

کے پوائنٹس کو تلاش کرنے کے maxima اور minima بیلو سب کو اس لیکچر میں مشتقات کے اگلے لیکچر میں خوش آمدید ہم فنکشنز کے minima کا لوکل میکسیما اور f کے ایک فنکشن x بارے میں اپنی بحث جاری رکھیں گے تو آئیے سب سے پہلے یاد کرتے ہیں کہ ڈومین میں کھلے وقفے c کا f مثبت موجود ہو جیسے کہ h کو مقامی میکسیما کا نقطہ کہا جاتا ہے اگر کوئی حقیقی عدد f کے c x کیا ہیں تو پوائنٹ پر مشتمل کچھ چھوٹے کافی c پوائنٹ c ہے۔ f کا جو کہ h جمع c سے h ماننس c سے بڑا ہے f کے x کے لئے x میں تمام f کا c مثبت موجود ہو جیسے h کو مقامی منیما کا نقطہ کہا جاتا ہے اگر وہاں c کی زیادہ سے زیادہ قدر ہے اسی طرح f کی x وقفہ میں کی کم سے کم قدر ہے۔ مثال کے طور پر اگر ہم کسی فنکشن کو دیکھتے ہیں تو کہتے ہیں کہ ہمارے پاس یہ فنکشن f کے x ماننس میں c وقفہ پھر اگر آپ c 3 c 4 c دو c one c ہے اگر آپ اس پوائنٹ کو دیکھتے ہیں تو آئیے ان چار پوائنٹس کو دیکھیں ہم ان پوائنٹس کو کہتے ہیں h جمع c 1 سے s h منٹ سے اس وقفہ تک محدود کرتا ہوں c 1 پر اگر میں یہ وقفہ لیتا ہوں اور اگر میں اس فنکشن کو c 1 دیکھیں اس کے لئے فنکشن کی زیادہ سے زیادہ قدر نہیں ہے مثال کے طور پر x اس وقفہ میں زیادہ سے زیادہ قدر ہے حالانکہ یہ تمام f کا یہ c 1 پھر کو دوبارہ دیکھتے ہیں c 2 پر c 2 کا ایک نقطہ ہے ایک مقامی میکسیما کا ایک نقطہ ہے ہم c پر فنکشن کی قدر بڑی ہے تو یہ c 3 اس نقطہ ہے مقامی c2 اس وقفہ میں کم از کم قدر ہے لہذا f کا یہ c 2 پر مشتمل ایک چھوٹا سا وقفہ لیتا ہوں تو آپ دیکھیں گے کہ c 2 اگر میں f prime c پر موجود ہیں اور یہاں ہمارے پاس c 2 اور c 1 پر f منیما کا ایک نقطہ اور ان پوائنٹس پر اگر آپ دیکھتے ہیں کہ ڈیریویٹوز لیتا ہوں تو h پلس c 3 ماننس c 3 کو دیکھیں۔ ایک بار پھر اگر میں وقفہ c 3 پر آئیں تو اب اگر ہم f پر c 2 0 سے c 1 مقامی c 4 دوبارہ مقامی زیادہ سے زیادہ کا ایک نقطہ ہے اور c 3 پر اپنی زیادہ سے زیادہ قیمت حاصل کرتا ہے لہذا یہ c 3 فنکشن اس پوائنٹ پر آئیں f مقامی میکسیما یا مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے تو یا تو c منیما کا ایک نقطہ ہے جسے ہم جانتے ہیں کہ مقامی منیما کے ایک نقطہ پر اگر موجود نہیں ہے یاد رکھیں کہ ہم نے ثابت کیا ہے یہ پچھلے لیکچرز میں ہے کہ اگر ہمارے پاس لوکل میکسیما c پر آئیں f کے برابر ہے یا c 0 یا لوکل منیما کا ایک نقطہ ہے اور اگر مشتق موجود ہے تو مشتق 0 کے برابر ہونا چاہئے وہاں بھی ہمارے پاس یہ ہے کہ مجھے یہ لکھنے دیں f پر بیان کیا گیا ہے اور پھر ہمارے پاس ہے اگر i ہونے دیں۔ ایک فنکشن ایک کھلے وقفہ fx کیونکہ اسے پہلا مشتق ٹیسٹ کہا جاتا ہے لہذا پر آئیں کو پار کرتے ہیں تو c one f نشان کو مثبت سے منفی میں بدلتا ہے تو دیکھیں کہ یہاں کیا ہوتا ہے اس مثال میں اگر ہم اس prime x پر آئیں یہاں منفی f کے دائیں طرف جاتے ہیں تو c 1 یہاں مثبت ہے کیونکہ مشتق فنکشن بڑھ رہا ہے اور پھر فنکشن کم ہو رہا ہے جب ہم مقامی کا ایک c کے پار جاتے ہیں تو c ہے تو یہ نشان مثبت سے منفی میں بدلتا ہے پھر علامت کو مثبت سے منفی میں تبدیل کرتا ہے جب ہم c سے آگے بڑھتے ہیں تو c نشان کو منفی سے مثبت میں تبدیل کرتا ہے جیسا کہ ہم f prime x اسی طرح اگر maxima نقطہ ہے۔ پر آئیں 0 سے زیادہ کی تبدیلیوں کو دیکھ سکتے ہیں f پر آئیں 0 سے کم f مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے جیسا کہ آپ مقامی منیما تبدیلی کے نشان کو تبدیل نہیں کرتا ہے جیسا کہ f prime x 0 تو یہ مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے اور اگر t c ہیں۔ اس نقطہ پر منتقل کریں نہ تو مقامی میکسیما کا ایک نقطہ ہے اور نہ ہی مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے لہذا یہ ہمیں مقامی کے پوائنٹس تلاش c کے پار جاتے ہیں تو c ہم کے پوائنٹس کو تلاش کرنے کے لئے local maxima اور minima تو لوکل maxima اور minima کرنے کے لئے ٹیسٹ دیتا ہے۔ موجود نہیں ہے اور پھر ہم استعمال f prime x صفر کے برابر ہے یا f prime x ہمیں وہ ہم پوائنٹس ملتے ہیں جو پوائنٹس ہیں جہاں کرتے ہیں ہم پہلے مشتق ٹیسٹ کا استعمال کر سکتے ہیں یہ تعین کرنے کے لئے کہ آیا وہ پوائنٹس لوکل میکسیما لوکل منیما کے پوائنٹس ہیں اور نہ x کو دیکھیں تو تین f prime x مکعب کے برابر سمجھتے ہیں تو اگر ہم x پر r کو fx ہی ہم ایک مثال کو دیکھتے ہیں فرض کریں کہ ہم پر آئیں ایکس صفر کے برابر ہے اگر اور f ہے تین ایکس مربع کے برابر اس طرح f prime x مربع کے برابر ہے تو ہمیں جو ملتا ہے وہ صفر کے برابر ہے جو کہ صفر ہے وہ واحد اہم نقطہ ہے اب ہم چیک کریں گے کہ آیا 0 لوکل منیما لوکل میکسیما کا ایک نقطہ ہے یا x صرف اگر عظیم کے لئے مثبت ہے۔ صفر سے زیادہ ہے x مربع کے برابر ہے یہ تمام x تین f prime x نہ تو اگر ہم دیکھتے ہیں کہ یہ فنکشن چونکہ پر آئیں نشان کو f پر آئیں مثبت ہے جیسا کہ ہم اس سے آگے بڑھتے ہیں لہذا f پر آئیں مثبت ہے f تو اگر ہم اس اہم نقطہ کے پار دیکھتے ہیں 0 کے پار جاتے ہیں اس کا مطلب ہے فنکشن بڑھ رہا ہے اور x نشان نہیں بدلتا ہے کیونکہ ہم صفر کے برابر f prime x تبدیل نہیں کرتا ہے کے برابر یہ پوائنٹ نہ تو لوکل میکسیما کا کوئی پوائنٹ ہے اور نہ ہی x 0 یہاں بھی فنکشن بڑھ رہا ہے تو اس معاملے میں ہم دیکھتے ہیں کہ لوکل منیما کا کوئی پوائنٹ ایسا ہے جو ایک اہم نقطہ ہے لیکن نہ ہی کوئی نقطہ ہے۔ لوکل میکسیما اور نہ ہی لوکل منیما کو انفلیکشن پوائنٹ کہا جاتا ہے ایک انفلیکشن پوائنٹ یا انفلیکشن پوائنٹ ہے تو آئیے ایک مثال دیکھیں کہ لوکل میکسیما کے پوائنٹس اور x ہے لہذا اس معاملے میں صفر کے برابر کے ذریعہ دیا گیا ہے۔ کیوب ماننس تھری ایکس پلس تھری تو ہمیں مشتق ایف پر آئیں ایکس ملتا ہے یہ x ایف ایکس کے لوکل منیما کو تلاش کریں جو تین ایکس مربع ماننس تھری کے برابر ہے جو تین گنا ایکس مربع ماننس ایک یا تین گنا ایکس ماننس ون ایکس جمع ایک کے برابر ہے تو پہلے ہم ایف prime x کے زیرو تلاش کرتے ہیں۔

So f prime x ایک کے برابر ہے اور پھر ہم x ماننس ون کے برابر ہے یا x صفر کے برابر ہے اگر اور صرف اگر f prime x کا ماننس x مربع ماننس 1 منفی ہے اگر f prime xx نشان دیکھتے ہیں تو ہمارے پاس ہم پوائنٹس ماننس 1 1 ہیں اور پھر ہم دیکھتے ہیں کہ یہ ماننس 1 سے کم ہے x مربع ماننس 1 مثبت ہے اور اگر x مثبت ہے f prime x سے بڑا ہے تو x 1 اور 1 کے درمیان ہے۔ اور اگر 1 مربع ماننس 1 ضرب 3 یہ مثبت ہے اس کا مطلب ہے کہ فنکشن ہے جب ہم ماننس 1 سے آگے بڑھتے ہیں تو یہ نشان x برابر f prime x تو x کے برابر ایک کے پار جاتے ہیں اس طرح x مثبت سے منفی میں بدل جاتا ہے اور یہ نشان منفی سے مثبت میں بدل جاتا ہے جب ہم پوائنٹ x ایک کے برابر ہے لوکل منیما کا ایک نقطہ ایک اور مثال آئیے جی کے برابر دیکھیں x 2 برابر ماننس ون لوکل میکسیما کا ایک پوائنٹ ہے اور جمع چھ جو کہ برابر ہے چھ گنا x مربع ماننس بارہ x ہے چھ x جمع پانچ یہاں ایک بار پھر مشتق جی پر آئیں x مربع پلس 6 x مکعب ماننس 6 کے برابر ایک اہم نقطہ ہے لیکن x 1 ماننس 1 پورے مربع کے برابر ہے تو یہاں دوبارہ x جمع 1 جو ہم دیکھتے ہیں 6 گنا x مربع ماننس 2 x ہم دیکھتے ہیں کہ جی پر آئیں ایکس مثبت ہے جب ہم 1 کے برابر ایکس کے پار جاتے ہیں تو یہاں 1 اہم پوائنٹ ہے جی پر آئیں 1 کے بائیں اور 1 کے لئے g کے x کے برابر ہے x 1 دائیں طرف مثبت ہے۔ لہذا فنکشن بڑھ رہا ہے اور اس وقفہ میں یہ بڑھ رہا ہے لہذا اس معاملے میں کا کوئی x نہیں ہے g کے لئے کوئی g کے اس فنکشن x ایک نقطہ انفلیکشن ہے یہ نہ تو مقامی میکسیما ہے اور نہ ہی مقامی منیما اس لئے کا گراف بھی کھینچ g کے اس فنکشن x نہیں ہے ہم بعد میں دیکھیں گے کہ ہم ان معلومات کا استعمال کرتے ہوئے min لوکل میکس یا لوکل f prime x مربع کے برابر اہم نقطہ تلاش کریں fx x سکتے ہیں اب آئیے کچھ مثالوں پر نظر ڈالیں تو آئیے صرف اس فنکشن کو دیکھیں گے صفر x صفر کے برابر واحد اہم نقطہ ہے جسے ہم پہلا مشتق ٹیسٹ استعمال کر سکتے ہیں یہ دیکھنے کے لئے کہ x کے برابر ہے لہذا x دو منفی ہے یہ بدل جاتا ہے۔ منفی سے مثبت تک تو یہ مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے f prime x کے برابر مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے کیونکہ حقیقت میں اس معاملے میں فنکشن صرف آپ کو معلوم ہے۔ اس کا گراف یہ پیرابولا ہے اور فنکشن ہمیشہ غیر منفی ہوتا ہے اور یہ صفر پر صفر ہوتا ہے لہذا یہ واضح ہے کہ یہ نقطہ مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے یہ عالمی منیما کا بھی ایک نقطہ ہے اب اگر ہم دیکھیں کہ کیا ہوتا ہے دوسرا کے برابر ایک اور فنکشن جی کو دیکھیں تو یہ کہتے ہیں کہ x کے جی کے لئے x مشتق ہے لہذا پہلا مشتق ہمیں یہ نہیں بتاتا ہے کہ اگر ہم مربع کے x ماننس gx مربع کے برابر ہے اور اگر میں لیتا ہوں fx x کے برابر ہے مقامی میکسیما کا ایک نقطہ ہے یہ 0 x مربع x ماننس f کے برابر ایک بار پھر ایک اہم نقطہ ہے جو مقامی میکسیما ہے لہذا ان دونوں کے لئے 0 x ہے یہاں g مربع کا x ماننس x برابر ہے یہ ڈبل g کے x ڈبل پر آئیں کیا ہے یہ 2 کے برابر ہے اور اگر میں f کا x ہے 0 آئیے دیکھتے ہیں دوسرا مشتق 0 0 g prime 0

پرائم کو دیکھتا ہوں تو یہ مائنس 2 کے برابر ہے۔ تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اس مثال میں فنکشن کا دوسرا مشتق مثبت ہے مقامی منیما کا جی کے لیے اس میں صفر پر مقامی میکسما ہے یہاں مشتق منفی ہے اور منفی ہے پوائنٹ آف لوکل میکسما اب سوال یہ ہے کہ  $x$  نقطہ اور کیا ہم دوسرے مشتق کو استعمال کر کے یہ جانچ سکتے ہیں کہ آیا فنکشن لوکل میکسما ہے یا کسی مقام پر لوکل منیما ہے تو ہم دوسرے مشتق ٹیسٹ سے فنکشن جو ایک کھلے وقفے پر دو بار قابل تفریق ہے  $f$  کا  $x$  پر بات کریں گے تو مجھے ایک تھیوریم کے طور پر لکھنے دیں فرض کریں  $f$  پر ایک اہم نقطہ ہے  $c$  پر  $f$  کے برابر  $c$  پرائم صفر کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس  $f$  پر  $c$  میں یہ بھی فرض کرتا ہوں کہ سے بڑا ہے تو  $c$  ڈبل پرائم  $f$  لوکل میکسما لوکل منیما کا ایک نقطہ ہے یا نہ ہی تو پھر پہلا یہ ہے کہ اگر دوسرا مشتق  $c$  چاہتے ہیں کہ آیا مربع کا دوسرا مشتق صفر پر مثبت ہے اور یہ نقطہ ہے  $x$  برابر  $fx$  مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے جسے ہم نے اس مثال میں دیکھا ہے کہ  $c$  پر دوسرا مشتق  $c$  مقامی میکسما کا ایک نقطہ ہے اور تیسرا اگر  $c$  پر منفی ہے تو  $c$  مقامی منیما دوسری چیز یہ ہے کہ اگر ماخوذ دوسرا مشتق ہو تو ہم کچھ بھی نتیجہ نہیں نکال سکتے۔ صفر کے برابر ہے تو اُٹے دیکھتے  $c$  ڈبل پرائم  $f$  کے برابر ہے تو ٹیسٹ ناکام ہوجاتا ہے کہ اگر  $\theta$   $f$  کو چار کے برابر سمجھیں پھر  $x$  کو مائنس  $gx$  کو چار کے برابر اور  $x$  کو  $fx$  میں ایف پہلی شرط یہ ہے کہ تیسری شرط کا دوسرا مشتق دوبارہ صفر ہے اور اگر ہم براہ راست دیکھتے ہیں تو ہم پہلے  $g$  بھی  $\theta$  ہے  $\theta$  پر دوسرا مشتق  $\theta$  ہے  $g$  پرائم  $\theta$  ہے  $\theta$  کا مقامی  $g$  کے  $x$  کے برابر  $\theta$  جبکہ  $x$  ہے  $minima$  کا مقامی  $fx$  مشتق ٹیسٹ کے ذریعے یا براہ راست مشاہدے سے دیکھ سکتے ہیں کہ کے برابر ہے تو ہم کیا دیکھتے ہیں کہ اگر دوسرا مشتق ایک اہم مقام پر صفر ہے تو یہ مقامی منیما ہو سکتا ہے یہ مقامی میکسما بھی  $maxima$   $x$  ڈبل  $h$  مربع  $x$  تین  $x$  پرائم  $h$  مکعب کے برابر سمجھتے ہیں تو ہم دیکھتے ہیں کہ  $x$  کو  $x$  کے  $h$  ہو سکتا ہے یہ بھی نہیں ہو سکتا اگر ہم ڈبل پرائم  $\theta$  بھی  $\theta$  ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ  $h$  پرائم  $\theta$  ہے  $h$  کے برابر ہے تو اس صورت میں ہم دوبارہ دیکھتے ہیں کہ  $x$  ہے۔ چھ  $x$  پرائم کے برابر  $\theta$  نہ تو مقامی زیادہ سے زیادہ ہے اور نہ ہی مقامی منٹ  $x$  یہاں

ڈبل پرائم  $f$  اس لیے صرف سیکنڈ کو دیکھ کر ایک اہم نقطہ پر مشتق اگر یہ صفر ہے تو ہم کچھ نتیجہ اخذ نہیں کر سکتے ہیں لہذا اگر دوسرا مشتق پھر ہمارے پاس تمام ممکنہ معاملات ہوسکتے ہیں ایسی صورت میں ہم پہلے مشتق ٹیسٹ کو استعمال کرنے  $c$  صفر کے برابر ہے ایک اہم نقطہ  $c$  ہے اور دوسرا  $\theta$  پرائم  $c$  کی کوشش کر سکتے ہیں اب اُٹے دوسرے مشتق ٹیسٹ کے ثبوت کو دیکھتے ہیں لہذا فرض کریں کہ پہلی صورت مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے تو اس کے لیے ہمیں کیا  $c$  سے کم ہے۔ ہم اس دعوے کو ثابت کرنا چاہتے ہیں کہ اس معاملے میں  $\theta$   $at$  مشتق  $h$  مائنس  $c$  کا تعلق  $x$  کے لئے تمام  $f$  کے  $x$  برابر سے کم ہو۔  $f$  کا  $c$  مثبت تلاش کرنے کی ضرورت ہے جیسے  $h$  کرنا ہے ہمیں کچھ صفر ہے لہذا مشتق کی تعریف  $c$  پرائم  $f$  منفی ہے اور  $c$  ڈبل پرائم  $f$  سے اب اُٹے اس معلومات کو دیکھتے ہیں کہ  $h$  پلس  $c$  سے  $f$  ہے۔ اسے حد کے طور پر لکھا جا سکتا ہے دوسرا مشتق پہلے مشتق کا مشتق ہے لہذا یہ  $c$  ڈبل پرائم  $f$  کے مطابق ہمارے پاس جو ہے وہ پر  $c$  کے قریب آتا ہے اور یہ اب  $x$  سے تقسیم کیا جاتا ہے جیسے ہی  $c$  مائنس  $x$  کی حد ہے  $f$  پرائم  $c$  مائنس  $f$  پرائم  $x$  پرائم  $x$  صفر کے برابر ہے لہذا حد  $c$  پرائم  $f$  صفر ہے لیکن ہمارے پاس  $c$  پرائم  $f$  دوسرے مشتق کی تعریف ہے۔ ہم کیا جانتے ہیں کہ پر دیا جاتا ہے اور اسے  $c$  ڈبل پرائم  $f$  کے برابر ہے اور اسے منفی  $c$  ڈبل پرائم  $f$  سے تقسیم کیا گیا یہ  $c$  مائنس  $x$  پر جا کر  $c$  کا  $x$  مثبت ہے تو یہ مثبت  $c$  ڈبل پرائم  $f$  منفی ہونے کے لئے دیا جاتا ہے معذرت کے ساتھ پہلی صورت جس پر ہم غور کر رہے ہیں فرض کریں ہے پھر ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ یہ مقامی منیما کا نقطہ ہے اگر دوسرا مشتق مثبت ہے تو ہمیں مقامی منیما کا ایک نقطہ ملے گا لہذا ہمیں دیا گیا ہے  $c$  کو لیتا ہوں تو ہمارے پاس یہ پوائنٹ  $x$  ہے کہ یہ حد مثبت ہے اس کا کیا مطلب ہے اگر حد مثبت ہے تو اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر میں کافی چھوٹا لیں تو اس کی قدر مثبت ہونی چاہئے لہذا اس کا مطلب  $h$  ہے اس کا مطلب ہے کہ اگر  $h$  پلس  $c$  مائنس  $c$  اور ہمارے پاس کچھ کے لئے مثبت  $x$  سے یہ تمام  $c$  مائنس  $f$  مثبت موجود ہے اس طرح کہ یہ فنکشن جس کی حد مثبت ہے یہ فنکشن  $h$  وہاں ہے  $c$  سے تعلق رکھتا ہے اس کا کیا مطلب ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر ہم دیکھیں کہ  $h$  جمع  $c$  سے  $c$  minus  $h$  ہونا چاہئے جو  $f$  پرائم  $x$  تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ  $itive$  ہے  $c$  مائنس  $x$  مائنس  $c$  سے چھوٹا تو یہ ڈیٹومینیٹر  $h$  پلس  $c$  سے بڑا اور سے ہے تو  $h$  جمع  $c$  سے  $c$  کا تعلق  $x$  سے ہے اگر  $h$  پلس  $c$  سے  $c$  کا تعلق  $x$  مثبت ہونا ضروری ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر  $c$  سے  $h$  مائنس  $c$  سے کم ہے اگر یہ  $x$  کا مثبت ہونا ضروری ہے کیونکہ اس صورت میں ڈیٹومینیٹر مثبت ہے اور اگر  $f$  پرائم  $x$  کا منفی ہونا ضروری ہے تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ  $f$  پرائم  $x$  منفی ہے اور ہم چاہتے ہیں کہ یہ تناسب مثبت ہو تو  $c$  مائنس  $x$  میں ہے تو سے زیادہ کے لیے مثبت ہے اس کا مطلب ہے کہ فنکشن کم ہو رہا ہے  $c$  سے کم کے لیے منفی ہے اور  $c$  کا نشان پرائم یہ  $f$  ہے  $f$  پرائم  $x$  مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے  $c$  اور پھر بڑھ رہا ہے جس کا مطلب ہے کہ

ہے اور  $\theta$  پرائم  $f$  کا ایک نقطہ ہے۔ لوکل منیما دوسری صورت اسی طرح کی ہے اگر  $c$  برابر  $x$  اس لیے پہلے مشتق ٹیسٹ کے ذریعے برابر ہے مقامی میکسما کا ایک نقطہ اسی طرح سے ثابت کیا جا سکتا ہے تو اس صورت میں ہمارے پاس جو ہوگا  $x$  منفی ہے تو  $c$  ڈبل پرائم  $f$  کے  $e$  کے برابر ہے اسے صفر سے کم سمجھا جاتا ہے اگر یہ صفر سے کم ہے تو ہمارے پاس ہے  $c$  ڈبل پرائم  $f$  وہ یہ ہے کہ ہم کیا یہ حد کا  $cf$  پرائم  $x$  سے  $h$  مائنس  $c$  کے لیے  $x$  کا منفی ہونا ضروری ہے اور  $hf$  پرائم  $x$  سے تعلق رکھنے والے  $c$  سے  $c$  لیے کے پار جاتے ہیں تو پہلے مشتق  $c$  پرائم کی علامت مثبت سے منفی میں بدل جاتی ہے جب ہم  $f$  مثبت ہونا ضروری ہے اس کا مطلب ہے کہ ٹیسٹ یہ مقامی میکسما کا ایک نقطہ ہونا ضروری ہے اب ہم اسے ایک فنکشن کے لیے استعمال کرنے کی کوشش کریں گے مقامی منیما کے پوائنٹس مربع جمع بارہ تو ہم جو کرتے ہیں سب سے پہلے  $x$  مکعب مائنس بارہ  $x$  کے برابر  $4$  جمع  $4$  کے  $x$  کے  $3$  تلاش کریں اور مقامی میکسما کے  $x$  ڈبل پرائم  $f$  اور  $x$  مربع مائنس چوبیس  $x$  مکعب پلس بارہ  $x$  برابر ہے بارہ  $x$  پرائم  $f$  اہم پوائنٹس تلاش کرتے ہیں تو ہمیں پتہ چلتا ہے کہ صفر کے برابر حل  $x$  پرائم  $f$  مائنس چوبیس اب پہلے ہمیں اہم نکات ملتے ہیں اس کے لیے ہمیں  $x$  مربع جمع چوبیس  $x$  برابر ہے چھٹیس جمع  $x$  مائنس ایک بار  $x$  ضرب  $x$  مائنس  $2$  برابر ہے  $\theta$  جو کہ  $12$  مربع جمع  $x$  ضرب  $x$  ضرب  $x$  بارہ  $x$  پرائم  $f$  کرنے کی ضرورت ہے اور صفر کے برابر ہے یا ایک یا مائنس دو یہ اہم نکات ہیں اب ہم دوسرا مشتق استعمال کرتے ہیں ای ٹیسٹ تو ہمیں اس  $x$  دو برابر ہے۔ صفر تک تو  $x$  کو  $\theta$  کے برابر رکھتا ہوں تو مجھے لکھنے دیں کہ  $x$  ڈبل پرائم  $\theta$  پر اگر میں  $f$  مقام پر دوسرا مشتق تلاش کرنے کی ضرورت ہے لہذا اب صفر کا ڈبل پرائم مائنس  $24$  کے برابر ہے یہ  $\theta$  سے کم ہے  $f$  مائنس بیس ہے چار تو  $x$  مربع جمع چوبیس  $x$  ڈبل پرائم کیا ہے یہ چھٹیس  $f$  کا ڈبل پرائم  $f$  برابر  $\theta$  لوکل میکسما کا ایک پوائنٹ ہے اگر اہم پوائنٹ پر دوسرا مشتق منفی ہے تو ہمارے پاس لوکل میکسما اور  $x$  اس کا مطلب ہے ڈبل پرائم  $36$  جمع  $24$  مائنس  $24$  دیتا ہے جو کہ  $36$  کے برابر ہے جو  $\theta$  سے بڑا ہے اس کا  $f$  دیگر اہم ہیں۔ پوائنٹس  $1$  اور مائنس  $2$  ہیں لہذا  $1$  پر ڈبل پرائم برابر ہے تو یہاں ہم  $12$  کو فیکٹر کر سکتے ہیں اور پھر ہمارے  $f$  برابر  $1$  لوکل منیما کا ایک پوائنٹ ہے اور مائنس  $2$  پر  $x$  مطلب ہے کہ پاس  $3$  گنا مائنس  $2$  مربع پلس  $2$  گنا مائنس  $2$  مائنس  $2$  ہے جو  $12$  گنا کے برابر ہے  $3$  گنا  $4$  ہے  $12$  مائنس  $4$  مائنس  $2$  جسے ہم مثبت دیکھتے ہیں تو مائنس  $2$  کے  $x$  صفر کے برابر مقامی میکسما کا ایک نقطہ ہے اور  $x$  مائنس کے برابر  $2$  مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے لہذا  $x$  اس کا مطلب ہے کے برابر ہے مقامی منٹ کے پوائنٹس ہیں ہم اسے یہ معلوم کرنے کے لیے بھی استعمال کر سکتے ہیں کہ کم از کم قیمت اور  $1$   $x$  برابر اور

، زیادہ سے زیادہ قدر کیا ہے،  
بارہ کے  $f$  کو دیکھیں۔ یہ صفر کا  $f$  کے  $x$  کا  $\theta$  یہ اس کے برابر ہے اگر آپ  $f$  اس لیے اگر ہم ان پوائنٹس پر فنکشن کی قدر کو دیکھیں تو ایک پر قدر ہے اگر آپ حساب کریں تو یہ تین جمع چار منفی بارہ جمع بارہ ہے یہ سات کے برابر  $f$  برابر ہے لہذا یہ مقامی زیادہ سے زیادہ اور منفی دو پر حساب کرتے ہیں یہ مائنس بیس ٹھیک نکلا تو پھر اگلا میں آپ کو وہ مثال دکھاؤں گا جس پر غور  $f$  منفی دو پر اگر آپ  $f$  ہے اور

local اور minima کے برابر نہیں 0 کے برابر نہیں دیکھا لوکل  $x$  جمع  $x$  1 کے برابر  $x$  کو  $f$  کے  $f$  کرنے سے پہلے آپ نے برابر دیتا ہے  $x$  مربع ہے اور یہ  $x$  by  $x$  1 1 مائنس کے پوائنٹس تلاش کریں۔ جیسا کہ ہم نے حساب لگایا کہ پہلا مشتق  $maxima$  کیوں  $x$  کے مائنس کے برابر ہے دو یہ  $x$  کا حساب لگائیں تو یہ مائنس  $x$  ڈبل پرائم  $f$  جمع مائنس 1 ہم پوائنٹس ہیں اب اگر ہم دوسرے مشتق  $x$  ڈبل پرائم اگر میں ایک پر اندازہ کروں تو یہ ہے 2 کے برابر جو کہ مثبت ہے اس کا مطلب ہے کہ  $f$  سے دو ہو گا اور پھر ہم دیکھتے ہیں کہ ڈبل پرائم کا حساب لگاتے ہیں تو یہ مائنس 2 نکلتا ہے جو کہ منفی ہے اس کا  $f$  کے برابر 1 مقامی منیما کا ایک نقطہ ہے اور اگر آپ مائنس 1 پر جو اس بات سے اتفاق کرتا ہے جو ہم نے پہلے دیکھا ہے کہ اس فنکشن  $maxima$  مائنس 1 کے برابر مقامی کا ایک نقطہ ہے۔  $x$  مطلب ہے کہ برابر مائنس ون پر ہمارے پاس مقامی  $x$  پر ہمارے پاس ایک مقامی منیما ہے یہ قدر دو ہے اور  $x$  کا گراف اس طرح نظر آتا ہے اور ایک کے برابر پر ہمارے پاس ایک مقامی میکسما ہے لہذا اس کے ساتھ میں آج اگلی  $x$  کے برابر 1 ہمارے پاس ایک مقامی منیما اور مائنس 1 کے برابر  $x$  ہے کلاس میں رک جاؤں گا ہم مشتقات کی کچھ اور ایپلی کیشنز دیکھیں گے شکریہ

Prutor@mitk