

छात्रों का स्वागत है

इसलिए इस व्याख्यान में हम कुछ कार्यों

की सीमाओं की गणना करने के लिए डेरिवेटिव का एक आवेदन देखेंगे,

इसलिए अधिक विशेष रूप से हम

सीखेंगे कि दो कार्यों के अनुपात के रूप में लिखे गए कार्यों की सीमा का पता लगाने के लिए लोपिटल नियमों के रूप में क्या जाना जाता है,

इसलिए मुझे बताएं कि

हम करेंगे लोपिटल नियमों को जानें,

इसलिए इसका उपयोग फॉर्म सीमा x की सीमा की गणना करने के लिए किया जाता है, जो कि अनुपात $f(x)$ से $g(x)$ तक पहुंचता है,

जहां c विस्तारित वास्तविक संख्या में है, इसका मतलब है कि c या तो एक वास्तविक संख्या है या प्लस या माइनस इनफिनिटी है,

इसलिए पहले चलो हम एक विशेष मामले को देखते हैं मान लीजिए $f(x)$ और $g(x)$ कुछ अंतराल में लगातार अलग-अलग भिन्न कार्य हैं,

जिनमें c शामिल है, यह भी मानते हैं कि c का f , c के g के बराबर है और दोनों शून्य हैं और मान लें कि c पर g प्राइम शून्य

नहीं है तो हम $f(x)$ को $g(x)$ के रूप में लिख सकते हैं क्योंकि $f(x)$ घटा $f(c)$ का $g(x)$ घटा $g(c)$ का $g(x)$ है क्योंकि c का f शून्य है और c का g शून्य है और इसे हम f

x घटा $f(c)$ से विभाजित x से c के ऊपर लिख सकते हैं $g(x)$ माइनस $g(c)$ ओवर x माइनस c सो थि s ये सभी मान्य हैं

यदि x , i से संबंधित है और x , c के बराबर नहीं है, तो अब हमने इस $f(x)$ by $g(x)$ को

$f(x)$ घटा $f(c)$ गुणा x घटा c और $g(x)$ घटा $g(c)$ गुणा x घटा c के अनुपात के रूप में लिखा है, अब ध्यान दें

कि हम क्या जानते हैं यह है कि एफएक्स माइनस एफसी बटा एक्स माइनस सी की सीमा

कुछ भी नहीं है, लेकिन सी पर एफ का व्युत्पन्न है अब एक्स को एफएक्स माइनस एफसी बटा एक्स माइनस सी तक सीमित

करें यह एफ प्राइम सी के बराबर है क्योंकि हमने माना है कि एफ अलग है c पर यह सीमा

मौजूद है और c पर व्युत्पन्न के बराबर है और x की सीमा $g(x)$ घटा $g(c)$ के आने वाले c

को x घटा c से विभाजित करने पर g अभाज्य c के बराबर है, हम यह भी मान रहे हैं कि इस हर की सीमा जो g अभाज्य है सी यह गैर-शून्य होने के लिए दिया गया है

इसलिए एक्स माइनस एफसी के सी तक एक्स को सीमित करें एक्स माइनस सी ओवर जीएक्स माइनस जीसी बाय एक्स माइनस सी

यह कुछ भी नहीं है, लेकिन एफ प्राइम सी ओवर जी प्राइम सी है लेकिन यह अनुपात एफएक्स के अलावा कुछ भी नहीं है $g(x)$

द्वारा x के लिए c के बराबर नहीं है

इसलिए x की $f(x)$ बटा $g(x)$ के c पर जाने की सीमा f प्राइम c के बराबर है, जिसे g prime c से विभाजित किया गया है लेकिन ध्यान दें कि यह

x की सीमा f प्राइम x के c पर जाने की सीमा के बराबर है, इसे x से g अभाज्य x तक जाने की सीमा से विभाजित किया जाता है, ऐसा

इसलिए है क्योंकि f अभाज्य x और g अभाज्य x को निरंतर माना जाता है,

इसलिए x के बराबर c पर निरंतर माना जाता है।

x की सीमा $f(x)$ बटा $g(x)$ के c पर जाने की सीमा के बराबर है, f प्राइम x के c पर जाने वाले x की सीमा को g अभाज्य x से विभाजित किया जाता है,

इसलिए यह उपरोक्त नियम जो अधिक सामान्य मामलों के लिए मान्य है, को लोपिटल नियम के रूप में जाना जाता है,

इसलिए यह लोएल एक फ्रॉन्सीसी गणितज्ञ का नाम है और इसे लोपिटल के रूप में उच्चारित किया जाता है

इसलिए यहां एच चुप है

इसलिए अब मैं लोपिटल

नियम को और अधिक सामान्य स्थिति में बताऊंगा मान लीजिए कि x की $cf(x)$ में

जाने की सीमा x के $cg(x)$ पर जाने की सीमा के बराबर है जो बराबर है जीरो या प्लस या माइनस इनफिनिटी जो कि $f(x)$ बाय $g(x)$

लिमिट x है c पर जा रहा है, यह फॉर्म जीरो बाय जीरो या इनफिनिटी बाय

इनफिनिटी है,

इसलिए यदि हमारे पास यह सीमा है तो इनमें से किसी एक अनिश्चित फॉर्म में जीरो बाय

जीरो या प्लस माइनस इनफिनिटी बाय इनफिनिटी है फिर यह हम इस l' hopital नियम को लागू करते हैं

और दूसरी धारणा भी ass .

है ume कि सीमा x से f प्राइम x के c तक g प्राइम x यह मौजूद है

इसलिए मान लीजिए कि हम किसी तरह जानते हैं कि

इन कार्यों के व्युत्पन्न के अनुपात की सीमा f और g जैसे-जैसे x पास आता है, यह सीमा मौजूद है और हमारे पास वह g प्राइम है x

अंतराल में सभी x के लिए गैर-शून्य है, मैं संभवतः x के बराबर c पर स्वीकार करता हूं,

इसलिए हम मानते हैं कि

कुछ अंतराल है जिसमें उस अंतराल में सभी x के लिए जी प्राइम गैर-शून्य है,

सिवाय सी पर हो सकता है तो निष्कर्ष है फिर जैसे ही

x $f(x)$ बाय $g(x)$ के पास पहुंचता है, यह मौजूद होता है और यह सीमा और कुछ नहीं बल्कि f प्राइम x बटा g प्राइम x की सीमा होती है,

इसलिए यहां यह ध्यान रखना महत्वपूर्ण है कि केवल अगर हमारे पास यह $f(x)$ बाय $g(x) \rightarrow 0$ बटा 0 है या इन्फिनिटी बाई इन्फिनिटी फॉर्म तो हम इस लिमिट को इस तरह लिख सकते हैं f प्राइम x बाय जी प्राइम x की लिमिट, बशर्ते राइट हैंड साइड की यह लिमिट मौजूद हो, अगर हमारे पास ज़ीरो बाय ज़ीरो फॉर्म नहीं है तो हम इस l' hopital नियम को लागू नहीं कर सकते हैं।

तो आइए कुछ उदाहरण देखते हैं पहले उदाहरण मुझे साइन x बटा x के शून्य तक जाने की सीमा लेते हैं, तो यहां अगर हम देखते हैं जैसे $x \rightarrow 0$ पर जाता है साइन $x \rightarrow 0$ की ओर जाता है और $x \rightarrow 0$ के करीब पहुंचता है, इसलिए यह 0 बटा 0 रूप का है अब यदि हम x के x बटा d बटा dx के व्युत्पन्न के x की शून्य तक जाने की सीमा को देखें तो यह बराबर है x को शून्य तक सीमित करने के लिए साइन x के व्युत्पन्न को सीमित करने के लिए यदि हम जानते हैं कि कोसाइन x है और x का व्युत्पन्न एक है, तो हमें यह मिलता है कि यह कॉस एक्स की सीमा के बराबर है और कॉस एक्स की सीमा जैसे ही एक्स शून्य के करीब पहुंचता है, इसके अलावा और कुछ नहीं है।

शून्य को एक से विभाजित किया जाता है तो यह एक के बराबर होता है इसलिए हमें यहां जो मिला है वह यह है कि व्युत्पन्न की सीमा यह मौजूद है और यदि आप व्युत्पन्न जी प्राइम एक्स देखते हैं तो यह सभी एक्स के लिए 1 के बराबर है, इसलिए यह गैर-शून्य है।

x की लोएल नियम सीमा पाप x बटा x के 0 पर जा रही है यह एक के बराबर है जिसकी हमने सीधे गणना की है ध्यान दें कि यहां हम इस तथ्य का उपयोग करते हैं कि साइन एक्स का व्युत्पन्न कोसाइन एक्स है वास्तव में यदि आपको याद है कि हमने जिस तरह से व्युत्पन्न की गणना की है साइन एक्स का कॉस एक्स है, हम इसका इस्तेमाल करते हैं हमने इस तथ्य का इस्तेमाल किया है कि पाप एक्स बटा एक्स की सीमा एक के बराबर है, लेकिन मान लीजिए कि आप टी जानते हैं उसके तथ्य को किसी अन्य माध्यम से तो हम इस l' hopital नियम का उपयोग करके एक के बराबर साइन x x की सीमा का मूल्यांकन भी कर सकते हैं दूसरा उदाहरण आइए हम सीमा x को e के 0 से x घटा एक शून्य से x से विभाजित करके देखें वर्ग तो फिर से अगर मैं इसे देखता हूं तो एफएक्स ई से एक्स है शून्य से एक घटा x वर्ग 0 है अंश 0 है भाजक भी 0 है और अंश और हर दोनों निरंतर कार्य हैं x

इसलिए अंश की सीमा शून्य है सीमा हर का शून्य है इसलिए l' hopital नियम लागू करने से यह अंश के व्युत्पन्न के शून्य तक जाने वाली सीमा x के बराबर है जो कि x को माइनस एक को दो x से विभाजित करता है, यह अब l' hopital नियमों का उपयोग करके है यदि हम इस सीमा को अब देखें ई से एक्स शून्य एक के रूप में एक्स शून्य के करीब पहुंचता है ई शून्य

शून्य से शून्य है जो शून्य है

इसलिए यह अभी भी शून्य से शून्य रूप में है

इसलिए हम फिर से लोपिटल नियम लागू करने का प्रयास कर सकते हैं

इसलिए यदि हम अब फिर से व्युत्पन्न देखें अंश और हर में से हमें

अंश का व्युत्पन्न मिलता है e से x हर का व्युत्पन्न

दो है यह फिर से n कक्षीय का उपयोग कर रहा है अब e से x एक निरंतर कार्य है

इसलिए यह

सीमा कुछ भी नहीं है e से शून्य को दो से विभाजित किया जाता है जो एक बटा दो के बराबर होता है

इसलिए अब टिप्पणी करें जैसे हम यहां देखते हैं यह उदाहरण

यहां हमें सीमा का मूल्यांकन करने में सक्षम होने के लिए दो बार l' hopital नियम का उपयोग करना पड़ा है,

इसलिए सीमा की गणना करने के लिए हमें कई बार लोपिटल नियम लागू करना पड़ सकता है, मुझे कुछ जटिलताओं का उल्लेख करना

चाहिए जो हो सकती हैं मान लीजिए कि हम सीमा का मूल्यांकन करने का प्रयास करते हैं x ई के अनंत तक जा रहा है एक्स प्लस ई से

माइनस एक्स बाय ई से एक्स माइनस ई से माइनस एक्स तक तो यहां हम देखते हैं कि जैसे एक्स

अनंत ई से एक्स तक पहुंचता है यह अनंत तक पहुंचता है ई शून्य से एक्स शून्य तक पहुंचता है

इसलिए हमें

यह मिलता है कि यह अनंत रूप से अनंत रूप का है,

इसलिए हमें सीधे लोपिटल नियम का उपयोग करने के लिए लुभाया जा सकता है,

इसलिए यदि हम l' hopital नियमों का उपयोग करते हैं तो यह

x को व्युत्पन्न के अनंत तक जाने के बराबर है ई से एक्स को ई को एक्स देता है e

का ऋणात्मक x से व्युत्पन्न, e से th .

का ऋण देता है ई माइनस x को डिनोमिनेटर के व्युत्पन्न द्वारा विभाजित किया गया है, ई को एक्स प्लस ई को माइनस एक्स देता है अब अगर हम फिर से अनंत पर देखते हैं तो अंश अनंत में जाता है और अनंत में भी जाता है,

इसलिए यह अभी भी अनंत रूप से अनंत रूप में है,

मैं लिखूंगा क्रम में कहने के लिए कि हम $l'hospital$ के नियम को फिर से लागू कर रहे हैं यदि मैं लागू करता हूँ

$l'hospital$ नियम हमें सीमा x मिलती है जो अनंत व्युत्पन्न में जाती है e को x प्लस e को

माइनस x से e से x माइनस e तक माइनस x जो कि मूल सीमा ही है,

इसलिए यहां हम देखते हैं कि $l'hospital$ नियम कई बार लागू करने से भी हम

इस सीमा की गणना नहीं कर पाएंगे,

इसलिए हम सीधे लोपिटल नियम लागू करके सीमा की गणना करने में सक्षम नहीं होंगे, हालांकि अगर हम e को x में डाल दें तो y के बराबर है फिर जैसे ही x धनात्मक

अनंत तक पहुंचता है y अनंत तक पहुंचता है और फिर सीमा e से x जोड़ e से ऋण x गुणा

e से x घटा e से घटा x हो जाती है, यह और कुछ नहीं बल्कि y प्लस है e से माइनस

x x एक बटा y बटा y घटा एक बटा y होगा और यह हो सकता है y वर्ग प्लस वन बटा y वर्ग घटा एक के रूप में लिखा जाता है

इसलिए x को e के अनंत तक जाने की सीमा

x जोड़ e से घटाकर x से e से x घटा से e से घटाकर x कुछ भी नहीं बल्कि y

की अनंत तक जाने की सीमा है y वर्ग जोड़ 1 बटा y वर्ग घटा 1 जिसे हम गणना करना जानते हैं, हम

उच्चतम शक्ति y वर्ग अंश और हर से विभाजित कर सकते हैं जो कि y की सीमा के बराबर है जो

1 जमा 1 के अनंत तक y वर्ग से 1 घटा 1 गुणा y है वर्ग और फिर यह एक

+ शून्य बटा एक शून्य शून्य हो जाता है

इसलिए सीमा एक है या हम $l'hospital$ नियम का उपयोग कर सकते हैं हम y की अनंतता y वर्ग में जाने की सीमा लिखने के लिए लोपिटल नियम का उपयोग कर सकते हैं

प्लस एक बटा y वर्ग घटा एक यह है इन्फिनिटी बाय इन्फिनिटी फॉर्म

इसलिए $l'hospital$

हम इसे इस तरह लिख सकते हैं कि अंश के व्युत्पन्न की सीमा y अनंत तक जा रही है

$2y$ को हर से विभाजित करके फिर से $2y$ देता है और हम इस 2 को $2y$ से रद्द कर सकते हैं और हमें यह

1 के बराबर मिलता है।

तो यह उदाहरण दिखाता है कि कभी-कभी हमें आवेदन करने से पहले कुछ प्रतिस्थापन करना पड़ता है

जी लोपिटल नियम हम एक और उदाहरण देख सकते हैं जहां एल'हॉपिटल नियम को सीधे लागू

करना कहीं नहीं मिलेगा,

इसलिए मान लीजिए कि मैं वर्गमूल x प्लस 1 को वर्गमूल x से विभाजित

करता हूँ वर्गमूल x से घटाकर 1 वर्गमूल x से तो यह फिर से अनंत का है अनंत रूप से और अगर हम सीधे $l'hospital$ नियम का उपयोग करते हैं तो

यह सीमा x के अनंत तक जाने के बराबर होगा वर्गमूल x का व्युत्पन्न

1 बटा 2 वर्गमूल x प्लस हमारे पास x से माइनस आधा है यह माइनस आधा है

x से घटा तीन बटा दो तो फिर से हमारे पास एक बटा दो मूल x जमा आधा x से घटा तीन बटा दो अब जैसे x

अनंत तक जाता है यहाँ अंश शून्य हो जाता है और हर भी दोनों पद

शून्य हो जाता है

इसलिए यह शून्य से शून्य रूप है यदि हम फिर से लोपिटल नियम लागू करते हैं तो हमें सीमा x अनंत तक जाती है यह आधा

x से घटा आधा है

इसलिए हमें घटा एक चौथाई x से घटा तीन बटा दो और फिर प्लस

यह तीन बटा चार x से घटा पांच बटा दो बटा यह माइनस एक चौथाई

x से माइनस थ्री बटा टू थि .

होगा s माइनस थ्री बटा फोर x से माइनस फाइव बटा टू हो जाता है, यह फिर से जीरो बाय जीरो फॉर्म होता है

इसलिए ला लोपिटल नियमों को लागू करने से यह एक्सप्रेसन अधिक से अधिक जटिल हो जाता है और अधिक जटिल हो जाता है हालांकि

हम बस लिख सकते हैं एक्स को अनंत तक जाने की सीमा

वर्गमूल x प्लस वन बटा वर्गमूल x बटा वर्गमूल x माइनस वन बाय स्क्वायर रूट x जैसा कि हम इस व्यंजक को सरल बना सकते हैं

और

इसे x प्लस वन बटा x माइनस वन लिख सकते हैं और फिर यह देखना आसान है कि यह सीमा एक है

या तो अंश को विभाजित करके और x द्वारा हर या आप यहां $l'hospital$ नियम का उपयोग कर सकते हैं

और यह सीमा है x अनंत तक जा रहा है व्युत्पन्न का एक एक करके देगा,

इसलिए यह एक के बराबर है

इसलिए ये दो उदाहरण यह दिखाने के लिए थे कि आपको

नेत्रहीन नियम लागू नहीं करना चाहिए लेकिन l'hospital लागू करने से पहले कुछ सरलीकरण करने का प्रयास करें अब हम देखेंगे कि इस l'hospital नियम का उपयोग अन्य अनिश्चित रूपों के लिए किया जा सकता है जैसे कि शून्य गुणा अनंत या अनंत शून्य से अनंत $\frac{0}{0}$ से घात अनंत 0 से घात तक 0 आदि किसी भी तरह से शून्य से शून्य या अनंत रूपों द्वारा अनंत में बदलते हैं, उदाहरण के लिए पहले गणना करते हैं कि x की सीमा x वर्ग गुणा e से माइनस x तक की सीमा क्या है,

इसलिए यदि हम देखते हैं कि x अनंत तक जाता है तो x वर्ग जाता है अनंत ई से माइनस x शून्य हो जाता है

इसलिए यह अनंत गुणा शून्य रूप है जिसे हमने देखा है जो एक अनिश्चित रूप है, लेकिन यहां हमारे पास यह दो कार्यों का एक उत्पाद है और दो कार्यों का अनुपात नहीं है ताकि l लागू हो सके।

hospital नियम पहले हमारे पास इसे दो कार्यों के अनुपात में परिवर्तित करने के लिए है, इसलिए हम

इसे x वर्ग के अनंत तक जाने की सीमा के रूप में लिख सकते हैं, अब ई से x से विभाजित किया गया है, अगर हम अंश देखते हैं तो यह अनंत तक जाता है।

भाजक भी अनंत तक जाता है।

हम अनंत रूप से अनंत प्राप्त करते हैं

इसलिए हम लॉबस्टर नियम लागू कर सकते हैं और हमें यह मिलता है कि x वर्ग के व्युत्पन्न की सीमा x अनंत तक जाती है ई का $2x$ व्युत्पन्न देता है x को e से x यह

अभी भी अनंत रूप से अनंत है

इसलिए हम एक बार ल'होपिटल नियम लागू करते हैं re और यह सीमा x को 2 के अनंत तक जाने के लिए e से x से विभाजित करता है अब जैसे x अनंत में जाता है, यह अंश 2 में जाता है और हर अनंत तक जाता है,

इसलिए यह शून्य के बराबर है

इसलिए आम तौर पर हम x की उस सीमा को दिखा सकते हैं x के अनंत से n गुणा e से घटा x यह किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए 0 के बराबर है, ऐसा

इसलिए है क्योंकि हम इसे

x से n से विभाजित करके x से लिखते हैं और हम l'hospital नियम लागू करते रहते हैं इसलिए जब आप व्युत्पन्न लेते हैं तो डिनोमिनेटर हमेशा ई से एक्स होता है, आप एक्स से ई प्राप्त करते रहते हैं

जबकि अंश एक्स से एन तक होता है,

इसलिए जब हम एक्स के व्युत्पन्न को n में लेते हैं तो घातांक एक से कम हो जाता है,

इसलिए यदि हम व्युत्पन्न n बार लेते हैं।

तो हम अंश में एक स्थिरांक प्राप्त करते हैं और हर अभी भी ई से x तक है

इसलिए यह सीमा शून्य होगी दूसरा उदाहरण आइए हम फ़क्शन के दाईं ओर से शून्य पर जाने वाले x की सीमा को देखें x के प्राकृतिक लॉग का x तो यहां हम हैं दाहिने हाथ की

सीमा ले रहे हैं क्योंकि लॉग x को यहां परिभाषित किया गया है, हम \lim .

ले रहे हैं यह x शून्य प्लस पर जा रहा है क्योंकि लॉग x को केवल शून्य से अधिक x के लिए परिभाषित किया गया है, अगर हम देखते हैं कि यह क्या होता है x जैसे ही $x \rightarrow 0$ के करीब पहुंचता है प्लस हमने देखा है कि

लॉग x के साथ क्या होता है यह नकारात्मक अनंत तक पहुंचता है याद रखें कि लॉग x का ग्राफ 1 लॉग पर इस तरह है $x \rightarrow 0$ है और 1 से कम के लिए लॉग x का

मान ऋणात्मक है और जैसे-जैसे आप x का मान घटाते जाते हैं लॉग x ऋणात्मक अनंत तक जाता रहता है, इसलिए यह

सीमा शून्य गुणा माइनस इनफिनिटी के रूप की होती है।

इसे शून्य से शून्य या

अनंत को अनंत रूप में बदलना है तो चलिए x लॉग x लिखते हैं यह बराबर है हम इसे

x से विभाजित x के रूप में लिख सकते हैं अब यह अंश

है ऋणात्मक अनंत में जाता है हर जाता है सकारात्मक अनंत के लिए तो

यह अनंत रूप से ऋणात्मक अनंत है

इसलिए l'hospital नियम द्वारा यह सीमा

x शून्य पर जा रहा है x का योग x , x की सीमा के बराबर है और लॉग x का एक बटा x और यह अगर मैं 1 का उपयोग करता हूं 'होपिटल रूल यह

व्युत्पन्न के 0 प्लस प्लस की सीमा x के बराबर है' का लॉग x देता है 1 बटा x व्युत्पन्न 1 बटा x माइनस $1 \times$ वर्ग है और यदि हम इसे सरल बनाते हैं तो 1 गुणा x विभाजित घटा 1 बटा x वर्ग कुछ भी नहीं है, लेकिन शून्य से x है तो यह सीमा x है जो शून्य से x का योग है जो 0 के बराबर है।

इसलिए x लॉग x की सीमा, जैसे ही x शून्य के करीब पहुंचती है, शून्य के बराबर है, आइए हम उदाहरण देखने की कोशिश करते हैं जहां हमारे पास अनंतता ऋण अनंत के रूप की सीमा है, तो आइए हम सीमा x की गणना करने का प्रयास करें जो 0 पर जा रही है।

1 से x घटा 1 साइन x से, जैसे कि $x \rightarrow 0$ पर जाता है, x पास जाता है, प्लस या माइनस इनफिनिटी दाएँ और बाएँ से और साइन x जैसे-जैसे x शून्य के करीब पहुंचता है शून्य

इसलिए यह इन्फिनिटी माइनस इनफिनिटी फॉर्म है अब यहाँ हम क्या कर सकते हैं हम आम भाजक को ले सकते हैं और इसे साइन एक्स माइनस एक्स के रूप में एक्स साइन एक्स से विभाजित कर सकते हैं, अगर हम देखते हैं कि एक्स 0 के करीब पहुंच रहा है तो अंश 0 के करीब आ रहा है और जैसे ही एक्स 0 के करीब आ रहा है भाजक भी 0 के करीब आ रहा है

इसलिए हमें 0 से 0 फॉर्म मिलता है

इसलिए हम लोपिटल नियम लागू कर सकते हैं और इसे अंश के व्युत्पन्न के 0 तक जाने वाली सीमा x के रूप में लिख सकते हैं।

$s \cos x$ माइनस 1 को हर के व्युत्पन्न से विभाजित करके हम उत्पाद नियम का उपयोग करते हैं और इसे साइन x प्लस $x \cos x$ के रूप में प्राप्त करते हैं अब क्या होता है जब $x \rightarrow 0$ $\cos x$ माइनस 1 के पास जाता है, $\cos 0$ माइनस 1 पर जाता है, तो यह 0 है और हर के पास है साइन एक्स और एक्स कॉस एक्स इसलिए यह भी 0 के करीब पहुंच जाता है

इसलिए हमें 0 बाय 0 फॉर्म मिलता है

इसलिए आइए हम फिर से 'हॉपिटल नियम' लागू करने का प्रयास करें यदि हम फिर से व्युत्पन्न लेते हैं तो हमें कॉस एक्स का व्युत्पन्न प्राप्त होता है जो कि व्युत्पन्न से विभाजित होता है।

डिनामिनेटर साइन एक्स व्युत्पन्न कॉस एक्स है और एक्स कॉस एक्स प्लस कॉस एक्स माइनस एक्स साइन एक्स देगा, अगर हम एक्स को शून्य के बराबर रखते हैं तो पाप शून्य शून्य है लेकिन हर में हमारे पास कॉस ज़ीरो प्लस कॉस ज़ीरो है, मुझे इसे लिखने दें माइनस साइन x को $2 \cos x$ माइनस $x \sin x$ से विभाजित किया जाता है और अब हमें यह 0 के बराबर मिलता है, जो दो से विभाजित होता है,

इसलिए यह शून्य के बराबर है,

इसलिए हम यह गणना करने में सक्षम हैं कि

यह सीमा दो बार l'hospital नियम का उपयोग करके शून्य के बराबर है।

इसे शून्य से शून्य रूप में परिवर्तित करने के बाद अब इसी तरह हम एक्स की सीमा को एक्स माइनस के 1 प्लस पर देख सकते हैं पाई का 1 गुना टैन $2x$ तो जैसे x दाहिने हाथ की ओर से 1 के पास पहुंचता है x घटा 1 यह 0 पर जाता है और फिर हमारे पास 10π बटा $2x$ होता है

इसलिए $\tan x$

जैसे ही आप π पर जाते हैं तो यह अनंत धनात्मक अनंत में चला जाता है 2 बाएँ से और दायीं ओर से यह ऋणात्मक अनंत तक जाता है,

इसलिए यहाँ हम सीमा ले रहे हैं

क्योंकि x दायीं ओर से 1 की ओर बढ़ता है

इसलिए π बटा $2x$ दाएँ से π बटा 2 आता

है,

इसलिए यह 0 गुना माइनस इनफिनिटी के बराबर है लोपिटल नियम का उपयोग करने में सक्षम हमें इसे शून्य से शून्य में या अनंत रूप से अनंत रूप में परिवर्तित करना चाहिए ताकि इसे x के रूप में लिखने का प्रयास करें माइनस वन बटा टैन एक बटा कोटंगेंट है,

इसलिए हम इसे

पीआई के खाट के रूप में दो एक्स के रूप में लिख सकते हैं अब हमें शून्य मिलता है शून्य रूप से

इसलिए यदि हम l'hospital नियम लागू करते हैं तो यह

सीमा x के बराबर है, x के व्युत्पन्न के एक प्लस पर जा रहा है घटा एक का एक व्युत्पन्न देता है

कोटेंगेंट का घटाव कोसेकेंट वर्ग π का $2x$ गुणा π का व्युत्पन्न $2x\pi$ है द्वारा
 2 तो हमें यह मिलता है और यह और कुछ नहीं बल्कि x की सीमा है जो माइनस 2 के 1 प्लस को π गुणा साइन स्कायर π द्वारा $2x\pi$ तक ले जाती है $\text{cosec } 1 \text{ by cosecant}$ साइन है और अब जैसे x धनात्मक पक्ष से 1 पर जाता है π ब $2x\pi$ बटा दो जाता है, तो यह माइनस दो बटा π गुना साइन स्कायर π बटा दो साइन π बटा दो के बराबर है, तो यह है माइनस टू बटा पीआई के बराबर एक अन्य प्रकार की सीमा मान लीजिए कि हमारे पास 0 बटा 0 फॉर्म है, इसलिए मान लीजिए कि हम x की सीमा को घात x तक लिखते हैं क्योंकि x दाईं ओर से शून्य के करीब पहुंचता है तो यह शून्य से शून्य रूप है अब हम यहां क्या करते हैं चलो $f(x)$ x के बराबर x है तो यदि हम $f(x)$ का लॉग लें तो x के प्राकृतिक लघुगणक के x गुणा के बराबर है, अब हम जो जानते हैं वह यह है कि हमने देखा है कि सीमा x शून्य पर जा रही है और x का योग x यह 0 के बराबर है इसकी गणना हमने इसे x बटा 1 बटा x के रूप में लिखकर की है और फिर 1 'hopital नियम का उपयोग करते हुए यह सीमा 0 है इसलिए x की सीमा शून्य से अधिक $f(x)$ के लॉग का योग शून्य के बराबर है जो हमें खोजना है वह क्या है $f(x)$ की सीमा तो अब $f(x)$ और कुछ नहीं बल्कि e पावर लॉग $f(x)$ के लिए है इसलिए x की सीमा x को शून्य से अधिक $f(x)$ तक ले जाना और कुछ नहीं है, x को 0 से अधिक e से अधिक तक ले जाना है पावर लॉग $f(x)$ और क्योंकि घातांक एक निरंतर कार्य है यह ई के बराबर है शक्ति की सीमा x लॉग एफएक्स के शून्य प्लस पर जा रहा है ऐसा इसलिए है क्योंकि ई से एक्स निरंतर कार्य के लिए निरंतर है एक्स की एफ की सीमा एफ के समान है सीमा का और अब हमने पहले ही मूल्यांकन कर लिया है कि यह सीमा शून्य है इसलिए यह ई के बराबर है शून्य जो एक के बराबर है इसलिए यह सीमा अगले एक के बराबर है मैं आपको दिखाऊंगा कि यह अनुमान है कि अनुपात की सीमा f अभाज्य x और g अभाज्य x का अस्तित्व आवश्यक है, इसलिए मैं इसे एक टिप्पणी नोट के रूप में लिखता हूं कि यदि x द्वारा c^f अभाज्य x तक जाने की सीमा x अभाज्य x मौजूद नहीं है, तो हम यह निष्कर्ष नहीं निकाल सकते हैं कि $g(x)$ द्वारा $f(x)$ की सीमा मौजूद नहीं है, तो क्या हमने कहा है कि अगर सीमा मौजूद है तो सीमा $f(x)$ by $g(x)$ भी मौजूद है और वे समान हैं लेकिन भले ही f अभाज्य x बटा g अभाज्य x की सीमा मौजूद न हो, इसका मतलब यह नहीं है कि $g(x)$ द्वारा $f(x)$ की सीमा उदाहरण के लिए मौजूद नहीं है x के बराबर $f(x)$ और $\sin x$ के बराबर $g(x)$ लें और फिर x को सीमित करें $f(x)$ के धनात्मक अनंत में प्रवेश करना अनंत के बराबर है जो कि x के g के अनंत तक x की सीमा भी है अब f अभाज्य x के बारे में क्या है यदि हम f अभाज्य x को देखें तो यह 1 जोड़ के बराबर है क्योंकि x g अभाज्य x बराबर है से 1 इसलिए यदि हम f प्राइम x को g प्राइम x द्वारा देखते हैं तो यह एक प्लस कॉस x के बराबर है, इसलिए x के अनंत तक जाने की सीमा x की सीमा है जो 1 प्लस कॉस x के अनंत तक जा रही है जो अस्तित्व में नहीं है क्योंकि ऐसा इसलिए है अनंत पर $\cos x$ की सीमा मौजूद नहीं है क्योंकि x यह ऋणात्मक एक और एक के बीच दोलन करता रहता है इसलिए कोई सीमा नहीं है क्योंकि x अनंत के करीब पहुंचता है लेकिन x की सीमा $f(x)$ द्वारा $g(x)$ की अनंत तक जाती है यह x की अनंत तक जाने की सीमा के बराबर है x प्लस $\sin x$ को x से विभाजित किया जाता है जिसे सीमा x के रूप में लिखा जा सकता है जो 1 प्लस साइन x के अनंत तक जाता है और अब $\sin x$ x के साथ क्या होता है जैसे x अनंत तक पहुंचता है हम जानते हैं कि साइन x नकारात्मक एक के बीच बंधा हुआ है और एक हर x अनंत तक जाता है इसलिए यह साइन x बटा x शून्य हो जाता है और पाप पाप x^b मॉड में $y(x)$ एक बटा x के बराबर से कम है और शून्य के बराबर से बड़ा है और एक बटा x यह शून्य पर जाता है क्योंकि x अनंत के करीब पहुंचता है इसलिए हमने देखा है कि सैंडविच प्रमेय की सीमा x से x x के अनंत तक जा रहा है यह है 0 के बराबर इसलिए x की सीमा x x द्वारा $f(x)$ के अनंत तक जाने की सीमा एक जमा शून्य के बराबर है जो एक के बराबर है हालांकि अगर हम सीधे 1 'hopital नियम का उपयोग करने का प्रयास करते हैं तो हमें f प्राइम x बटा g प्राइम x की सीमा मिलती है जो कि मौजूद नहीं है लेकिन इसका मतलब यह नहीं है कि यह मूल सीमा मौजूद नहीं है

इसलिए इसके साथ मैं इस व्याख्यान को बंद कर दूंगा धन्यवाद

Prutor@IIITK