

आज हम निश्चित इंटीग्रल के बारे में जानने जा रहे हैं जहाँ तक निश्चित इंटीग्रल के इतिहास को दो गणितज्ञों का योगदान माना जाता है, एक असाधारण रहा है एक जर्मन गणितज्ञ रीमैन है दूसरा लेबेग एक फ्रांसीसी गणितज्ञ है मैं अपने सभी छात्रों से उन दोनों के बारे में अधिक जानने का अनुरोध करता हूँ और प्रेरित हों आइए देखें कि निश्चित इंटीग्रल के अनुप्रयोग क्या हैं

इसलिए निश्चित इंटीग्रल के कई अनुप्रयोग हैं उदाहरण के लिए आप निश्चित इंटीग्रल का उपयोग कर सकते हैं। उदाहरण के लिए गोले के द्रव्यमान का आयतन वगैरह ताकि आप देख सकें कि निश्चित इंटीग्रल के बहुत सारे अनुप्रयोग हैं

इसलिए मैंने यह समझने के लिए एक उदाहरण के रूप में क्षेत्र लिया है कि निश्चित इंटीग्रल से हमारा क्या मतलब है, जैसा कि आप पिछली कक्षाओं से जानते हैं कि आप सरल के क्षेत्र की गणना कर सकते हैं त्रिभुज आयत वृत्त वगैरह जैसी आकृतियाँ और यदि आपके पास एक जटिल आकृति है उदाहरण के लिए यदि आपको क्षेत्र  $O$  का मूल्यांकन करने के लिए कहा जाता है इस आकार से आप इस क्षेत्र को सरल आकृतियों की सीमित संख्या में तोड़ सकते हैं और फिर आप इन सभी सरल आकृतियों के अलग-अलग क्षेत्रों की गणना कर सकते हैं और वास्तविक क्षेत्र प्राप्त करने के लिए इसे जोड़ सकते हैं यह आवश्यक क्षेत्र है लेकिन जटिल क्षेत्र को तोड़ने की यह अवधारणा है सरल आकार हमेशा लागू नहीं होते हैं उदाहरण के लिए कई वास्तविक जीवन समस्याएँ हैं और कई गणितीय समस्याएँ हैं जिनमें आपके आकार होंगे जिन्हें हम सीमित संख्या में आकार में विभाजित नहीं कर सकते हैं जिनका क्षेत्र आपको ज्ञात है

इसलिए हम कुछ ऐसे उदाहरण देखेंगे जहाँ आप नहीं कर सकते क्षेत्र को आकार की परिमित संख्या में विभाजित करें जिसका क्षेत्र आसानी से गणना योग्य है

इसलिए एक रेखा और एक वक्र के बीच घिरा हुआ क्षेत्र आइए हम  $y$  को 1 के बराबर और  $y$  को  $x$  वर्ग के बराबर लेते हैं आइए हम उन्हें प्लॉट करते हैं इसलिए यह आपकी  $y$  अक्ष है यह  $x$  अक्ष है

इसलिए  $y$  बराबर 1 एक रेखा है जो  $x$  अक्ष के समानांतर है और  $y$  बराबर  $x$  वर्ग एक परवलय है जिसका शीर्ष  $0,0$  है और अक्ष  $y$  अक्ष है, इसलिए यदि आप इसे प्लॉट करते हैं तो आपको यह मिलता है

इसलिए आपका आवश्यक क्षेत्र है कि मैं सभी छात्रों से यह देखने का अनुरोध करता हूँ कि क्या एर वे इसे सीमित संख्या में आकृतियों में तोड़ सकते हैं जिनका क्षेत्रफल आपको पता है आइए कुछ और उदाहरण देखें उदाहरण दो वक्रों के बीच का क्षेत्र  $y$  बराबर  $x$  वर्ग और  $y$  वर्ग  $x$  के बराबर है आइए हम उन्हें प्लॉट करें यह आपका  $y$  अक्ष है यह आपका  $x$  अक्ष है

इसलिए  $y$  बराबर  $x$  वर्ग एक परवलय है जिसका शीर्ष  $0,0$  है और अक्ष  $x$  अक्ष है

इसलिए आपके पास यह परवलय है और  $y$  बराबर  $y$  वर्ग  $x$  के बराबर है फिर से एक परवलय है जिसका शीर्ष  $0,0$  है और अक्ष  $x$  अक्ष है

इसलिए आपके पास यह परवलय है और यह वह क्षेत्र है जो उनके बीच घिरा हुआ है आइए हम कुछ और उदाहरण देखें जो प्रेरित करते हैं उदाहरण हमें निश्चित अभिन्न की आवश्यकता क्यों है

इसलिए तीन वक्रों के बीच का क्षेत्र घिरा हुआ है

इसलिए एक वक्र  $y$  दो रूट के बराबर है  $x$  दूसरा  $y$  है नीचे रूट दो के बराबर है  $x$  घटा  $x$  वर्ग और दूसरी एक रेखा है  $x$  दो के बराबर है आइए हम उन्हें प्लॉट करते हैं ताकि  $y$  बराबर जड़ के नीचे दो  $x$  घटा  $x$  वर्ग एक वृत्त है जिसे आप इस समीकरण को निम्न रूप में लिख सकते हैं ताकि आप देख सकें कि यह एक वृत्त है जिसका केंद्र एक अल्पविराम शून्य और त्रिज्या एक है तो आप वृत्त त्रिज्या प्राप्त करें एक अल्पविराम शून्य केंद्र एक अल्पविराम शून्य त्रिज्या एक आइए हम  $y$  को जड़ के बराबर दो  $x$   $y$  के बराबर रूट  $2x$  परवलय के बराबर प्लॉट करें जिसका शीर्ष  $0,0$  है और अक्ष  $x$  अक्ष है इसलिए आपको यह परवलय और  $x$  बराबर मिलता है  $2$  एक रेखा है क्योंकि इस बिंदु का यह निर्देशांक  $2$  अल्पविराम  $0$  है।

इसलिए रेखा इस बिंदु पर वृत्त की स्पर्शरेखा होगी,

इसलिए यह आवश्यक क्षेत्र है, यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि यह परवलय वृत्त को नहीं काटेगा। शून्य अल्पविराम को छोड़कर कहीं और जो स्पष्ट है यदि आप  $y$  को जड़ दो  $x$  के बराबर हल करते हैं और  $y$  दो के बराबर रूट दो  $x$  घटा  $x$  वर्ग के बराबर है यदि आप उन दोनों को हल करते हैं तो आप देखेंगे कि केवल शून्य अल्पविराम शून्य पर प्रतिच्छेद करें तो मैं फिर से अनुरोध करता हूँ मेरे सभी छात्रों को यह देखने के लिए कि क्या वे इस क्षेत्र को आकार की सीमित संख्या में विभाजित कर सकते हैं और इस क्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त करने के लिए इसे जोड़ सकते हैं यह अंतिम उदाहरण सबसे जटिल है और मैं आपको बता दूँ कि मैं ये उदाहरण क्यों दे रहा हूँ कि अंत में हम इन सभी समस्याओं का समाधान करेंगे और देखेंगे कि ये कैसे हैं समस्याओं को निश्चित इंटीग्रल द्वारा ध्यान रखा जा सकता है,

इसलिए अंतिम उदाहरण चार वक्रों के बीच का क्षेत्र है और मैंने चार परवल्यों को लिया है  $y$  वर्ग चार  $x$   $y$  वर्ग के बराबर सोलह  $xy$  के बराबर चार  $x$  वर्ग और  $y$  सोलह  $x$  वर्ग के बराबर है,

इसलिए यदि आप उन्हें प्लॉट करें कि यह आपकी  $y$  अक्ष है यह आपकी  $x$  अक्ष है

इसलिए  $y$  वर्ग चार  $x$  के बराबर है और  $y$  वर्ग  $16x$  के बराबर है, उनके पास शीर्ष  $0,0$  और शीर्ष  $0,0$  है और अक्ष  $x$  अक्ष के रूप में है,

इसलिए आपको ये दो परवलय और  $y$  मिलते हैं चार  $x$  वर्ग के बराबर है और  $y$  सोलह  $x$  वर्ग के बराबर है, वे फिर से परवलय हैं लेकिन जिसका शीर्ष शून्य शून्य है और अक्ष  $y$  अक्ष है,

इसलिए आपको ये दो परवलय मिलते हैं और

इसलिए यह आपका  $y$  वर्ग चार  $x$  के बराबर है क्षमा करें  $y$  चार  $x$  के बराबर है वर्ग और यह  $y$  सोलह  $x$  वर्ग के बराबर है

इसलिए यह एक क्षेत्र है फिर से मैं आप सभी से यह देखने का अनुरोध करता हूँ कि क्या आप इसे सीमित संख्या में आकार में तोड़ सकते हैं जिसका क्षेत्र आपको ज्ञात है और अंत में आप इस क्षेत्र की गणना ज्ञात कर सकते हैं पिछली कक्षाओं के तरीके और ये सभी उदाहरण जो मेरे पास हैं अब तक चर्चा की गई है, हम अंत में देखेंगे और हम निश्चित अभिन्न का उपयोग करके हल करेंगे और आवश्यक क्षेत्र की गणना करेंगे तो आइए हम एक निश्चित अभिन्न को परिभाषित करें इस रूप में एक निश्चित अभिन्न परिभाषित किया गया है जहाँ ए को निचली सीमा कहा जाता है और बी को ऊपरी कहा जाता है सीमा और यह फंक्शन के क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करता है आइए मान लें कि  $f(x)$  सकारात्मक है

इसलिए यदि आप इसे प्लॉट करते हैं तो यह  $y$  अक्ष है यह  $x$  अक्ष है यह आपका कार्य है यह  $x$  के बराबर है यह  $x$  के बराबर है

इसलिए यह निश्चित अभिन्न इसका प्रतिनिधित्व करता है क्षेत्र अब सवाल यह है कि इस मूल्य की गणना कैसे की जाती है, एक की गणना करने के लिए दो तरीके हैं परिमित रकम की सीमा और दूसरा है विरोधी डेरिवेटिव का उपयोग करके हम पहले देखेंगे कि समय के साथ परिमित राशि की यह सीमा कैसे विकसित हुई आइए देखें कि यह कैसे परिमित राशियों की सीमा विकसित हो गई है

इसलिए उसके लिए मैं फिर से एक उदाहरण पर विचार करूँगा और मैं आपसे  $y$  के बीच का क्षेत्रफल  $0$   $y$  के बराबर  $1$  जमा  $x$  वर्ग  $x$  के बराबर  $0$  और  $x$  के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए कहूँगा। तो आइए हम इस क्षेत्र को पहले प्लॉट करें ताकि यह आपका  $y$  अक्ष हो यह आपका  $x$  अक्ष है इसलिए  $y$  बराबर  $1$  जमा  $x$  वर्ग फिर से एक परवलय है जिसका शीर्ष  $0$  अल्पविराम  $1$  है और जिसका अक्ष  $y$  अक्ष है,

इसलिए आपको यह आकार मिलता है यह  $0$  अल्पविराम  $1$  है और यह  $x$   $0$  के बराबर है कहें कि यह  $x$  है  $1$  के बराबर है यह  $y$  है शून्य के बराबर है यह  $y$  है एक जमा  $x$  वर्ग के बराबर है

इसलिए हम इस छायांकित क्षेत्र की तलाश कर रहे हैं

इसलिए यह निश्चित रूप से है क्षेत्र का मान शून्य से एक प्लस  $x$  वर्ग  $dx$  होगा तो आइए हम उसी चाल का उपयोग करें जो हम पहले कर रहे थे और हम क्षेत्र को कई आकारों में विभाजित कर रहे थे

इसलिए हम क्या करते हैं हम इस क्षेत्र को अंतराल के मध्य बिंदु को लेकर दो उप क्षेत्रों में विभाजित करते हैं, कहते हैं कि यह  $x$  बराबर आधा है और फिर हम आयत बनाते हैं इस तरह और हम इन दो आयतों के क्षेत्रफल की गणना करते हैं, कहते हैं कि इस आयत के इस क्षेत्र का क्षेत्रफल  $r$  एक है और यह  $r$  दो है

इसलिए हम कहेंगे कि दोनों आयतों का क्षेत्रफल  $1$  दो  $r$  एक जोड़  $r$  दो  $r$  एक है क्या क्षेत्रफल पहला आयत छोटा है और  $r$  दो क्षेत्रफल बड़ा है अब यदि हम इसकी गणना करते हैं तो हमें आधा मिलता है  $f$  आधा इस आयत की चौड़ाई है और ऊँचाई फ़ंक्शन मान द्वारा  $x$  के बराबर शून्य पर नियंत्रित होती है,

इसलिए हमें आधे पर फ़ंक्शन मान में एक प्लस शून्य मिलता है,

इसलिए हमें एक प्लस एक बटा चार मिलता है यह एक प्लस एक प्लस के बराबर होगा एक बटा चार जिसे हम एक जमा एक बटा आठ के रूप में लिख सकते हैं जो नौ बटा आठ है जिसका मूल्य माफ करना एक बिंदु एक दो पांच के बराबर है यदि आप देखते हैं कि वास्तविक क्षेत्र की आवश्यकता है और एल दो इन दोनों के क्षेत्रफल का योग है

इसलिए इस क्षेत्र की गणना करते समय हमने इस क्षेत्र को बाहर कर दिया है,

इसलिए यह एल 2 आवश्यक क्षेत्र से कम है 1 2 आवश्यक क्षेत्र से कम है अब आइए वास्तविक क्षेत्र को किसी अन्य विधि से अनुमानित करने का प्रयास करें ताकि इसके लिए हमें आंकड़ा खींचना पड़े फिर से यह  $x$  है यह  $y$  है और यह परवलय है एक प्लस  $x$  वर्ग कहते हैं कि यह  $x$  एक के बराबर है यह  $x$  के बराबर है यह  $y$  के बराबर है  $x$  अक्ष अब हम फिर से उप क्षेत्र को इस क्षेत्र को दो उप क्षेत्रों में विभाजित करते हैं यह आधा है यह एक है यह अब शून्य है बजाय आह उन आयतों को लेने के हम इसे एक आयत के रूप में लेते हैं और इसे एक आयत के रूप में लेते हैं और कहते हैं कि यह क्षेत्र  $r$  एक बार है और यह  $r$  दो बार है

इसलिए यदि हम  $r$  एक बार और  $r$  दो बार जोड़ते हैं तो हमें यू टू मिलता है और यह मान होगा आधे में फ़ंक्शन मान में आधा क्योंकि इस छोटे आयत की ऊँचाई आधे पर एक फ़ंक्शन मान द्वारा शासित होती है,

इसलिए आपको फ़ंक्शन मान में एक प्लस एक से चार प्लस आधा मिलता है जो कि एक प्लस वन होता है,

इसलिए यदि हम गणना करते हैं तो हमें मिलता है जो तेरह है आठ से और यह एक बिंदु छह दो पांच के बराबर है अब यह योग जो हमने गणना की है कि हमने  $u_2$  की गणना की है जिसे हमने ऊपरी योग के रूप में संदर्भित किया है और अंतिम गणना में हमने 12 की गणना की है हमने 12 की गणना की है जिसे निम्न योग के रूप में संदर्भित किया गया है अब यहाँ हम जो देख सकते हैं वह यह है कि  $u_2$  हमेशा  $u_2$  से बड़ा होता है, हमेशा वास्तविक क्षेत्र से बड़ा होता है क्योंकि इतना क्षेत्र अतिरिक्त गणना की गई है आवश्यक क्षेत्र इतना है कि इतना क्षेत्र जोड़ा गया है

इसलिए  $u_2$   $u_2$  वास्तविक क्षेत्र से बड़ा है और 12 वास्तविक क्षेत्रफल से कम है 12 का मान 1.125 था अब चलो हम देखते हैं कि वास्तविक क्षेत्र कैसे प्राप्त करें,

इसलिए हम अपनी गणनाओं से क्या देखते हैं कि यदि हम एक बार में 1 दो की गणना कर लेते हैं तो हमने यह आयत ले ली है और एक बार जब आप गणना कर लेते हैं तो  $ah$  1 दो ने इस आयत और इस आयत को ले लिया है तो कैसे सटीकता बढ़ाने के लिए हम क्या करते हैं अगर हम इस क्षेत्र को और उप क्षेत्रों में विभाजित करते हैं तो कहते हैं कि यह एक बटा चार है यह आधा है यह तीन बटा चार है यह एक है यह शून्य है

इसलिए अब आप देख सकते हैं कि यह आयत क्षेत्र प्राप्त होगा इस आयत का जोड़ इस आयत का क्षेत्रफल और इस आयत का क्षेत्रफल

इसलिए कुछ और क्षेत्र शामिल किया जाएगा

इसलिए मूल्य यह होगा कि ये दो भाग अब हमारे अनुमानित क्षेत्र में शामिल हैं, हम कहते हैं कि यह 14 है यह एक और कम राशि है जिसका हम उल्लेख करते हैं जैसा कि 1 चार और 1 चार इन चार आयतों के क्षेत्रफल का योग है, यह इस आयत की ऊँचाई में एक बटा चार के बराबर होगा जो फ़ंक्शन मान शून्य द्वारा नियंत्रित होता है क्योंकि फ़ंक्शन बढ़ रहा है

इसलिए हमें फ़ंक्शन मान में शून्य एक बटा चार मिलता है शून्य  $o$  तो यह एक जमा शून्य है, फिर एक बटा चार गुणा एक से चार पर फ़ंक्शन मान है,

इसलिए हमें एक बटा सोलह प्लस एक बटा चार फ़ंक्शन मान आधे पर मिलता है

इसलिए एक प्लस एक बटा चार प्लस एक बटा चार फ़ंक्शन मान में तीन बटा चार तो एक जोड़ नौ बटा सोलह

इसलिए 1 चार बराबर एक बटा चार जमा एक जमा चार जमा नौ बटा 16 है जो 1 जमा 14 बटा 4 गुणा 16 के बराबर है जो 32 बटा 32 जमा 7 बटा 32 के बराबर है जो कि 39 है 32 से जिसका मान एक बिंदु दो एक आठ है, अब याद रखें कि आपका 1 दो एक बिंदु एक दो पांच था तो आप जो देखते हैं कि 1 2 1 4 से कम है और 1 4  $a$  से कम है क्योंकि हम हैं हमने कुछ क्षेत्र छोड़ दिया है जबकि हमने आयतों द्वारा वास्तविक क्षेत्रफल का अनुमान लगाया है अब हम इसे अंतरालों के बल में विभाजित करके फिर से अनुमानित क्षेत्र की गणना करते हैं और इन आयतों को लेकर पहले हमारे पास ये दो आयतें थीं

इसलिए हमारे पास इतना क्षेत्र अतिरिक्त था

इसलिए अब यह क्षेत्र होगा उपेक्षित

इसलिए  $u_4$   $u_4$  चार अंतरालों के लिए खड़ा है  $u_4$   $u_2$  से कम होगा लेकिन यह वास्तव में वास्तविक क्षेत्र से अधिक है

इसलिए  $u_4$  का मान  $u_4$  है इस बार पहली आयत की ऊँचाई फ़ंक्शन मान द्वारा एक बटा चार पर नियंत्रित की जाएगी,

इसलिए एक बटा चार गुणा एक जमा एक सोलह जमा एक गुणा चार गुणा एक जमा एक बटा चार जमा एक बटा चार गुणा नौ बटा सोलह यह आधा है यह तीन बटा चार है यह एक जमा एक बटा चार गुणा एक जमा एक है

इसलिए इस समय ऊँचाई इस बिंदु पर कार्य मूल्यों द्वारा नियंत्रित होती है यह बिंदु और यह बिंदु तो हमारे पास यह  $u$  चार है और  $u$  चार का मान एक बटा चार है फिर चार जमा एक जमा चार जमा नौ जोड़ सोलह बटा सोलह

इसलिए हमें 1 जमा 30 बटा 4 गुणा 16 मिलता है जो 47 बटा 32 के बराबर है जो 1.46875 के बराबर है, तो याद रखें कि  $u_2$  का मान 1.625 था,

इसलिए अंत में इन गणनाओं से हमें जो मिल रहा है वह यह है कि कम राशियाँ इस संबंध को संतुष्ट करती हैं और ऊपरी राशियाँ इस संबंध को संतुष्ट करती हैं,

इसलिए यदि हमारे पास  $n$  उप अंतराल हैं तो क्या होगा हर बार जब हम बीच में अधिक अंक बढ़ाएँ  $n$  अंतराल को एक मान प्राप्त होगा जो ऊपरी तरफ और निचले हिस्से दोनों से वास्तविक क्षेत्र के करीब है जो कि निचले योग और ऊपरी योग से है,

इसलिए यदि हम उप अंतरालों की संख्या में वृद्धि करते हैं तो ऊपरी योग घटता है और निचला योग बढ़ता है लेकिन यदि हम परिमित लेते हैं उप-विभागों की संख्या उप-अंतराल कभी भी वास्तविक मूल्य प्राप्त करने में सक्षम नहीं होंगे,

इसलिए हम क्या करते हैं यदि हम इन  $1ns$  और  $uns$  की सीमा लेते हैं तो हम देखेंगे कि ये दोनों मान एक ही मान में परिवर्तित हो जाएंगे और वह आपका वास्तविक होगा इंटीग्रल का मान जो 0 से 1 1 प्लस  $x$  वर्ग  $dx$  है, आइए एक उदाहरण देखें कि हम वास्तविक क्षेत्र का पता लगाने के लिए इस ट्रिक का उपयोग कैसे कर सकते हैं उदाहरण आइए हम एक फ़ंक्शन लेते हैं  $f(x)$  इसके अलावा बंद अंतराल  $ab$  पर एक निरंतर कार्य करें। यह मानने

के लिए कि  $f_x$  सकारात्मक है, इस धारणा के पीछे का कारण यह है कि यह समझना आसान है कि एक क्षेत्र केवल  $x$  अक्ष के एक तरफ स्थित होगा और मान लें कि  $f_x$  बढ़ रहा है

इसलिए पहले हम इसे कार्य बढ़ाने के लिए करेंगे लेकिन इस सिद्धांत को बढ़ाया जा सकता है किसी भी निरंतर फू के लिए जो बढ़ नहीं रहा है तो आइए हम  $f_x$  का क्षेत्रफल ज्ञात करने का प्रयास करें जो  $x$  के बराबर  $a$  और  $x$  के बराबर  $b$  के बीच स्थित है और जो  $x$  अक्ष के ऊपर है तो आइए हम चित्र बनाते हैं क्योंकि हमने यह मान लिया है कि  $f_x$  धनात्मक है और में बढ़ रहा है अंतराल  $ab$  हम इस तरह से ग्राफ मान सकते हैं यह आपका  $f_x$  है यह  $x$  अक्ष है यह  $y$  अक्ष है अब  $ab$  को समान लंबाई के  $n$  उप अंतराल में विभाजित करें, इसलिए अब कहें कि अंक कहते हैं कि यह  $x$  शून्य है यह  $x_n$  है

इसलिए  $x$  शून्य है  $ax_n$   $b$  है

इसलिए हमने इस अंतराल को समान लंबाई के  $n$  उप-अंतराल में विभाजित किया है, तो क्या होगा कि इससे आपको प्रत्येक उप अंतराल की लंबाई मिल जाएगी और कहें कि  $h$  है क्योंकि बिंदु समान रूप से दूरी पर हैं

इसलिए  $x_k$  किसी भी बिंदु की गणना की जा सकती है इस सूत्र द्वारा जहां  $k$  1 से  $n$  तक जाता है,

इसलिए हमारे पास स्थिति है कि हमने क्या किया है हमने इस क्षेत्र को उप क्षेत्रों में  $x$  अक्ष पर समान दूरी वाले बिंदुओं को लेकर विभाजित किया है अब आइए  $1/n$  निचले योगों को परिभाषित करें ताकि यह  $x$  शून्य हो  $x$  एक यह  $x$  दो है यह  $x_n$  है यह  $x_n$  घटा एक है इसलिए  $1/n$  को परिभाषित करने के लिए  $n$  हम इन आयतों के क्षेत्रफल का पता लगाते हैं जो वक्र के नीचे होते हैं इसलिए  $1/n$  यह चौड़ाई इस ऊँचाई में है

इसलिए चूंकि बिंदु समान रूप से दूरी पर हैं

इसलिए प्रत्येक आयत की प्रत्येक उप अंतराल की चौड़ाई की ऊँचाई  $h$  है

इसलिए  $1/n$   $h$  में  $f_x$  शून्य प्लस है एच से एफएक्स वन में पिछले एक के लिए ऊँचाई को नियंत्रित किया जाएगा आयत की ऊँचाई एक्सएन माइनस वन पर फंक्शन वैल्यू द्वारा शासित होगी,

इसलिए हम एफएक्स एन माइनस वन में एलएन लिख सकते हैं ताकि हम एलएन को समन के रूप में लिख सकें  $f_x k$  में एच के शून्य से जाता है  $n$

माइनस वन इसी तरह हम संयुक्त राष्ट्र को परिभाषित कर सकते हैं क्योंकि हम इस तरह से आयतों का निर्माण करते हैं क्योंकि फंक्शन बढ़ रहा है, ऊपरी रकम को  $x$  एक पर फंक्शन मान में  $h$  के रूप में परिभाषित किया जाएगा क्योंकि फंक्शन बढ़ रहा है

इसलिए इस आयत की ऊँचाई नियंत्रित होगी फंक्शन मान द्वारा  $x$  एक तो  $h$  में  $f_x$  एक प्लस  $h$  में  $f_x$  दो में पिछले एक के लिए हम  $h$  को  $f_x n$  में प्राप्त करेंगे,

इसलिए हम इसे भी लिख सकते हैं क्योंकि  $k$  का योग 1 से  $n f_x k$  में  $h$  में जाता है, तो हमने वह क्या देखा है  $1/n$  का योग है  $k$  0 से  $n$  घटा 1  $f_x k$  में  $h$  और  $u_n$  में जाता है क्या योग  $k$  एक से  $n f_x k$  में  $h$  में जाता है पिछली चर्चा से हमने देखा है कि तत्व हमेशा वास्तविक क्षेत्र से कम होते हैं और  $u_n$  हमेशा वास्तविक क्षेत्र से अधिक होते हैं और उनके सीमित मान आपको वास्तविक क्षेत्र देते हैं

इसलिए यदि आप सीमा लेते हैं यानी यदि आप  $k$  की सीमा शून्य से  $n$  घटाकर एक  $f_x k$  गुणा  $h$  लेते हैं तो यह आपको उस फलन का क्षेत्रफल देता है जो  $x$  बराबर  $ax$  बराबर  $b$  के बीच होता है ताकि आप देख सकें कि यह समाकल किस प्रकार से संबंधित है इस सूत्र से योग आप या तो कम रकम या ऊपरी रकम का उपयोग करके इंटीग्रल का मूल्यांकन कर सकते हैं, तो इंटीग्रल का मूल्य बदलने वाला नहीं है,

इसलिए यदि आप वक्र दिए गए वक्र के क्षेत्र की गणना करने के लिए भी उपयोग कर सकते हैं, लेकिन ऊपर ए और बी के बीच झूठ बोल रहे हैं  $x$  अक्ष अब हम कुछ उदाहरणों को हल करते हैं और देखते हैं कि यह सिद्धांत कैसे काम करता है

इसलिए  $y$  के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करें  $y$  के बराबर  $y$  एक जोड़ के बराबर  $x$  वर्ग  $x$  के बराबर शून्य और  $x$  के बराबर यह वही वक्र है जिसे आपने पहले ही खींचा है

इसलिए मैं मैं इसे फिर से समझाने नहीं जा रहा हूँ  $o$  हमें यह क्षेत्र मिला है, अब अंतराल को समान आकार के  $n$  उप अंतरालों में विभाजित करें,

इसलिए यह आपका  $0$  है

इसलिए  $x$  शून्य है  $0 x_n$  है  $1 x$  यह  $x$  1 है यह  $x_n$  घटा 1 है और इसी तरह चूंकि आप अंतराल  $0$  को विभाजित कर रहे हैं 1 से  $n$  उप अंतराल के बराबर तो 1 माइनस  $0$  बटा  $n$  आपको  $h$  देगा और इस फॉर्मूले से कि  $x_k$   $x$  naught प्लस  $khx$  1 होगा  $0$  प्लस  $h$  1 बटा  $n$  है,

इसलिए आपको  $k$  में 1 बटा  $n$  मिलता है,

इसलिए  $x_k$  है

इसलिए  $x_k$ ,  $k$  बटा  $n$  है,

इसलिए  $x$  एक बटा  $n x$  है, दो गुणा  $n$  है और  $x$   $n$  घटा एक है  $n$  घटा एक बटा  $n$  और  $x_n$  एक है तो आइए इसके लिए  $1/n$  लिखें तो  $1/n$  होगा  $h$  जो प्रत्येक उप की लंबाई है अंतराल

इसलिए  $1/n$  में  $1/n$  इन सभी आयतों का योग है जो वक्र  $h$  के नीचे  $f_x$  शून्य में होता है ताकि एक प्लस शून्य प्लस  $h$  एक प्लस फंक्शन मान  $x$  एक पर हो तो एक प्लस एक वर्ग गुणा  $n$  वर्ग प्लस अंतिम आयत यह एक  $h$  1 प्लस  $x_n$  माइनस 1 पर फंक्शन मान की ऊँचाई क्योंकि फंक्शन बढ़ रहा है और आयत वक्र के नीचे है

इसलिए हमें यह मिलता है

इसलिए  $1/n$  मुझे इसे फिर से  $h$  में लिखने देता है आम है

इसलिए हमें 1 जमा मिलता है यह  $n$  गुणा है और फिर हमें 1 वर्ग जमा 2 वर्ग प्लस  $n$  घटा एक वर्ग बटा  $n$  वर्ग मिलता है क्योंकि हमने साबित कर दिया है कि  $h$  एक बटा  $n$  है

इसलिए मैं  $h$  को एक से एक करके  $n$  प्राप्त कर सकता हूँ यहां  $n$  प्लस सेमी योग के रूप में योग आपको अच्छी तरह से पता है आप एक वर्ग प्लस दो वर्ग प्लस  $n$  घटा एक वर्ग के इस योग को इस तरह लिख सकते हैं,

इसलिए यह 1 जमा 1 बटा 6 1 घटा 1 बटा के बराबर है  $n$  बटा  $n$  2 माइनस 1 बटा  $n$  है  $1/n$  अब इस  $1/n$  की सीमा लें क्योंकि  $n$  अनंत की ओर जाता है हमें 1 जमा 1 बटा 6 गुणा 2 मिलता है यह 1 जमा 1 बटा 3 के बराबर है जो चार बटा तीन है

इसलिए यह एक अभिन्न है शून्य से एक तक एक प्लस  $x$  वर्ग ताकि आप देख सकें कि योग की सीमा की इस प्रक्रिया का उपयोग किसी दिए गए वक्र के तहत  $u_h$  के क्षेत्र की गणना करने के लिए कैसे किया जा सकता है, जो कि  $x$  के बराबर  $n$  और  $x$  के बराबर  $x$  के ऊपर  $b$  के बीच स्थित है। आइए हम एक और उदाहरण देखें ताकि आप अधिक सहज हों

इसलिए  $y$  के बीच का क्षेत्रफल दो  $e$  से घात घटाकर  $xy$  के बराबर शून्य  $x$  के बराबर शून्य और  $x$  बराबर के बीच के क्षेत्र की गणना करें  $ALs$  to one तो यह आपका  $y$  अक्ष है यह आपका  $x$  अक्ष है और  $e$  पावर माइनस  $x$  इस तरह से खींचा जा सकता है

इसलिए यह  $x$  के बराबर  $0$  है यह  $x$  के बराबर  $1$  है यह  $y$  के बराबर है  $e$  पावर माइनस  $x$  यह  $y$  बराबर है तो फिर से पिछले मामले के समान

आपको अंतराल  $x$  को  $0$  के बराबर विभाजित करने की आवश्यकता है लेकिन और  $x$  1 के बराबर अंतराल  $0$  1 को  $n$  उप अंतराल में विभाजित करने

की आवश्यकता है,

इसलिए फिर से 1 घटा 0 होगा और वह प्रत्येक की लंबाई होगी उप अंतराल और  $x_1$   $x_k$  होगा  $x$  शून्य प्लस  $kh$  यहां  $x$  शून्य शून्य है

इसलिए  $x_k$  शून्य है और  $k$  गुणा एक गुणा है

इसलिए  $x$  एक  $nx$  दो गुणा  $n$  है और इसी तरह यहां ध्यान देने योग्य बात है कि यदि आप लिखते हैं  $1n$  आपको  $h$  गुणा फंक्शन वैल्यू मिल रही होगी, लेकिन यहाँ चूंकि इस बार फंक्शन कम हो रहा है,

इसलिए फंक्शन वैल्यू  $x$  पर फंक्शन वैल्यू द्वारा शासित नहीं होगी, लेकिन  $x$  एक पर फंक्शन वैल्यू है,

इसलिए इस आयत की ऊंचाई द्वारा शासित किया जाएगा  $x$  एक पर फंक्शन मान क्योंकि फंक्शन पिछले एक के लिए समान रूप से घट रहा है, यह  $x$  पर कार्यात्मक फंक्शन मान एक के बराबर होगा

इसलिए  $1n$   $h$  में  $fx$  एक प्लस है, फंक्शन मान पर दूसरे फंक्शन मान के लिए  $x$  दो पर कम रकम  $x$  दो प्लस  $h$  के लिए आयत की ऊंचाई के लिए  $fxn$  यहां आपका फंक्शन  $fx$   $0$  माइनस  $x$  है,

इसलिए आप  $1n$  को  $h$  के रूप में प्राप्त करते हैं ई से पावर माइनस वन बाय एन तो एच सामान्य है

इसलिए हम इसे दो के बाहर एन प्लस ई से पावर माइनस वन में लिख सकते हैं

इसलिए हमें एनएन के रूप में एच गुणा ई से पावर माइनस वन बाय एन प्लस ई टू माइनस टू बाय एन प्लस ई टू पावर माइनस वन आप इससे पहले एक और टर्म लिख सकते हैं, आपको एन माइनस वन बटा एन मिलता है,

इसलिए यह एक ज्यामितीय प्रगति है और आप इसका योग सरल सूत्र द्वारा लिख सकते हैं जो आपको यह मिलता है जो मुझे बदलने के बराबर है  $1$  को  $n$  से  $h$  और  $e$  से घात  $h$  से गुणा करें ताकि आप गुणा करें और विभाजित करें ताकि आप  $e$  को घात  $h$  माइनस  $1$  में प्राप्त करें और यह आपको  $e$  को घात घटाकर  $1$  देगा, आप जानते हैं कि जब  $n$  अनंत  $s$  की ओर जाता है इस संबंध से  $0n$  की ओर प्रवृत्ति  $0n$  अनंत तक जाती है आप देख सकते हैं कि  $s$   $0$  की ओर जाता है

इसलिए  $1n$  की सीमा जैसे  $n$  अनंत की ओर जाती है वह सीमा के समान होगी  $1n$  के रूप में  $h$  शून्य की ओर जाता है और यह सीमा एक बटा  $e$  से घात घटाकर एक  $e$  से घात घटाकर एक के बराबर होगी, इसके पीछे कारण यह है कि  $h$  की सीमा  $e$  से घात  $h$  माइनस  $1$  है, क्योंकि  $h$   $0$  की ओर जाता है  $1$  है तो आप देख सकते हैं कि इस विधि से आप गणना कर सकते हैं कि आप  $0$  से  $1$  ई तक इंटीग्रल के मान की गणना पावर माइनस  $x$   $dx$  से कर सकते हैं कि  $1$  माइनस यू माइनस  $1$  के रूप में आइए देखें कि एंटी-डेरिवेटिव का उपयोग कैसे किया जा सकता है निश्चित समाकलों को हल करें अब तक हमने देखा है कि योग की सीमा का उपयोग कैसे किया जाता है और विभिन्न समाकलों के मूल्य का पता कैसे लगाया जाता है आइए देखें कि निश्चित समाकलों का पता लगाने के लिए एंटी-डेरिवेटिव का उपयोग कैसे किया जा सकता है,

इसलिए इससे पहले कि हम समस्याओं को हल करना शुरू करें कुछ अवधारणाओं पर चर्चा करें तो आइए हम एक ऐसा कार्य करें जो सकारात्मक और निरंतर हो और हम इसे आकर्षित करें यह एक है यह बी है

इसलिए यह फंक्शन क्षेत्र फंक्शन का प्रतिनिधित्व करता है यह इस छायांकित क्षेत्र का प्रतिनिधित्व कर रहा है और इसे क्षेत्र फंक्शन के रूप में जाना जाता है यदि मैं डालता हूं  $b$   $x$  के स्थान पर यह आपको वक्र के नीचे का क्षेत्र देगा जो  $1$   $e$   $s$  के बीच  $x$  बराबर  $nx$   $x$  अक्ष के ऊपर  $b$  के बराबर होता है

इसलिए इस क्षेत्र फंक्शन का उपयोग करके हम दो महत्वपूर्ण प्रमेय बताते हैं एक को कैलकुलस के एच मौलिक प्रमेय के रूप में जाना जाता है और दूसरा कैलकुलस दो का मौलिक प्रमेय है,

इसलिए आइए हम कैलकुलस के पहले मौलिक प्रमेय पर चर्चा करें। तो यह कहता है कि यदि आपके पास एक फंक्शन है यदि  $fx$  निकट अंतराल  $ab$  पर निरंतर है और क्षेत्र फंक्शन को  $a$  से  $fxdx$  के रूप में परिभाषित किया गया है, तो एक डैश  $x$  दूसरे प्रमेय को  $fx$  के बराबर करता है जिसे कैलकुलस के दूसरे मौलिक प्रमेय के रूप में जाना जाता है, वास्तव में इसका उपयोग किया जाएगा निश्चित इंटीग्रल की गणना करना और यह कहता है कि  $fx$  को  $ab$  निकट अंतराल  $ab$  पर एक सतत कार्य होने दें और पूंजी  $fx$  छोटे  $fx$  का एक विरोधी व्युत्पन्न है जो कि  $f$  डैश  $x$  बराबर  $fx$  है तो  $a$  से  $b$   $fxdx$  बराबर है  $fx$   $x$  बराबर  $a$   $x$  के बराबर  $b$  होता है जिसे हम  $f$  घटा  $f$  के रूप में लिखते हैं,

इसलिए इस प्रमेय का उपयोग निश्चित इंटीग्रल का मूल्यांकन करने के लिए किया जा सकता है, बशर्ते हम एंटी-डेरिवेटिव्स को जानते हैं, आइए हम कुछ समस्याओं को हल करें और देखें कि विभिन्न इंटीग्रल का मूल्यांकन करने के लिए इस प्रमेय का उपयोग कैसे करें ताकि हम पहले से ही कुछ इंटीग्रल का मूल्यांकन किया गया है और हम उनकी मदद लेंगे,

इसलिए हमने देखा है कि इस इंटीग्रल का मान जो वक्र के नीचे के क्षेत्र को दर्शाता है एक प्लस  $x$  वर्ग जो  $x$  के बीच शून्य के बराबर है और  $x$  एक्स अक्ष के ऊपर एक के बराबर है चार बटा तीन और जो हमें राशियों की सीमा की प्रक्रिया से मिला है, अब एंटी-डेरिवेटिव की विधि लागू करें और देखें कि क्या आपको समान मूल्य मिल रहा है या नहीं, इस प्रमेय द्वारा इस इंटीग्रल का मान होगा  $fx$  से  $x$  शून्य से जाता है से  $x$   $1$  पर जाता है जहां  $fx$   $1$  जमा  $x$  वर्ग का विरोधी व्युत्पन्न है जो कि  $f$  डैश  $x$   $1$  जमा  $x$  वर्ग है,

इसलिए हम आसानी से पता लगा सकते हैं कि एक जमा  $x$  वर्ग का विरोधी व्युत्पन्न यह एक जमा  $x$  वर्ग का इतना विरोधी व्युत्पन्न होगा  $x$  प्लस  $x$  क्यूब बटा थ्री है

इसलिए इंटीग्रल का मान  $x$  प्लस  $x$  क्यूब बटा  $3$   $x$  है,  $0$  से  $1$  तक जाता है प्रमेय को लागू करने से हम देखते हैं कि हमें  $1$  प्लस  $1$  बटा  $3$  माइनस  $0$  मिलता है जो कि  $4$  बटा  $3$  के बराबर है और जो राशि की सीमा से प्राप्त मूल्य के समान है आइए हम एक और उदाहरण लेते हैं जो हमारे पास है एक्स के बीच का क्षेत्र  $0$  के बराबर है और  $x$  वक्र के नीचे वक्र के  $1$  के बराबर है ई पावर माइनस  $x$  जो कि एक्स अक्ष के ऊपर स्थित है और हमने देखा है कि यह  $1$  माइनस ई से पावर माइनस एक है यदि आप दूसरा लागू करते हैं कलन का मौलिक प्रमेय यह है कि यह आपके बराबर होगा आप आसानी से देख सकते हैं कि  $d$  बटा  $dx$  इसका  $e$   $0$  माइनस  $x$  है जिसका अर्थ है कि माइनस  $e$  पावर माइनस  $x$   $e$  माइनस  $x$  का एंटी-डेरिवेटिव है

इसलिए प्रमेय द्वारा आप इसे लिख सकते हैं इस तरह और जो एक माइनस ई से पावर माइनस एक के बराबर है और आप फिर से देख सकते हैं कि यह मान जो आपको योग की सीमा से मिला है, वही मान है जो आपको अगली कक्षा में अब एंटी डेरिवेटिव्स का उपयोग करके मिला है। हम निश्चित समाकलों के गुणों के बारे में अधिक जानेंगे और अधिक जटिल समस्याओं का समाधान करेंगे धन्यवाद