

مشتقات کے اگلے لیکچر میں خوش آمدید، اس لیکچر میں ہم مقداروں کی تبدیلی کی شرح کے بارے میں سیکھیں گے، اس لیے اس لیکچر میں ہم مقداروں کی تبدیلی کی شرح کے حساب سے مشتقات کے اطلاق کو دیکھیں گے، اس لیے یہاں ہمارے پاس جو کچھ ہے اسے بتاتے ہیں۔ وقت کو بھی  $y$  ہے اور  $x$  کا کچھ  $x$   $t$  کے افعال ہیں لہذا  $y$   $t$  اور  $x$   $t$  دو مقداریں  $dy$  اور  $dx$  ظاہر کرتا ہے اور وقت کے لحاظ سے کے فنکشن کے طور پر دیا گیا ہے اب  $x$  کو  $y$  اب فرض کریں کہ ہمیں فرض کریں کے فعل کے طور پر دیا گیا ہے۔  $t$  وقت کا ایک فعل ہے بین لہذا مقدار کی  $dy/dt$  اور  $dx/dt$  کے مشتق  $y$  اور  $x$  کے حوالے سے  $t$  کی تبدیلیوں کی شرح کی تبدیلی کی شرح وقت  $y$  اور  $x$  کی تبدیلی کی شرح معلوم ہو  $x$  یعنی  $dx/dt$  تبدیلی کی شرح سے ہمارا مطلب ہے مشتق سے ٹائم ٹی کے حوالے سے اس لیے اگر  $x$  کو  $y$  کی تبدیلی کی شرح کو ذیل میں چین کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے شمار کیا جا سکتا ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ  $dy/dt$  تو  $y$  کے طور پر اگر  $dx/dt$   $dy/dx$   $times$  چین کے اصول کے ذریعے ڈبلیو ہو سکتا ہے  $dy/dt$  فعل کے طور پر دیا گیا ہے لہذا کے فنکشن کے طور پر جانا جاتا ہے  $x$  کو کی تبدیلی کی شرح ہے جسے فرض کیا جاتا ہے  $x$   $dx/dt$  کا حساب لگا سکتے ہیں اور  $dy/dx$  تو ہم کا حساب لگایا جا سکتا ہے  $dy/dt$  تو آئیے ہم کچھ مثالیں دیکھتے ہیں پہلی مثالیں فرض کریں کہ ایک دائرے کا رداس تین سینٹی میٹر فی سیکنڈ کی شرح سے بڑھ رہا ہے جب رداس سینٹی میٹر ہے 10

تو دائرے کے رقبہ کی تبدیلی کی شرح معلوم کریں تو یہاں کیا دیا گیا ہے کہ دائرے کا رداس یہ ہے 3 سینٹی میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے بڑھ رہا ہے اور ہمیں دائرے کے رقبہ کی تبدیلی کی شرح معلوم کرنی ہے جب رداس 10 سینٹی میٹر ہے تو یہاں ہمارے پاس کیا دو مقداریں ہیں ایک رداس ہے دوسرا رقبہ ہے دائرے کا رداس ہے اور پھر جو دیا جاتا  $r$  مربع کے ذریعہ دیا جاتا ہے جہاں  $a \pi r$  تو ہمیں معلوم ہے کہ دائرے کا رقبہ مجھے لکھنے دو۔ میں بڑھ رہا ہے وہ 3 سینٹی میٹر فی سیکنڈ کے برابر ہے اور ہمیں جو تلاش کرنا ہے وہ یہ  $dr/dt$  ہے وہ یہ ہے کہ جس شرح سے رداس اس دس سینٹی میٹر کے برابر ہوتا ہے  $r$  جب  $adt$  کیا ہے۔  $d$  ہے کہ مربع دیا جاتا ہے  $\pi r$  کو  $\pi r$   $times$   $dr/dt$  کے برابر ہے بذریعہ  $da$  مشتق  $dadt$  تو ہم جانتے ہیں کہ میں تین سینٹی میٹر فی سیکنڈ ہے  $\pi r$  تین سینٹی میٹر فی سیکنڈ دیا جاتا ہے لہذا یہ دو  $dr/dt$  ہے اور  $dr/dt$  گنا  $\pi r$  دو  $dadr$  تو سینٹی  $\pi$  میں 10 سینٹی میٹر گنا 3 سینٹی میٹر فی سیکنڈ جو دیتا ہے 2 گنا 10 گنا 3 ہے  $\pi$  60 سینٹی میٹر ہے  $10^2$  جب  $r$   $dadt$  تو میٹر مربع فی سیکنڈ سینٹی میٹر مربع فی سیکنڈ کی رفتار سے بڑھ رہا ہے جب رداس 10 سینٹی میٹر ہے  $\pi$  تو یہ شرح دیتا ہے جس پر رقبہ رقبہ بڑھ رہا ہے 60 تو آئیے اگلا مسئلہ دیکھتے ہیں

تو یہاں ہمیں بتایا گیا ہے کہ ایک کیوب کا حجم 8 سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ کی شرح سے بڑھ رہا ہے تو سوال یہ ہے کہ کیسے؟ تیزی سے سطح کا رقبہ بڑھتا ہے جب مکعب کے ایک کنارے کی لمبائی 12 سینٹی میٹر ہوتی ہے کیوبڈ ہے مکعب  $v$   $x$  کو مکعب کے کنارے کی لمبائی ہونے دیں۔ حجم  $x$  تو آئیے دوبارہ دیکھتے ہیں کہ کیا دیا گیا ہے اور ہم کیا چاہتے ہیں لہذا مربع کے برابر ہے کیونکہ کیوب کے چھ چہرے  $x$  کا حجم کنارے کی لمبائی ہے اور سطح کا رقبہ ہے میں اسے اس طرح لکھتا ہوں کہ یہ 6 گنا کا مربع ہے۔ ہمیں مکعب کے کنارے کی لمبائی کے لحاظ سے حجم اور سطح کا رقبہ دیا جاتا ہے اور پھر جو دیا جاتا ہے وہ  $x$  ہیں ہر ایک سائیڈ کیوبک سینٹی میٹر فی سیکنڈ کے برابر ہے اور ہمیں اس کی شرح تلاش کرنی ہوگی۔ کون سا  $dv/dt$  شرح ہے جس سے حجم بڑھ رہا ہے لہذا سینٹی میٹر کے برابر ہوتا ہے  $x$  12 جب  $dadt$  ہے  $dadt$  سطح کا رقبہ ہے جس کا مطلب ہے تو اگر آپ اس مسئلے میں دیکھتے ہیں

$x$  مکعب ہے اور سطح کا رقبہ جو چھ ہے  $x$  دوسری حجم ہے جو  $x$  تو ہمارے پاس اصل میں تین مقداریں ہیں جو وقت پر منحصر ہیں ایک چاہتے ہیں لہذا اگر آپ اس ایکسپریشن کو دیکھیں  $da/dt$  دیا گیا ہے ہم  $dv/dt$  مربع اور ہمیں کے مطابق  $dv/dx$  یہ سلسلہ اصول اور  $dx/dt$  اوقات  $dv/dt$  برابر ہوگا  $dv/dt$  مکعب  $x$  مساوی  $v$  مکعب کیونکہ  $x$  مساوی  $v$  تو  $dt$  دیا گیا ہے۔  $dv$  ہے اب ہمیں  $dx/dt$  مربع ہار  $x$  ہے۔ 3 کو 8 سینٹی میٹر مکعب  $dv/dt$  اور  $dv/dt$  مربع ہار  $x$  3 برابر ہے ایک  $dx/dt$  کا حساب لگا سکتے ہیں اس کا مطلب ہے  $dx/dt$  تو ہم دیا گیا ہے

مربع ضرب آٹھ سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ ہے  $x$  3  $x$  تو یہ 1 جانتے ہیں  $dx/dt$  کا ایک فنکشن ہے لہذا اگر ہم  $x$  اور ہمارے پاس رقبہ کی سطح کا رقبہ  $dx/dt$  تو اب ہم جانتے ہیں کہ کیا ہے  $dadx$  12 کے برابر ہے اور  $dadt$   $dadx$   $times$   $dx/dt$  مربع کے برابر شمار کر سکتے ہیں اس کا مطلب ہے  $x$  کو چھ  $dadt$  تو ہم مربع ضرب آٹھ سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ  $x$  3  $x$  ہے ہم نے حساب کیا ہے  $dx/dt$  ہار  $x$  کینسل ملتا ہے اور 3 12 بذریعہ 3 ہے  $x$  4 تو اس کو آسان بنایا جا سکتا ہے اور ہمیں کے برابر ہے  $x$  12 کیا ہے جب  $dadt$  سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ سے تقسیم کیا جاتا ہے لہذا ہمیں کیا حساب لگانا ہے کہ  $x$  تو یہ 32 کو سینٹی میٹر سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ کے برابر ہے  $x$  12 سینٹی میٹر 32 مربع سینٹی میٹر فی سیکنڈ کی شرح سے بڑھ رہا ہے جب  $x$  3 سینٹی میٹر مربع فی سیکنڈ کے برابر ہے اس طرح سطح کا رقبہ  $x$  3 8 تو یہ 8 سے 12 سینٹی میٹر  $ual$  ہے  $x$  eq

پر ہے اور پھر ہمیں حساب  $t$  پر منحصر ہے اور ہر ایک کا انحصار  $x$  تو اس مسئلے میں ہم نے دیکھا کہ ہمارے پاس دو مختلف مقداریں ہیں جو لگانا پڑا اگر ہمیں ایک مقدار کی تبدیلی کی شرح دی جائے تو ہم اس کی تبدیلی کی شرح کا حساب لگا سکتے ہیں۔ دوسرا تیسرا مسئلہ جو ہم یہاں کریں گے ہمارے پاس ایک مستطیل ہے اور ہمیں بتایا گیا ہے چار سینٹی میٹر فی منٹ سے بڑھ رہی ہے اب جب  $y$  پانچ سینٹی میٹر فی منٹ سے کم ہو رہی ہے اور چوڑائی  $x$  کہ ایک مستطیل کی لمبائی کا رقبہ مستطیل کا  $b$  کی فیورمیٹر کی تبدیلی کی شرحیں معلوم کریں اور  $a$  کے ساتھ چھ سینٹی میٹر ہے  $y$  آٹھ سینٹی میٹر ہے۔ اور  $x$  لمبائی ہے اور ہمیں دیا گیا  $y$  اور چوڑائی  $x$  رقبہ آئیے دیکھتے ہیں کہ کیا دیا گیا ہے ہمارے پاس ایک مستطیل ہے اور ہم کہتے ہیں کہ اس کی لمبائی  $dx/dt$  کم ہو رہا ہے  $x$  کی لمبائی پانچ سینٹی میٹر فی منٹ کم ہو رہی ہے لہذا چونکہ  $x$  نوٹ کریں کہ یہاں یہ دیا گیا ہے کہ  $dx/dt$  ہے۔ منفی ہے

$p$  چوڑائی بڑھ رہی ہے۔ چار سینٹی میٹر فی منٹ پر لہذا یہ چار سینٹی میٹر فی منٹ ہے اب  $dy/dt$  تو یہ ماننس پانچ سینٹی میٹر فی منٹ ہے اور کو بالترتیب دائرہ اور مستطیل کے رقبے کی نشاندہی کرنے دیں  $a$  اور  $x$  ہے کیا ہے جب  $dadt$  اور  $dpdt$  تو ہمیں جو حساب لگانا ہے وہ یہ ہے کہ چھ سینٹی میٹر کے برابر ہے  $y$  ہے آٹھ سینٹی میٹر کے برابر ہے اور  $x$  جب  $dadt$  اور  $dpdt$  تو

dp dt ہے لہذا اگر ہم حساب کریں y گنا x دو گنا لمبائی جمع چوڑائی کے برابر ہے اور رقبہ y جمع x تو ہم کیا جانتے ہیں کہ فریم دو گنا کو مائنس 5 دیا گیا ہے dx dt اور dy dt جمع dx dt برابر ہے 2 گنا بذریعہ ڈی ٹی 4 سینٹی میٹر فی منٹ ہے d تو یہ 2 گنا مائنس 5 جمع y اوقات x برابر ہے a تو یہ ہمیں مائنس 2 سینٹی میٹر فی منٹ دیتا ہے اس طرح دائرہ کم ہو رہا ہے۔ رقبہ کے لیے 2 سینٹی میٹر فی منٹ اب dx dt dy dt جمع y اوقات x جمع dx dt کی مصنوعہ ہے لہذا مصنوعہ کے اصول کے مطابق یہ y اور x یہاں کا رقبہ dadt تو برابر ہے y برابر ہے 8 اور x ہے۔ لہذا وہ شرح جس پر رقبہ تبدیل ہو رہا ہے جب x 4 dydt جمع y ہے مائنس 5 یہ مائنس 5 ہے dt اس سے مائنس 5 گنا 8 جمع 4 گنا 6 ملتا ہے معذرت مائنس 5 گنا 6 جمع 4 گنا 8 6

تو یہ مائنس 30 جمع بتیسی ہے تو یہ ہے دو سینٹی میٹر مربع فی منٹ تو رقبہ دو مربع سینٹی میٹر فی منٹ کی شرح سے بڑھ رہا ہے ٹھیک ہے تو اگلا مسئلہ یہ ہے کہ ایک کروی غبارہ 900 کیوبک سینٹی میٹر گیس فی سیکنڈ میں پمپ کر کے فلایا جا رہا ہے جس کی شرح سے رداس بڑھ رہا

ہے معلوم کریں جب رداس 15 سینٹی میٹر ہے ایک کرہ کا رداس ہے اور r مکعب سے دیا گیا ہے جہاں pi r تو ہمارے یہاں کیا ہے ہمارے پاس ایک کرہ ہے لہذا کرہ کا حجم چار ہائی تین یہ 900 سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ ہے اور ہمیں یہ معلوم کرنے کی dv dt حجم ہے جو دیا گیا ہے وہ شرح ہے جس پر حجم بڑھ رہا ہے جب رداس 15 سینٹی میٹر ہے dr dt ضرورت ہے کہ جس شرح سے رداس بڑھ رہا ہے اس کا مطلب ہے drdt مربع کے برابر ہے اور پھر r گنا تین pi کیوب ڈی وی ڈی ٹی چار ہائی تین 3 pi r x برابر ہے 4 v تو چونکہ dr dt 1 x 4 سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ ہے لہذا 900 dv dt v کے برابر ہے بھی بتایا گیا ہے کہ drdt مربع pi r تو یہ چار مربع ضرب 900 سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ کے برابر ہے اور پھر ہمیں اس 4 pi r x جو dv dt کے برابر ہے۔ مربع اوقات pi r سینٹی میٹر ہے 15 r کا حساب لگانا ہے جب

ضرب 15 سینٹی میٹر مربع بار 900 سینٹی میٹر مکعب فی سیکنڈ اور یہ نو سو کو چار 4 pi x ہے dr dt 1 سینٹی میٹر ہے 15 r تو جب پانی سے پندرہ میں پندرہ سینٹی میٹر فی سیکنڈ میں تقسیم کرتا ہے لہذا ہمیں یہ ایک ہائی پانی سینٹی میٹر فی سیکنڈ کے برابر ہے لہذا رداس 1 ہائی ہے سینٹی میٹر آہ آہ ایک اور مسئلہ کو دیکھتے ہیں 15 r پانی سینٹی میٹر فی سیکنڈ بڑھ رہا ہے جب تو یہاں ہمارے پاس پانچ میٹر لمبی سیڑھی ہے جو ایک دیوار کے ساتھ ٹیکتی ہے اب سیڑھی کا نچلا حصہ دو سینٹی میٹر پی ای کی شرح سے دیوار دوسرا r سے دور زمین کے ساتھ کھینچا جا رہا ہے۔

تو سوال یہ ہے کہ دیوار پر اس کی اونچائی کتنی تیزی سے کم ہوتی ہے جب سیڑھی کا پاؤں دیوار سے 4 میٹر دور ہوتا ہے تو آئیے اس مسئلے کو سمجھنے کی کوشش کرتے ہیں کہ ہمیں پانچ میٹر لمبی سیڑھی دی گئی ہے تو ہم کہتے ہیں کہ یہ دیوار ہے۔ اور یہ وہ زمین ہے جس پر ہمارے پاس ایک سیڑھی ہے اس کی لمبائی 5 میٹر بتائی گئی ہے اور ہم اس وقت کہیں اب دیوار پر سیڑھی کی اونچائی ہے۔ کیا دیا گیا ہے سیڑھی کے اس نچلے حصے y دیوار سے سیڑھی کے اس فٹ کا فاصلہ ہے اور x گے کہ میں سیڑھی کا پاؤں دیوار سے دو سینٹی میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے کھینچا جا رہا ہے بڑھ رہا ہے وقت کے ساتھ x سینٹی میٹر فی سیکنڈ کے برابر ہے کیونکہ اسے دیوار سے کھینچا جاتا ہے 2 dx dt دیا گیا x تو یہ میٹر کے برابر ہوتا ہے لہذا جب سیڑھی کو 4 x تلاش کرنے کے لیے حساب لگانا پڑتا ہے جب dydt تو یہ مثبت نشان کے ساتھ ہے اور ہمیں دیوار کے ساتھ کھینچا جائے

کے y اور x یہ دیکھتا ہے کہ d منفی نکلے گا۔ ہم کیسے فائن کرتے ہیں dydt کم ہو رہا ہے اس لیے اب y بڑھ رہا ہے اور x تو یہ درمیان کیا تعلق ہے مربع پانچ مربع کے برابر ہونا y مربع جمع x تو ہمارے پاس ہے کیونکہ ہمارے یہاں پانتھاگورس تھیوریم کے مطابق ایک صحیح زاویہ مثلث ہے چاہئے لہذا اگر ہم وقت کے لحاظ سے اس میں فرق کرتے ہیں حاصل کرتے ہیں دائیں ہاتھ کی طرف مستقل ہے لہذا مشتق 0 ہے اور اس کا dydyt جمع 2 dxdt تو احترام کے ساتھ فرق کرتے ہیں۔ ہم دو dxdt بار y کے برابر ہے x مائنس dydt مطلب یہ ہے کہ مثبت ہے اور پھر dxdt بڑھ رہا ہے x تو آپ اس مساوات سے دیکھ سکتے ہیں کہ اگر ہے 5 مربع مائنس 4 مربع کے مربع جڑ کے برابر ہے yy برابر ہے جو ہے dx dt 3 میٹر گنا y میٹر ہے تقسیم 4 x مائنس کے برابر ہے dydt 4 x میٹر ہے لہذا جب 4 x تو یہ 3 میٹر ہوگا جب جسے 2 سینٹی میٹر فی سیکنڈ دیا گیا ہے

تو ہمیں یہ مائنس آٹھ ضرب تین سینٹی میٹر فی سیکنڈ کے برابر ہے تو اونچائی آٹھ کی شرح سے کم ہو رہی ہے۔ تین سینٹی میٹر فی سیکنڈ ٹھیک ہے آئیے ایک اور مسئلہ کو دیکھتے ہیں یہاں ہمیں وکر کے ساتھ ایک ذرہ مکعب پلس دو ہمیں اس وکر پر پوائنٹس تلاش کرنے کی ضرورت x برابر ہے y کی حرکت دی گئی ہے جس کی مساوات یہ دی گئی ہے کہ چھ کوآرڈینیٹ تبدیل ہو رہا ہے۔ ایکس کوآرڈینیٹ سے آٹھ گنا تیز ہے لہذا ہمیں وکر کی مساوات دی گئی ہے اور ہمیں پوائنٹس تلاش y ہے جس پر برابر ہے y کے برابر ہے لہذا اس مساوات سے چھ dxdt آٹھ گنا dydt تلاش کریں اس طرح کہ y کرنے کی ضرورت ہے تاکہ ایکس کوما dxdt مربع ہے دو گنا x dydt جس کا مطلب ہے dxdt مربع بار x برابر ہے تین dydt مکعب جمع دو اس کا مطلب یہ ہے کہ چھ x ہے dxdt 8 گنا dydt ہے اس کے لئے اگر dxdt 8 گنا dydt کو اس طرح تلاش کرنا ہوگا کہ xy اب ہمیں اس کو جمع یا مائنس چار x مربع سولہ ہے لہذا x مربع بہ دو آٹھ کے برابر ہونا چاہئے جس کا مطلب ہے x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ عنصر کو 6 سے تقسیم کیا 2 plus 4 مکعب x کے برابر ہے y 4 x کوآرڈینیٹ بھی تلاش کرنا ہوگا جب y ہونا چاہئے اب ہمیں گیا جو 64 جمع دو کو چھ سے چھ سے تقسیم کیا گیا یعنی گیارہ

مائنس 4 کیوبڈ جمع 2 کو 6 سے تقسیم کیا جائے گا y مائنس 4 کے برابر ہو گا اور x گیارہ ہے اور جب y تو یہ مائنس 62 کے برابر ہے۔ 6. یا مائنس اکتیس کو تین سے تقسیم کیا تو مطلوبہ پوائنٹس ہیں چار کوما گیارہ ایک پوائنٹ ہے اور مائنس فور کوما مائنس تین ایک اور پوائنٹ ہے ٹھیک ہے اب تبدیلی کی یہ شرح معاشیات میں بھی استعمال ہوتی ہے کسی صنعت کے ذریعہ تیار کردہ شے کی اکائیوں کی x تو آئیے دیکھتے ہیں معاشیات میں تبدیلی کی شرح کا اطلاق اس لیے فرض کریں کہ

تعداد ہے اکائیوں کی پیداوار کی لاگت کو ظاہر کرتا ہے لہذا اس کا انحصار اس پر ہوگا c x کسی شے کی تیار کردہ اکائیوں کی تعداد ہے اور x یونٹس بیچ کر x ہے یہ اس شے کے r کا x اور c کا x یونٹ بنانے پر خرچ کرنی پڑتی ہے جو x یونٹ کی تعداد وہ لاگت جو کمپنی کو حاصل ہونے والی آمدنی کو ظاہر کرتا ہے اس کا مطلب ہے کہ کمپنی کو کتنی رقم حاصل ہوگی اگر وہ ایکس فروخت کرتے ہیں اکائیاں جو

کی پیداوار اور فروخت کی تعداد پر ہے اب یہاں کچھ  $x$  ہے اور پھر یقیناً منافع آمدنی ہے مائنس لاگت اس کا انحصار ایک بار پھر یونٹس  $r$  کی  $x$  کے حوالے سے  $x$  اس کی تعریف کی گئی ہے۔  $mc$  of  $x$  اصطلاحات میں جو استعمال کی جاتی ہیں لہذا معمولی لاگت کا کہنا ہے کہ  $c$  کے حوالے سے  $x$  کی تعداد کا ایک فنکشن ہوتا ہے یہ  $x$  کی تبدیلی کی شرح یہ ہے کہ جب ہم معمولی لاگت لکھتے ہیں جو کہ یونٹ  $c$  کے حوالے سے  $x$  یہ تعریف کے لحاظ سے  $x$  کے ذریعے ظاہر کرے گا۔  $mr$  مشتق کے برابر ہوتا ہے اسی طرح مارجنل ریونیو اس کو محصول کا مشتق ہے لہذا اگر آپ دیکھتے ہیں کہ ہمیں معمولی لاگت یا معمولی آمدنی کا حساب لگانا ہے کسی شے کی ایکس یونٹس  $c$  کی کل لاگت  $x$  کے حوالے سے مشتق لینے کی ضرورت ہے لہذا مثال کے طور پر فرض کریں کہ  $x$  تو ہمیں  $x$  مربع جمع پندرہ  $x$  مکعب مائنس پوائنٹ صفر صفر تین  $x$  کے ذریعے دیا جاتا ہے پوائنٹ صفر صفر سات  $c$  کے  $x$  بنانے کے لیے روپیہ یونٹ اس فارمولے کے ذریعے دیا گیا ہے اب ہمیں کیا کرنا ہے  $x$  producing کی لاگت  $pr$  جمع چار ہزار اس لیے یہ فارمولا دیا گیا ہے کہ جب 17 یونٹس تیار ہوتے ہیں کے حوالے سے حاصل کرنے کی ضرورت  $x$  تو ہمیں مارجنل لاگت کا پتہ لگانا ہے لہذا ہمیں صرف اتنا کرنا ہے کہ ہمیں اس لاگت کے فنکشن کو  $x$  ہے۔  $dcdx$  کی قیمت  $x$  ہے۔

جمع پندرہ ہے  $x$  پوائنٹ صفر صفر چھ  $x$  مربع کا مشتق دو  $x$  مربع مائنس  $x$  مربع دے گا یہ پوائنٹ صفر ہے دو ایک  $x$  کیوب تین  $x$  تو سترہ ہے یہ پوائنٹ صفر دو ایک ضرب سترہ مربع مائنس پوائنٹ  $x$  ہے سترہ ہمیں مارجنل لاگت کا حساب لگانے کی ضرورت ہے جب  $x$  تو جب صفر صفر چھ ضرب سترہ جمع پندرہ ہے اور یہ پوائنٹ صفر دو ایک ضرب دو اٹھاسی مائنس ہے اس سے پوائنٹ ایک صفر دو جمع ہوگا پندرہ اور یہ میرے خیال میں اگر آپ حساب کرتے ہیں تو 20.967 حاصل کریں یہ معمولی لاگت ہے اسی طرح اگر ریونیو دیا جائے جمع 15 مارجنل  $x$  مربع جمع 26  $x$  سے دی جاتی ہے 13  $r$  کے  $x$  یونٹس کی فروخت سے حاصل ہونے والی کل آمدنی  $x$  تو اگلی مثال سات کے برابر ہو  $x$  ریونیو تلاش کریں جب  $x$  جمع چھبیس کے برابر ہے لہذا جب  $x$  کا مشتق ہے یہ چھبیس  $r$  کے حوالے سے  $x$  تو پھر اگر آپ جانتے ہیں کہ ڈیفینیشن مارجنل ریونیو سات ہے تو یہ برابر ہے چھبیس ضرب سات جمع ایک چھبیس ضرب آٹھ جو کہ دو صفر آٹھ کے برابر ہے اب فرض کریں کہ ہم منافع کو زیادہ سے زیادہ کرنا چاہتے ہیں اب منافع کو زیادہ سے زیادہ کرنے  $x$  کی لاگت  $C$  ہے مائنس  $r$  کی آمدنی  $p$  کا منافع  $x$  تو ہمیں کیا کرنا چاہیے تاکہ ہمیں معلوم ہو کہ لیں  $p$  prime  $x$  کے لیے اس لیے اگر ہم مشتق کے برابر ہے جو کہ مارجنل ریونیو مائنس مارجنل لاگت ہے اس لیے منافع کو زیادہ سے زیادہ  $c$  prime  $x$  مائنس  $r$  prime  $x$  تو یہ کی مارجنل  $x$  کی مارجنل ریونیو  $x$  صفر کے برابر ہے جو کہ  $x$  پرائم  $p$  کی تعداد اس طرح ہونی چاہیے۔ کہ مشتق  $x$  کرنے کے لیے یونٹ لاگت کے برابر ہونی چاہئے لہذا اگر ہم مارجنل لاگت اور مارجنل ریونیو کو مساوی کرتے ہیں کی اقدار ملتی ہیں جس کے لیے زیادہ سے زیادہ منافع ہوتا ہے اس لیے ہم اس  $x$  تو مارجنل ریونیو اور مارجنل لاگت کو مساوی کرتے ہوئے ہمیں لیکچر کے لیے یہاں رکیں گے اور اگلے لیکچر میں ہم مشتقات کی کچھ اور ایپلی کیشنز دیکھیں گے شکریہ