



مائنس 7 کا  $x$  مائنس تین تقسیم ڈینومینیٹر مربع سے اور یہ برابر ہے  $x$  مائنس دو گنا  $x$  of  $dx$  بذریعہ  $d$  مائنس 7 گنا  $x$  مائنس 3 مائنس مائنس تین یہ کچھ  $x$  مائنس دو گنا  $x$  of  $dx$  by  $d$  مائنس سات گنا  $x$  مائنس 3  $us$  منٹ ملتا ہے  $x$  مائنس 2 گنا  $x$  مشتق 1 ہے تو ہمیں مائنس 3 مربع اب نوٹ  $x$  مائنس 2 مربع ضرب  $x$  مائنس پانچ تقسیم  $x$  جمع چھ ہے لہذا مشتق ہے دو  $x$  مربع مائنس پانچ  $x$  نہیں ہے بلکہ یہ کو سات کے برابر رکھتا ہوں تو یہاں صفر ہے تو ہم  $x$  کریں کہ ہمیں پوائنٹ 7 کوما 0 پر ڈھلوان تلاش کرنا ہے۔ اگر میں اس دوسری اصطلاح میں کے برابر سات کوما صفر پر جو کہ برابر ہے  $7 dydx$  ہے  $m$  صرف اس طرح حاصل کریں گے کہ پوائنٹ سات کوما صفر پر مماس کی ڈھلوان مائنس 2 ضرب 7 مائنس 3 مائنس 0 تقسیم 7 مائنس دو مربع سات مائنس تین مربع اور اسے منسوخ کیا جا سکتا ہے تو یہ ایک ضرب پانچ ضرب چار ہے تو ایک ضرب بیس یہ ہے ٹینجنٹ کی ڈھلوان اور اب ہم آسانی سے مساوات لکھ سکتے ہیں

مائنس 7. ٹھیک ہے اگلا  $x$  برابر ہے  $y$  مائنس 7 یا  $20 x$  مائنس 0 ہے ڈھلوان 1 کے برابر 20 گنا  $y$  اس لیے 7 کوما 0 پر ٹینجنٹ کی مساوات کے نارمل کا لوپ  $x$  مسئلہ یہ دیکھے گا کہ وکر کو پیرامیٹرک شکلوں میں کہاں دیا گیا ہے لہذا یہاں ہم کوشش کریں گے کہ نارمل فائنڈ ایس وکر چار ہے لہذا یہاں صرف یہ ہے  $\pi$  by ایک سائن کیوب تھیٹا کے برابر ہے اس مقام پر جہاں تھیٹا برابر  $y$  کیوب تھیٹا کے برابر ہے  $\cos$  ایک کو تلاش کرنے کے لیے  $dy dx$  کو پیرامیٹر تھیٹا کے لحاظ سے دیا گیا ہے لہذا  $x$  نہیں دیا گیا ہے۔ اور  $y$  کے فعل کے طور پر  $xy$  کہ ہمیں مربع تھیٹا کے برابر ہے اور پھر ہمیں مائنس  $a \cos$  تھیٹا مل جائے تو یہ  $3 dx dx$  ہم چین کے اصول کو استعمال کر سکتے ہیں لہذا اگر ہمیں تو ہم نے تھیٹا کے حوالے  $3 a \sin^2 \theta \cos \theta$  تھیٹا برابر ہوتا ہے۔  $dyd$  تھیٹا ملتا ہے اور  $\sin$  تھیٹا یہ تین کے برابر  $dyd \theta$  by  $dx dx$  برابر ہے  $dydx$  کے مشتق کا حساب لگایا ہے اور اس کا مطلب یہ ہے کہ  $y$  اور  $x$  سے تھیٹا ہم تھری اے کو منسوخ کر سکتے ہیں اور پھر ایک کوس تھیٹا  $\sin$  اسکوائر تھیٹا ٹائمز  $\cos$  اسکوائر تھیٹا ہے  $\cos$  یہ  $a$  ہے  $\pi$  مائنس تین تھیٹا ہے لہذا اس کی ڈھلوان ٹینجنٹ جب تھیٹا برابر  $dydx$  تھیٹا تو ہمیں کیا ملے گا یہ تین تھیٹا کے مائنس کے برابر ہے تو  $\sin$  ہم نارمل کی ڈھلوان چاہتے ہیں  $\cos$  کے برابر ہے  $m$  چار جو  $\tan \pi$  by برابر مائنس  $m$  چار ہے  $\pi$  by اس لیے نارمل کی ڈھلوان ایک کے برابر ہے کیونکہ نارمل ٹینجنٹ کے لیے کھڑا ہے

مائنس دو مربع کے برابر ہے جس کا مماس اس راگ کے متوازی  $x$  پر ایک نقطہ تلاش کریں  $y$  اس لیے ڈھلوان 1 ہے ٹھیک ہے اگلا مسئلہ وکر مائنس دو مربع کے برابر اور  $x$  پر ہیں  $y$  ہے جو 2 کوما 0 اور چار کوما چار کو جوڑتے ہوئے وکر کو جوڑنا ہے لہذا یہ دو پوائنٹس اس پیرابولا ہمیں اس نقطہ کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے جہاں ٹینجنٹ اس راگ کے متوازی ہے یہ دو پوائنٹس تو پہلے حساب لگاتے ہیں کہ دو کوما صفر ایک تو چار مائنس صفر ضرب  $x$  دو مائنس  $x$  ایک بذریعہ  $y$  دو مائنس  $y$  برابر  $m$  اور چار کوما چار کو جوڑنے والے راگ کی ڈھلوان کیا ہے چار مائنس دو جو دو کے برابر ہے یہ لائن کی ڈھلوان ہے جو ان دو پوائنٹ دو کوما صفر اور چار کوما چار کو جوڑتی ہے لہذا ہم چاہتے ہیں کہ  $dydx$  مائنس کے برابر دیکھیں دو مربع اس کا مطلب ہے  $x$  کو  $y$  ٹینجنٹ اس کے متوازی ہو اب ٹینجنٹ کی ڈھلوان بھی دو کے برابر ہے اگر ہم مائنس دو  $x$  مائنس دو تو اگر ہم چاہتے ہیں کہ ڈھلوان دو کے برابر ہو تو ہمیں یہ مساوات ملتی ہے جس کا مطلب ہے  $x$  دو کے برابر ہے۔ گنا ملتا ہے تین  $y$  کو تین کے برابر ڈالنے سے ہمیں  $x$  کے برابر تین ملتا ہے اور  $x$  برابر تین ہے تو ہمیں  $x$  برابر ایک کے جس کا مطلب ہے مائنس دو مربع کے برابر ہے جو ایک کے برابر ہے لہذا نقطہ تین کوما ایک ہے جہاں ڈھلوان ان دو پوائنٹس کو جوڑنے والے راگ کے متوازی ہے ٹھیک ہے لہذا ہم نے دیکھا ہے کہ ٹینجنٹ کی ڈھلوان یا مساوات تلاش کرنے میں کچھ مسائل ہیں اور نارمل اگلے منحنی خطوط پر ہم ان دونوں کے اطلاق کو دیکھیں گے کہ کسی مقام پر فنکشن کی قدر کے قریب قریب تلاش کریں تو ٹینجنٹ لائن کو قریب میں لاگو کریں لہذا مجھے یہ بتانے دو کہ  $x$  اور فرض کریں کہ ہمارے یہاں ایک نقطہ ہے جو  $f$  کا  $x$  کے برابر ہے  $y$  ہم کیا کرنا چاہتے ہیں تو فرض کریں کہ ہمارے پاس کچھ وکر جمع  $x$  کوارڈینیٹ کچھ  $x$  ہے اب ہم اس منحنی خطوط پر ایک اور نقطہ دیکھتے ہیں جہاں یہ  $y$  کوما  $x$  ہے جو  $p$  ہے تو یہ نقطہ  $y$  کوما جمع  $y$  اور  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  ہے۔ وہ پوائنٹ  $t$  کے طور پر ہے لہذا یہ  $y$  جمع ڈیلٹا  $y$  کوارڈینیٹ  $y$  ہے اور ہمیں کال کریں یہاں  $x$  ڈیلٹا کا  $f$  پر  $x$  ہے تو فرض کریں کہ  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  پر  $f$  پلس ڈیلٹا  $y$  کے برابر اور  $f$  کے  $x$  ہے  $y$  تو یہاں ہمارے پاس  $y$  ڈیلٹا کی گنتی کریں ہم کیا چاہتے ہیں کہ ہم ایکس پلس ڈیلٹا ایکس کا تخمینہ کسی قدر  $f$  حساب لگانا آسان ہے لیکن اتنا آسان نہیں۔ ایکس پلس ڈیلٹا ایکس پر کے حساب سے لگانا چاہیں گے جس کی گنتی کرنا آسان ہے تو ہم یہاں کیا کرتے ہیں ہم اس کا تخمینہ ٹینجنٹ لائن سے کرتے ہیں تو آئیے ٹینجنٹ کو کوارڈینیٹ ہے مجھے اس پوائنٹ کو لکھنے دیں کیونکہ اس  $x$  اور پھر اگر ہم یہاں اس پوائنٹ کو دیکھیں تو  $y$  کوما  $x$  دیکھیں اس پوائنٹ پر لائن برابر  $y$  اس کی مساوات ہے جہاں  $1x$  جہاں  $x$  ہوگا۔ 1 جمع ڈیلٹا کا  $x$  کوارڈینیٹ  $y$  ہے لیکن اب یہاں  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کوارڈینیٹ  $x$  کا پیر مماس کی مساوات ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ اس ٹینجنٹ لائن کی مساوات کا حساب کیسے لگانا ہے ہم حساب کر  $pxy$  کے برابر ہے 1 کے  $x$  حاصل کرنے کے بجائے ہمیں یہ  $y$  جمع ڈیلٹا  $y$  کیا ہے تو یہ دے گا مجھے یہ ویلیو جو یہاں ہے تو یہ  $x$  اور ڈیلٹا 1 کا  $x$  سکتے ہیں کہ ہوتا ہے تو  $0 x$  ہے مال تو اگر ہم حد لیتے ہیں جیسا کہ ڈیلٹا  $s$   $x$  ہے اب فرض کریں کہ یہ ڈیلٹا  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کا 1 ویلیو ملے گی جو کہ پرائم  $f$  پر  $x$  سے تقسیم کیا جاتا ہے اگر ہم اس حد کو لیتے ہیں تو ہم جانتے ہیں کہ  $x$  اس کو ڈیلٹا  $x$  کا  $f$  مائنس  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کا  $f$  یہ چھوٹا ہے تو ایکس پلس ڈیلٹا  $x$  تک پہنچتا ہے یہ مشتق کی تعریف ہے یہ فرق ایکس پر مشتق تک پہنچتا ہے لہذا ہم جو کر رہے ہیں وہ ہے اگر ڈیلٹا پر ٹینجنٹ اس کے ذریعہ دیا  $pxy$  کا تخمینہ زیادہ برا نہیں ہے تو آئیے ہم مساوات کو اس کی مساوات لکھیں  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کے لئے  $f$  کا  $x$  کے طور پر لکھنے دیں یہ ٹینجنٹ لائن  $x$  برابر  $f$  برابر  $y$  مائنس  $y$  استعمال کر رہا ہوں مجھے اسے کیپیٹل  $y$  گیا ہے کیونکہ میں یہاں جمع ڈیلٹا  $x$  کے برابر  $x$  تو  $x$  مائنس  $x$  کے برابر اوقات  $f$  برابر  $y$  برابر ہے  $y$  کی ڈھلوان ہے جو  $x$  مائنس  $x$  ٹائمز کیپیٹل اس کا  $x$  جمع ڈیلٹا  $f$  ہے لہذا لکیری تخمینہ وہ ہے جو ہم کر رہے ہیں  $x$  ڈیلٹا  $x$  مائنس  $x$  اوقات  $x$  پرائم  $f$  جمع  $y$  ہے  $y$  کیپیٹل  $x$  نوٹ کریں کہ یہ بالکل برابر نہیں ہے ہم اس کا  $x$  اوقات ڈیلٹا  $x$  پرائم  $f$  پلس  $x$  کا  $f$  کا  $x$  کچھ نہیں ہے مگر  $y$  تخمینہ لگایا جا رہا ہے تخمینہ لگا رہے ہیں لہذا اس کا حساب لگانے میں کچھ خامی ہے لہذا اب ہم کچھ مثال دیکھیں گے جس میں سے ایک ہم  $36.6$  کا مربع جڑ کا تخمینہ لگانا چاہتے ہیں یقیناً آپ نے کسی بھی عدد کے مربع جڑ کو شمار کرنے کا طریقہ سیکھا ہوگا تاکہ اس کا حساب لگایا جا سکے لیکن ہم تخمینہ لگانا چاہتے ہیں۔

لیتے ہیں اب ہمیں  $f$  کے برابر  $x$  کے مربع جڑ کے  $x$  کیا ہے لہذا ہم  $f$  کا  $x$  اس لیے ہم کیا کرتے ہیں پہلے آپ کو یہ منتخب کرنا ہوگا کہ کو  $36$  کے برابر لیتے ہیں تو  $36$  کا مربع جڑ  $6$  کے برابر ہے۔ لہذا ہم اس کے  $x$  اس فنکشن کی ویلیو  $36.6$  پر چاہیے اگر آپ دیکھیں کہ اگر ہم جمع ڈیلٹا  $x$  کا  $f$  کے برابر ہوتا ہے تو ہم کیا چاہتے ہیں ہمیں  $0.6 x$  کو  $36$  کے برابر لیتے ہیں اور ڈیلٹا  $x$  لیتے ہیں اور اگر ہم  $fx$  برابر  $f$  کا  $x$  اب  $x$  بار ڈیلٹا  $x$  پرائم  $f$  جمع  $x$  کے  $f$  کا تخمینہ لگایا جا سکتا ہے  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کا  $f$  چاہئے تو ہم کیا جانتے ہیں کہ  $x$  ہے  $0.6$  تو یہ  $6$  جمع  $1$  بذریعہ  $20$  کے برابر ہے جو کہ  $x$  مربع جڑ  $36$  گنا ڈیلٹا  $2 x$  کا مربع جڑ ہے  $1$   $f$   $x$   $1$   $f$   $x$   $36$  جمع چھ پوائنٹ صفر پانچ اگرچہ  $0$  ہے۔  $t$  کے برابر ہے تو ہم چھتیس پوائنٹ چھ کے اس مربع جڑ کا جو حساب لگا رہے ہیں وہ تقریباً برابر  $6.05$  ہے بالکل ایسا نہیں ہے یہاں کچھ خامی شامل ہے آئیے ہم ایک اور مثال دیکھتے ہیں لہذا نوٹ کریں کہ  $36.6$  کے پچھلے ایک مربع جڑ میں مربع جڑ کا حساب کرنے کا ایک طریقہ ہے اب فرض کریں کہ میں آپ سے حساب کرنے کو کہتا ہوں۔  $25$  کے کیوب روٹ کی قدر اب اس کا صحیح حساب سے  $x$  ایک تہائی  $x$   $f$   $\prime$  کے مکعب جڑ کے برابر لیتے ہیں اور پھر  $x$  کو  $fx$  لگانا آسان نہیں ہے تو پھر ہم کیا کرتے ہیں کہ ہم فنکشن مائنس دو تہائی ہو جائے گا اور پھر ہم ایکس کے برابر لیں اب ہمیں  $25$  کے قریب کی قدر تلاش کرنی ہے جس کے لیے کیوب روٹ کا حساب لگانا ہو۔  $25$  کے  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کو  $27$  کے برابر لیتے ہیں اور ہم چاہتے ہیں کہ  $x$  آسان ہے لہذا کامل کیوب جو  $25$  کے قریب ہے  $27$  ہے تو ہم

کے برابر ہے جس کا تخمینہ  $x$  جمع ڈیلٹا  $x$  کے  $f$  برابر ہے تو کیا ہم ڈیلٹا ایکس کو مائنس 2 کے برابر سمجھتے ہیں اور پھر 25 کا مکعب جڑ کے برابر کریں گے 27 کا مکعب جڑ جمع ایک تہائی اور ستائیس سے پاور مائنس دو تہائی اور  $x$  اوقات ڈیلٹا  $x$  پرائم  $f$  جمع  $x$  کے  $f$  ہم اور 27 تو یہ مجھے 9 دے گا۔ تو تین منفی دو ضرب ستائیس جو کہ 3 by مائنس 2 me 3 ڈیلٹا ایکس مائنس ٹو ہے تو 27 کا مکعب جڑ دیں انتالیس ضرب ستائیس کے برابر ہے تو پچیس کا مکعب جڑ تقریباً انتالیس ضرب ستائیس کے برابر ہے ہم بھی کر سکتے ہیں۔ مقدار کی تبدیلی کی شرح کا تخمینہ لگانے کے لیے اس کا استعمال کریں تو میں ایک اور مثال دیتا ہوں کہ ایک کرہ کا رداس نو سینٹی میٹر کے طور پر ناپا جاتا ہے پوائنٹ مکعب  $\pi r^3$  صفر تین سینٹی میٹر کی غلطی کے ساتھ حجم میں تخمینہ نقص معلوم کریں تو ہمارے پاس کرہ کا ایک کرہ حجم ہے۔ چار ہائی تھری حجم میں خرابی ہے  $v$  پوائنٹ صفر تین سینٹی میٹر ہے اگر ڈیلٹا  $r$  برابر ہے نو سینٹی میٹر ڈیلٹا  $r$  کے ذریعے دیا جاتا ہے جو ہمیں دیا جاتا ہے سے لگ سکتا ہے تو ہم کیا  $r$  ٹائم ڈیلٹا  $r$  پرائم  $v$  اور ہم نے دیکھا ہے کہ یہ مشتق  $r$  پر  $v$  مائنس  $r$  پلس ڈیلٹا  $r$  کے برابر ہے  $v$  تو یہ  $\pi r^4$  کے برابر ہے  $v$  کے برابر ہے جو  $r$  ٹائم ڈیلٹا  $r$  پرائم  $v$  کرتے ہیں ہم صرف حساب لگاتے ہیں لہذا حجم میں تخمینہ غلطی اوقات 9 مربع اوقات 0.03 اتنا زیادہ سینٹی میٹر مکعب تو اس  $\pi$  کو 9 کے برابر ڈالتے ہیں تو یہ 4 ہے۔  $r$  اور پھر آپ  $r$  مربع بار ڈیلٹا  $r$  سے مشتقات کی ایپلی کیشنز پر ہمارا لیکچر ختم ہو جاتا ہے آپ کا شکریہ