

विद्यार्थ्यांचे स्वागत आहे म्हणून या व्याख्यानात आपण विशिष्ट फंक्शन्सच्या श्रेणीची गणना करण्यासाठी डेरिव्हेटिव्हजचा अनुप्रयोग पाहू. त्यामुळे अधिक विशिष्टपणे आपण ते शिकू मी तुम्हाला सांगतो की दोन फंक्शन्सचे गुणोत्तर म्हणून लिहिलेल्या फंक्शन्सची रेंज शोधण्यासाठी कोणते Lopital नियम ओळखले जातात. आम्ही Lopital नियम शिकू म्हणून ते करा  $f(x)$  ते  $x$  च्या गुणोत्तरामध्ये  $g(x)$  चे गुणोत्तर खालील  $c$  ची मर्यादा आहे मोजा करण्यासाठी वापरलेले आहे कुठे  $c$  वास्तविक संख्या वाढली यावरून आपल्याला असे म्हणायचे आहे की  $c$  आहे एक वास्तविक संख्या किंवा बेरीज किंवा वजाबाकी अनंत आहे तर प्रथम एक विशेष बाब पाहूया, समजा  $f(x)$  आणि  $g(x)$  काही अंतराने सतत भिन्नता विभेदक कार्ये समाविष्टीत आहे  $i$  मध्ये  $c$  समाविष्टीत आहे आणि  $c$  बरोबर  $f$   $c$  म्हणजे  $g$  बरोबर असे गृहीत धरा आणि दोन्ही शून्य आहेत आणि आपण गृहीत धरतो की  $c$  prime  $g$  शून्य नसलेला आहे. मग आपण  $f(x)$  ने  $f(x)$  लिहू शकतो  $c$  ला  $f(x)$  वजा  $f$  ने  $g(x)$  वजा  $c$  ने भागा त्याची  $f$  असल्याने  $c$  चा  $f$  शून्य आहे आणि  $c$  चा  $g$  शून्य आहे आणि आपण ते  $f(x)$  उणे  $f$   $c$  असे लिहू शकतो  $x$  उणे  $c$  भागिले  $g(x)$   $x$  उणे  $c$  वजा  $c$  वर  $c$  तर हे सर्व  $v$   $alid$  असेल तर  $x$  मी मालकीचा आहे आणि  $x$  हे  $c$  च्या बरोबरीचे नाही तर आता आपण हे  $f(x)$  by  $g(x)$   $f(x)$  वजा  $f$   $x$  वजा  $c$  असे लिहिले आहे आणि  $x$  उणे  $c$  चे गुणोत्तर म्हणून  $g(x)$  उणे  $g$  आता लक्षात आले की आपल्याला माहित असलेली मर्यादा आहे  $f(x)$  वजा  $x$  by  $f$   $c$  वजा  $c$  by  $f$  हे  $f$  च्या व्युत्पन्नापेक्षा अधिक काही नाही आता  $c$  ची मर्यादा  $x$  आहे च्या  $f(x)$  वजा  $f$   $c$  बाय  $x$  वजा  $c$  हे  $f$  prime  $c$  च्या बरोबरीचे असल्याने आम्ही गृहीत धरा की या श्रेणीमध्ये  $f$  वेगळ्या प्रकारे अस्तित्वात आहे आणि  $c$  आणि मधील व्युत्पन्नाच्या समान आहे  $x$  जवळ  $c$  ची मर्यादा  $g(x)$  वजा  $g$   $c$  ने वजा केली आहे आणि  $x$  वजा  $c$  ही  $g$  अविभाज्य  $c$  बरोबर आहे. याव्यतिरिक्त, आम्ही असे गृहीत धरतो या भाजकाची मर्यादा जी अविभाज्य  $c$  नॉन-शून्य असणे आवश्यक आहे हे दिले म्हणून मर्यादित आहे चला  $x$   $f(x)$  वजा  $f$   $c$  च्या  $c$  वर जाऊ  $x$  वजा  $c$  वर  $g(x)$  वजा  $g$   $c$  द्वारे  $x$  वजा  $c$  हे गुणोत्तर  $x$  साठी  $f(x)$  बाय  $g(x)$  पेक्षा जास्त काही नाही. तर  $c$  बरोबर आहे  $x$  ची सीमा  $f(x)$   $g(x)$  च्या  $c$  ला जाते  $f$  अविभाज्य  $c$  च्या बरोबर भागिले  $g$  अविभाज्य  $c$  पण हे लक्षात ठेवा की हा  $x$  चा  $c$  चा  $f$  प्राइम  $x$  आहे विभागणी मर्यादेच्या बरोबरीने.  $ed$  by  $limit$   $x$   $g$  prime  $x$  चा  $c$  जात आहे कारण  $f$  प्राइम  $x$  आणि  $g$  प्राइम  $x$  कोण म्हणती अविरत  $X$  गृहीत धरले आहे समान  $x$  सतत आहे असे गृहीत धरले जाते तर  $x$  ची सीमा  $f(x)$  च्या  $c$  ला जाते मर्यादा मर्यादा समान आहे.  $f$  प्राइम  $x$  च्या  $c$  वर जात आहे  $g$  भागिले अविभाज्य  $x$  तर हा वरील नियम आहे जो वरील नियम आहे अधिक सामान्य प्रकरणांमध्ये वैध ते लोपिटल नियम म्हणून ओळखले

त्यामुळे हे लॉलीपॉप फ्रेंच गणितज्ञांचे नाव आणि ते लोपिटल उच्चारल्याप्रमाणे तर इथे  $h$   $h$  शांत तर आता मी अधिक सामान्य परिस्थितीत लोपिटल नियम म्हणून, समजा  $c$   $f(x)$  ची मर्यादा  $x$   $c$   $g(x)$  ची मर्यादा जे शून्य किंवा अधिक किंवा वजा जे अनंताच्या बरोबरीचे आहे  $f(x)$  द्वारे  $g(x)$  मर्यादा  $x$ . जर तुम्ही सी. तर जर आपल्याकडे शून्याने अमर्याद आकार असेल किंवा शून्याने अमर्याद असेल जर या अनिश्चित आकारांपैकी एकाची ही मर्यादा असेल तर शून्य बाय शून्य किंवा अधिक वजा अनंताने आम्ही हा  $l'$ hopital नियम लागू करतो आणि दुसरा गृहितक आहे असेही गृहीत धरा मर्यादा  $x$   $f$  प्राइम  $x$  चा  $c$  प्राइम  $x$  बाय  $g$  प्राइम  $x$  हे अस्तित्वात आहे तर या फंक्शन्सच्या डेरिव्हेटिव्हजच्या गुणोत्तराची मर्यादा  $f$  आहे हे कसे तरी कळू द्या. आणि जेव्हा  $g(x)$   $c$  वर येतो तेव्हा ही मर्यादा अस्तित्वात असते आणि आपल्याकडे तो  $g$  prime  $x$  असतो अंतराने सर्व  $x$  साठी शून्य नसणे, आय कदाचित  $c$  हे  $x$  च्या बरोबरीचे आहे असे गृहीत धरून आपण असे गृहीत धरू की तेथे काही अंतर आहे  $G$  प्राइम हा  $c$  सोडून सर्व  $x$  साठी शून्य नसलेला असू शकतो मग निष्कर्ष आहे जेव्हा मर्यादा  $x$   $f(x)$   $c$  च्या जवळ येते,  $g(x)$  ते अस्तित्वात असते आणि या मर्यादेसाठी काहीही नाही नाही.  $f$  प्राइम  $x$  बाय  $g$  प्राइम  $x$  ची मर्यादा तर इथे लक्षात ठेवा की फक्त जर आमच्याकडे हे  $f(x)$  by  $g(x)$   $0$  by  $0$  किंवा  $infinite$  by  $infinite$  आहे पण आमच्याकडे ही मर्यादा आहे आपण अविभाज्य  $x$  ची मर्यादा  $g$  ने  $f$  लिहू शकतो.  $prime$   $x$  जर उजवीकडे ही मर्यादा अस्तित्वात असेल तर शून्याला शून्याची मर्यादा नाही पण आपण हा  $l'$ hopital नियम लागू करू शकत नाही म्हणून आपण काही उदाहरणे पाहू. पहिले उदाहरण म्हणजे मी  $x$  या मर्यादेसह  $x$  चिन्हाच्या शून्याकडे जात आहे तर इथे जर आपण ते  $x$   $0$  पाहिले चिन्ह  $x$   $0$  वर जाते आणि  $x$   $0$  वर जाते म्हणून ते आता  $0$  बाय  $0$  च्या स्वरूपात आहे  $x$  च्या मर्यादेवर  $x$  चे व्युत्पन्न शून्य होत असल्याचे आपण पाहिले तर  $d$  by  $d$   $x$   $x$   $dx$  मग ते  $x$  च्या मर्यादेइतके असेल,  $x$  चिन्हाचे व्युत्पन्न जर आपल्याला माहित असेल की कोसाइन  $x$  आहे आणि  $x$  चे व्युत्पन्न  $a$  आहे म्हणून आपल्याकडे ते  $\cos$   $x$  च्या मर्यादेइतके  $a$  आणि  $x$  शून्याच्या जवळ आल्यावर  $\cos$   $x$  च्या मर्यादेइतके आहे एकाने भागलेले कॉस शून्याशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून ते एक समान आहे तर आम्हाला येथे जे मिळाले ते म्हणजे त्याच्या व्युत्पन्नांना मर्यादा आहे आणि जर तुम्ही डेरिव्हेटिव्ह असाल तर जर तुम्ही  $G$  प्राइम  $x$  पाहिला तर ते सर्व  $x$  साठी  $1$  इतके असेल तर ते शून्य नसलेले असेल तर  $x$  लोएल नियम  $X$  बरोबर  $x$  मर्यादेच्या  $x$   $x$   $x$   $x$  बरोबर आपल्याजवळ असलेल्या एकाच्या बरोबरीचे आहे मी थेट गणना केली आहे हे लक्षात घ्या येथे आम्ही वस्तुस्थिती वापरतो साइन  $x$  त्याचे व्युत्पन्न खरेतर कोसाइन  $x$  हे आपण ज्या पद्धतीने साइन  $x$  चे व्युत्पन्न मोजले आहे असे आपल्याला वाटत असेल तर  $\cos$   $x$  आपण त्याचा वापर करतो  $x$  ते  $\sin$   $x$  ची मर्यादा एक बरोबर आहे ही वस्तुस्थिती आपण वापरतो पण समजा तुम्हाला ही वस्तुस्थिती दुसऱ्या मार्गाने माहीत असेल तर आमच्याकडे हा  $l'$ hopital नियम आहे. आपण सेकंद वापरून  $x$  या चिन्हाद्वारे  $x$  च्या मर्यादेचे मूल्यमापन करू शकतो आणि उदाहरण मर्यादा पाहू  $x$   $0$  ते  $e$   $0$  ते  $x$  वजा एक वजा  $x$   $x$  चौरसाने भागले तर पुन्हा  $i$   $f(x)$   $e$  आहे  $x$  वजा एक वजा  $x$   $g(x)$   $x$  वर्ग  $0$  आहे का ते पाहू हॉल लॉब हॉल हॉल  $0$  हाराव  $0$  आणि  $lob$  आणि denominator दोन्ही  $x$

So  $lob$  चे अविभाज्य कार्य आहेत मर्यादा शून्य भाजकाची मर्यादा शून्य आहे म्हणून ती  $l'$ hopital नियम लागू होते लोबचे व्युत्पन्न  $x$  हे शून्यावर जाणाऱ्या  $x$  मर्यादेइतके आहे  $l'$ hopital नियम वापरून एकक  $e$  ला दोन  $x$  ने भागून वजा करा आता ही मर्यादा आता पाहिली तर  $x$  मधून  $e$  ची वजाबाकी एक आहे जेव्हा  $x$  शून्याच्या जवळ येतो, तेव्हा  $e$  वरून शून्य शून्य म्हणजे ते स्थिर असते शून्याने शून्याच्या रूपात त्यामुळे आम्ही आता पुन्हा Lopital नियम लागू करण्याचा प्रयत्न करू शकतो जर आपण  $lob$  आणि  $her$  चे व्युत्पन्न पाहिले तर आपल्याला  $lob$  चे व्युत्पन्न  $e$  to  $x$  असे मिळेल. भाजकाचा भाजक दोन आहे. तो पुन्हा  $n$  वापरून कक्षीय आहे आता  $e$  ते  $x$  हे अखंड कार्य आहे त्यामुळे ही मर्यादा  $e$  ते  $th$   $e$  भागिले शून्य दोन पेक्षा जास्त नाही. जे एक बाय दोन इतके आहे म्हणून आपण येथे या उदाहरणात पाहिल्याप्रमाणे आता टिप्पणी करा

त्यामुळे मर्यादेचे मूल्यांकन करण्यास सक्षम होण्यासाठी आम्हाला दोनदा  $l'$ hopital नियम वापरावा लागला काही वेळा लोपिटल नियम लागू करावे लागेल मर्यादा गणना करण्यासाठी मी काही गुंतागुंतीचा उल्लेख करतो ज्या होऊ शकतात समजा आपण  $x$  च्या व्याप्तीचे मूल्यमापन करण्याचा प्रयत्न केला  $e$   $x$  अधिक  $e$  उणे  $x$  च्या अनंततेपासून  $e$  वजा  $x$  वजा  $e$  ते वजा  $x$ , त्यामुळे आपण येथे पाहू शकतो. की जेव्हा  $x$  अनंतात जातो तेव्हा तो  $x$  ला अनंत असतो  $e$  च्या जवळ  $x$  वजाबाकी शून्याच्या जवळ येते म्हणून आपल्याला ते अनंत रूपाने अनंत रूप मिळते

त्यामुळे आम्हाला थेट Lopital नियम वापरण्याचा मोह होऊ शकतो जर आपण  $l'$ hopital नियम  $x$  हा मर्यादेच्या बरोबरीचा वापर केला तर  $e$  चे व्युत्पन्न अनंत आहे.  $Goes$   $x$  देतो  $x$   $x$  ची व्युत्पन्न  $e$  ची  $x$  वजाबाकी  $e$   $x$  वजाबाकी देते भाजकाच्या व्युत्पन्नाने भागाकार केल्यास  $e$  अधिक  $x$  अधिक वजा  $x$  मिळते आता जर आपण पुन्हा अनंताकडे बघितले तर लोब अनंत भाजकाकडे जातो तर तो  $es$  वरून अनंताकडे जातो. तो अजूनही अनंत रूपाने अनंत आहे इथे मी  $lh$  असे लिहीन की आपण मी  $l'$ hopital चे नियम लागू करत आहे म्हणून मी पुन्हा  $l'$ hopital चे नियम लागू केले तर आपल्याला मर्यादा  $x$  अनंत मिळेल व्युत्पन्न  $x$  अधिक  $e$  वजा  $x$  ते  $e$  ते  $x$  वजा  $e$  ते उणे  $x$  द्वारे दिले जाईल जे खरी मर्यादा तर इथे आपण पाहतो की  $l'$ hopital नियम आम्ही ही मर्यादा अनेक वेळा लागू करून मोजू शकू नाही आम्ही थेट लोपिटल नियम अर्ज द्वारे मर्यादा गणना करू शकणार नाही तथापि जर आपण  $x$  बरोबर  $e$  लावू मग  $y$  बरोबर  $y$   $x$  जेव्हा सकारात्मक अनंताच्या जवळ येतो,  $y$  अनंताच्या जवळ जातो येतो आणि

मग मर्यादा  $e$  सह  $x$  आणि  $e$  ची वजाबाकी  $x$  ने  $e$  वजा  $x$  वजा  $e$  ते  $x$  होईल हे आणखी काही नाही,  $y$  अधिक  $e$  उणे  $x$  एक  $y$  by  $y$  वजा एक  $y$  असेल आणि ते  $y$  वर्ग अधिक एक हा  $y$  वर्ग वजा एक म्हणून लिहिता येईल म्हणून  $x$  ला  $e$  च्या अनंततेपर्यंत मर्यादित करा  $x$  अधिक  $e$  वजा  $x$  बाय  $x$  वजा  $x$   $e$  मधून वजाबाकी  $x$   $y$   $goi$  च्या मर्यादितपेक्षा जास्त काही नाही. ज्याची गणना कशी करायाची हे आम्हाला माहित आहे आम्हाला जास्तीत जास्त पॉवर  $y$  स्केअर लोब मिळेल आणि 1 च्या अनंतावर जाऊन  $y$  अधिक 1 ने 1  $y$  वर्ग 1 ची मर्यादा असलेल्या भाजकाने भागा समान वजा 1 बाय  $y$  वर्ग आणि नंतर त्यात एक अधिक शून्य एक वजा शून्य जोडले म्हणजे मर्यादा एक आहे किंवा आम्ही 1'hopital नियम वापरू शकतो आमच्याकडे  $y$  ची मर्यादा आहे लिहायला lopital मी नियम वापरू शकतो  $y$  हा अनंत  $y$  वर्ग अधिक एक बाय  $y$  वर्ग वजा  $a$  इट आहे Infinite by infinite form म्हणून 1'hopital द्वारे आपण ते लिमिट  $y$  म्हणून लिहू शकतो लोबच्या व्युत्पन्नाच्या अनंताकडे गेल्यास भाजकाने भागिले  $2y$  मिळते आणि पुन्हा  $2y$  मिळते आणि आपण या 2 ने  $2y$  वजा करू शकतो आणि आपल्याला हे 1 मिळते. तर हे उदाहरण काही काळ दाखवते Lopital नियम लागू करण्यापूर्वी आम्हाला काही बदलण्याची आवश्यकता आहे आम्ही दुसरे आहोत मी उदाहरणे पाहू शकतो जेथे थेट 1'hopital नियम लागू करणे कोठेही आढळत नाही म्हणून समजा I. वर्गमूळ  $x$  अधिक वर्गमूळ  $x$  अधिक 1 वर्गमूळ  $x$  वजा 1 भागिले वर्गमूळ  $x$  तर ते पुन्हा इन्फिनिटी बाय इन्फिनिटीच्या रूपात आहे आणि जर आपण डायरेक्ट 1'hopital नियम वापरला तर तो मर्यादा  $x$  बरोबर असेल जी मर्यादा आहे वर्गमूळ  $x$  चे व्युत्पन्न 2 वर्गमूळ  $x$   $x$  1 आणि देते आपल्याकडे  $x$  ची अर्धी वजाबाकी आहे वजाबाकी अर्धा  $x$  उणे तीन बाय दोन मधून पुन्हा आहे एक बाय दोन रूट  $x$  तीनने दोन वजा करण्यासाठी अर्धा  $x$  जोडणे आता  $x$  अनंताकडे जात असल्याने, येथे लॉब करा शून्य आहे आणि भाजक दोन्ही संज्ञा शून्यावर जातात म्हणून हे शून्याने शून्य आहे जर आपण लोपिटल नियम पुन्हा लागू केला तर आपण  $x$  मर्यादा अमर्याद असणार आहे, अर्धा वजा करण्यासाठी अर्धा  $x$  आहे म्हणून आपल्याला एक चतुर्थांश वजाबाकी मिळेल तीन मधून  $x$  वजा करा आणि नंतर त्यास तीन बाय चार  $x$  वजा पाच वजा करा वजाबाकी एक चतुर्थांश  $x$  उणे तीन बाय दोन असेल ते उणे असेल तीन वजा चार  $x$  वजा पाच बाय दोन हे पुन्हा शून्य बाय शून्य बनते म्हणून ला लोपीटल नियम लागू करा यामुळे अभिव्यक्ती अधिक क्लिष्ट होते अधिक गुंतागुंतीचे झाले तथापि आपण limit  $x$   $goi$   $g$  ला अनंत वर्गमूळ  $x$  अधिक एक वर्गमूळ  $x$  असे लिहू शकतो वर्गमूळ  $x$  बाय वजा एक वर्गमूळ  $x$  जसे आपण ही अभिव्यक्ती सोपी करून  $x$  अधिक एक वजा  $x$  वजा एक असे लिहू शकतो कॅन आणि नंतर हे पाहणे सोपे आहे की ही मर्यादा एक लोब आहे आणि भाजकाला  $x$  ने विभाजित करते किंवा तुम्ही येथे 1'hopital नियम वापरू शकता आणि तो मर्यादा  $x$  आहे डेरिव्हेटिव्हच्या अनंताकडे जाण्याने एक एक होईल म्हणून ते एक समान आहे त्यामुळे ही दोन उदाहरणे दाखवण्यासाठी होती की तुम्ही लोपिटल नियम आंघोळीपणाने लागू करू नये 1'hopital लागू करण्यापूर्वी काहीतरी सोपे करण्याचा प्रयत्न करा. आता आपण हा 1'hopital नियम पाहू. इतर अनिश्चित स्वरूपांचे साठी वापरता येईल उदा. शून्य गुणवत्ता अनंत आहे किंवा अनंत वजा अनंत आहे पॉवर इन्फिनिटी 1 पासून 0 शक्ती 0 इ. कसा तरी अनंत हे शून्याने किंवा अनंताचे शून्याने रूपांतर होते, तर उदाहरणार्थ प्रथम  $x$  ची मर्यादा काढू  $x -$  त्याची अनंत  $x$  चौरस पट  $e$  मधील वजाबाकी  $x$  ला जाते, म्हणून येथे आपण  $x$  पाहतो  $X$  स्केअर अनंतात जातो आणि मिनिट  $s$   $x$  शून्यावर जातो म्हणून तो अनंतपणे शून्याने गुणाकार केला जातो जे आपण पाहिले ते अनिश्चित स्वरूपाचे आहे परंतु आपल्यासाठी ते दोन फंक्शन्स आणि दोनचे उत्पादन आहे फंक्शन्सचे गुणोत्तर नाही म्हणून 1'hopital नियम आम्हाला लागू करण्यास सक्षम असेल आपल्याला फक्त ते दोन फंक्शन्सच्या गुणोत्तरामध्ये रूपांतरित करायचे आहे जेणेकरून आपण ते  $x$  ची मर्यादा म्हणून लिहू शकू.  $x$  हा  $x$  ने भागलेल्या वर्गाच्या अनंताकडे जातो आता आपण लोबकडे पाहिले तर ते अनंत आहे प्रत्येकजण जातो म्हणून आपल्याला अनंत स्वरूपात अनंत मिळतात.

त्यामुळे आम्ही लॉबस्टर नियम लागू करू शकतो आणि आम्हाला ते  $x$  मिळाले  $x$  वर्ग  $x$  च्या व्युत्पन्नाची मर्यादा  $x$  साठी अनंत  $x$  वर जाते,  $e$  चे  $2x$  व्युत्पन्न देते  $e$  आहे  $x$  हे अनंत रूपाने अजूनही अनंत आहे म्हणून आम्ही पुन्हा एकदा हॉस्पिटलचा नियम लागू करतो आणि तो मर्यादा  $x$  ला  $2x$  च्या अनंताने भागून देतो आता  $x$  अनंत आहे जर ते Lob2 च्या अनंतापर्यंत गेले तर ते शून्य आहे म्हणून आम्ही सहसा आपण दाखवू शकतो की  $x$  ची मर्यादा  $x$  च्या अनंततेपासून  $n$  गुणा  $e$  ते उणे  $x$  पर्यंत जात आहे धन पूर्णांक  $n$  साठी 0 बरोबर आहे कारण आपण त्याला  $x$  ते  $n$  ने  $e$  ने भागतो आणि  $x$  असे लिहितो आणि आम्ही 1'hopital नियम लागू करणे सुरू ठेवतो जेणेकरून जेव्हा आपण जेव्हा तुम्ही डेरिव्हेटिव्ह घेता, तेव्हा भाजक नेहमी  $x$  सह  $e$  असतो, तुम्हाला ते मिळत राहते  $e$   $x$  साठी जेथे लोब  $x$  पासून  $n$  पर्यंत आहे, म्हणून जेव्हा आपण जर आपण  $x$  चे व्युत्पन्न  $n$  वर घेतले तर निर्देशांक एकाने कमी होतो म्हणून जर आपण  $n$  व्युत्पन्न घेतले तर आपण लोबमध्ये एक स्थिर पब आणि भाजक अजूनही  $e$  जवळ असेल.  $x$  म्हणून ही मर्यादा शून्य असेल दुसरे उदाहरण पाहू  $x$  फंक्शनच्या उजवीकडे,  $x$  ची शून्य मर्यादा  $x$   $x$  वेळाचा नैसर्गिक लॉग आहे तर येथे आपण उजव्या हाताची मर्यादा घेत आहोत कारण येथे आपण  $\log x$  ची व्याख्या केली आहे मर्यादा मी घेत आहे. कारण  $x$  हा शून्य प्लस वर जाणार आहे लॉग  $x$  परिभाषित केले आहे आता फक्त  $x$  शून्यापेक्षा मोठा आहे जर आपण  $x$  कडे 0 जवळ आल्यावर पाहिले तर काय होणार आहे? आम्ही पाहिले आहे की लॉग  $x$  ला जे घडणार आहे ते नकारात्मक अनंताकडे नेईल, लॉग  $x$  चा आलेख समजा अशा प्रकारे 1 लॉग  $x$  चे मूल्य 0 आहे आणि जर  $x$  1 पेक्षा कमी असेल तर लॉग  $x$   $i$  चे मूल्य ऋण असेल आणि तुम्ही  $x$   $\log x$  चे मूल्य कमी कराल जर असेल, तर ऋण अनंताकडे जाते, म्हणून ही मर्यादा शून्य गुणा वजा अनंत आहे आपल्याला ते शून्यातून शून्यात किंवा अनंत ते अनंत रूपात रूपांतरित करायचे आहे म्हणून चला  $x$  बरोबर  $x$  लॉग लिहा आपण हा लॉग  $x$   $x$  ने भागून लिहू शकतो नकारात्मक मध्ये आता हा लोब नकारात्मक अनंतात आहे भाजक सकारात्मक अनंताकडे जातो म्हणून तो अनंत स्वरूपात नकारात्मक अनंत असतो

त्यामुळे 1'hopital नियमानुसार ही मर्यादा  $x$   $x$  लॉग  $x$  अधिक शून्य  $x$  आहे लॉग  $x$  एकाने  $x$  मध्ये शून्य जोडणार आहे आणि मी 1'hopital नियम वापरल्यास तेच आहे लॉग  $x$  च्या डेरिव्हेटिव्हची मर्यादा 0 प्लस वर जाणारी  $x$  बरोबर आहे.  $x$  बाय 1 चा व्युत्पन्न हा वजा 1 बाय  $x$  चा वर्ग आहे आणि जर आपण याला  $1x$  म्हणतो 1 ने भागाकार  $x$   $x$  ने भागाकार  $x$  वर्ग  $x$  पेक्षा जास्त काही नाही म्हणून ही मर्यादा  $x$  वजा  $x$  अधिक 0 तर ते 0 इतके आहे जेव्हा  $x$  शून्य प्लसच्या जवळ येतो तेव्हा  $x$  लॉग  $x$  ची मर्यादा शून्य असते आपण एक उदाहरण पाहण्याचा प्रयत्न करूया जिथे आपल्याकडे अनंत वजा अनंत स्वरूपाचे अनुकरण आहे तर  $x$  वजा 1 च्या 0 ते 1 पर्यंतची श्रेणी  $x$  चिन्हाने मोजण्याचा प्रयत्न करूया. म्हणजे  $x$  0 उजवीकडून आणि डावीकडून  $x$  अधिक किंवा वजा अनंताकडे जातो आणि  $x$  हे चिन्ह  $x$  म्हणून शून्याच्या जवळ येते म्हणून ते अनंत वजा अनंत रूप आहे आता आपण काय करू शकतो ते येथे आहे आपण एक साधा भाजक घेऊ शकतो आणि त्याला साइन  $x$  वजा  $x$  ने भागाकार  $x$  चिन्ह  $x$  ने भागू शकतो. आता जर आपण पाहिले की  $x$  0 च्या जवळ जाणारा लोब 0 च्या जवळ येत आहे आणि 0 0 च्या जवळ येत आहे

त्यामुळे आपल्याला 0 बाय 0 फॉर्म मिळू शकतो म्हणून आपण lopital नियम लागू करू शकतो आणि त्याला लॉबीची मर्यादा  $x$  म्हणून लिहू शकतो व्युत्पन्नाच्या 0 वर गेल्यास  $\cos x$  उणे 1 मिळते भाजकाच्या व्युत्पन्नाने भागा उत्पादन नियम वापरा आणि त्यास  $x$  अधिक  $x$   $\cos x$  असे चिन्ह मिळवा आता जेव्हा  $x$  0  $\cos x$  उणे 1 येतो तेव्हा  $\cos 0$  उणे 1 0 वर जातो आणि भाजकात  $x$  आणि  $x$   $\cos x$  हे चिन्ह आहे त्यामुळे ते 0 च्या जवळ येते म्हणून आपल्याला 0 बाय 0 फॉर्म मिळेल

त्यामुळे डेरिव्हेशन घेतल्यास 1'hopital नियम पुन्हा लागू करण्याचा प्रयत्न करूया  $\cos x$  चे व्युत्पन्न भागिले व्युत्पन्न चिन्ह  $x$  चे व्युत्पन्न मिळते.  $x$  व्युत्पन्न चिन्ह  $\cos x$  आहे आणि  $x$   $\cos x$   $\cos x$  उणे  $x$  साइन  $x$  जोडेल आता जर आपण  $x$  बरोबर शून्य ठेवले तर शून्य म्हणजे शून्य पण भाजकात  $\cos$  शून्य अधिक  $\cos$  शून्य आहे. यालाच मी  $x$  ला  $2 \cos x$  वजा  $x$   $\sin x$  ने भागणारे वजा चिन्ह म्हणतो आणि आता आपल्याला 0 ला दोन ने भागले म्हणजे ते शून्य आहे म्हणून आम्ही 1'hopital नियम दोनदा वापरतो ही मर्यादा शून्याच्या बरोबरीची गणना करण्यास सक्षम आहे आणि ती शून्याने शून्यामध्ये रूपांतरित करू शकते आता त्याचप्रमाणे आपण  $x$  ची मर्यादा पाहू शकतो 1 अधिक  $x$  अधिक 1 वजा 1 पट टॅन  $2x$  सह.  $x$  उजवीकडून  $x$  उणे 1 ते 1 म्हणून ते 0 वर जाते आणि नंतर आपल्याकडे  $10 \pi$  बाय  $2x$  म्हणून टॅन  $x$  हे तुमच्यासारखे Infinity

Positive Infinity ला जाते 2 वरून डावीकडे जा आणि 2 उजवीकडून ऋण अनंताकडे जा तर येथे आपण  $x$  ही मर्यादा उजवीकडून 1 वर आल्यावर घेतो  $\pi$  by  $2 \times$  उजव्या बाजूने 2 च्या जवळ येतो म्हणून हे L'Hopital नियम वापरण्यास सक्षम होण्यासाठी 0 पट वजा बरोबरी अनंत म्हणून आपण त्याचे शून्यातून शून्यात किंवा अनंतातून अनंतात रूपांतर केले पाहिजे चला ते एक एक करून वजा  $x$  वजा एक टॅन करू चला cotangent म्हणून लिहिण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे आपण पाई च्या दोन  $x$  ने cot म्हणून लिहू शकतो आता आपल्याला शून्याने शून्य मिळते म्हणून जर आपण L'Hopital नियम लागू केला तर मर्यादा  $x$  बरोबर  $x$  आहे एक व्युत्पन्न  $x$  वजा एक मध्ये जोडल्यास कोटॅजंट वजा  $2 \times$  ची व्युत्पन्न कॉसेंट चौरस पाई मिळते  $2 \times$  द्वारे  $\pi$  चा बार व्युत्पन्न  $\pi^2$  द्वारे आहे म्हणून आपल्याला हे आणि ते मिळाले  $x$  ला 1 जोडा वजा 2 बाय पाई गुणाकार सायन स्केअर पाई हे दुसरे काहीही नसून  $2 \times$  ने मर्यादित आहे कारण कोसेकंट द्वारे 1 चिन्ह आणि आता  $x$  जातो म्हणून 1 सकारात्मक बाजूपासून 2 ने जातो  $x \times$  दोनने जातो म्हणून ते उणे आहे दोन बाय पाई गुणाकार करा साईन स्केअर पाईला दोन चिन्हांनी पाई दोनने गुणा म्हणजे उणे दोन पाई समान आणखी एक प्रकारची मर्यादा समजा आपल्याकडे 0 बाय 0 फॉर्म आहे म्हणून समजा  $x \times$  पॉवर  $x$  ची मर्यादा लिहा  $x$  बरोबर  $x$  उजव्या बाजूने शून्याच्या जवळ येतो म्हणून तो आता शून्य बाय शून्य आहे येथे आम्ही आहोत मी करतो  $x$  बरोबर  $x$  बरोबर  $f(x)$  नंतर  $x$  जर आपण लॉग घेतला तर  $f(x)$  चा नैसर्गिक लॉग  $x$  गुणिले  $x$  च्या नैसर्गिक लॉगच्या बरोबरीचा आहे हे आता आपल्याला माहित आहे आम्ही पाहिले आहे ते  $x \times$  ही मर्यादा लॉग  $x$  च्या शून्य प्लसवर जात आहे. हे 0 च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण त्याला लॉग  $x \times 1$  बाय  $x$  म्हणतो लिहून मोजले आणि नंतर L'Hopital नियम वापरून ही मर्यादा 0 इतकी आहे  $f(x)$  च्या लॉगमध्ये शून्य जोडून  $x$  ची मर्यादा शून्य आहे आपल्याला काय करावे लागेल याच्या बरोबरीने. तर  $f(x)$  ची मर्यादा काय आहे आता  $f(x)$  पॉवर लॉग हे  $f(x)$  मध्ये  $e$  शिवाय काहीही नाही, म्हणून मर्यादा  $x \times f(x)$  शून्यावर जाते आणि मर्यादा  $x$  पॉवर लॉग  $f(x)$  हे  $e$  च्या 0 अधिक वर जाण्यापेक्षा अधिक काही नाही आणि कारण अनुक्रमणिका एक सतत कार्य आहे हे  $e$  च्या पॉवर मर्यादेइतके होणार आहे,  $x$  शून्य अधिक  $f(x)$  वर जाणार आहे यामुळे  $e$  ते  $x$  अविरत कार्यासाठी विनाव्यत्यय  $x$  ची  $f$  ची मर्यादा  $f$  च्या मर्यादेइतकी आहे आणि आता ही मर्यादा शून्य असल्याचे आपल्याला आढळून आले आहे तर ते  $e$  च्या बरोबरीचे शून्य म्हणजे एक बरोबर आहे त्यामुळे ही मर्यादा पुढच्या मर्यादेइतकी आहे. अस्तित्वात असणे आवश्यक आहे म्हणून मला ते टिप्पणी म्हणून लिहू द्या  $g$  prime  $x$  वर जाऊन  $cf$  प्राइम  $x$  असल्यास  $x$  मर्यादित करा जर नाही या निष्कर्षपर्यंत आपण पोहोचू शकत नाही  $g(x)$  द्वारे  $f(x)$  ची मर्यादा ते अस्तित्वात नाही तर आपण असे म्हटले आहे की जर मर्यादा अस्तित्वात असेल तर मर्यादा  $f(x)$  देखील  $g(x)$  द्वारे अस्तित्वात आहे आणि  $f$  prime  $x$  ला  $g$  prime  $x$  ची मर्यादा नसली तरीही ते समान राहतात याचा अर्थ असा नाही की  $g(x)$  द्वारे  $f(x)$  ची मर्यादा अस्तित्वात नाही, उदाहरणार्थ  $f(x) \sin x$  बरोबर  $x$  जोडा आणि  $g(x)$  हे  $x$  बरोबर आहे नंतर मर्यादित  $x \times f(x)$  च्या सकारात्मक अनंताकडे जाणे अनंताच्या बरोबरी जी  $x$  च्या मर्यादेच्या अनंतापर्यंत जाते.  $x$  आता आपल्याकडे  $f$  prime  $x$  असल्यास  $f$  prime  $x$  बदल काय दिसेल समजा ते 1 प्लस फॅक्टर  $x$  च्या बरोबरीचे आहे  $G$  प्राइम  $x \times 1$  च्या बरोबर आहे म्हणून जर आपण  $f$  प्राइम  $x$  बाय  $G$  प्राइम  $x$  पाहिले तर ते एक अधिक  $\cos x$  बरोबर आहे.  $x$  च्या अनंताकडे जात आहे मर्यादा म्हणजे मर्यादा  $x \times 1$  अधिक  $\cos x$  च्या अनंताकडे जाणारी जी अस्तित्वात नाही कारण त्यात असीम  $\cos x \times \cos x$  ची मर्यादा अस्तित्वात नाही ऋण एक आणि एक दरम्यान दोलायमान आहे म्हणून  $x$  अनंताची मर्यादा नाही तथापि  $x$  ची मर्यादा  $f(x)$  च्या अनंत  $g(x)$  सह हे  $x$  बरोबर  $x$  आणि  $x$  च्या अनंत मर्यादेइतके आहे  $x$  ने भागिले मर्यादेने  $x$  ने 1 अधिक  $x$  ची अनंतता  $x$  चिन्हाने लिहिली पाहिजे आणि आता  $x$  ने  $x$  वर सही करा जेव्हा अनंताचा प्रश्न येतो तेव्हा आपल्याला माहित असते की  $x$  हे चिन्ह ऋण एक आणि एक आहे भाजकाला  $x$  ने बांधलेले आहे म्हणून हे चिन्ह  $x$  अनंत  $x \times x$  शून्यावर जाते आणि पाप पाप  $x \times x \times x$  वर जाते मोडमध्ये,  $x$  बरोबर  $x$  पेक्षा कमी आणि शून्य आणि  $x$  पेक्षा मोठे आहे जसजसे ते अनंताच्या जवळ जाते ते शून्यावर जाते म्हणून आपण सँडविच प्रमेय पाहतो  $x$  बाय  $x$  द्वारे पापाची अनंतता  $x$  बरोबर 0 आहे  $x$  ची मर्यादा  $f(x)$  च्या अनंताकडे जाणारी  $g(x)$  अधिक एक म्हणजे एक च्या बरोबरीची आहे जरी आपण थेट L'Hopital नियम वापरण्याचा प्रयत्न केला तरी आपल्याला  $f$  prime  $x$  ची  $g$  prime  $x$  ची मर्यादा मिळते जे अस्तित्वात नाही, परंतु याचा अर्थ असा नाही की ही उत्पत्ती मर्यादा अस्तित्वात नाही