

नमस्कार सर्वांना,

त्यामुळे या व्याख्यानातील डेरिव्हेटिव्हजवरील पुढील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, आम्ही फंक्शन्सचे मिनिमा आणि मॅक्सिमा पॉइंट्स शोधण्याची आमची चर्चा सुरू ठेवू म्हणून प्रथम  $x$  च्या फंक्शनचे लोकल मॅक्सिमा आणि मिनिमा म्हणजे काय ते आठवू या.

$x$  च्या  $f$  च्या डोमेनमध्ये

काही वास्तविक संख्या  $h$  पॉझिटिव्ह अस्तित्वात असल्यास स्थानिक मॅक्सिमाचा एक बिंदू म्हणतात जसे की  $c$  चा  $f$   $x$  च्या  $f$  च्या बरोबरीने सर्व  $x$  साठी  $c$  वजा  $h$  ते  $c$  अधिक  $h$  जो  $c$  चा  $f$  हे  $x$  चे  $f$  चे कमाल मूल्य आहे ज्यामध्ये  $c$  बिंदू आहे त्याचप्रमाणे  $c$  बिंदूमध्ये

$h$  पॉझिटिव्ह असेल तर  $c$  चे  $f$  हे  $x$  चे  $f$  चे किमान मूल्य असेल तर  $c$  ला स्थानिक मिनिमाचा बिंदू म्हणतात .

मध्यांतर  $c$  वजा  $h$  ते  $c$  अधिक  $h$  म्हणून उदाहरणार्थ जर आपण एखादे फंक्शन बघितले तर म्हणा की आपल्याकडे हे फंक्शन आहे जर तुम्ही हा बिंदू बघितला तर आपण हे चार बिंदू पाहू या आपण या बिंदूंना  $c$  एक  $c$  दोन  $c$  3  $c$  4 म्हणतो.

आपण या ग 1 पाहतो तर मी हे घेतो मध्यांतर आणि जर मी हे फंक्शन

$c$  1 वजा  $h$  ते  $c$  1 अधिक  $h$  या मध्यांतरापर्यंत मर्यादित केले तर  $c$  1 चे हे  $f$  हे या मध्यांतरातील कमाल मूल्य आहे जरी हे सर्व  $x$  साठी फंक्शनचे कमाल मूल्य नसले तरीही या बिंदूवर  $c$  3 फंक्शनचे मूल्य मोठे आहे म्हणून हा  $c$  चा एक बिंदू आहे एक स्थानिक मॅक्सिमाचा एक बिंदू आहे

आपण  $c$  2 वर  $c$  2 वर पुन्हा पाहतो जर मी  $c$  2 असलेले पुरेसे लहान अंतर घेतले तर तुम्हाला दिसेल  $c$  2 चे  $f$  हे या मध्यांतरातील किमान मूल्य आहे

त्यामुळे  $c$  2 हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे

आणि या बिंदूवर जर तुम्हाला डेरिव्हेटिव्हज  $c$  1 आणि  $c$  2 वर  $f$  वर अस्तित्वात आहेत आणि येथे  $f$  प्राइम  $c$  1  $\theta$   $f$  प्राइम येथे आहे.

$c$  2 देखील आता 0 आहे जर आपण  $c$  3 हा बिंदू पुन्हा पाहिला तर मी मध्यांतर  $c$  3 वजा  $h$  2  $c$  3 अधिक  $h$  घेतले तर  $c$  3 या बिंदूवर फंक्शन त्याचे कमाल मूल्य प्राप्त करते

त्यामुळे हा  $c$  3 पुन्हा स्थानिक बिंदू आहे कमाल आणि  $c$  4 हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे हे आपल्याला माहित आहे की

स्थानिक मिनिमाच्या एका बिंदूवर  $c$  हा  $lo$  चा बिंदू असेल तर  $cal$  maxima किंवा  $local$  minima नंतर एकतर  $f$  prime  $c$  बरोबर 0 आहे किंवा  $f$  prime  $c$  अस्तित्वात नाही लक्षात ठेवा की आम्ही मागील लेक्चर्समध्ये हे सिद्ध केले आहे की जर आपल्याकडे लोकल मॅक्सिमा किंवा लोकल मिनिमाचा बिंदू असेल आणि जर व्युत्पन्न अस्तित्वात असेल तर डेरिव्हेटिव्ह 0 च्या बरोबरीचे असणे आवश्यक आहे तेथे देखील आपल्याकडे आहे की मला हे लिहू द्या कारण याला पहिली व्युत्पन्न चाचणी म्हणतात म्हणून  $f$   $x$  हे ओपन इंटरव्हल  $i$  वर परिभाषित केलेले फंक्शन असू द्या आणि नंतर आपल्याकडे  $f$  prime  $x$  चे चिन्ह सकारात्मक ते नकारात्मक मध्ये बदलले तर काय ते पहा.

या उदाहरणात येथे घडते जर आपण या  $c$  one  $f$  प्राइमला ओलांडून पुढे जात असेल तर येथे सकारात्मक आहे कारण व्युत्पन्न फंक्शन वाढत आहे आणि नंतर  $c$  1 च्या उजवीकडे जाताना फंक्शन कमी होत आहे

त्यामुळे  $f$  प्राइम येथे नकारात्मक आहे म्हणून हे जेव्हा आपण  $c$  ओलांडून पुढे जातो तसतसे चिन्ह सकारात्मक वरून ऋणात बदलते मग चिन्ह सकारात्मक वरून नकारात्मक मध्ये बदलते मग  $c$  हा स्थानिक कमालीचा बिंदू असतो त्याचप्रमाणे  $f$  प्राइम  $x$  हे चिन्ह नकारात्मक वरून सकारात्मक मध्ये बदलते  $c$  ओलांडून  $ove$  नंतर  $c$  हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे

कारण आपण स्थानिक मिनिमामध्ये  $f$  प्राइम 0 पेक्षा कमी  $f$  प्राइम वरून 0 पेक्षा जास्त  $f$  प्राइम मध्ये बदल पाहू शकता कारण आपण  $c$  दोन या बिंदूच्या ओलांडून पुढे जातो म्हणून हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे आणि जर आपण  $c$  ओलांडून पुढे जाताना  $f$  प्राइम  $x$  चे बदल चिन्ह बदलत नाही

तर  $c$  हा स्थानिक मॅक्सिमाचा बिंदू किंवा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू नाही,

त्यामुळे स्थानिक मिनिमा आणि मॅक्सिमाचे बिंदू शोधण्यासाठी हे आपल्याला चाचणी देते जेणेकरून

स्थानिक मिनिमाचे बिंदू शोधण्यासाठी आणि स्थानिक मॅक्सिमा आम्हाला निर्णायक बिंदू सापडतात जे बिंदू आहेत जेथे  $f$  प्राइम  $x$  शून्य किंवा  $f$  प्राइम  $x$  अस्तित्वात नाही आणि नंतर आम्ही ते बिंदू स्थानिक मॅक्सिमा स्थानिक मिनिमाचे बिंदू आहेत किंवा नाही हे निर्धारित करण्यासाठी प्रथम व्युत्पन्न चाचणी वापरू शकतो.

दोन्हीपैकी एक उदाहरण पाहू या, समजा आपण  $r$  वर  $f$   $x$  समान  $x$  क्यूबला मानतो, म्हणून जर आपण  $f$  अविभाज्य  $x$  हे तीन  $x$  चौरसाच्या बरोबरीने पाहिले तर आपल्याला जे मिळेल ते  $f$  अविभाज्य  $x$  हे तीन  $x$  चौरसाच्या बरोबरीचे असेल तर  $f$  अविभाज्य  $x$  समान शून्यावर आणि फक्त जर  $x$  शून्याच्या बरोबरीचा असेल तर शून्य हा एकमेव गंभीर बिंदू आहे आता आपण 0 हा स्थानिक मिनिमा लोकल मॅक्सिमाचा बिंदू आहे की नाही हे तपासू किंवा नाही तर जर आपल्याला हे फंक्शन दिसले तर  $f$  प्राइम  $x$  हे तीन  $x$  चौरस इतके आहे हे सकारात्मक आहे शून्य पेक्षा मोठ्या सर्व  $x$  साठी म्हणून जर आपण या गंभीर बिंदूवर पाहिले तर 0  $f$  प्राइम पॉझिटिव्ह आहे  $f$  प्राइम पॉझिटिव्ह आहे जसे आपण यावरून पुढे जात आहोत

त्यामुळे  $f$  अविभाज्य चिन्ह बदलत नाही  $f$  अविभाज्य  $x$  चिन्ह बदलत नाही जसे आपण  $x$  बरोबर शून्यावर जातो याचा अर्थ असा की फंक्शन वाढत आहे आणि फंक्शन येथे देखील वाढत आहे,

त्यामुळे या प्रकरणात आपण पाहतो की  $x$  0 च्या बरोबरीचा हा बिंदू स्थानिक मॅक्सिमाचा बिंदू नाही किंवा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू नाही जो एक गंभीर बिंदू आहे परंतु आहे.

स्थानिक मॅक्सिमा किंवा स्थानिक मिनिमाच्या बिंदूलाही इन्फ्लेक्शन पॉइंट म्हटले जात नाही म्हणून या प्रकरणात  $x$  शून्याच्या बरोबरीचा एक विक्षेपण बिंदू किंवा विक्षेपण बिंदू आहे म्हणून आपण एक उदाहरण पाहू या  $f$   $x$  जे  $x$  क्यूब वजा तीन  $x$  अधिक तीन द्वारे दिलेले

आहे

त्यामुळे आम्हाला व्युत्पन्न  $f$  prime  $x$  हे तीन  $x$  चौरस वजा तीन सारखे आहे जे तीन पट  $x$  चौरस वजा एक किंवा तीन पट  $x$  वजा एक  $x$  अधिक एक असे आहे म्हणून प्रथम आपल्याला  $f$  प्राइम  $x$  चे शून्य सापडतात

त्यामुळे  $f$  प्राइम  $x$  शून्याच्या बरोबरीचे असल्यास आणि फक्त जर  $x$  एक वजा एक किंवा  $x$  समान असेल आणि नंतर आपल्याला  $f$  प्राइम  $x$  चे चिन्ह दिसते म्हणून आपल्याकडे गंभीर बिंदू उणे 1 1 आहेत आणि नंतर आपण पाहतो की हा  $f$  अविभाज्य  $xx$  वर्ग उणे 1 जर  $x$  उणे 1 आणि 1 च्या दरम्यान असेल आणि जर  $x$  1 पेक्षा मोठा असेल तर  $f$  अविभाज्य  $x$  हा धनात्मक  $x$  वर्ग वजा 1 हा धन असेल आणि जर  $x$  उणे 1 पेक्षा कमी असेल तर  $f$  prime  $x$  समान  $x$  चौरस वजा 1 गुणिले 3 हे धन आहे म्हणजे फंक्शन वाढवत आहे ते जसे आपण वजा 1 ओलांडून पुढे जातो तसतसे हे चिन्ह सकारात्मक वरून ऋणात बदलते आणि  $x$  समान बिंदू ओलांडून जाताना ते चिन्ह नकारात्मक वरून धनात बदलते एक ते अशा प्रकारे  $x$  समान वजा एक हा स्थानिक मॅक्सिमाचा एक बिंदू आहे आणि  $x$  बरोबर एक हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे दुसरे उदाहरण आपण  $x$  च्या  $g$  समान  $2x$  क्यूब वजा  $6x$  चौरस अधिक  $6x$  अधिक पाच येथे पाहू या येथे पुन्हा व्युत्पन्न  $g$  प्राइम  $x$  म्हणजे सहा  $x$  चौरस वजा बारा  $x$  अधिक आहे.

सहा म्हणजे सहा गुणिले  $x$  चौरस वजा  $2x$  अधिक 1 जो आपण पाहतो तो 6 पट  $x$  वजा 1 पूर्ण चौरस आहे म्हणून येथे पुन्हा  $x$  समान 1 हा महत्त्वाचा बिंदू आहे परंतु आपण पुढे जात असताना  $g$  अविभाज्य  $x$  पॉझिटिव्ह असल्याचे आपण पाहतो ओलांडून  $x$  समान 1. म्हणून येथे 1 हा गंभीर बिंदू आहे  $g$  प्राइम 1 च्या डावीकडे तसेच 1 च्या उजवीकडे धन आहे.

त्यामुळे फंक्शन वाढत आहे आणि ते या मध्यांतरात वाढत आहे म्हणून या प्रकरणात  $x$  समान 1 हा  $x$  च्या  $g$  साठी वळणाचा बिंदू आहे तो स्थानिक कमाल किंवा स्थानिक मिनिमा नाही म्हणून या कार्यासाठी  $x$  च्या  $g$  ची कोणतीही स्थानिक कमाल किंवा स्थानिक किमान नाही आपण नंतर पाहू की आपण आलेख देखील काढू शकतो या माहितीचा वापर करून  $x$  च्या  $g$  या फंक्शनचे आता आपण काही उदाहरणे पाहू या ओके हे फंक्शन  $f(x)$  समान  $x$  स्केअर बरोबर आहे, जर आपल्याला गंभीर बिंदू  $f$  प्राइम  $x$  दोन  $x$  समान आहे असे आढळले तर  $x$  समान शून्य हा एकमेव गंभीर बिंदू आहे हे पाहण्यासाठी आपण प्रथम व्युत्पन्न चाचणी वापरू शकतो  $x$  शून्य बरोबर आहे .

स्थानिक मिनिमाचा बिंदू कारण  $f$  प्राइम  $x$  नकारात्मक आहे तो नकारात्मक वरून धनात बदलतो म्हणून हा स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे खरं तर या प्रकरणात फंक्शन फक्त आपल्याला माहित आहे की याचा आलेख हा पॅराबोला आहे आणि फंक्शन नेहमी नकारात्मक नसतो आणि हे शून्यावर शून्य आहे

त्यामुळे हे स्पष्ट आहे की हा बिंदू स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे तो आता जागतिक मिनिमाचा एक बिंदू आहे , जर आपण दुसऱ्या व्युत्पन्नाचे काय होते ते पाहिल्यास प्रथम व्युत्पन्न दुसऱ्याकडे पाहिल्यास ते आपल्याला सांगू शकत नाही फंक्शन  $g$  साठी  $x$  च्या  $g$  साठी  $x$  समान म्हणण्यासाठी वजा  $x$  चौरस  $x$  समान 0 हा स्थानिक मॅक्सिमाचा एक बिंदू आहे हा  $f(x)$   $x$  चौरस बरोबर आहे आणि जर मी  $g(x)$  समान  $x$  स्केअर वजा केला तर हा येथे  $x$  वजा  $x$  वर्गाचा  $g$  आहे  $x$  बरोबर 0 हा पुन्हा एक गंभीर बिंदू आहे जे स्थानिक मॅक्सिमा आहे

त्यामुळे या दोन्हीपैकी  $f$  प्राइम 0 आहे 0  $g$  प्राइम 0 0 आहे.

दुसरा डेरिव्हेटिव्ह बघूया  $x$  चा  $f$  दुहेरी प्राइम काय आहे हे 2 आहे आणि जर मी  $x$  चे  $g$  दुहेरी प्राइम पाहिले तर हे वजा 2 च्या बरोबरीचे आहे.

तर आपण जे पाहतो ते असे आहे की या उदाहरणात फंक्शनचे दुसरे व्युत्पन्न लोकल मिनिमाच्या बिंदूवर सकारात्मक आहे आणि  $x$  च्या  $g$  साठी शून्यावर स्थानिक मॅक्सिमा आहे येथे व्युत्पन्न ऋण आहे आणि ऋणात्मक आहे लोकल मॅक्सिमाच्या बिंदूवर आता प्रश्न असा आहे की फंक्शन स्थानिक मॅक्सिमा आहे की स्थानिक मिनिमा आहे हे तपासण्यासाठी आपण दुसऱ्या डेरिव्हेटिव्हचा वापर करू शकतो, म्हणून आपण दुसऱ्या व्युत्पन्न चाचणीबद्दल चर्चा करू, म्हणून मी  $x$  चे  $f$  समजा प्रमेय म्हणून लिहू.

हे एक फंक्शन आहे जे ओपन इंटरव्हलवर दोनदा वेगळे करता येण्यासारखे आहे, मी देखील समजू की  $c$  वरील  $f$  प्राइम शून्याच्या बरोबरीचे आहे, म्हणून आपल्याकडे  $c$  च्या बरोबरीने  $x$  वर एक गंभीर बिंदू आहे आता आपल्याला हे ठरवायचे आहे की  $c$  हा स्थानिक मॅक्सिमा लोकल मिनिमाचा बिंदू आहे की नाही.

किंवा नाही तर मग प्रथम आहे जर दुसरा डेरिव्हेटिव्ह  $f$  दुहेरी प्राइम  $c$  0 पेक्षा मोठा असेल तर  $c$  हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे हे आपण या उदाहरणात पाहिले आहे की  $f(x)$   $x$  चौरस बरोबर दुसरा व्युत्पन्न शून्यावर धन आहे आणि हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे दुसऱ्या गोष्टीचा जर व्युत्पन्न दुसरा व्युत्पन्न  $c$  वर ऋण असेल तर  $c$  हा स्थानिक मॅक्सिमाचा बिंदू असेल आणि तिसरा जर  $c$  वर दुसरा व्युत्पन्न 0 असेल तर चाचणी अयशस्वी होईल म्हणजे  $f$  दुहेरी प्राइम  $c$  शून्य असेल तर आपण काहीही निष्कर्ष काढू शकत नाही तर आपण प्रथम पाहू या की तिसरी अट  $f(x)$  समान  $x$  ते चार आणि  $g(x)$  समान  $x$  व ा चार बरोबर मानू या न तर  $f$  प्राइम 0 0  $g$  प्राइम 0 देखील 0 द खील 0 वर दुसरा व्युत्पन्न  $g$  चे 0 सेकंद डेरिव्हेटिव्ह आ े.

पुन्हा शून्य आहे आणि जर आपण थेट पाहिले तर आपण पहिल्या व्युत्पन्न चाचणीद्वारे किंवा थेट निरीक्षणाने पाहू शकतो की  $f(x)$  ची स्थानिक मिनिमा  $x$  बरोबर 0 आहे तर  $x$  च्या  $g$  ची स्थानिक मॅक्सिमा  $x$  बरोबर शून्य आहे

त्यामुळे आपण जे पाहतो ते आहे जर  $sec$  ond डेरिव्हेटिव्ह हे एका निर्णायक बिंदूवर शून्य आहे मग ते स्थानिक मिनिमा असू शकते ते स्थानिक मॅक्सिमा असू शकते ते देखील असू शकत नाही, जर आपण  $x$  च्या  $h$  ला  $x$  क्यूबच्या बरोबरीचा विचार केला तर आपण पाहतो की  $h$  प्राइम  $x$  तीन  $x$  चौरस  $h$  दुप्पट आहे अविभाज्य  $x$  हे सहा  $x$  च्या बरोबरीचे आहे म्हणून या प्रकरणात आपण पुन्हा पाहतो की  $h$  प्राइम 0 आहे 0  $h$  दुहेरी प्राइम 0 देखील 0 आहे परंतु आपल्याला माहित आहे की येथे  $x$  बरोबर 0 ही स्थानिक कमाल किंवा स्थानिक किमान नाही म्हणून फक्त बघून जर गंभीर बिंदूवर दुसरा व्युत्पन्न शून्य असेल तर आपण काहीही निष्कर्ष काढू शकत नाही म्हणून जर दुसरा व्युत्पन्न  $f$  दुहेरी प्राइम  $c$  गंभीर बिंदूवर शून्य असेल तर आपण सर्व संभाव्य प्रकरणे

असू शकतात अशा परिस्थितीत आपण वापरण्याचा प्रयत्न करू शकतो .

पहिली व्युत्पन्न चाचणी आता आपण दुसऱ्या व्युत्पन्न चाचणीचा पुरावा पाहू या म्हणजे पहिली केस समजा  $f$  प्राइम  $c \neq 0$  आहे आणि  $c$  वर दुसरा डेरिवेटिव्ह  $0$  पेक्षा कमी आहे.

आम्हाला तो दावा सिद्ध करायचा आहे की या प्रकरणात  $c \neq a$  आहे स्थानिक मिनिमाचा बिंदू त्यामुळे यासाठी आपल्याला काय करावे लागेल ते आहे त्याचे आपल्याला काही  $h$  पॉझिटिव्ह शोधणे आवश्यक आहे जसे की  $c$  वजा  $h$  ते  $c$  अधिक  $h$  या सर्व  $x$  साठी  $c$  चा  $f$  च्या बरोबरीचा आहे शून्य आहे म्हणून डेरिवेटिव्हच्या व्याख्येनुसार आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे  $f$  दुहेरी अविभाज्य  $c$  ही मर्यादा म्हणून लिहिता येते दुसरा व्युत्पन्न हा पहिल्या व्युत्पन्नाचा डेरिवेटिव्ह आहे म्हणून ही  $f$  प्राइम  $x$  वजा  $f$  प्राइम  $c$  ची मर्यादा  $x$  वजा ने भागली आहे  $c$  जसजसे  $x$   $c$  च्या जवळ येत आहे आणि  $c$  ची ही दुसरी व्युत्पन्नाची व्याख्या आहे ती आता आपल्याला माहित आहे की  $f$  प्राइम  $c$  शून्य आहे परंतु आपल्याकडे  $f$  प्राइम  $c$  हे शून्य आहे म्हणून  $x$  ची मर्यादा  $f$  प्राइम  $x$  च्या  $c$  वर जात आहे  $x$  वजा  $c$  द्वारे हे  $f$  दुहेरी प्राइम  $c$  च्या बरोबरीचे आहे आणि हे ऋण  $f$  दुहेरी प्राइम  $c$  च्या बरोबर आहे आणि हे ऋण  $f$  दुहेरी अविभाज्य  $c$  साठी दिले आहे क्षमस्व, आम्ही विचारात घेतलेली पहिली केस समजा  $f$  दुहेरी अविभाज्य  $c$  सकारात्मक असेल तर हे सकारात्मक असेल तर आपण जर से  $0$  डेरिवेटिव्ह पॉझिटिव्ह असेल तर आपल्याला स्थानिक मिनिमाचा एक बिंदू मिळेल म्हणून आपल्याला दिले जाते की ही मर्यादा सकारात्मक आहे याचा अर्थ काय आहे जर मर्यादा सकारात्मक असेल तर याचा अर्थ असा की जर मी  $x$  घेतले तर आपल्याकडे हा बिंदू  $c$  आहे आणि आपण काही  $c$  वजा  $h$  अधिक  $h$  आहे याचा अर्थ असा की जर  $h$  पुरेसे लहान घेतले तर याचे मूल्य धनात्मक असणे आवश्यक आहे, याचा अर्थ असा होतो की तेथे  $h$  पॉझिटिव्ह आहे जसे की हे फंक्शन ज्याची मर्यादा सकारात्मक आहे हे फंक्शन  $f$  प्राइम  $x$  बाय  $x$  वजा  $c$  हे असणे आवश्यक आहे.

$c$  वजा  $h$  ते  $c$  अधिक  $h$  मधील सर्व  $x$  साठी सकारात्मक रहा याचा अर्थ काय याचा अर्थ असा की  $x$  हा  $c$  पेक्षा मोठा आणि  $c$  अधिक  $h$  पेक्षा कमी आहे का हे पाहिल्यास हा भाजक  $c$  वजा  $x$  वजा  $c$  सकारात्मक आहे म्हणजे तो होईल म्हणजे  $f$  प्राइम  $x$  हा सकारात्मक असणे आवश्यक आहे याचा अर्थ असा होतो की जर  $x$   $c$  ते  $c$  अधिक  $h$  च्या मालकीचा असेल तर  $x$   $c$  ते  $c$  अधिक  $h$  चा असेल तर  $f$  prime  $x$  सकारात्मक असणे आवश्यक आहे कारण या प्रकरणात भाजक सकारात्मक आहे आणि जर  $x$  असेल तर

$c$  उणे  $h$  ते  $c$  व्या मध्ये असल्यास  $c$  पेक्षा कमी  $en$   $x$  उणे  $c$  ऋणात्मक आहे आणि आपल्याला हे गुणोत्तर सकारात्मक हवे आहे तर  $f$  प्राइम  $x$  ऋणात्मक असणे आवश्यक आहे म्हणून आपण जे पाहतो ते असे आहे की  $f$  प्राइम  $x$   $f$  प्राइमचे चिन्ह  $c$  पेक्षा कमी आहे आणि ते  $c$  पेक्षा कमी साठी सकारात्मक आहे म्हणजे फंक्शन कमी होत आहे आणि नंतर वाढत आहे म्हणजे  $c$  हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे, म्हणून पहिल्या व्युत्पन्न चाचणीद्वारे  $x$  हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे, जर  $f$  प्राइम  $c \neq 0$  आणि  $f$  दुहेरी असेल तर दुसरा केस समान आहे  $c$  वर अविभाज्य म्हणजे ऋण तर  $x$  समान बरोबर  $c$  हा स्थानिक मॅक्सिमाचा बिंदू आहे हे त्याच प्रकारे सिद्ध केले जाऊ शकते म्हणून या प्रकरणात आपल्याकडे काय असेल की आपल्याकडे ही मर्यादा  $f$  दुहेरी अविभाज्य  $c$  च्या समान आहे ही कमी आहे असे गृहीत धरले जाते शून्य पेक्षा जर हे शून्यापेक्षा कमी असेल तर आपल्याकडे  $x$  साठी  $c$  ते  $c$  अधिक  $h$   $f$  प्राइम  $x$  ऋण असणे आवश्यक आहे आणि  $x$  मधील  $c$  वजा  $h$  ते  $c$   $f$  प्राइम  $x$  साठी सकारात्मक असणे आवश्यक आहे म्हणजे  $f$  प्राइमचे चिन्ह सकारात्मक ते ऋणामध्ये बदलते.

जसजसे आपण  $c$  ओलांडून पुढे जातो तसतसे प्रथम डेरिवेटिव्हद्वारे  $e$  चाचणी तो स्थानिक मॅक्सिमाचा एक बिंदू असला पाहिजे आता आपण हे फंक्शनसाठी वापरण्याचा प्रयत्न करू

स्थानिक मिनिमाचे बिंदू आणि  $x$  च्या स्थानिक मॅक्सिमाचे बिंदू शोधू

$3$   $x$  ते  $4$  अधिक  $4$   $x$  घन वजा बारा  $x$  चौरस अधिक बारा तर मग आपण काय करतो ते प्रथम क्रिटिकल पॉइंट्स शोधतात त्यामुळे आपल्याला  $f$  अविभाज्य  $x$  म्हणजे बारा  $x$  घन अधिक बारा  $x$  चौरस वजा चोवीस  $x$  आणि  $f$  दुहेरी प्राइम  $x$  म्हणजे छत्तीस  $x$  चौरस अधिक चोवीस  $x$  वजा चोवीस आता प्रथम आम्हाला महत्त्वाचे मुद्दे सापडतात ज्यासाठी आम्हाला  $f$  अविभाज्य  $x$  शून्याच्या बरोबरीचे निराकरण करावे लागेल आणि  $f$  अविभाज्य  $x$  म्हणजे बारा  $x$  गुणिले  $x$  चौरस अधिक  $x$  वजा  $2$  समान  $0$  जे  $12$   $x$  गुणिले  $x$  वजा एक गुणा  $x$  अधिक दोन समान आहे शून्य ते  $x$  म्हणजे शून्य किंवा एक किंवा उणे दोन हे महत्त्वाचे बिंदू आहेत आता आपण दुसरी व्युत्पन्न चाचणी वापरतो

त्यामुळे आपल्याला या टप्प्यावर दुसरा व्युत्पन्न शोधणे आवश्यक आहे म्हणून आता  $f$  दुहेरी प्राइम  $0$  वर ठेवले तर मी  $x$  बरोबर  $0$  ठेवले तर  $x$  हा तीस चा दुहेरी अविभाज्य  $f$  काय आहे ते मी लिहू सहा  $x$  चौरस अधिक चोवीस  $x$  वजा चोवीस

त्यामुळे  $f$  शून्याचा दुहेरी अविभाज्य वजा  $24$  हा  $0$  पेक्षा कमी आहे याचा अर्थ  $x$  समान  $0$  हा स्थानिक मॅक्सिमाचा बिंदू आहे

जर गंभीर बिंदूवरील दुसरा व्युत्पन्न ऋण असेल तर आपण स्थानिक मॅक्सिमा आणि  $f$  दुहेरी प्राइम इतर गंभीर बिंदू आहेत  $1$  आणि उणे  $2$  त्यामुळे  $1$  वर  $f$  दुहेरी प्राइम  $36$  अधिक  $24$  वजा  $24$  देते जे  $36$  च्या बरोबरीचे आहे जे  $0$  पेक्षा मोठे आहे याचा अर्थ  $x$  समान  $1$  हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे

आणि  $f$  दुहेरी अविभाज्य वजा  $2$  बरोबर आहे म्हणून येथे आपण  $12$  गुणांक काढू शकतो आणि नंतर आपल्याकडे  $3$  पट वजा  $2$  वर्ग अधिक  $2$  पट वजा  $2$  वजा  $2$  आहे जे  $12$  पट  $3$  पट  $4$  आहे  $12$  वजा  $4$  वजा  $2$  जे आपण पाहतो पॉझिटिव्ह आहे म्हणून याचा अर्थ  $x$  समान उणे  $2$  हा स्थानिक मिनिमाचा बिंदू आहे म्हणून  $x$  समान शून्य हा स्थानिक कमालचा बिंदू आहे

आणि  $x$  समान वजा  $2$  आणि  $x$  बरोबर  $1$  हे स्थानिक मिनिटाचे बिंदू आहेत

आपण हे शोधण्यासाठी देखील वापरू शकतो किमान मूल्य आणि कमाल मूल्य किती आहे मग जर आपण  $1$  या बिंदूवरील फंक्शनचे मूल्य पहा म्हणजे  $0$  चे  $f$  बरोबर असेल तर  $x$  चा  $f$  बरोबर असेल तर  $f$  शून्य बारा बरोबर असेल तर हे मूल्य स्थानिक कमाल आणि  $f$  एक वर मोजले तर हे तीन अधिक चार वजा बारा अधिक बारा हे सात आणि  $f$  वजा दोन वर मोजले तर हे उणे वीस बरोबर निघेल तर पुढे मी तुम्हाला उदाहरण दाखवतो जे आम्ही तुमच्यासमोर विचारात घेतले आहे.

$x$  चा  $f$  चा विचार करा  $x$  बरोबर  $x$  अधिक 1 बाय  $xx$  हे 0 च्या बरोबर नाही  
स्थानिक मिनिमाचे आणि स्थानिक मॅक्सिमाचे बिंदू शोधा म्हणून येथे जसे आपण मोजले आहे की प्रथम व्युत्पन्न  $f$  प्राइम  $x$  1 वजा 1 बाय  
 $x$  चौरस आहे आणि हे  $x$  ला अधिक वजा 1 च्या समान देते आता हे महत्त्वाचे बिंदू आहेत जर आपण दुसऱ्या व्युत्पन्न  $f$  दुहेरी प्राइम  $x$   
ची गणना केली तर हे उणे  $x$  ते वजा दोन या बरोबरीचे आहे हे दोन बाय  $x$  क्यूब असेल आणि नंतर आपण  $f$  दुहेरी प्राइम असे एकावर  
मूल्यमापन केले तर हे समान आहे 2 जो सकारात्मक आहे याचा अर्थ  $x$  बरोबर 1 चा बिंदू आहे लोकल मिनिमा आणि जर तुम्ही उणे 1 वर  
 $f$  दुहेरी प्राइम मोजले तर हे उणे 2 निघेल जे ऋण आहे याचा अर्थ  $x$  समान उणे 1 हा लोकल मॅक्सिमाचा एक बिंदू आहे  
जो या फंक्शनचा आलेख दिसतो त्यापूर्वी आपण पाहिलेल्या गोष्टींशी सहमत आहे याप्रमाणे आणि  $x$  च्या बरोबरीच्या एकावर आपल्याकडे  
स्थानिक मिनिमा आहे हे मूल्य दोन आहे आणि  $x$  समान वजा एक वर आपल्याकडे  $x$  बरोबर 1 वर स्थानिक आहे आणि  $x$  समान उणे  
1 वर आपल्याकडे स्थानिक कमाल आहे यासह मी आज पुढील वर्गात थांबेन, आम्ही डेरिव्हेटिव्हजचे आणखी काही अनुप्रयोग पाहू.  
धन्यवाद