

স্বাগত শিক্ষার্থীদের

তাই এই বক্তৃতায় আমরা নির্দিষ্ট ফাংশনের

সীমা গণনা করার জন্য ডেরিভেটিভের একটি প্রয়োগ দেখতে পাব

তাই আরও নির্দিষ্টভাবে আমরা

শিখব যে দুটি ফাংশনের অনুপাত হিসাবে লেখা ফাংশনের সীমা খুঁজে বের করার জন্য লপিটাল নিয়মগুলি কী নামে পরিচিত

তাই আমাকে বলতে দিন যে আমরা করব লোপিটাল নিয়মগুলি শিখুন

তাই এটি

$g(x)$  দ্বারা অনুপাত  $f(x)$  এর অনুপাতের সীমা  $x$  অনুগামী  $c$  এর সীমা গণনা করতে ব্যবহৃত হয় যেখানে  $c$  বর্ধিত বাস্তব সংখ্যায় এটি দ্বারা আমরা বলতে চাই যে  $c$  হল একটি বাস্তব সংখ্যা বা যোগ বা বিয়োগ অসীম

তাই প্রথমে আসুন আমরা একটি বিশেষ ক্ষেত্রে দেখি, ধরুন  $f(x)$  এবং  $g(x)$  কিছু ব্যবধানে ক্রমাগত ডিফারেন্সিয়েবল

ডিফারেনশিয়াল ফাংশন রয়েছে  $i$  এর মধ্যে  $c$  রয়েছে এবং অনুমান করি যে  $c$  এর  $f$   $c$  এর  $g$  এর সমান এবং উভয়ই শূন্য

এবং আমরা ধরে নিই যে  $c$  এ  $g$  প্রাইম অ শূন্য।

তাহলে আমরা  $f(x)$  দিয়ে

$f(x)$  কে লিখতে পারি

$g(x)$  বিয়োগ  $g$  এর উপর  $x$  বিয়োগ  $g$

তাই থি এগুলি সবই বৈধ যদি  $x \rightarrow c$  এর অন্তর্গত হয় এবং  $x \rightarrow c$  এর সমান না হয়

তাই এখন আমরা এই  $f(x)$  কে  $g(x)$  দিয়ে লিখেছি

$f(x)$  বিয়োগ  $f$  দ্বারা  $x$  বিয়োগ  $c$  এবং  $g(x)$  বিয়োগ  $g$  দ্বারা  $x$  বিয়োগ  $c$  এর অনুপাত হিসাবে এখন

আমরা যা জানি তা লক্ষ্য করুন  $f(x)$  বিয়োগ  $f$  দ্বারা  $x$  বিয়োগ  $c$  এর সীমাটি

কিছুই নয় এখন  $c$  এ  $f$  এর ডেরিভেটিভ এখন সীমা  $x$  এর  $c$ -এ যাচ্ছে  $f(x)$  বিয়োগ  $f$   $x$  বিয়োগ

$c$  এটি  $f$  মৌলিক  $c$  এর সমান যেহেতু আমরা ধরে নিয়েছি যে  $f$  পার্থক্যযোগ্য  $c$ -এ এই সীমাটি

বিদ্যমান এবং  $c$ -এ ডেরিভেটিভের সমান এবং  $x$  এর কাছাকাছি আসার সীমা  $g(x)$  বিয়োগ  $g$

$c$  দ্বারা ভাগ করলে  $x$  বিয়োগ  $c$  সমান হয়  $g$  প্রাইম  $c$  এর পাশাপাশি আমরা ধরে নিচ্ছি যে এই হরটির সীমা যা  $g$  প্রাইম  $c$

এটিকে অ-শূন্য হিসাবে দেওয়া হয়েছে

তাই  $x \rightarrow c$  এর  $f(x)$  বিয়োগ  $f$  বাই  $x$  বিয়োগ  $c$  এর উপরে  $g(x)$  বিয়োগ  $g$  বাই  $x$  বিয়োগ  $c$  এ সীমাবদ্ধ করুন

এটি  $f$  প্রাইম  $c$  এর উপর  $g$  প্রাইম  $c$  ছাড়া আর কিছুই নয় তবে এই অনুপাত  $f(x)$  ছাড়া আর কিছুই নয়

$x$  এর জন্য  $g(x)$   $c$  এর সমান নয়

তাই  $x$  এর সীমা  $f(x)$  এর  $c$  এ যাচ্ছে  $g(x)$  দ্বারা  $f$  প্রাইম  $c$  এর সমান ভাগ  $g$  prime  $c$  দ্বারা কিন্তু মনে রাখবেন যে এটি

$x$  এর সীমার সমান যা  $f$  প্রাইম  $x$  এর  $c$  এ যাওয়ার সীমা  $x$  দিয়ে ভাগ করে  $g$  প্রাইম  $x$  এর  $c$  এ যাচ্ছে কারণ  $f$  প্রাইম

$x$  এবং  $g$  প্রাইম  $x$  কে অবিচ্ছিন্ন বলে ধরে নেওয়া হয়  $x$  এর সমান  $c$  এ অবিচ্ছিন্ন বলে ধরে নেওয়া হয়  $g(x)$  দ্বারা  $f(x)$ -এর

$c$ -এ যাওয়ার  $x$ -এর সীমা  $f$  prime  $x$ -এর  $x$ -এর  $c$ -এ যাওয়ার সীমা  $g$  prime  $x$  দ্বারা ভাগ করা হয়

তাই এই উপরের নিয়মটি যা আরও সাধারণ ক্ষেত্রে বৈধ তা লোপিটাল নিয়ম হিসাবে পরিচিত

তাই এটি l'opital হল একজন ফরাসি গণিতজ্ঞের নাম এবং এটিকে l'opital হিসাবে উচ্চারণ করা হয়

তাই এখানে  $h$  নীরব

তাই এখন আমি

আরও সাধারণ পরিস্থিতিতে l'opital নিয়মটি বলবো ধরুন  $x \rightarrow c$  এ

যাওয়ার সীমা  $cg(x)$  এ যাওয়ার সীমা  $x$  এর সমান যা শূন্য বা যোগ বা বিয়োগ অসীম যা  $f(x)$  দ্বারা  $g(x)$  সীমা  $x \rightarrow c$  এ যাচ্ছে

এটি শূন্য দ্বারা শূন্য বা অসীম দ্বারা

অসীম আকারের

তাই যদি আমাদের এই সীমাটি থাকে এই অনির্দিষ্ট আকারে শূন্য দ্বারা

শূন্য বা প্লাস বিয়োগ অসীম দ্বারা অসীম তারপরে আমরা এই l'hospital নিয়মটি প্রয়োগ করি

এবং দ্বিতীয় অনুমানটিও গাধা  $l'$  যে সীমা  $x \rightarrow f$  প্রাইম  $x$  এর  $c$  এর  $g$  প্রাইম  $x$  এর সাথে এটি বিদ্যমান আছে

তাই ধরুন আমরা কোনভাবে জানি যে

এই ফাংশনগুলির ডেরিভেটিভের অনুপাতের সীমা  $f$  এবং  $g$  যখন  $x$  এই সীমার কাছে আসে তখন আমাদের কাছে সেই

জি প্রাইম রয়েছে  $x$  ব্যবধানে সমস্ত  $x$ -এর জন্য অ-শূন্য, আমি সম্ভবত  $x$ -এর সমান  $c$ -এ গ্রহণ করি

তাই আমরা ধরে নিই

যে কিছু ব্যবধান আছে যেখানে  $g$  প্রাইম সেই ব্যবধানে সমস্ত  $x$ -এর জন্য অ-শূন্য

হয়  $c$  ব্যতীত তাহলে উপসংহার হল তাহলে সীমাটি যখন  $x$

$f(x)$  এর  $c$ -এর কাছে আসে  $g(x)$  দ্বারা এটি বিদ্যমান থাকে এবং এই সীমাটি জি প্রাইম  $x$  দ্বারা  $f$  প্রাইম  $x$  এর সীমা ছাড়া

আর কিছুই নয়

তাই এখানে এটি লক্ষ করা গুরুত্বপূর্ণ যে শুধুমাত্র যদি আমাদের এই  $f(x)$  বাই  $g(x)$  থাকে তাহলে  $0$  by  $0$  হবে বা ইনফিনিটি

ইনফিনিটি ফর্ম দ্বারা তাহলে আমরা এই সীমাটিকে লিখতে পারি  $f$  prime  $x$  এর সীমা  $g$  prime  $x$  দিয়ে

যদি ডান দিকের এই সীমাটি বিদ্যমান থাকে যদি আমাদের কাছে শূন্য থেকে শূন্য আকারে সীমা না থাকে তবে আমরা এই l'hospital নিয়মটি প্রয়োগ করতে পারি না সুতরাং আসুন আমরা কিছু উদাহরণ দেখি প্রথম উদাহরণে আমি সীমা  $x$  এর সাইন  $x$  এর শূন্যে  $x$  এর দিকে যাচ্ছি

তাই এখানে যদি আমরা দেখি যেহেতু  $x \rightarrow 0$  এর কাছে যায় সাইন  $x \rightarrow 0$  এর কাছে যায় এবং  $x \rightarrow 0$  এর কাছে যায়

তাই এটি  $0/0$  বাই  $0/0$  আকারে এখন যদি আমরা  $x$  এর সীমা দেখি

$\sin x$  এর ডেরিভেটিভের শূন্যে যাচ্ছে  $x$  এর  $dx$  এর  $dx$  তাহলে এটি সমান  $x$  কে শূন্যে সীমাবদ্ধ করতে হলে সাইন  $x$  এর ডেরিভেটিভ যদি আমরা জানি যে কোসাইন  $x$  এবং  $x$  এর ডেরিভেটিভ একটি

তাই আমরা পাই এটি

$\cos x$  এর সীমার সমান এবং  $x$  শূন্যের কাছে গেলে  $\cos x$  এর সীমাটি  $\cos 0$  ছাড়া আর কিছুই নয় শূন্যকে এক দ্বারা ভাগ করা হয়

তাই এটি এক এর সমান  $x$  এর l'optal নিয়মের সীমা  $\sin x$  এর  $0/0$  এর  $x$  এর

সাথে এটি একটির সমান যা আমরা সরাসরি গণনা করেছি যে এখানে আমরা এই তথ্যটি ব্যবহার করি যে সাইন  $x$  এর ডেরিভেটিভ আসলে কোসাইন  $x$  যদি আপনি মনে করেন যে আমরা যেভাবে ডেরিভেটিভ গণনা করেছি

$\sin x$  এর কারণ  $\cos x$  আমরা এটি ব্যবহার করি আমরা ব্যবহার করি  $\sin x$  দ্বারা  $x$  এর সীমা একের সমান কিন্তু ধরুন আপনি জানেন  $t$  তার সত্যতা অন্য কোনো উপায়ে তাহলে আমরা

এই l'hospital নিয়মটি ব্যবহার করে সাইন  $x$  দ্বারা  $x$  এর সীমাকে একের সমান মূল্যায়ন করতে পারি দ্বিতীয় উদাহরণে আসুন সীমা  $x \rightarrow 0$  থেকে  $x$  বিয়োগ এক

বিয়োগ  $x$  ভাগ করে দেখি বর্গ

তাই আবার যদি আমি দেখি এটি হল  $f(x)$  হল  $e$  থেকে  $x$

বিয়োগ এক বিয়োগ  $x/gx$  হল  $x$  বর্গ  $0$  হল লব  $0$  হরও  $0$  এবং লব এবং হর উভয়ই

$x$  এর অবিচ্ছিন্ন ফাংশন

তাই লবের সীমা শূন্য হল সীমা হর হল শূন্য তাই

l'hospital নিয়ম প্রয়োগ করে এটি l'hospital নিয়ম প্রয়োগ করে লবের ডেরিভেটিভের শূন্যতে  $x$  সীমার সমান যা ই দেবে  $x$  বিয়োগ এককে দুই  $x$  দিয়ে ভাগ করলে এটি এখন

l'hospital নিয়ম ব্যবহার করে যদি আমরা এখন এই সীমাটি দেখুন  $x$  বিয়োগ এক তে যখন  $x$  শূন্যের কাছে আসে তখন  $e$  হল শূন্য

বিয়োগ এক যা শূন্য

তাই এটি এখনও শূন্য দ্বারা শূন্য আকারে রয়েছে

তাই আমরা আবার লোপিটাল নিয়ম প্রয়োগ করার চেষ্টা করতে পারি

তাই যদি আমরা এখন আবার ডেরিভেটিভ দেখি লব এবং হর এর আমরা পাই

লবের ডেরিভেটিভ হল  $e$  থেকে  $x$  হর এর ডেরিভেটিভ হল

দুটি হল এটি আবার  $n$  অরবিটাল ব্যবহার করে এখন  $x$  একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন

তাই এই

সীমাটি ই শূন্যকে দুই দ্বারা ভাগ করা ছাড়া আর কিছুই নয় এই উদাহরণটি

এখানে সীমাটি মূল্যায়ন করতে সক্ষম হওয়ার জন্য আমাদের l'hospital নিয়ম দুবার ব্যবহার করতে হয়েছিল

তাই সীমা গণনা করার জন্য আমাদের লোপিটাল নিয়মগুলিকে বেশ কয়েকবার প্রয়োগ করতে

হতে পারে আমাদের কিছু জটিলতা উল্লেখ করা যাক যা ধরুন আমরা সীমা মূল্যায়ন করার চেষ্টা করি  $x \rightarrow \infty$  এর অনন্তে যাচ্ছে  $x$  এর সাথে ই এর কাছে

বিয়োগ  $x$  থেকে  $e$  থেকে  $x$  বিয়োগ  $e$  থেকে বিয়োগ  $x$  ,

তাই এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি

যে  $x$  যখন অনন্ত ই এর কাছে আসে তখন এটি অসীম ই এর কাছে বিয়োগ  $x$  শূন্যের কাছে আসে

তাই আমরা পাই

এটি ইনফিনিটি বাই ইনফিনিটি ফর্মের,

তাই আমরা সরাসরি লোপিটাল নিয়ম ব্যবহার করতে প্রলুদ্ধ হতে পারি

তাই যদি আমরা l'hospital নিয়মগুলি ব্যবহার করি

তবে এটি  $x$  তে ই-এর ডেরিভেটিভের অসীমতে গিয়ে  $x$  টিকে  $e$  দেয়।

বিয়োগ  $x$  থেকে  $e$  এর ডেরিভেটিভ ই থেকে তম এর বিয়োগ দেয়  $e$  বিয়োগ  $x$  হর-এর ডেরিভেটিভ দ্বারা ভাগ করলে  $x$  যোগ করে  $e$ -কে দেয় বিয়োগ  $x$  এখন যদি আমরা আবার অসীমতে দেখি লবটি

অসীম হর-এ যায় সেও অসীমে যায়

তাই এটি এখনও অসীম আকারে অসীম হয় এখানে

আমি লিখব সাজানো lh বলতে যে আমরা l'hospital এর নিয়ম প্রয়োগ করছি

তাই আবার যদি আমি

l'hospital নিয়ম প্রয়োগ করি তাহলে আমরা সীমা  $x$  পাব ইনফিনিটি ডেরিভেটিভ-এ গিয়ে ই-কে  $x$  প্লাস ই দেবে  
বিয়োগ  $x$  বাই  $e$  থেকে  $x$  বিয়োগ ই বিয়োগ  $x$  যা আসল সীমা নিজেই

তাই এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে l'hospital নিয়ম বেশ কয়েকবার প্রয়োগ করেও আমরা  
এই সীমাটি গণনা করতে সক্ষম হব না

তাই আমরা সরাসরি লোপিটাল নিয়ম প্রয়োগ করে সীমা গণনা করতে সক্ষম

হব না তবে যদি আমরা  $x$  এর সাথে  $e$  বসানো  $y$  এর সমান তারপর  $x$  যখন ধনাত্মক

অসীমতার কাছে আসে  $y$  অসীমের কাছে আসে এবং তারপর সীমাটি হয়ে যায়  $e$  থেকে  $x$  প্লাস  $e$  থেকে বিয়োগ  $x$  দ্বারা

$e$  থেকে  $x$  বিয়োগ  $e$  থেকে বিয়োগ  $x$  এটি  $y$  যোগ ছাড়া কিছুই নয়  $e$  থেকে বিয়োগ

$x$  হবে এক দ্বারা  $y$  দ্বারা  $y$  বিয়োগ এক দ্বারা  $y$  এবং এটি হতে পারে  $y$  বর্গ প্লাস ওয়ান বাই  $y$  বর্গ মাইনাস ওয়ান হিসাবে

লিখিত

তাই  $x$  এর অন্তে

গিয়ে  $x$  প্লাস ই থেকে বিয়োগ  $x$  বাই  $e$  থেকে  $x$  বিয়োগ  $e$  থেকে বিয়োগ  $x$   $y$  এর অসীমে যাওয়ার সীমা ছাড়া আর কিছুই

নয়

$y$  বর্গ প্লাস 1 বাই  $y$  বর্গ বিয়োগ 1 যা আমরা কীভাবে গণনা করতে জানি আমরা

সর্বোচ্চ শক্তি  $y$  বর্গ লব এবং হর যা

$y$  এর সীমার সমান 1 যোগ 1 দ্বারা  $y$  বর্গ দ্বারা 1 বিয়োগ 1 দ্বারা  $y$  এর সীমার সমান।

বর্গক্ষেত্র এবং তারপর এটি হয়ে যায় এক

যোগ শূন্য বাই এক বিয়োগ শূন্য

তাই সীমাটি এক বা আমরা l'hospital নিয়ম ব্যবহার করতে পারি আমরা  $y$  এর সীমা লিখতে লোপিটাল নিয়ম ব্যবহার  
করতে পারি  $y$  বর্গক্ষেত্র

প্লাস ওয়ান বাই  $y$  বর্গ বিয়োগ এক এটি হল ইনফিনিটি বাই ইনফিনিটি ফর্ম

তাই l'hospital দ্বারা

আমরা এটিকে সীমা হিসাবে লিখতে পারি  $y$  ইনফিনিটিতে গিয়ে লবের ডেরিভেটিভ এর  $2y$  দেয় হর দিয়ে

ভাগ করলে আবার  $2y$  দেয় এবং আমরা এটি 2 দ্বারা  $2y$  বাতিল করতে পারি এবং আমরা এটি

1 এর সমান পাই।

তাই এই উদাহরণটি দেখায় যে কোনো সময় আবেদন করার আগে আমাদের কিছু প্রতিস্থাপন করতে হবে

g l'opital নিয়ম আমরা অন্য একটি উদাহরণ দেখতে পারি যেখানে l'hospital নিয়ম সরাসরি প্রয়োগ করা  
কোথাও পাওয়া যাবে না

তাই ধরুন আমি লিখি বর্গমূল  $x$  যোগ 1 বর্গমূল  $x$  দ্বারা ভাগ

করে বর্গমূল  $x$  বিয়োগ 1 দ্বারা বর্গমূল  $x$

তাই এটি আবার অসীম ইনফিনিটি ফর্ম দ্বারা এবং যদি আমরা সরাসরি l'hospital নিয়ম ব্যবহার করি তাহলে

এটি হবে সীমা  $x$  এর সমান হবে ইনফিনিটিতে যাওয়ার বর্গমূল  $x$  এর ডেরিভেটিভ

1 বাই 2 বর্গমূল  $x$  যোগ করে আমাদের কাছে  $x$  আছে বিয়োগ অর্ধেক এটি বিয়োগ অর্ধেক

$x$  বিয়োগ তিন বাই দুই তারপর আবার আমাদের কাছে আছে এক বাই দুই রুট  $x$  যোগ অর্ধ  $x$  থেকে বিয়োগ তিন বাই দুই  
এখন যেহেতু  $x$  অসীমে

যায় এখানে লব শূন্য হয় এবং হর উভয় পদও

শূন্য হয়

তাই এটি শূন্য দ্বারা শূন্য আকারে যদি আমরা আবার লোপিটাল নিয়ম প্রয়োগ করি তাহলে আমরা সীমা  $x$  পাব অসীমতে  
গিয়ে এটি অর্ধেক

$x$  থেকে বিয়োগ অর্ধেক

তাই আমরা পাই বিয়োগ এক চতুর্থাংশ  $x$  থেকে বিয়োগ তিন বাই দুই এবং তারপর প্লাস

এই তিন বাই চার  $x$  থেকে বিয়োগ পাঁচ বাই দুই এটি হবে বিয়োগ এক চতুর্থাংশ

$x$  থেকে বিয়োগ তিন বাই দুই থি  $s$  হয়ে যায় বিয়োগ তিন বাই চার  $x$  থেকে বিয়োগ পাঁচ বাই দুই এটি আবার শূন্য বাই শূন্য  
আকারে

তাই l'opital নিয়মগুলি প্রয়োগ করলে এই রাশিটি আরও জটিল হয়ে ওঠে তবে আমরা সহজভাবে লিখতে পারি সীমা  
 $x$  অন্তে যাচ্ছে

বর্গমূল  $x$  বর্গমূল  $x$  দ্বারা যোগ এক বর্গমূল  $x$  বিয়োগ এক দ্বারা বর্গমূল  $x$  যেহেতু আমরা এই রাশিটিকে সরলীকরণ  
করতে পারি এবং

এটিকে  $x$  যোগ এক দ্বারা  $x$  বিয়োগ এক হিসাবে লিখতে পারি এবং তারপরে সহজেই দেখা যায় যে এই সীমাটি এক

হয় হয় লব ভাগ করে এবং  $x$  দিয়ে ডিনোমিনেটর বা আপনি এখানে l'hospital নিয়ম ব্যবহার করতে পারেন

এবং এটি হল সীমা  $x$  ডেরিভেটিভের ইনফিনিটিতে গিয়ে একটি

করে দেবে

তাই এটি একের সমান আপনি l'hospital প্রয়োগ করার আগে কিছু সরলীকরণ করার চেষ্টা করুন

এখন আমরা দেখব যে এই l'hospital নিয়মটি অন্যান্য অনির্দিষ্ট ফর্মের ফর্মগুলির জন্য ব্যবহার করা যেতে পারে যেমন জিরো টাইম ইনফিনিটি বা ইনফিনিটি মাইনাস ইনফিনিটি ah 1 থেকে পাওয়ার ইনফিনিটি 0 থেকে পাওয়ার 0 ইত্যাদি কোনোভাবে শূন্য দ্বারা শূন্য

বা অসীম দ্বারা অসীম আকারে পরিবর্তিত হয়,

তাই উদাহরণ স্বরূপ প্রথমে গণনা করা যাক x এর অসীম x বর্গ গুণ e থেকে

বিয়োগ x এর সীমা কত,

তাই এখানে যদি আমরা দেখি x অনন্ত x বর্গাকার যায় ইনফিনিটি ই থেকে বিয়োগ

x শূন্যে যায়

তাই এটি ইনফিনিটি গুণ শূন্য ফর্ম যা আমরা দেখেছি একটি অনির্দিষ্ট ফর্ম

কিন্তু এখানে আমাদের কাছে এটি দুটি ফাংশনের একটি গুণফল এবং দুটি ফাংশনের অনুপাত নয় তাই

1' প্রয়োগ করতে সক্ষম হতে পারে হাসপাতালের নিয়মে প্রথমে আমাদের এটাকে দুটি ফাংশনের অনুপাতে রূপান্তর করতে হবে

তাই আমরা

এটিকে x এর সীমা হিসেবে লিখতে পারি x এর বর্গের অনন্তে গিয়ে ভাগ করে e দিয়ে x এখন যদি

আমরা লবটিকে দেখি এটি ইনফিনিটিতে যায় হরও অসীমে যায়

তাই আমরা অনন্ত আকারে অসীম পাই

তাই আমরা গলদা চিংড়ির নিয়ম প্রয়োগ করতে পারি এবং

x বর্গক্ষেত্রের ডেরিভেটিভের সীমা x অসীমে গিয়ে

2 x এর ডেরিভেটিভ দেয় x এর জন্য e এর x এটি

এখনও অসীম আকারের দ্বারা অসীম আমরা একবার হাসপাতালের নিয়ম প্রয়োগ করি re এবং এটি সীমা দেয় x কে

2 এর অসীমতায় ভাগ করে x কে এখন x অসীমে যায় এই লব 2 হর

অসীমে যায়

তাই এটি শূন্যের সমান

তাই আরো সাধারণভাবে আমরা x এর সীমাটি দেখাতে পারি x এর অসীমতা থেকে n বার

e থেকে বিয়োগ x এটি যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার জন্য 0 এর সমান n এর কারণ আমরা এটিকে লিখি

x থেকে n ভাগ করে e দিয়ে x এবং আমরা l'hospital নিয়ম প্রয়োগ করতে থাকি

আপনি যখন ডেরিভেটিভ নিবেন তখন x এর হর সর্বদা e থাকে আপনি x এর কাছে e পেতে থাকেন

যেখানে লবটি x এর জন্য n

তাই যখন আমরা x এর ডেরিভেটিভকে n তে নিই তখন সূচকটি এক দ্বারা হ্রাস পায়

তাই যদি আমরা ডেরিভেটিভ n বার করি তাহলে আমরা লবটিতে একটি ধ্রুবক পাব এবং হর হল

x-এর কাছে এখনও e

তাই এই সীমাটি শূন্য হবে দ্বিতীয় উদাহরণ আসুন x-

এর ফাংশনের x বার প্রাকৃতিক লগের ডান থেকে শূন্যে যাওয়া x এর সীমা দেখি

তাই আমরা এখানে আছি ডান হাতের

সীমা নিচ্ছি কারণ log x এখানে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে আমরা lim নিচ্ছি এটা x শূন্য প্লাসে যাচ্ছে কারণ লগ x

শুধুমাত্র শূন্যের চেয়ে বড় x এর জন্য সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এখন যদি আমরা

দেখি x যখন 0 এর কাছাকাছি আসে তখন এই x কি হয় এবং আমরা দেখেছি যে

লগ x এর সাথে কী ঘটবে এটি নেতিবাচক অসীমতার দিকে এগিয়ে যায় মনে করি যে লগ x এর গ্রাফ 1 লগ x এর মত হল

0 এবং x 1 এর কম হলে log x এর মান

ঋণাত্মক এবং আপনি x log x এর মান কমাতে থাকলে ঋণাত্মক অসীমে চলে যেতে থাকে

তাই এই

সীমাটি শূন্য গুণ বিয়োগ ইনফিনিটি আকারে থাকে আমরা এটিকে শূন্য দ্বারা শূন্য বা

অসীম দ্বারা অসীম আকারে রূপান্তর করতে হবে

তাই আসুন x log x লিখি এটি সমান আমরা এটি

লিখতে পারি লগ x কে x দ্বারা ভাগ করে ঋণাত্মক এখন এই লবটি

ঋণাত্মক অসীমে যায় হর যায় পজিটিভ ইনফিনিটি থেকে তাই

এটা হল নেগেটিভ ইনফিনিটি বাই ইনফিনিটি ফর্ম

তাই l'hospital নিয়ম অনুসারে এই সীমা

x লগ x এর শূন্য যোগে যাচ্ছে x লোগ x এর শূন্য যোগে যাওয়া সীমা x সমান হবে x একটি করে লগ x এবং এটি যদি

আমি 1 ব্যবহার করি 'হসপিটাল নিয়ম এটি হল

সীমিত x এর সমান যা ডেরিভেটিভের 0 প্লাসে যাচ্ছে of log x দেয় 1 by x এর ডেরিভেটিভ 1 by x হল বিয়োগ 1

x বর্গ দ্বারা বিয়োগ এবং যদি আমরা এই 1 কে x দ্বারা ভাগ করলে বিয়োগ 1 দ্বারা x বর্গক্ষেত্র বিয়োগ ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই এই সীমা x বিয়োগ x এর 0 যোগে যাচ্ছে যা 0 এর সমান।

তাই  $x$  লগ  $x$  এর সীমা যখন  $x$

শূন্যের কাছে আসে প্লাস শূন্যের সমান হয় আসুন আমরা উদাহরণ দেখার চেষ্টা করি যেখানে আমাদের ফর্ম ইনফিনিটি বিয়োগ ইনফিনিটির সীমা আছে

তাই আসুন  $x \rightarrow 0$ -তে যাওয়া সীমা গণনা করার চেষ্টা করি

সাইন  $x$  এর 1 বাই  $x$  বিয়োগ 1 যাতে  $x \rightarrow 0$  এক বাই  $x$  এর কাছে যায়

প্লাস বা বিয়োগ ইনফিনিটি ডান এবং বাম থেকে এবং সাইন  $x$  যখন শূন্যের কাছে আসে তখন শূন্যের কাছে আসে

তাই এটি ইনফিনিটি বিয়োগ ইনফিনিটি ফর্ম এখন এখানে আমরা যা করতে পারি তা হল আমরা সাধারণ হরটি নিতে পারি এবং

এটিকে সাইন  $x$  বিয়োগ  $x$  কে  $x$  সাইন  $x$  দ্বারা ভাগ করে লিখতে পারি এখন যদি আমরা দেখি  $x \rightarrow 0$  এর কাছে আসে লবটি 0 এর

কাছে আসছে এবং  $x \rightarrow 0$  হরটিও 0 এর কাছে

আসছে

তাই আমরা 0 দ্বারা 0 ফর্ম পাই আমরা লোপিটাল নিয়ম প্রয়োগ করতে পারি এবং

এটিকে লিমিট  $x$  হিসাবে লিখতে পারি যে অংকের ডেরিভেটিভের 0 তে যায়

$\sin x$  বিয়োগ 1 দ্বারা বিভক্ত হর এর ডেরিভেটিভ আমরা পণ্য নিয়ম ব্যবহার করি

এবং এটিকে সাইন  $x$  প্লাস  $x \cos x$  হিসাবে পাই এখন  $x \rightarrow 0$  এর কাছে  $\cos x$

বিয়োগ 1 গেলে  $\cos 0$  বিয়োগ 1 এ যায় যাতে 0 এবং হর আছে  $\sin x$  এবং  $x \cos x$  তাই

এটিও 0 এর কাছে আসে

তাই আমরা 0 by 0 ফর্ম পাই

তাই আসুন আমরা আবার l'hopital নিয়ম প্রয়োগ করার চেষ্টা

করি যদি আমরা আবার ডেরিভেটিভ নিই আমরা  $\cos x$  এর ডেরিভেটিভ পাব বিয়োগ সাইন

$x$  এর ডেরিভেটিভ দ্বারা বিভক্ত ডিনোমিনেটর সাইন এক্স ডেরিভেটিভ হল  $\cos x$  এবং  $x \cos$

$x$  যোগ দেবে  $\cos x$  বিয়োগ  $x$  সাইন  $x$  এখন যদি আমরা  $x \rightarrow 0$  এর সমান শূন্য রাখি  $\sin$  শূন্য হয় শূন্য

কিন্তু হরটিতে আমাদের  $\cos$  শূন্য যোগ  $\cos$  শূন্য আছে এটি আমাকে লিখতে দিন হিসাবে বিয়োগ

চিহ্ন  $x^2$  দ্বারা ভাগ করা হয়েছে  $\cos x$  বিয়োগ  $x \sin x$  এবং এখন আমরা পাই এটি সমান 0

ভাগ দুই দ্বারা

তাই এটি শূন্যের সমান

তাই আমরা

l'hopital নিয়ম দুবার ব্যবহার করে এই সীমাটি শূন্যের সমান গণনা করতে সক্ষম

এটিকে শূন্য দ্বারা শূন্য আকারে রূপান্তর করার পরে এখন একইভাবে আমরা  $x \rightarrow 0$  এর সীমা দেখতে পারি  $x$  বিয়োগের 1 প্লাসে যাচ্ছে

$2x$  বাই পাই এর 1 গুণ ট্যান

তাই  $x \rightarrow 0$  ডান দিক থেকে 1 এর কাছে গেলে  $x$  বিয়োগ 1 এটি 0-এ যায় এবং তারপরে

আমাদের কাছে 10 পাই বাই  $2x$

তাই ট্যান  $x$  এটি ইনফিনিটি ধনাত্মক

ইনফিনিটিতে যায় যেমন আপনি পাইতে যান বাম থেকে 2 এবং ডান দিক থেকে

এটি ঋণাত্মক অসীমের দিকে যায়

তাই এখানে আমরা সীমাটি নিচ্ছি

যেমন  $x \rightarrow 0$  ডান থেকে 1 এর কাছে আসে

তাই  $\pi$  by  $2x$  ডান থেকে 2 দ্বারা  $\pi$  এর কাছে

আসে

তাই এটি 0 গুণ বিয়োগ অসীমের সমান লোপিটাল নিয়ম ব্যবহার করতে সক্ষম হলে আমাদের এটিকে শূন্য দ্বারা

শূন্য বা অসীম দ্বারা অসীম আকারে রূপান্তর করা উচিত

তাই আসুন এটিকে  $x$

বিয়োগ এক দ্বারা ট্যান দ্বারা একটি কোটানজেন্ট হিসাবে লিখতে চেষ্টা করুন

তাই আমরা

এটিকে লিখতে পারি এখন দুই  $x$  দ্বারা পাই এর খাট হিসাবে আমরা শূন্য পাব শূন্য আকারে

তাই যদি আমরা l'hopital নিয়মটি প্রয়োগ করি তাহলে

এটি সীমিত  $x$  এর এক যোগে গিয়ে  $x$  বিয়োগের এক যোগ করলে কোটানজেন্টের একটি ডেরিভেটিভ

কোসক্যান্ট বর্গাকার পাই এর বিয়োগ হয়  $2x$  বার পাই এর ডেরিভেটিভ বাই  $2x$  পাই

$2$  দ্বারা

তাই আমরা এটি পেয়েছি এবং এটি  $x \rightarrow 0$  এর 1 প্লাস মাইনাস 2 বাই  $\pi$  গুণ সাইন বর্গ

$\pi^2$   $x^2$  তে যাওয়া ছাড়া আর কিছুই নয় কারণ cosecant দ্বারা 1 হল sine এবং এখন যেমন  $x \rightarrow 0$ -এ যায় ধনাত্মক দিক থেকে

$\pi \cdot 2 \cdot x$  বাই দুই যায়

তাই এটি বিয়োগ এর সমান দুই বাই  $\pi$  গুণ sine বর্গ পাই বাই দুই সাইন পাই বাই দুই

তাই এটি হল পাই দ্বারা বিয়োগ দুই এর সমান আরেক ধরনের সীমা হল ধরুন আমাদের 0 বাই 0 ফর্ম আছে  
তাই ধরুন আমরা  $x$  এর সীমা লিখি  $x$  পাওয়ার  $x$  এ যখন  $x$  ডান দিক থেকে শূন্যের কাছে

আসে

তাই এটি শূন্য বাই শূন্য ফর্ম এখন এখানে আমরা যা করব তা হল  $f(x)$  এর সমান  $x$  এর সাথে  $x$  তারপর যদি আমরা  $\log$  নিই  $f(x)$  এর প্রাকৃতিক লগ

$x$  এর  $x$  গুণের প্রাকৃতিক লগের সমান এখন আমরা যা জানি তা হল আমরা দেখেছি যে সীমা  $x \cdot x$  লগ  $x$  এর শূন্য যোগে যাচ্ছে

এটি 0 এর সমান আমরা এটিকে  $\log x + 1$  দ্বারা  $x$  লিখে এবং তারপরে

L'Hopital নিয়ম ব্যবহার করে এই সীমাটি 0 করে গণনা করেছি

তাই  $x$  এর সীমা  $f(x)$  এর লগের শূন্য যোগে শূন্যের সমান হবে আমাদের যা খুঁজে

বের করতে হবে তা হল কী  $f(x)$ -এর সীমা

তাই এখন  $f(x)$  পাওয়ার লগ  $f(x)$ -এর জন্য  $e$  ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই  $f(x)$ -এর সীমা  $x$  শূন্য প্লাসে যাওয়া ছাড়া আর

কিছুই নয় সীমা  $x \cdot e$ -এর 0 প্লাসে পাওয়ার লগ  $f(x)$  এবং কারণ এক্সপোনেন্সিয়াল একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন এটি  $e$ -এর পাওয়ার

সীমা  $x$  এর সমান  $\log f(x)$  এর শূন্য প্লাসে যাচ্ছে এটি কারণ  $e$  থেকে  $x$  অবিচ্ছিন্ন ফাংশনের জন্য  $x$  এর  $f$  এর সীমা  $f$  এর সমান সীমার এবং এখন

আমরা ইতিমধ্যেই মূল্যায়ন করেছি যে এই সীমাটি শূন্য

তাই এটি  $e$  এর

সমান শূন্য যা এক এর সমান

$f$  prime  $x$  এবং  $g$  prime  $x$  বিদ্যমান থাকা  
আবশ্যিক

তাই আমাকে এটি একটি মন্তব্য হিসাবে লিখতে দিন যে সীমা  $x \cdot cf$  prime  $x$  দ্বারা  $g$  prime  $x$ -এ যাওয়া না থাকলে  
আমরা এই সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি না যে  $f(x)$  দ্বারা  $g(x)$  এর সীমা বিদ্যমান নেই

তাই কি আমরা বলেছি যে যদি সীমাটি

বিদ্যমান থাকে তাহলে  $g(x)$  দ্বারা সীমা  $f(x)$ ও বিদ্যমান থাকে এবং তারা একই থাকে কিন্তু এমনকি যদি

$f$  prime  $x$  by  $g$  prime  $x$  এর সীমা না থাকে তার মানে এই নয় যে

$f(x)$  দ্বারা  $g(x)$  এর সীমা থাকে বিদ্যমান নেই উদাহরণ হিসেবে  $f(x)$  এর সমান  $x$  প্লাস  $\sin x$  এবং  $g(x)$  এর সমান  $x$

তারপর সীমিত  $x \cdot g_0$  নিন  $f(x)$  এর ধনাত্মক অসীম  $ing$  অসীমের সমান যা

$x$  এর সীমাও  $x$  এর  $g$  এর অসীমে যাচ্ছে এখন  $f$  প্রাইম  $x$  সম্পর্কে কী হবে যদি আমরা  $f$  প্রাইম  $x$  এর দিকে তাকাই  
তাহলে

এটি 1 প্লাস এর সমান কারণ  $x \cdot x \cdot x$  প্রাইম  $x$  সমান 1 তে

তাই যদি আমরা দেখি  $f$  prime

$x$  by  $g$  prime  $x$  এটি একটি প্লাস  $\cos x$  এর সমান

তাই  $x$  এর অসীমে যাওয়ার সীমা হল

1 যোগ  $\cos x$  এর অনন্তে যাওয়া সীমা হল কারণ এটি বিদ্যমান নয় অসীমে  $\cos x$ -এর সীমাটি

বিদ্যমান নেই  $\cos x$  এটি ঋণাত্মক এক এবং একের মধ্যে দোদুল্যমান রাখে তাই

$x$  অসীমের কাছে যাওয়ার কোনো সীমা নেই তবে  $x$  এর সীমা  $f(x)$  এর অনন্তে চলে যাচ্ছে  $g(x)$  এটি সীমা  $x$  এর

অনন্তে যাওয়ার সমান  $x$  এর সাথে  $\sin x$  কে  $x$  দিয়ে ভাগ করা যাকে সীমা হিসেবে লেখা যেতে পারে

$x + 1$  প্লাস সাইন  $x$  এর অনন্তে গিয়ে  $x$  এবং এখন সাইন  $x$  এর কি ঘটবে  $x \cdot x$  যখন অসীমের কাছে আসে আমরা জানি  
যে সাইন  $x$

ঋণাত্মক এক এবং এর মধ্যে আবদ্ধ।

এক হর  $x$  অনন্তে যায়

তাই এই

সাইন  $x$  দ্বারা  $x$  শূন্যে যায় এবং  $\sin \sin xb$  মোডে  $yx$  একের সমান  $x$  এর

থেকে কম এবং শূন্যের থেকে বড় এবং  $x$  এর থেকে  $x$  একটি অনন্তের কাছে যাওয়ার সাথে সাথে এটি শূন্যে চলে যায়

তাই আমরা দেখেছি যে স্যান্ডউইচ উপপাদ্য সীমা  $x$  দ্বারা  $\sin x$  এর অসীমতা  $x$  দ্বারা

$x$  এটি হল 0 এর সমান

তাই  $x$  এর সীমা  $g(x)$  দ্বারা  $f(x)$  এর অনন্তে যাওয়া

সমান এক প্লাস শূন্যের সমান যা একের সমান যদিও আমরা যদি সরাসরি L'Hopital নিয়ম ব্যবহার করার চেষ্টা  
করি তাহলে আমরা  $f$  prime  $x$  এর সীমা  $g$  prime  $x$  দিয়ে পাই যা বিদ্যমান নেই কিন্তু এর মানে

এই নয় যে এই মূল সীমাটি বিদ্যমান নেই  
তাই এর সাথে আমি এই বক্তৃতাটি বন্ধ করে দেবো আপনাকে ধন্যবাদ

Prutor@iitk