

डेरिवेटिव्हजच्या ऍप्लिकेशन्सवरील पुढील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे,  
त्यामुळे या व्याख्यानात आपण स्पर्शरिषा आणि वक्र बिंदूवर सामान्य रेषा यांचे समीकरण कसे शोधायचे ते शिकू  
आणि नंतर आपण त्याचे काही उपयोग पाहू .

स्पर्शिका आणि नॉर्मल यांची समीकरणे म्हणून समजा आपल्याकडे वक्र आहे आणि आपण या बिंदूकडे पाहिल्यास  $p$  असे म्हणू ज्याचे  
समन्वय  $x$  स्वल्पविराम  $y$  आहेत आणि आपल्याकडे हा वक्र  $y$  आहे  $x$  च्या काही  $f$  च्या बरोबर आता या वक्राची स्पर्शरिषा सरळ  
आहे या बिंदूतून जाणारी रेषा  $x$  स्वल्पविराम  $y$  ज्याचा उतार स्पर्शरिषेचा इतका उतार आहे तो  $p$  वर त्या बिंदूवरील व्युत्पन्न  $dy/dx$   
आहे म्हणून हे आपण पाहिले आहे कारण आपण वक्रावरील कोणतेही दोन बिंदू पाहिल्यास आणि रेषाखंडाला जोडल्यास रेषा त्या दोन  
बिंदूंना जोडले आणि  $q$  बिंदू  $p$  जवळ आल्यावर आपण मर्यादा घेतली तर आपल्याला व्युत्पन्न मिळेल, उतार हा काही नसून या बिंदूवर  $p$   
आणि सामान्य रेषा ही स्पर्शरिषा आहे आणि सामान्य रेषा आहे व्याख्येनुसार जी रेषा या बिंदूतून पुन्हा जाते आणि जी स्पर्शरिषेला लंब असते  
त्यामुळे ही सामान्य रेषा आहे,

त्यामुळे आपल्याला माहित आहे की स्पर्शरिषेचा उतार काही बिंदूवर  $x$  नाught  $y$  नाught या बिंदूवर डेरिवेटिव्ह  $dy/dx$  आहे  
 $x$  नाught  $y$  नाught जो  $x$  नाught वर  $f$  prime च्या समान आहे जर  $y$  हे  $x$  चे फंक्शन दिले असेल आणि म्हणून  $x$   
 $y$  नाught वर नॉर्मलचा उतार  $x$  नाught  $y$  नाught वर या  $dy/dx$  द्वारे वजा एक आहे  
म्हणून आता लिहायचे आहे.

स्पर्शिकेचे समीकरण आणि सामान्य लक्षात ठेवा की

रेषेचे समीकरण काही बिंदूमधून जात आहे  $x$  शून्य  $y$  शून्य आणि उतार  $m$  ने दिलेला आहे  $y$  वजा  $y$  शून्य म्हणजे उतार  $m$  गुणा  $x$   
उणे  $x$  शून्य आहे हे एक सुप्रसिद्ध सूत्र आहे रेषेचे समीकरण बिंदू उताराच्या रूपात आहे

त्यामुळे  $x$  नाught  $y$  नाught वर स्पर्शिकेचे समीकरण मी या बिंदूला  $p$  म्हणतो

$y$  वजा  $y$  शून्य आहे उताराच्या बरोबरीचे आहे येथे डेरिवेटिव्ह  $dy/dx$  आहे  $x$  नाught  $y$  नाught times  $x$  उणे  $x$   
शून्य आणि बिंदूवर सामान्यचे समीकरण  $x$  शून्य  $y$  शून्य आहे  $y$  वजा  $y$  शून्य आहे वजा एक बरोबर  $dy/dx$  येथे  $x$  शून्य  $y$  शून्य  
गुणाकार  $x$  शून्य  $x$  शून्य आहे जर हा  $dy/dx$   $x$  शून्य  $y$  शून्य असेल तर हे शून्य शून्य आहे आता

हे वर्तुळ पाहिल्यास काय होऊ शकते असे म्हणूया की हे वर्तुळ ज्याचे समीकरण  $x$  चौरस अधिक  $y$  चौरस एक आहे त्या वर्तुळाकडे  
पाहू,

त्यामुळे समस्या म्हणजे स्पर्शरिषेचे समीकरण

$x$  बिंदूवर शोधणे म्हणजे  $x$  चौरसावर  $y$  शून्य नाही अधिक  $y$  स्केअर एक बरोबर आहे म्हणून जर आपण हे बघितले तर  $x$  स्केअर  
अधिक  $y$  स्केअर एक समान आहे याचा अर्थ दोन  $x$  अधिक  $2y/dy/dx$  हे  $0$  च्या बरोबरीचे आहे याचा अर्थ असा होतो की डेरिवेटिव्ह  
 $dy/dx$  वजा  $x$  वर  $y$  आहे जर  $y$  नसेल तर  $0$  च्या बरोबरीने प्रत्येक बिंदूसाठी जर  $y$   $0$  असेल तर आपल्याला हे दोन बिंदू मिळतील  
एक स्वल्पविराम शून्य आणि वजा एक स्वल्पविराम शून्य जर  $y$  शून्य बरोबर नसेल तर या दोन बिंदूंशिवाय आपल्याकडे एक बिंदू आहे  
म्हणून जर  $y$  शून्य असेल तर

$x$  वर स्पर्शिकेचा उतार शून्य करण्यासाठी शून्य  $y$  शून्य आहे  $m$  समान आहे वजा  $x$  शून्य द्वारे  $y$  शून्य आणि म्हणून

स्पर्शिकेचे समीकरण  $x$  शून्य  $y$  शून्य आहे  $y$  वजा  $y$  शून्य हे उताराच्या बरोबरीचे आहे वजा  $x$  शून्य  $y$  शून्य गुणाकार  $x$  शून्य  $x$   
शून्य आहे जे तुम्ही सोपे देखील करू शकता आणि  $y$  शून्य वेळा  $y$  वजा  $y$  शून्य अधिक  $x$  शून्य गुणा  $x$  वजा  $x$  शून्य समान शून्य  
किंवा जे  $x$  शून्य  $x$  अधिक  $y$  शून्य  $y$  समान  $x$  शून्य चौरस अधिक  $y$  शून्य चौरस पण  $x$  शून्य चौरस अधिक असे लिहा  $y$  शून्य  
स्केअर एक बरोबर आहे म्हणून आपल्याला  $x$  शून्य  $x$  अधिक  $y$  शून्य  $y$  एक बरोबर मिळते हे आपण प्राप्त केले आहे जर  $y$  शून्य  
शून्य समान नसेल तर आता येथे स्पष्टपणे आपण पाहू शकता की आपल्याकडे  $y$  शून्य  $0$  च्या बरोबर असेल तर आपल्याकडे आहे  $x$   
अक्षावरील हे दोन बिंदू येथे स्पर्शरिषा हे समीकरण  $x$  समान  $1$  आहे आणि येथे स्पर्शरिषा  $x$  समान उणे  $1$  आहे.

तर येथे काय होते की स्पर्शरिषा उभी आहे

म्हणून बिंदू  $1$  वर स्वल्पविराम  $0$  आणि उणे  $1$  स्वल्पविराम  $0$  स्पर्शिकेची समीकरणे  $s$  अनुक्रमे  $x$  समान  $1$  आणि  $x$  समान  $1$  वजा  $1$   
आहेत

त्यामुळे येथे काय होते की स्पर्शरिषेचा उतार अनंत आहे म्हणून जर स्पर्शरिषेचा उतार  $x$  नाught  $y$  नाught या बिंदूवर असीम  
असेल तर स्पर्शरिषेचे समीकरण  $x$  बरोबर  $x$  शून्य आहे आता आपण स्पर्शरिषा आणि सामान्य रेषांची समीकरणे शोधण्यासाठी काही  
उदाहरणे पाहू

दुसऱ्या उदाहरणात वक्र  $y$  ची स्पर्शिका ज्या बिंदूवर चार  $x$  वजा तीन वजा एक उतार आहे त्या बिंदूचा शोध घेऊ दोन तृतीयांश म्हणजे  $y$   
बरोबर चार  $x$  वजा तीन वजा एक  $dy/dx$  म्हणजे एक बाय दोन वर्गमूळ चार  $x$  वजा तीन गुणिले चार म्हणजे दोन भागिले चौरसमूळ  
चार  $x$  वजा तीन म्हणजे

$x$  वर स्पर्शिकेचा उतार स्वल्पविराम  $y$  आहे  $m$  म्हणजे दोन भागिले चौरसमूळ चार  $x$  उणे तीन म्हणजे आपल्याला ते बिंदू शोधायचे  
आहेत जेथे उतार दोन तृतीयांश आहे म्हणून आपल्याला दोन साठी वर्गमूळ चार  $x$  वजा तीन म्हणजे दोन तृतीयांश या बरोबर सोडवावे  
लागेल चार  $x$  उणे तीन म्हणजे नऊ बरोबर असावे आणि याचा अर्थ  $x$  म्हणजे बारा बाय चार म्हणजे  $x$  तीन म्हणजे  $x$  चे फक्त एक  
मूल्य मिळते, हा उतार दोन तृतीयांश आहे आणि जेव्हा  $x$  तीन  $y$  असतो तेव्हा चौरस असतो चार गुणिले तीन वजा तीन वजा एकचे मूळ  
म्हणजे हे  $y$  दोन बरोबर आहे म्हणून आवश्यक बिंदू तीन स्वल्पविराम आहे दोन पुढील समस्या वक्र वर बिंदू शोधा  $x$  चौरस बाय चार  
अधिक  $y$  चौरस बाय नऊ समान एक ज्यावर स्पर्शिका प्रथम आहेत  $x$  अक्षाच्या समांतर आणि पुढील बिंदू जेथे स्पर्शरिषा  $y$  अक्षाच्या  
समांतर आहेत

त्यामुळे हे खरे आहे, जर तुम्ही हे लंबवर्तुळ म्हणून ओळखले तर तुम्ही सहजपणे पाहू शकता की हे लंबवृत्त आहे आणि हे बिंदू  $2$

स्वल्पविराम  $0$  वजा  $2$   $0$  आहेत आणि नंतर  $0$  वजा  $3$  आणि  $0$   $3$  म्हणून आकृतीवरून तुम्ही पाहू शकता की स्पर्शिका  $x$  अक्षाच्या समांतर

असणारे बिंदू हे दोन बिंदू आहेत आणि ते बिंदू जेथे स्पर्शिका  $y$  अक्षाच्या समांतर आहेत किंवा हे बिंदू वापरून हे शोधण्याचा प्रयत्न करूया.

आमच्याकडे काय आहे आताच शिकलो म्हणून आपल्याला  $x$  स्केअर बाय चार अधिक  $y$  स्केअर बाय नऊ हे दिले आहे जर मी  $x^2$   $x^4$  अधिक  $2y$  बाय  $9$  च्या संदर्भात फरक केला तर  $dy/dx$  शून्य आहे याचा अर्थ  $dy/dx$  च्या बरोबरीचा आहे उणे नऊ बाय चार पट  $x$  बाय  $y$  आता जर आपल्याला स्पर्शिका  $x$  अक्षाच्या समांतर हवी असेल तर स्पर्शिका  $x$  अक्षाच्या समांतर असण्यासाठी उतार किती असावा उतार शून्य असला पाहिजे कारण  $x$  या रेषेचा उतार स्थिरांकाच्या समान आहे स्थिरांकाच्या  $y$  समान रेषेचा उतार शून्य आहे म्हणून जर आपण उताराची बरोबरी शून्य केली तर आपल्याला  $x$  शून्याच्या बरोबरीने  $x$  समान मिळेल त्यामुळे स्पर्शिका

$x$  अक्षाच्या समांतर असेल तर  $x$  शून्याच्या बरोबरीने  $x$  बरोबर असेल.

वक्राचे समीकरण आपल्याला मिळते म्हणजे  $x$  शून्य अधिक  $y$  वर्ग नऊ एक समान आहे याचा अर्थ असा होतो की  $y$  वर्ग नऊ बरोबर एक म्हणजे  $y$  अधिक किंवा उणे तीन म्हणजे शून्य स्वल्पविराम तीन आणि शून्य स्वल्पविराम वजा तीन आहेत बिंदू जेथे स्पर्शिका समांतर असतात  $x$  अक्ष जो आपण या लंबवर्तुळाचा आलेख पाहून देखील पाहिले आहे  $0$  स्वल्पविराम  $3$  आणि  $0$  उणे  $3$  हे बिंदू आहेत जेथे स्पर्शिका  $x$  अक्षाच्या समांतर आहेत आता प्रथम दुसरा भाग जर स्पर्शिका  $y$  अक्षाच्या समांतर असेल तर उतार असणे आवश्यक आहे अनंत म्हणून जर आपण हे पाहिले तर  $dy/dx$  म्हणजे उणे नऊ बाय चार  $x \times y$  बरोबर  $y$  असणे आवश्यक आहे त्यामुळे  $y$  शून्याच्या बरोबरीचे आहे

म्हणजे  $x$  चौरस बाय चार म्हणजे एकाच्या बरोबरीचे म्हणजे  $x$  बरोबर अधिक वजा आहे दोन म्हणून दोन स्वल्पविराम शून्य आणि उणे दोन स्वल्पविराम शून्य हे बिंदू आहेत जेथे स्पर्शिका  $y$  अक्षाच्या समांतर असतात हे पुन्हा आपण चित्रातून पाहिले आहे की वजा दोन स्वल्पविराम शून्य आणि दोन स्वल्पविराम  $0$  वर स्पर्शिका उभ्या रेषा आहेत त्यामुळे पुढील समस्या

वक्र  $y$  च्या स्पर्शिकेचे समीकरण शोधणे आवश्यक आहे  $x$  उणे  $7$  ने भागिले  $x$  उणे दोन गुणिले  $x$  उणे तीन ज्या बिंदूवर तो  $x$  अक्ष कापतो म्हणून प्रथम आपल्याला हे बिंदू शोधण्याची आवश्यकता आहे जिथे ही वक्र छेदते  $x$  अक्ष म्हणून  $y$  बरोबर  $0$  ठेवल्यास आपल्याला  $x$  बरोबर  $7$  मिळते

त्यामुळे वक्र बिंदू सात स्वल्पविराम शून्यावर  $x$  अक्ष कापतो आता आपल्याला स्पर्शिकेचा उतार सापडेल त्यासाठी आपल्याला  $dy/dx$  आवश्यक आहे म्हणून  $dy/dx$  आपण भागफल नियम वापरू शकतो म्हणून आपल्याकडे आहे  $x$  वजा  $7$  वेळा भाजक  $x$  वजा  $2$  पट  $x$  वजा  $3$  वजा  $x$  वजा  $7$  पट  $d$   $x$  चा  $dx$  वजा दोन पट  $x$  वजा तीन भाग भाजक वर्ग आणि हे  $x$  वजा  $7$  च्या व्युत्पन्न बरोबर आहे  $1$  त्यामुळे आपल्याला  $x$  वजा  $2$  पट  $x$  वजा  $3$  वजा  $x$  वजा सात पट  $d$   $x$   $dx$  च्या  $dx$  वजा दोन पट  $x$  वजा तीन हे काही नाही तर हे  $x$  चौरस वजा पाच  $x$  अधिक सहा आहे

त्यामुळे व्युत्पन्न दोन  $x$  वजा पाच भागिले  $x$  आहे वजा  $2$  चौरस गुणा  $x$  वजा  $3$  चौरस आता लक्षात घ्या की आपल्याला बिंदू  $7$  स्वल्पविराम  $0$  वर उतार शोधायचा आहे.

जर मी या दुसऱ्या टर्ममध्ये  $x$  बरोबर सात ठेवले तर येथे शून्य आहे म्हणून आपल्याला फक्त स्पर्शिकेचा उतार इतका मिळेल बिंदू सात स्वल्पविराम शून्य  $m$  आहे सात  $com$  वर  $dy/dx$  समान आहे  $ma$  शून्य जे समान आहे  $7$  वजा  $2$  गुणिले  $7$  वजा  $3$  वजा  $0$  भागिले  $7$  वजा दोन वर्ग सात वजा तीन वर्ग आणि हे रद्द केले जाऊ शकते म्हणून हे एक करून पाच गुणिले चार आहे तर एक बाय वीस हा स्पर्शिकेचा उतार आहे आणि आता आपण समीकरण सहज लिहू शकतो म्हणून  $7$  स्वल्पविराम  $0$  वरील स्पर्शिकेचे समीकरण  $y$  वजा  $0$  हे उतार  $1$  बाय  $20$  गुणिले  $x$  उणे  $7$  किंवा  $20y$  समान  $x$  उणे  $7$  आहे.

ठीक आहे

त्यामुळे पुढील समस्या दिसेल जेथे वक्र पॅरामेट्रिक फॉर्ममध्ये दिलेले आहे,

त्यामुळे येथे आपण सामान्य शोधण्याचा प्रयत्न करूया सामान्य ते वक्र  $x$  चा उतार ज्या ठिकाणी थीटा समान आहे त्या बिंदूवर कॉस क्यूब थीटा  $y$  समान आहे

चार बाय चार तर इथे फक्त एकच गोष्ट आहे की आपल्याला  $xy$  चे फंक्शन म्हणून  $y$  दिलेले नाही आणि  $x$  हे पॅरामीटर थीटाच्या संदर्भात दिलेले आहे म्हणून  $dy/dx$  शोधण्यासाठी आपण साखळी नियम वापरू शकतो म्हणून आपल्याला  $dxd$  थीटा आढळल्यास व्युत्पन्न  $3a \cos$  थीटा बरोबर आहे आणि नंतर आपल्याला वजा  $s$  मिळेल  $theta$  आणि  $dyd$   $theta$  मध्ये  $3a \sin$  स्केअर थीटा गुणा  $\cos$   $theta$  आहे म्हणून आम्ही थीटाच्या संदर्भात  $x$  आणि  $y$  चे व्युत्पन्न काढले आहे आणि याचा अर्थ  $dy/dx$   $dyd$   $theta$  द्वारे  $dxd$   $theta$  च्या समान आहे हे तीन  $a \sin$  चौरस आहे  $theta \cos$   $theta$  भागिले उणे तीन  $a$  हे  $\cos$  वर्ग  $theta \cos$  वर्ग  $theta$  गुणा  $\sin$   $theta$  आहे आपण तीन  $a$   $three$   $a$  आणि नंतर एक  $\cos$   $theta \sin$   $theta$  रद्द करू शकतो

त्यामुळे आपल्याला जे मिळेल ते टॅन थीटाच्या उणेच्या बरोबर आहे

त्यामुळे  $dy/dx$  वजा आहे टॅन थीटा म्हणून स्पर्शिकेचा उतार जेव्हा थीटा समान पाई बाय चार असतो तेव्हा  $m$  समान उणे टॅन पाई बाय चार असतो जो वजा एक असतो आम्हाला सामान्यचा उतार हवा असतो म्हणून सामान्यचा उतार एक बरोबर असतो कारण सामान्य आहे स्पर्शिकेला लंब आहे म्हणून उतार  $1$  आहे ठीक पुढील समस्या

वक्र  $y$  वर एक बिंदू शोधा  $x$  वजा दोन चौरस बरोबर आहे

ज्यावर स्पर्शिका जीवा समांतर आहे वक्र जोडणारा  $2$  स्वल्पविराम  $0$  आणि चार स्वल्पविराम  $f$  आमचे हे दोन बिंदू या पॅराबोला  $y$  वर  $x$  उणे दोन चौरसाच्या समान आहेत आणि या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या या जीवेला स्पर्शिका समांतर आहे तो बिंदू शोधणे आवश्यक आहे, म्हणून प्रथम दोन स्वल्पविराम शून्य जोडणाऱ्या जीवाचा उतार किती आहे हे मोजू

आणि चार स्वल्पविराम चार म्हणजे  $m$  बरोबर  $y$  दोन वजा  $y$  एक बाय  $x$  दोन वजा  $x$  एक तर चार वजा शून्य बाय चार वजा दोन जे

दोन बरोबर आहे हा दोन बिंदू दोन स्वल्पविराम शून्य आणि चार स्वल्पविराम चार जोडणाऱ्या रेषेचा उतार आहे त्यामुळे स्पशिकेला समांतर असावे असे आपल्याला वाटते कारण स्पशिकेचा उतार देखील दोन समान आहे आता जर आपण  $y$  बरोबर  $x$  वजा दोन स्केअर पाहिले तर याचा अर्थ  $dy/dx$  दोन गुणा  $x$  वजा दोन च्या बरोबरीचा आहे .

उतार बरोबर दोन म्हणजे आपल्याला हे समीकरण मिळेल ज्याचा अर्थ  $x$  वजा दोन समान आहे ज्याचा अर्थ  $x$  समान तीन आहे म्हणून आपल्याला  $x$  समान तीन मिळेल आणि  $x$  समान तीन ठेवल्यास आपल्याला  $y$  मिळेल तीन वजा दोन चौरस जे आहे एक हेंक समान  $e$  बिंदू हा तीन स्वल्पविराम आहे जेथे उतार हा दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या जीवाशी समांतर असतो, म्हणून आपण काही समस्या पाहिल्या आहेत की

स्पशिकेचा उतार किंवा समीकरण शोधण्यात येते आणि वक्र वर काही ठिकाणी सामान्य आहे.

या दोघांना

काही ठिकाणी फंक्शनच्या मूल्याचा अंदाज येतो म्हणून स्पशिकेचा अंदाजे वापर केला जातो म्हणून मला समजावून सांगा की आपल्याला काय करायचे आहे म्हणून समजा आपल्याकडे  $x$  च्या  $f$  च्या बरोबरीचे काही वक्र  $y$  आहे आणि समजा आपल्याकडे येथे एक बिंदू आहे जो आहे  $x$  स्वल्पविराम  $y$  तर हा बिंदू  $p$  आहे जो  $x$  स्वल्पविराम  $y$  आहे आता आपण या वक्रवरील आणखी एक बिंदू पाहू या जेथे हा  $x$  समन्वय काही  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  आहे आणि येथे  $y$  समन्वय म्हणूया  $y$  अधिक डेल्टा  $y$  म्हणून हे हा बिंदू  $qx$  अधिक डेल्टा  $x$  आणि  $y$  अधिक डेल्टा  $y$  आहे म्हणून येथे आपल्याकडे  $y$  हे  $x$  च्या  $f$  च्या बरोबरीचे आहे आणि  $y$  अधिक डेल्टा  $y$  हे  $f$   $x$  वर  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  आहे म्हणून समजा

$x$  वर  $f$  मोजणे सोपे आहे परंतु इतके सोपे नाही  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  वर  $f$  ची गणना करा आम्ही  $w$  काय  $ant$  आपण  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  चे अंदाजे काही मूल्यानुसार मोजू इच्छितो ज्याची गणना करणे सोपे आहे म्हणून आपण येथे काय करतो ते स्पशिकेने अंदाजे काढूया म्हणून आपण या बिंदूवर स्पशिका  $x$  स्वल्पविराम  $y$  पाहू आणि नंतर जर आपण हा बिंदू येथे पाहिला तर हा बिंदू  $x$  समन्वय आहे मी हा बिंदू लिहितो कारण त्याचा  $x$  समन्वय  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  आहे पण आता येथे  $y$  समन्वय  $1$   $x$  अधिक डेल्टा  $x$  असेल जेथे  $1x$  हे समीकरण आहे जेथे  $y$  आहे  $x$  च्या  $1$  च्या बरोबरीने  $pxy$  वर स्पशिकेचे समीकरण आहे त्यामुळे या स्पशिकेचे समीकरण कसे काढायचे हे आपल्याला माहित असल्यामुळे  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  चे  $1$  किती आहे हे आपण काढू शकतो

त्यामुळे मला हे मूल्य मिळेल जे येथे आहे त्याऐवजी हे  $y$  अधिक डेल्टा  $y$  मिळविल्यास आपल्याला हे मूल्य मिळेल जे  $x$  ची  $1$  अधिक डेल्टा  $x$  आहे आता समजा हा डेल्टा  $x$  लहान आहे म्हणून जर आपण डेल्टा  $x$   $0$  कडे झुकतो म्हणून मर्यादा घेतली तर हे  $x$  चा  $f$  अधिक डेल्टा  $x$  वजा  $f$   $x$  चा हे डेल्टा  $x$  ने भागले तर आपण ही मर्यादा घेतली तर आपल्याला कोणते मार्ग माहित आहेत  $x$  वर  $f$  प्राइम ही डेरिव्हेटिव्हची व्याख्या आहे की हा फरक  $x$  वर व्युत्पन्नापर्यंत पोहोचतो म्हणून आपण काय करत आहोत म्हणून जर डेल्टा  $x$  लहान असेल तर  $x$  च्या  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  च्या  $f$  साठी  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  चे अंदाजे  $1$  खूप नाही वॉईट तर  $pxy$  वर स्पशिकेचे समीकरण कशाचे लिहूया कारण मी येथे  $y$  वापरत आहे मी हे कॅपिटल  $y$  वजा  $y$  इक्वल टू  $f$  प्राइम  $x$  असे लिहूया स्पशिकेचा हा उतार गुणाकार कॅपिटल  $x$  वजा आहे  $x$  म्हणजे  $y$   $y$  बरोबर  $y$  अधिक  $f$  प्राइम  $x$  गुणिले  $x$  वजा  $x$  म्हणजे  $x$  बरोबर  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  भांडवल  $y$   $y$  अधिक  $f$  प्राइम  $x$  गुणा  $x$  वजा  $x$  डेल्टा  $x$  आहे म्हणून आपण जे करत आहोत ते रेखीय अंदाजे आहे  $x$  चा  $f$  अधिक डेल्टा  $x$  आहे हे  $y$  ने अंदाजे केले जात आहे हे  $x$  चा  $x$  अधिक  $f$  प्राइम  $x$  वेळा डेल्टा  $x$  बरोबर काहीही नाही हे लक्षात घ्या की हे आपण अंदाजे अंदाज करत आहोत याच्या बरोबरीने नाही त्यामुळे आता हे मोजण्यात काही त्रुटी आहे आम्ही काही उदाहरण उदाहरण पाहू  $t$  36.

6 च्या अंदाजे वर्गमूळासाठी अर्थातच तुम्ही कोणत्याही संख्येचे वर्गमूळ काढण्याची पद्धत शिकली असेल

त्यामुळे हे मोजले जाऊ शकते परंतु आम्हाला हे अंदाजे काढायचे आहे म्हणून आम्ही काय करू प्रथम तुम्हाला  $x$  चे  $f$  काय आहे ते निवडावे लागेल.

$x$  च्या वर्गमूळाच्या  $x$  च्या बरोबरीचे  $f$  घ्या.

आता आपल्याला या फंक्शनचे मूल्य 36.

6 हवे आहे, जर आपण पाहिले की  $x$  बरोबर 36 घेतले तर 36 चे वर्गमूळ 6 आहे.

म्हणून आपण याच्या बरोबर  $fx$  घेऊ.

जर आपण  $x$  बरोबर 36 आणि डेल्टा  $x$   $0$ .

6 च्या बरोबरीने घेतला तर आपल्याला  $x$  चा  $f$  चा  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  हवा आहे, तर आपल्याला माहित आहे की  $x$  चा  $f$  चा  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  चा अंदाजे  $x$  अधिक  $f$  प्राइम येथे  $f$  चा अंदाजे लावता येतो.

$x$  गुणिले डेल्टा  $x$  आता  $x$  चे  $f$  म्हणजे 36 अधिक  $f$  प्राइम  $x$  चे वर्गमूळ 1 बाय 2 चे वर्गमूळ 36 पट डेल्टा  $x$   $0$ .

6 आहे

त्यामुळे हे 6 अधिक 1 बाय 20 आहे जे 6.

05 च्या बरोबरीचे आहे तर काय? आपण हे छत्तीस गुण सहा चे वर्गमूळ काढत आहोत हे अंदाजे सहा बिंदू शून्य पाच इतके आहे जरी हे अचूक नाही इथे काही त्रुटी आहे.

आता आपण आणखी एक उदाहरण पाहू या, तर लक्षात घ्या की 36.

6 च्या आधीच्या एका वर्गमूळात वर्गमूळ काढण्याची पद्धत आहे आता समजा मी तुम्हाला 25 च्या घनमूळाच्या मूल्याची गणना करण्यास सांगितले आहे.

अचूक गणना करणे सोपे नाही म्हणून आपण पुन्हा काय करू

म्हणजे  $x$  च्या क्यूब रूट बरोबर  $fx$  हे फंक्शन घेतो आणि नंतर  $f$  prime  $x$  एक तृतीयांश  $x$  ते उणे दोन तृतीयांश होईल आणि नंतर आपण  $x$  बरोबर घेतो.

25 च्या जवळचे मूल्य शोधणे ज्यासाठी घनमूळ मोजणे सोपे आहे म्हणून 25 च्या जवळ असलेला परिपूर्ण घन 27 आहे म्हणून आपण  $x$  27 च्या बरोबरीने घेऊ आणि आपल्याला  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  25 च्या बरोबरीने हवा आहे म्हणून आपण डेल्टा घेऊ.

$x$  हे उणे 2 च्या बरोबरीचे आहे आणि नंतर 25 चे घनमूळ हे  $x$  अधिक डेल्टा  $x$  च्या  $f$  सारखे आहे ज्याचे आपण अंदाजे  $f$  च्या  $x$  अधिक  $f$  प्राइम  $x$  गुणा डेल्टा  $x$  जे 27 अधिक एक तृतीयांश आणि वीस च्या घनमूळाच्या समान आहे सात ते घात उणे दोन तृतीयांश आणि डेल्टा  $x$  उणे दोन म्हणजे 27 चे घनमूळ द्या  $s$  मी 3 वजा 2 बाय 3 आणि 27

त्यामुळे हे मला 9 देईल.

तर तीन वजा दोन बाय सत्तावीस जे एकोणतीस बाय सत्तावीस बरोबर आहे तर पंचवीसचे घनमूळ अंदाजे एकोणतीस बाय सत्तावीस इतके आहे.

हे प्रमाण बदलण्याच्या अंदाजे दरासाठी वापरा, म्हणून मी आणखी एक उदाहरण देतो गोलाची त्रिज्या

नऊ सेंटीमीटर इतकी मोजली जाते बिंदू शून्य तीन सेंटीमीटरच्या

त्रुटीसह खंडातील अंदाजे त्रुटी शोधा म्हणजे आपल्याकडे गोलाचे आकारमान आहे.

चार बाय तीन  $\pi r$  क्यूब द्वारे दिले जाते जे आपल्याला दिले जाते  $r$  बरोबर नऊ सेंटीमीटर डेल्टा  $r$  बिंदू शून्य तीन सेंटीमीटर आहे जर डेल्टा  $v$  ही व्हॉल्यूममधील त्रुटी असेल तर ती

$r$  अधिक डेल्टा  $r$  वजा  $v$  वर  $r$  आहे आणि आम्ही पाहिले आहे की हे डेरिव्हेटिव्ह  $v$  प्राइम  $r$  वेळा डेल्टा  $r$  द्वारे अंदाजे केले जाऊ शकते, म्हणून आम्ही काय करतो आम्ही फक्त गणना करतो म्हणून व्हॉल्यूममधील अंदाजे त्रुटी  $v$  प्राइम  $r$  वेळा डेल्टा  $r$  च्या समान आहे जी  $v$  प्राइम आर  $4\pi r$  च्या समान आहे.

चौरस वेळ  $s \text{ delta } r$  आणि नंतर तुम्ही  $r$  बरोबर 9 लावला म्हणजे हा  $4\pi$  गुणिले 9 चौरस गुणा 0.

03 इतका सेंटीमीटर क्यूब आहे

त्यामुळे डेरिव्हेटिव्हच्या ऍप्लिकेशन्सवरील आमचे व्याख्यान संपले.

धन्यवाद