डेरिवेटिव पर अगले व्याख्यान में आपका स्वागत है,
इसलिए इस व्याख्यान में हम मात्राओं के परिवर्तन की दर के बारे में सीखेंगे,
इसलिए इस व्याख्यान में हम मात्राओं के परिवर्तन की दर की गणना करने के लिए डेरिवेटिव के आवेदन देखेंगे, तो यहां हमारे पास क्या है t समय को दर्शाता है
और माना x और yb समय के आधार पर दो मात्राएँ हैं
इसलिए x और y t के फलन हैं
इसलिए x, t का कुछ x है और y भी समय का एक फलन है, अब मान लीजिए कि हमें मान लीजिए कि हमें एक फलन के रूप में दिया गया है y को x के एक फलन के रूप में दिया गया है, अब x और y के परिवर्तन की दर में परिवर्तन की दर, समय t के संबंध में x और y के व्युत्पन्न dxdt और dydt हैं ,
इसलिए मात्रा के परिवर्तन की दर से हमारा मतलब व्युत्पन्न है समय t के संबंध में
इसलिए यदि dxdt जो कि x के परिवर्तन की दर ज्ञात है, तो ydydt के परिवर्तन की दर की
गणना श्रृंखला नियम का उपयोग करके की जा सकती है,
इसलिए हम जानते हैं कि y को x के कार्य के रूप में दिया जाता है,
इसलिए श्रृंखला नियम द्वारा dydt हो सकता है dydx टाइम्स dxdt के रूप में लिखा गया है,
इसलिए यदि y x के एक फ़ंक्शन के रूप में जाना जाता है तो हम dydx की गणना कर सकते हैं और dxdt x के परिवर्तन की दर है जिसे ज्ञात माना जाता है तो dydt की गणना की जा सकती है तो आइए कुछ उदाहरणों को पहले उदाहरण देखें मान लीजिए कि यह दिया गया है कि एक वृत्त की त्रिज्या तीन सेंटीमीटर प्रति सेकंड की दर से बढ़ रही है, वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 10 सेंटीमीटर है तो यहाँ क्या दिया गया है कि वृत्त की त्रिज्या यह है 3 सेंटीमीटर प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है और हमें वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करनी है जब त्रिज्या 10 सेंटीमीटर है तो यहाँ हमारे पास दो मात्राएँ क्या हैं एक त्रिज्या है दूसरा क्षेत्रफल है
इसलिए हम जानते हैं कि वृत्त का क्षेत्रफल मुझे लिखने देता है a को pi r वर्ग द्वारा दिया जाता है जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है और फिर जो दिया गया है वह यह है कि त्रिज्या जिस दर से बढ़ रही है वह d dt 3 सेंटीमीटर प्रति सेकंड के बराबर है और हमें जो खोजना है वह है d adt जब r दस सेंटीमीटर के बराबर होता है, तो हम जानते हैं कि dd व्युत्पन्न da के बराबर है, dr गुना drdta को pi r चुकता दिया जाता है,
इसलिए dadr को drdt का दो pi r गुना और drdt को तीन सेंटीमीटर प्रति सेकंड दिया जाता है,
इसलिए यह दो pi r तीन सेंटीमीटर प्रति सेकंड है
इसलिए जब r 10 सेंटीमीटर है तो 2 pi गुणा 10 सेंटीमीटर गुणा 3 सेंटीमीटर प्रति सेकंड है जो 2 गुना 10 गुना 3 60 pi सेंटीमीटर वर्ग प्रति सेकंड देता है,
इसलिए यह वह दर देता है जिस पर क्षेत्रफल बढ़ रहा है क्षेत्रफल 60 pi सेंटीमीटर वर्ग प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 10 सेंटीमीटर है तो आइए अगली समस्या पर नज़र डालते हैं
इसलिए यहाँ हमें दिया गया है कि एक घन का आयतन
8 सेंटीमीटर घन प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है तो सवाल यह है कि कैसे तेजी से सतह क्षेत्र बढ़ रहा है जब घन के किनारे की लंबाई 12 सेंटीमीटर है तो फिर से देखते हैं कि क्या दिया गया है और हम क्या चाहते हैं तो x को घन के किनारे की लंबाई होने दें आयतन v x घन है, घन का आयतन घन के किनारे की लंबाई है और सतह का क्षेत्रफल मैं इसे a के रूप में लिखता हूं यह 6 गुणा x वर्ग के बराबर है क्योंकि घन के छह फलक हैं प्रत्येक भुजा x का एक वर्ग है
इसलिए हमें घन के किनारे की लंबाई के संदर्भ में आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल
दिया जाता है और फिर जो दर दी जाती है वह वह दर है जिस पर आयतन बढ़ रहा है
इसलिए DV dt 8 घन सेंटीमीटर प्रति सेकंड के बराबर है और हमें दर ज्ञात करनी है किस सतह क्षेत्र का मतलब है कि डैड क्या है जब x 12 सेंटीमीटर के बराबर है,
इसलिए यदि आप इस समस्या में देखते हैं तो हमारे पास वास्तव में तीन मात्राएं हैं जो समय पर निर्भर करती हैं एक x दूसरी मात्रा है जो x घन है और सतह क्षेत्र जो छह है x वर्ग और हमें दिया गया है dv dt हम da dt चाहते हैं
इसलिए यदि आप v के बराबर x घन के लिए इस अभिव्यक्ति को देखते हैं क्योंकि v बराबर x घन DV dt बराबर होगा dv dx गुणा dx dt यह श्रृंखला नियम और dv dx द्वारा है 3 x वर्ग गुना dxdt है अब हमें dv दिया गया है dt तो हम dxdt की गणना कर सकते हैं इसका मतलब है कि dxdt एक बटा 3 x वर्ग गुणा dv dt के बराबर है और dv dt को 8 सेंटीमीटर क्यूब दिया गया है,
इसलिए यह 1 बटा 3 x वर्ग गुणा आठ सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड है तो अब हम जानते हैं कि क्या है dxdt और हमारे पास क्षेत्र सतह क्षेत्र x का एक कार्य है ,
इसलिए यदि हम dxdt को जानते हैं तो हम छह x वर्ग के बराबर डेटा की गणना कर सकते हैं, इसका मतलब है कि डैड डैक्स गुणा dxdt के बराबर है
और डैडएक्स 12 x गुना dxdt है जिसकी गणना हमने 1 बटा 3 x की है।
वर्ग गुणा आठ सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड
इसलिए इसे सरल बनाया जा सकता है और हमें एक्स कैंसिल मिलता है और 3 12 बटा 3 है 4 तो यह 32 है x सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड से विभाजित है
इसलिए हमें क्या गणना करनी है कि एक्स के बराबर होने पर डैट क्या है 12 सेंटीमीटर 32 बटा 12 सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकेंड के

बराबर है
इसलिए यह 8 गुणा 3 सेंटीमीटर वर्ग प्रति सेकेंड के बराबर है
इसलिए सतह क्षेत्र
8 गुणा 3 वर्ग सेंटीमीटर प्रति सेकेंड की दर से बढ़ रहा है जब x ईक है इस समस्या में हमने देखा कि हमारे पास x के आधार पर दो अलग-अलग मात्राएँ हैं और प्रत्येक t पर निर्भर करती है और फिर हमें गणना करनी थी कि क्या हमें एक मात्रा के परिवर्तन की दर दी गई है, तो हम परिवर्तन की दर की गणना कर सकते हैं दूसरी तीसरी समस्या जो हम यहां करेंगे, हमारे पास एक आयत है और हमें दिया गया है कि एक आयत की लंबाई x
पांच सेंटीमीटर प्रति मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y
चार सेंटीमीटर प्रति मिनट की दर से बढ़ रही है जब लंबाई x आठ सेंटीमीटर है और y के साथ छह सेंटीमीटर है परिधि के परिवर्तन की दर पाएं और b क्षेत्रफल आयत का क्षेत्रफल आइए देखें कि क्या दिया गया है हमारे पास एक आयत है और मान लें कि इसकी लंबाई x है और चौड़ाई y है और हमें दिया गया है डीएक्स डीटी ध्यान दें कि यहां यह दिया गया है कि लंबाई एक्स पांच सेंटीमीटर प्रति मिनट पर घट रही है
इसलिए एक्स घट रहा है डीएक्स डीटी नकारात्मक है
इसलिए यह शून्य से पांच सेंटीमीटर प्रति मिनट है और चौड़ाई बढ़ रही है चार सेंटीमीटर प्रति मिनट पर तो यह चार सेंटीमीटर प्रति मिनट है अब पी और ए क्रमशः परिधि और आयत के क्षेत्र को दर्शाते हैं,
इसलिए हमें जो गणना करनी है वह डीपीडीटी और डैड है जब एक्स ऐसा है तो डीपीडीटी और डैड को खोजने के लिए एक्स आठ सेंटीमीटर के बराबर है और y छह सेंटीमीटर के बराबर है तो हम जो जानते हैं वह यह है कि परिधि दो गुना x जमा y दो गुना लंबाई प्लस चौड़ाई और क्षेत्रफल x गुणा y है,
इसलिए यदि हम dp की गणना करते हैं तो dt के बराबर है 2 गुना dx dt जमा dy dt और dx dt को माइनस 5 दिया जाता है,
इसलिए यह 2 गुना माइनस 5 जमा d बटा dt 4 सेंटीमीटर प्रति मिनट है,
इसलिए यह हमें माइनस 2 सेंटीमीटर प्रति मिनट देता है इस प्रकार परिधि घट रही है 2 सेंटीमीटर प्रति मिनट अब क्षेत्रफल a के लिए x गुणा y के बराबर है
इसलिए यहाँ का क्षेत्रफल x और y का गुणनफल है
इसलिए उत्पाद नियम के अनुसार यह dx dt गुणा y प्लस x गुणा dy dt dx dt माइनस 5 है यह माइनस 5 है y जमा dydt 4 x .
है
इसलिए जिस दर से क्षेत्र बदल रहा है जब x 8 के बराबर है और y 6 के बराबर है तो यह घटा 5 गुना 8 जमा 4 गुना 6 माफ करना घटा 5 गुना 6 जमा 4 गुना 8 देता है तो यह घटा तीस जमा बत्तीस है तो यह है दो सेंटीमीटर वर्ग प्रति मिनट
इसलिए क्षेत्र दो वर्ग सेंटीमीटर प्रति मिनट की दर से बढ़ रहा है ,
ठीक है तो अगली समस्या यह है कि एक गोलाकार गुब्बारा
900 क्यूबिक सेंटीमीटर प्रति सेकंड गैस में पंप करके फुलाया जा रहा है , जिस दर से त्रिज्या बढ़ रही है जब त्रिज्या 15 सेंटीमीटर है तो हमारे पास यहां एक गोला है
इसलिए गोले का आयतन चार बटा तीन pi r घन द्वारा दिया जाता है जहां r एक गोले की त्रिज्या है और v वह आयतन है जो दिया गया है वह दर है जिस पर मात्रा बढ़ रही है DV dt यह 900 सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड है और हमें यह पता लगाने की आवश्यकता है कि त्रिज्या किस दर से बढ़ रही है इसका मतलब है कि dr dt जब त्रिज्या 15 सेंटीमीटर है
इसलिए v 4 बटा तीन pi r घन के बराबर है डीवीडीटी चार बटा तीन pi गुणा तीन r वर्ग और फिर drdt के बराबर है तो यह चार pi r वर्ग drdt के बराबर है, हमें दिया गया है कि v dv है dt 900 सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड है
इसलिए dr dt 1 बटा 4 pi r के बराबर है वर्ग गुणा DV dt जो 1 बटा 4 pi r के बराबर है वर्ग गुणा 900 सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड और फिर हमें इसकी गणना करनी होगी जब r 15 सेंटीमीटर है तो जब r 15 सेंटीमीटर है dr dt 1 बटा 4 pi गुना 15 सेंटीमीटर वर्ग गुना है 900 सेंटीमीटर क्यूब प्रति सेकंड और यह नौ सौ को चार पीआई से पंद्रह में पंद्रह सेंटीमीटर प्रति सेकंड में विभाजित करता है,
इसलिए हमें यह एक बटा पीआई सेंटीमीटर प्रति सेकंड के बराबर मिलता है
इसलिए त्रिज्या 1 से पीआई सेंटीमीटर प्रति सेकंड बढ़ रही है जब आर 15 है सेंटीमीटर आह, आइए हम एक और समस्या को देखें तो यहां हमारे पास पांच मीटर लंबी सीढ़ी है जो एक दीवार के खिलाफ झुकी हुई है अब सीढ़ी के नीचे दो सेंटीमीटर पे की दर से दीवार से दूर जमीन के साथ खींचा जा रहा है r दूसरा तो सवाल यह है कि दीवार पर इसकी ऊंचाई कितनी तेजी से घट रही है जब सीढ़ी का पैर दीवार से 4 मीटर दूर है तो आइए इस समस्या को समझने की कोशिश करें हमें पांच मीटर लंबी सीढ़ी दी गई है तो चलिए हम कहते हैं कि यह दीवार है और यह जमीन है हमारे पास एक सीढ़ी है जिसकी लंबाई 5 मीटर है और हम कहते हैं कि इस समय x दीवार से सीढ़ी के इस पैर की दूरी है और y अब दीवार पर सीढ़ी की ऊंचाई है क्या दिया गया है सीढ़ी का यह तल सीढ़ी के पैर को दीवार से दो सेंटीमीटर प्रति सेकंड की दर से दूर खींचा जा रहा है
इसलिए यह x दिया गया dx dt 2 सेंटीमीटर प्रति सेकंड के बराबर है क्योंकि इसे दीवार से दूर खींचा जाता है x बढ़ रहा है समय के साथ यह सकारात्मक संकेत के साथ है और हमें dydt खोजने के लिए गणना करनी होगी जब x 4 मीटर के बराबर हो,
इसलिए जब दीवार के साथ सीढ़ी खींची जाती है तो यह x बढ़ रहा है और y घट रहा है
इसलिए dydt अब ऋणात्मक निकलेगा हम कैसे ठीक करें d यह देखने देता है कि x और y के बीच क्या संबंध है

 इसलिए हमारे पास है क्योंकि हमारे पास पाइथागोरस प्रमेय द्वारा एक समकोण त्रिभुज है x वर्ग प्लस y वर्ग पांच वर्ग के बराबर होना चाहिए,
 इसलिए यदि हम समय के संबंध में इसे सम्मान के साथ अंतर करते हैं t से हमें दो $xdxdt$ प्लस 2 $ydydt$ मिलते हैं, दायां हाथ स्थिर है
 इसलिए व्युत्पन्न 0 है और इसका अर्थ है कि $dydt$ माइनस x बटा y गुणा $dxdt$ के बराबर है,
 इसलिए आप इस समीकरण से देख सकते हैं कि यदि x बढ़ रहा है तो $dxdt$ सकारात्मक है और फिर $dy\ dt$ अब नकारात्मक जीतेगा जब $x\ 4$ मीटर के बराबर है yy क्या है 5 वर्ग के वर्गमूल के बराबर है घटा 4 वर्ग तो यह 3 मीटर होगा जब $x\ 4$ मीटर होगा
 इसलिए जब $x\ 4$ मीटर है तो $dydt$ माइनस के बराबर है $x,\ 4$ मीटर से विभाजित है, y से 3 मीटर गुणा है $dx\ dt$ जो 2 सेंटीमीटर प्रति सेकंड दिया जाता है,
 इसलिए हमें यह शून्य से आठ गुणा तीन सेंटीमीटर प्रति सेकंड के बराबर मिलता है,
इसलिए ऊंचाई
आठ की दर से घट रही है तीन सेंटीमीटर प्रति सेकंड ठीक है, आइए एक और समस्या को देखें, यहां हमें वक्र के साथ एक कण चाल दी गई है जिसका समीकरण छह y के बराबर x घन प्लस दो के रूप में दिया गया है, हमें वक्र पर उन बिंदुओं को खोजने की आवश्यकता है जिन पर y निर्देशांक बदल रहा है
x निर्देशांक के रूप में आठ गुना तेजी से
 इसलिए हमें वक्र का समीकरण दिया गया है और हमें x अल्पविराम y खोजने के लिए अंक खोजने की आवश्यकता है
जैसे कि $dydt$ आठ गुना $dxdt$ के बराबर है,
 इसलिए इस समीकरण से छह $y\ x$ घन प्लस दो के बराबर है इसका मतलब है कि छह $dydt$ तीन x वर्ग गुणा $dxdt$ के बराबर है, जिसका अर्थ है कि $dydt\ x$ वर्ग गुणा दो गुना $dxdt$ है, अब हमें इस xy को इस तरह खोजने की आवश्यकता है कि $dydt\ 8$ गुना $dxdt$ हो, यदि $dydt\ 8$ गुना $dxdt$ है, तो इसका मतलब है कि यह कारक है x वर्ग बटा दो आठ के बराबर होना चाहिए जिसका अर्थ है x वर्ग सोलह है
 इसलिए x को प्लस या माइनस चार होना चाहिए अब हमें y निर्देशांक भी खोजने की आवश्यकता है जब $x\ 4$ के बराबर है $y\ x$ के बराबर है घन 4 घन है $lus\ 2$ को 6 से विभाजित किया जाता है जो कि 64 जमा दो को छः छियासठ बटा छह से विभाजित किया जाता है जिसका अर्थ है कि ग्यारह तो y ग्यारह है और जब x माइनस 4 के बराबर है और y माइनस 4 क्यूब होगा प्लस 2 को 6 से विभाजित यह माइनस 62 के बराबर है 6 से या माइनस इकतीस को तीन से विभाजित किया जाता है
 इसलिए आवश्यक अंक चार कॉमा ग्यारह एक बिंदु है और माइनस चार कॉमा माइनस इकतीस बटा तीन एक और बिंदु है ठीक है अब इस परिवर्तन की दर का उपयोग अर्थशास्त्र में भी किया जाता है तो आइए देखते हैं
अर्थशास्त्र में परिवर्तन की दर का अनुप्रयोग
 इसलिए मान लीजिए कि x किसी उद्योग द्वारा उत्पादित किसी वस्तु की इकाइयों की संख्या है,
 इसलिए x उत्पादित वस्तु की इकाइयों की संख्या है और x का $c\ x$ इकाइयों के उत्पादन की लागत को दर्शाता है,
 इसलिए यह निर्भर करेगा इकाई की संख्या वह लागत जो कंपनी को x इकाई के उत्पादन पर खर्च करनी पड़ती है जो कि x का c और x का r है, यह वस्तु की x इकाइयों को बेचकर प्राप्त राजस्व को दर्शाता है, इसका मतलब है कि कंपनी को कितनी राशि प्राप्त होगी यदि वे x .
 बेचते हैं इकाइयाँ जो x का r है और फिर निश्चित रूप से लाभ राजस्व घटा है, यह लागत फिर से उत्पादित और बेची गई इकाइयों की संख्या पर निर्भर करती है,
यहाँ कुछ शब्दावली हैं जिनका उपयोग किया जाता है
 इसलिए सीमांत लागत कहते हैं कि x का mc इसे परिभाषित किया गया है
x के संबंध में x के c के परिवर्तन की दर, जब हम सीमांत लागत लिखते हैं जो कि इकाई x की संख्या का एक फलन है, यह x के संबंध में c के व्युत्पन्न के बराबर है इसी तरह सीमांत राजस्व यह m के द्वारा निरूपित करेगा x यह परिभाषा के अनुसार x के संबंध में राजस्व का व्युत्पन्न है, यदि आप देखते हैं कि हमें सीमांत लागत या सीमांत राजस्व की गणना करनी है तो हमें x के संबंध में व्युत्पन्न लेने की आवश्यकता है
, उदाहरण के लिए मान लें कि x की कुल लागत c में एक वस्तु की x इकाइयों के उत्पादन के लिए रुपये x के c द्वारा दिया जाता है, बिंदु शून्य शून्य सात x घन ऋण शून्य शून्य तीन x वर्ग प्लस पंद्रह x जमा चार हजार है,
 इसलिए यह सूत्र दिया गया है कि पीआर के लिए खर्च की गई लागत इस सूत्र द्वारा एक्स यूनिट का उत्पादन दिया गया है, अब हमें क्या करना है कि हमें 17 इकाइयों का उत्पादन होने पर सीमांत लागत का पता लगाना है ,
इसलिए हमें बस इतना करना है कि हमें इस लागत फ़ंक्शन के व्युत्पन्न को एक्स के संबंध में लेना होगा ताकि सीमांत x पर लागत $dcdx$ है जो आपके बराबर है, इसका व्युत्पन्न लें तो x घन तीन x वर्ग देगा यह बिंदु शून्य है दो एक x वर्ग घटा x वर्ग का व्युत्पन्न दो x बिंदु शून्य शून्य छह x प्लस पंद्रह है
 इसलिए जब x है सत्रह हमें सीमांत लागत की गणना करने की आवश्यकता है जब x सत्रह है यह बिंदु शून्य दो एक गुना सत्रह वर्ग ऋण शून्य शून्य छह गुना सत्रह प्लस पंद्रह है और यह बिंदु शून्य दो एक गुना दो अस्सी नौ शून्य है यह बिंदु एक शून्य दो प्लस देगा पंद्रह और यह मुझे लगता है कि यदि आप गणना करते हैं तो 20.
967 प्राप्त करें यह मामूली लागत है इसी तरह यदि राजस्व दिया जाता है तो अगला उदाहरण x इकाइयों को बेचकर प्राप्त कुल राजस्व x के r द्वारा दिया जाता है 13 x वर्ग प्लस 26 एक्स प्लस 15 सीमांत राजस्व पाएं जब एक्स सात के बराबर है तो फिर से यदि आप परिभाषा जानते हैं कि सीमांत राजस्व एक्स के संबंध में आर का व्युत्पन्न है यह छब्बीस एक्स प्लस छब्बीस के बराबर है

इसलिए जब एक्स सात है तो यह बराबर है छब्बीस गुना सात जमा एक छब्बीस गुना आठ जो दो शून्य आठ के बराबर है अब मान लीजिए कि हम लाभ को अधिकतम करना चाहते
हैं तो हमें क्या करना चाहिए ताकि हम जान सकें कि एक्स का लाभ पी एक्स का राजस्व आर घटाकर लागत सी है एक्स अब लाभ को अधिकतम करने के लिए
इसलिए यदि हम व्युत्पन्न पी प्राइम एक्स लेते हैं तो यह आर प्राइम एक्स माइनस सी प्राइम एक्स के बराबर है जो सीमांत राजस्व घटा सीमांत लागत है
इसलिए लाभ को अधिकतम करने के लिए इकाइयों की संख्या x ऐसी होनी चाहिए कि व्युत्पन्न पी प्राइम एक्स शून्य के बराबर है यानी एक्स का सीमांत राजस्व एक्स की सीमांत लागत के बराबर होना चाहिए,
इसलिए यदि हम सीमांत राजस्व और सीमांत लागत को बराबर करके सीमांत लागत और सीमांत राजस्व की बराबरी करते हैं हमें x का मान मिलता है जिसके लिए लाभ अधिकतम है
इसलिए हम इस व्याख्यान के लिए यहां रुकेंगे और अगले व्याख्यान में हम डेरिवेटिव के कुछ और अनुप्रयोग देखेंगे धन्यवाद

Prutor@IITK