનસ t dt મળે છે અને આ ટીને ફરીથી બદલીને કારણ કે

તે ડમી વેરીએબલ છે તો આપણને f 2 a ઓછા x dx મળે છે

તેથી શૂન્ય થી બે afxdx શૂન્ય થી afxdx બરાબર છે વત્તા a થી

બે afxdx અને આનું મૂલ્ય આ પ્રમાણે ગણાય છે જેથી અમે તેને

અહીં બદલી શકીએ છીએ

તેથી અમને અંતિમ સૂત્ર મળે છે જે શૂન્યથી af બે માઈનસ xdx છે આ તમારી મિલકત છ છે ચાલો આ સૂત્રમાંથી બીજી ગુણધર્મ

કાઢીએ જે મિલકત સાત છે તો આપણે જોયું કે શૂન્ય થી બે

afxdx એ શૂન્ય થી afxdx વત્તા શૂન્ય થી af બે એ માઈનસ xdx હવે જો f બે

એ માઈનસ x fx બરાબર છે તો સમીકરણ કહે છે કે એક તમને આપશે કે જે ગુણધર્મ છ છે તેમાં સરળીકરણ કરવામાં આવશે આ

અને જો f બેમાંથી એક બાદબાકી x બરાબર

છે તો th માં fx ના ઓછા કિસ્સામાં આ ગુણધર્મ છને સરળ બનાવવામાં આવશે અને તમને શૂન્ય મળશે

તેથી આ ગુણધર્મ 7 છે તે કહે છે કે આ આના બરાબર છે જો આ શરત સાચી હોય અને જો આ શરત સાચી

હોય તો જો આ શરત સાચી હોય તો આ ગુણધર્મ આપણે જોઈશું કે આ પ્રોપર્ટીઝ

અમને કેટલીક જટિલ સમસ્યાઓ હલ કરવામાં કેવી રીતે મદદ કરશે હવે ચાલો આપણે છેલ્લી પ્રોપર્ટી સાબિત કરીએ

કે જે આઠ પ્રોપર્ટી છે આઠ પ્રોપર્ટી આઠ કહે છે કે માઈનસ a થી afxdx બરાબર છે ત્યાં બે શક્યતાઓ છે જો fx

પણ કાર્ય કરે છે તો આ શૂન્ય ની બરાબર છે afxdx અને જો fx સમ હોય અને જો fx વિષમ હોય તો આ અવિભાજ્યમાંથી એક

શૂન્ય છે

તેથી સમ કાર્ય નીચેના ગુણધર્મને સંતુષ્ટ કરે છે જે

માઈનસ x નું f fx છે અને વિષમ કાર્ય સંતોષે છે કે f ઓછા x માઈનસ

અડધો fx છે

તેથી ચાલો ચાલો આ ગુણધર્મને સાબિત કરો

તેથી ગુણધર્મ 3 નો ઉપયોગ કરીને આપણે આ અવિભાજ્ય લખી શકીએ કારણ કે આ હવે આ અવિભાજ્ય લઈએ અને સમ nr વિધેયોના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને તેને સરળ

બનાવીએ

તેથી x π ઓછા t ને બદલો આપણને dx ને dt અને બાદબાકી a $will$ r તરીકે મળે છે.

બદલાયેલ x બરાબર

બાદબાકી a ની જગ્યાએ t બરાબર a અને x બરાબર

શૂન્ય થી બદલવામાં આવશે

તેથી અમને 0 f ઓછા t ઓછા dt મળે છે

તેથી આ

ગુણધર્મ 2 નો ઉપયોગ કરીને અમે અદલાબદલી કરી શકીએ છીએ મર્યાદા અને આ બાદબાકીનું ચિહ્ન રદ થશે તે

રદ થશે અને અમને આ મળે છે કારણ કે t $ડમી$ વેરીએબલ છે

તેથી અમે

t ને x વડે બદલી શકીએ છીએ

તેથી અંતે અમે dx બરાબર માઈનસ પર પહોંચ્યા, માફ કરશો અમને આ માઈનસ t dt ખસના 0 થી af તરીકે મળ્યું t dt ની 0 થી af

તેથી માઈનસ a થી $afx dx$ માટે અમને 0 થી af માઈનસ $x dx$ તરીકે મળ્યું કારણ કે ચલ $ડમી$ છે

તેથી હવે અમે તેને $x dx$ ના x 0 થી af દ્વારા બદલી શકીએ છીએ જો fx સમ હોય તો તે માઈનસ x છે fx

so માઈનસ a થી $afx dx$ એ 0 થી afx dx ના બમણા હશે

અને જો માઈનસ x નું f આના માઈનસ હોય તો આપણને આ મૂલ્ય શૂન્ય તરીકે મળે છે

તેથી ચાલો

કેટલીક સરળ સમસ્યાઓ હલ કરીએ અને જોઈએ કે કેવી રીતે ચોક્કસ પૂર્ણાંકોના ગુણધર્મો ઉકેલવામાં ઉપયોગ કરી શકાય છે.

પ્રોબ ડેફિનેટ ઇન્ટિગ્રલ્સ ખૂબ જ

સરળતાથી ઉદાહરણ તરીકે, ચાલો હવે 0 થી 4 મોડ x ઓછા 2 dx હલ કરીએ જો હું પૂછું

x માઈનસ ટુના મોડનું એન્ટિ-ડેરિવેટિવ શું છે તમે આનો જવાબ આપી શકો છો

આનું એન્ટિ-ડેરિવેટિવ શોધવું સરળ નથી

તેથી અમે શું કરીએ છીએ અમે પ્રોપર્ટી ત્રણનો ઉપયોગ કરીએ છીએ અને તેને

બે ભાગમાં તોડીએ છીએ કારણ કે x માઈનસ બેનો મોડ જ્યારે x 2 કરતા ઓછો હોય ત્યારે x ઓછા બે

અને x 2 કરતા ઓછો હોય ત્યારે x ઓછા અથવા 2 ના બરાબર હોય ત્યારે આપણે તેને 2 ભાગોમાં તોડી શકીએ છીએ

અને સરળ બહુપદી સ્વરૂપમાં લખી શકીએ છીએ જેથી આપણે તેને આ રીતે લખી શકીએ અને સરળ રીતે સંકલિત કરીએ છીએ

તેથી અહીં આપણે ગુણધર્મ ત્રણનો ઉપયોગ કરી રહ્યા છીએ

તેથી આ તમને બે થી બે થી ચાર શૂન્ય આપશે તેથી

એન્ટિ ડેરિવેટિવની પદ્ધતિ દ્વારા ચોક્કસ પૂર્ણાંકોના સૂત્રને લાગુ કરવાથી આપણને આખરી જવાબ ચાર મળે છે જેથી તમે જોઈ શકો

કે ગુણ ત્રણ કેવી રીતે થઈ શકે છે થોડી જટિલ સમસ્યાને શોધવામાં તેનો ઉપયોગ કરો

ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ લઈએ તો આપણે એક ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરવા જઈ રહ્યા છીએ જે કહે છે કે

0 થી $afx dx$ 0 થી $af a$ માઈનસ $x dx$ સમાન છે

તેથી હું

0 થી π બાય 2 ચાર વખત બરાબર થઈશ આ ગુણધર્મ દ્વારા આ આ i અને આ i

સમાન થિ હશે આનું s અવિભાજ્ય મૂલ્ય અને આ અવિભાજ્યનું મૂલ્ય

સમાન હશે

તેથી મને આ બરાબર મળે છે

તેથી π બાય 2 ઓછા x પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં છે

તેથી હવે આપણને મૂળની નીચે $\cos x$ મળે છે $\cos x$ વત્તા રુટ હેઠળ સાઈન $x dx$ હવે જો અમે કહી એક ઉમેરીએ છીએ

અને કહીએ છીએ કે આ બે છે

તેથી એક અને બે ઉમેરીને ડાબી બાજુએ બે i મળશે

અને જમણી બાજુએ એકવાર બંને જમણી બાજુ

ઉમેરવામાં આવશે તો માત્ર ચાર dx મળશે જે ચાર ગુણી છે આ

ઇન્ટિગ્રલનો π બાય બે હશે 4 માં π બાય બે

તેથી હું π બરાબર છે અંતિમ જવાબ ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ લઈએ બે વખત શૂન્ય થી π બાય ટુ લોગ $\cos x dx$

આપણે આ ઇન્ટિગ્રલ લખી શકીએ જે ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને આપણે us i હવે છે

તેથી આપણે એક અને બે ઉમેરીએ છીએ અને આપણને મળે છે કે i બે i બરાબર છે 2 ગુણ્યા 0 થી π બાય 2 લોગ ઓફ $\sin x$ વત્તા $\cos x dx$ નો લોગ તેથી આ i બરાબર છે શૂન્ય થી π બાય સાઈનના બે લોગ $x \cos x$ હવે dx તેથી જો

તમે અહીં 2 વડે ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરશો તો તમને

i 0 થી π બાય 2 લોગ સાઈન $2 x dx$ ઓછા 0

થી π બાય 2 મળશે લોગ $2 dx$

તેથી i બરાબર છે જો તમે આ અવિભાજ્યમાં $2 x$ બરાબર t માટે લો છો તો 0

પર જશે $0 x$ બરાબર $0 t$ $0 x \pi$ બાય $2 t$ છે π અને લોગ $\sin t dx$ 1 બાય બે dt ઓછા π બાય થશે બે લોગ બે

તેથી આપણને એક બાય બે શૂન્યથી પાઈ લોગ $\sin t dt$ માઈનસ પાઈ બાય બે લોગ બે મળ્યું હવે આ ઇન્ટિગ્રલમાં આપણે આને

અહીં π બાય 2 બાય 2 તરીકે લખી શકીએ છીએ અને ફોર્મ્યુલા 0 થી $2 a f x dx$ એ 0 ના બે વખત બરાબર લાગુ પાડી શકીએ છીએ $a f x dx$ માટે

x પ્રદાન કરેલું f 2 a ઓછા x છે $f x$ જો તમે લાગુ કરો છો કે અમને i બરાબર મળે છે એક બાય બે બાય બે

શૂન્યથી π બાય બે લોગ ઓફ સાઈન પાઈ માઈનસ $t dt$ ઓછા π બાય બે લોગ બે

તેથી હું

શૂન્ય ની બરાબર π by two log sin t dt log two અને અમે જાણીએ છીએ કે અમારી અગાઉની

ગણતરીથી આનું મૂલ્ય શું છે યાવો હું તમને બતાવીશ

કે આના મૂલ્યની અગાઉની ગણતરી મૂલ્ય દ્વારા આની અગાઉની ગણતરી મૂલ્ય દ્વારા

આ i બાય 2 છે

તેથી અમને આખરે i મળ્યું i બાય 2 ઓછા પાઈ બાય 2

લોગ 2 ની બરાબર છે

તેથી i બાય 2 એ ઓછા પાઈ બાય બે લોગ બે છે તેથી

હું માઈનસ પાઈ લોગ બે ની બરાબર છે

તેથી આ ખૂબ જટિલ હતું ed

સમસ્યા અને તમે જુઓ કે કેવી રીતે ચોક્કસ પૂર્ણાંકોના ગુણધર્મો તમને આ સમસ્યાને ઉકેલવામાં મદદ કરે છે,

યાવો આપણે બીજી સમસ્યાને શૂન્યથી એક લઈએ,

તેથી તે ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને ફરીથી કરીએ કે આ

0 થી $a f a$ ઓછા $x dx$ બરાબર છે, આપણે i બરાબર 0 થી 1 લખી શકીએ છીએ.

x ને 1 ઓછા x 1 ઓછા 1 ઓછા x દ્વારા બદલવામાં આવશે

પાવર ndx માટે અમને 0 થી 1 1 ઓછા xx ની શક્તિ ndx મળે છે જે શૂન્ય થી એક dx ની બરાબર છે

તેથી એકીકરણ દ્વારા તમને શૂન્ય થી એક મળે છે જે તમને આપે છે સમાન છે યાવો આપણે વધુ એક સમસ્યા લઈએ i બરાબર શૂન્ય થી $\pi x dx$ પર એક વત્તા \sin

x

તેથી આ 0 થી π બાય π ઓછા x 1 વત્તા સાઈન π ઓછા $x dx$

બરાબર હશે

તેથી હું 0 થી π બાય π બરાબર છે માઈનસ $x dx$ બાય 1 વત્તા $\sin x$

તેથી જો આપણે આ અવિભાજ્ય સાથે આ અવિભાજ્ય ઉમેરીએ તો

આપણને 2 i બરાબર 0 to π બાય πdx પર 1 વત્તા $\sin x$ મળે છે

તેથી 2 i બરાબર 0 થી π

અચલ છે જેથી તમે કાઢી શકો અને આ સાઈન x

બાય 2 વત્તા $\cos x$ બાય 2 આખા ચોરસ તરીકે લખી શકાય છે આને એક વત્તા ta પર શૂન્યથી પાઈ સેકન્ડ ચોરસ x બાય બે dx તરીકે લખી શકાય છે

nx બાય બે ચોરસ હવે $\tan x$ બાય બે છે t એટલે સેકન્ડ ચોરસ x બાય બે dx બરાબર dt અર્થ એટલે તમને બે i બરાબર પાઈ ટેન શૂન્ય મળે

છે શૂન્ય ટેન પાઈ બાય બે અનંતમાં જાય છે અને બીજો ચોરસ x બાય બે dx બે તારીખ છે

અને અહીં તમને એક વત્તા t ચોરસ મળે છે

તેથી આ તમને આ શૂન્ય અને અનંતતાના એકીકરણમાં એક વત્તા t પર માઈનસ બે આપશે

,

તેથી આ તમને π આપે છે

તેથી ત્યાં π ઓછા 2 π 0 ઓછા 1

તેથી i તમારી અંતિમ કિંમત મેળવો

તરીકે 2 i બરાબર 2 π છે

તેથી i સમાન છે π અહીં ફરીથી આપણે આ ગુણધર્મ 0 થી

$a f x dx$ બરાબર શૂન્ય થી $a f a$ ઓછા $x dx$ નો ઉપયોગ કર્યો છે અને પછી અમે અવેજીનો પણ ઉપયોગ કર્યો છે અને

પછી કેટલીક ત્રિકોણમિતિ ઓળખ પણ છે.

હું રોકું છું અને પછીથી

અમે કેટલીક વધુ જટિલ સમસ્યાઓ પર વિચાર કરીશું અને ચોક્કસ પૂર્ણાંકો વિશે અને તેમના એપ્લિકેશનો વિશે વધુ અન્વેષણ કરીશું.

Prutor@IIITK