

হ্যালো সবাইকে

তাই এই বক্তৃতায় ডেরিভেটিভের পরবর্তী লেকচারে স্বাগতম, আমরা ফাংশনের মিনিমা এবং ম্যাক্সিমা পয়েন্ট খুঁজে বের করার বিষয়ে আমাদের আলোচনা চালিয়ে যাব,

তাই আসুন প্রথমে মনে করি যে  $x$  এর একটি ফাংশনের স্থানীয় ম্যাক্সিমা এবং মিনিমা কী

তাই পয়েন্ট  $c$   $x$  এর  $f$  এর ডোমেনে

স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু বলা হয় যদি সেখানে কিছু বাস্তব সংখ্যা  $h$  ধনাত্মক থাকে যেমন  $c$  এর  $f$   $x$  এর  $f$  এর থেকে বেশি  $x$  খোলা ব্যবধানে  $c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$   $c$ -এর  $f$  হল  $x$ -এর  $f$ -এর সর্বাধিক মান যাতে  $c$  বিন্দু থাকে একইভাবে  $c$ -কে স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু বলা হয়

যদি সেখানে  $h$  ধনাত্মক থাকে যেমন  $c$ - এর  $f$  হল  $x$ -এর  $f$ -এর সর্বনিম্ন মান ব্যবধান  $c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$

তাই উদাহরণস্বরূপ যদি আমরা একটি ফাংশন দেখি বলি আমাদের এই ফাংশন আছে যদি আপনি এই বিন্দুর দিকে তাকান তাহলে আসুন এই চারটি বিন্দুর দিকে তাকাই আমরা এই বিন্দুগুলোকে বলি  $c$  এক  $c$  দুই  $c$  3  $c$  4 তাহলে আপনি যদি এই  $g$  1 তাকান যদি আমি এই নিতে ব্যবধান এবং যদি আমি এই ফাংশনটিকে

$c$  1 বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  1 প্লাস  $h$  থেকে এই ব্যবধানে সীমাবদ্ধ রাখি তবে  $c$  1 এর এই  $f$  হল এই ব্যবধানে সর্বাধিক মান যদিও এটি সমস্ত  $x$  এর জন্য ফাংশনের সর্বোচ্চ মান নয় উদাহরণস্বরূপ এই এই বিন্দুতে  $c$  3 ফাংশনের মানটি বড়

তাই এটি  $c$  এর একটি বিন্দু একটি স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু

আমরা  $c$  2 এ আবার  $c$  2 দেখি যদি আমি  $c$  2 সম্বলিত একটি ছোট পর্যাপ্ত বিরতি নিই তাহলে আপনি দেখতে পাবেন যে এটি এই ব্যবধানে  $c$  2 এর  $f$  হল সর্বনিম্ন মান

তাই  $c$  2 হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু এবং এই বিন্দুতে আপনি যদি দেখেন যে ডেরিভেটিভগুলি  $f$  তে  $c$  1 এবং  $c$  2 তে বিদ্যমান এবং এখানে আমাদের কাছে  $f$  প্রাইম  $c$  1 হল  $0$   $f$  প্রাইম এ  $c$  2 ও এখন  $0$  যদি আমরা  $c$  3 এই বিন্দুকে আবার দেখি যদি আমি একটি ব্যবধান নিই  $c$  3 বিয়োগ  $h$  2  $c$  3 প্লাস  $h$  তাহলে ফাংশনটি এই বিন্দুতে  $c$  3 এর সর্বোচ্চ মান অর্জন করে

তাই এই  $c$  3 আবার স্থানীয় বিন্দু।

সর্বাধিক এবং  $c$  4 হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু যা আমরা জানি যে স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দুতে যদি  $c$   $10$  এর একটি বিন্দু হয় ক্যাল ম্যাক্সিমা বা স্থানীয় মিনিমা তাহলে হয়  $f$  prime  $c$  সমান  $0$  বা  $f$  prime  $c$  এর অস্তিত্ব নেই মনে রাখবেন যে আমরা পূর্ববর্তী লেকচারে এটি প্রমাণ করেছি যে যদি আমাদের কাছে স্থানীয় ম্যাক্সিমা বা স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু থাকে এবং যদি ডেরিভেটিভ থাকে তবে ডেরিভেটিভ অবশ্যই  $0$  এর সমান হতে হবে সেখানেও আমাদের আছে যে আমাকে এটি লিখতে দিন কারণ এটিকে প্রথম ডেরিভেটিভ পরীক্ষা বলা হয়

তাই  $f$   $x$  একটি ফাংশন হিসাবে একটি খোলা ব্যবধানে সংজ্ঞায়িত করা যাক এবং তারপরে আমরা যদি  $f$  prime  $x$  চিহ্নটি ধনাত্মক থেকে নেতিবাচক তে পরিবর্তিত হয় তাহলে দেখুন কি এই উদাহরণে এখানে ঘটবে যদি আমরা এই  $c$  one  $f$  prime জুড়ে যেতে থাকি এখানে ইতিবাচক কারণ ফাংশনটি ডেরিভেটিভ বাড়ছে এবং তারপর ফাংশনটি হ্রাস পাচ্ছে যখন আমরা  $c$  1 এর ডানদিকে চলে যাচ্ছি

তাই  $f$  prime এখানে নেতিবাচক

তাই এটি চিহ্নকে ধনাত্মক থেকে ঋণাত্মক চিহ্নে পরিবর্তন করে তারপর চিহ্নকে ধনাত্মক থেকে ঋণাত্মক তে পরিবর্তন করে যখন আমরা  $c$  জুড়ে চলে যাই

তখন  $c$  স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু একইভাবে যদি  $f$  প্রাইম  $x$  চিহ্নটি ঋণাত্মক থেকে ধনাত্মক তে পরিবর্তন করে যেমন আমরা  $m$   $c$  জুড়ে  $ove$  তারপর  $c$  হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু

কারণ আপনি দেখতে পাচ্ছেন স্থানীয় মিনিমা  $f$  প্রাইম পরিবর্তনগুলি  $f$  প্রাইম থেকে  $0$  থেকে কম  $f$  প্রাইম থেকে  $0$  থেকে বড় হয়ে যায় যখন আমরা এই বিন্দু  $c$  দুই জুড়ে চলে যাই

তাই এটি স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু।

এবং যদি  $f$  prime  $x$  পরিবর্তনের চিহ্ন পরিবর্তন না করে যখন আমরা  $c$  জুড়ে চলে যাই তাহলে  $c$  স্থানীয় ম্যাক্সিমার বিন্দু বা স্থানীয় মিনিমার বিন্দু নয়

তাই এটি আমাদের স্থানীয় মিনিমা এবং ম্যাক্সিমার বিন্দু খুঁজে বের করার পরীক্ষা দেয় যাতে স্থানীয় মিনিমার বিন্দু

খুঁজে বের করতে এবং স্থানীয় ম্যাক্সিমা আমরা সেই বিন্দুগুলি খুঁজে পাই যেগুলি এমন বিন্দু যেখানে  $f$  prime  $x$  শূন্যের সমান বা  $f$  prime  $x$  এর অস্তিত্ব নেই এবং তারপরে আমরা ব্যবহার করি আমরা প্রথম ডেরিভেটিভ পরীক্ষা ব্যবহার করে নির্ধারণ করতে পারি যে সেই বিন্দুগুলি

স্থানীয় ম্যাক্সিমা স্থানীয় মিনিমার বিন্দু কিনা বা আমরা একটি উদাহরণ দেখি না ধরুন আমরা  $r$ -এ  $x$  ঘনক্ষেত্রের সমান  $f$   $x$  বিবেচনা করি,

তাই যদি আমরা দেখি  $f$  প্রাইম  $x$  তিন  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান তাহলে আমরা যা পাই তা হল  $f$  প্রাইম  $x$  তিন  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই  $f$  প্রাইম  $x$  সমান শূন্য থেকে যদি এবং শুধুমাত্র  $x$  যদি শূন্যের সমান হয় তবে শূন্যই

একমাত্র গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু এখন আমরা পরীক্ষা করব যে  $0$  স্থানীয় মিনিমা লোকাল ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু বা না

তাই যদি আমরা একটি এই ফাংশনটি দেখি যেহেতু  $f$  prime  $x$  তিন  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান এটি ইতিবাচক।

শূন্যের চেয়ে বড় সমস্ত  $x$  এর জন্য

তাই যদি আমরা এই গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু জুড়ে দেখি  $0$   $f$  প্রাইম ধনাত্মক  $f$  প্রাইম ধনাত্মক যেহেতু আমরা এটি থেকে সরে যাচ্ছি

তাই  $f$  প্রাইম চিহ্ন পরিবর্তন করে না  $f$  প্রাইম  $x$  চিহ্ন পরিবর্তন করে না যখন আমরা  $x$  শূন্যের সমান অতিক্রম করি এর মানে হল যে

ফাংশন বাড়ছে এবং এখানেও ফাংশন বাড়ছে

তাই এই ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $x = 0$  এর সমান এই বিন্দুটি স্থানীয় ম্যাক্সিমার বিন্দু নয় বা স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দুও নয় এমন একটি বিন্দু যা একটি গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু কিন্তু

স্থানীয় ম্যাক্সিমা বা স্থানীয় মিনিমার কোনো বিন্দুকে ইনফ্লেকশন পয়েন্ট বলা হয় না

তাই এই ক্ষেত্রে  $x$  শূন্যের সমান একটি ইনফ্লেকশন পয়েন্ট বা ইনফ্লেকশন বিন্দু

তাই আসুন একটি উদাহরণ দেখি স্থানীয় ম্যাক্সিমা এবং স্থানীয় মিনিমার বিন্দুগুলি  $f(x)$  যা  $x$  কিউব বিয়োগ তিন  $x$  প্লাস তিন দ্বারা দেওয়া হয়

তাই আমরা ডেরিভেটিভ  $f'(x)$  খুঁজে পাই এটি তিন  $x$  বর্গ বিয়োগ তিনের সমান যা তিন গুণ  $x$  বর্গ বিয়োগ এক বা তিন গুণ  $x$  বিয়োগ এক  $x$  প্লাস এক

তাই প্রথমে আমরা  $f'(x)$  এর শূন্য খুঁজে পাই

তাই  $f'(x)$  শূন্যের সমান যদি এবং শুধুমাত্র  $x$  সমান হয় বিয়োগ এক বা  $x$  এক এর সমান এবং তারপর আমরা  $f''(x)$  এর চিহ্ন দেখতে পাই

তাই আমাদের কাছে ক্রিটিকাল পয়েন্ট বিয়োগ 1 1 এবং তারপর আমরা দেখি যে এই  $f$  প্রাইম  $x$  বর্গ বিয়োগ 1 যদি  $x$  বিয়োগ 1 এবং 1 এর মধ্যে হয় এবং  $x$  যদি 1 এর থেকে বড় হয় তবে  $f''(x)$  ধনাত্মক  $x$  বর্গ বিয়োগ 1 ধনাত্মক এবং এছাড়াও  $x$  যদি বিয়োগ 1 এর থেকে কম হয় তবে  $f''(x)$  প্রাইম  $x$  সমান  $x$  বর্গ বিয়োগ 1 গুণ 3 এটি ধনাত্মক

তাই এর মানে হল যে ফাংশনটি বৃদ্ধি করছে এটি ধনাত্মক থেকে ঋণাত্মক চিহ্ন পরিবর্তন করে যখন আমরা বিয়োগ 1 পেরিয়ে যাই এবং এটি  $x$  সমান বিন্দু জুড়ে যাওয়ার সাথে সাথে এটি চিহ্নটি ঋণাত্মক থেকে ধনাত্মক তে পরিবর্তিত হয়

এইভাবে  $x$  বিয়োগ একের সমান স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু এবং  $x$  এর সমান একটি স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু

আরেকটি উদাহরণ আসুন  $x$  এর সমান  $2x$  কিউব বিয়োগ  $6x$  বর্গ প্লাস  $6x$  প্লাস ফাইভ এখানে আবার ডেরিভেটিভ জি প্রাইম  $x$  ছয়  $x$  বর্গ বিয়োগ বারো  $x$  প্লাস খুঁজে বের করা যাক ছয় যা ছয় গুণ  $x$  বর্গ বিয়োগ  $2x$  প্লাস 1 এর সমান যা

আমরা দেখি  $6$  গুণ  $x$  বিয়োগ 1 পুরো বর্গক্ষেত্রের সমান

তাই এখানে আবার  $x$  এর সমান 1 একটি গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু কিন্তু আমরা দেখতে পাচ্ছি যে  $g$  প্রাইম  $x$  ধনাত্মক যখন আমরা চলে যাই 1 এর সমান  $x$  জুড়ে।

সুতরাং এখানে 1 হল ক্রিটিকাল পয়েন্ট  $g$  প্রাইম হল 1 এর বাম দিকে এবং 1 এর ডানদিকে ধনাত্মক।

সুতরাং ফাংশনটি বাড়ছে এবং এই ব্যবধানে এটি বৃদ্ধি পাচ্ছে

তাই এই ক্ষেত্রে  $x$  এর সমান 1 হল

$x$ -এর  $g$ -এর জন্য একটি বিন্দু বিন্দু এটি স্থানীয় ম্যাক্সিমা বা স্থানীয় মিনিমা নয়,

তাই  $x$ -এর এই ফাংশনের জন্য  $x$ -এর কোনো  $g$ -এর কোনো স্থানীয় সর্বোচ্চ বা স্থানীয় মিন নেই, আমরা পরে দেখব যে আমরা গ্রাফটিও আঁকতে পারি।

এই তথ্যগুলি ব্যবহার করে  $x$ -এর এই ফাংশনটির এখন কিছু উদাহরণ দেখা যাক

তাই আসুন  $f(x)$  সহজভাবে এই ফাংশনটি  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান  $f(x)$  যদি আমরা দেখি যে ক্রিটিকাল পয়েন্ট  $f'(x)$  সমান দুই  $x$  এর সমান

তাই  $x$  সমান শূন্য হল একমাত্র ক্রিটিক্যাল পয়েন্ট আমরা প্রথম ডেরিভেটিভ পরীক্ষাটি ব্যবহার করতে পারি দেখতে  $x$  শূন্যের সমান  $a$  স্থানীয় মিনিমার বিন্দু কারণ  $f''(x)$  নেতিবাচক এটি ঋণাত্মক থেকে ধনাত্মক তে পরিবর্তিত হয়

তাই এটি স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু প্রকৃতপক্ষে এই ক্ষেত্রে ফাংশনটি কেবল আপনি জানেন যে এটির গ্রাফটি এই প্যারাবোলা এবং ফাংশনটি সর্বদা  $a$  নেতিবাচক এবং এটি শূন্যে শূন্য

তাই এটা স্পষ্ট যে এই বিন্দুটি স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু এটিও এখন গ্লোবাল মিনিমার একটি বিন্দু

যদি আমরা দেখি দ্বিতীয় ডেরিভেটিভের কী হয়

তাই প্রথম ডেরিভেটিভটি আমাদের বলে না যদি আমরা অন্যটির দিকে তাকাই ফাংশন  $g$  এর জন্য  $x$  এর  $g$  এর জন্য  $x$  সমান বলতে বিয়োগ  $x$  বর্গ  $x$  সমান 0 হল স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু

এটি  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান  $f(x)$  এবং যদি আমি বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের সমান  $g(x)$  নিই তবে এখানে  $x$  বিয়োগ  $x$  বর্গক্ষেত্রের  $g$  হবে  $x$  সমান 0 আবার একটি গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু যা স্থানীয় ম্যাক্সিমা

তাই এই উভয়ের জন্য  $f''(x)$  প্রাইম 0 হল 0 গ্রাম প্রাইম 0 হল 0।

আসুন দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি দেখি  $x$  এর  $f''(x)$  ডবল প্রাইম কী এটি 2 এর সমান এবং যদি আমি  $x$  এর  $g''(x)$  ডবল প্রাইম দেখি এটি বিয়োগ 2 এর সমান।

সুতরাং আমরা যা দেখতে পাচ্ছি তা হল এই উদাহরণে ফাংশনের দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি স্থানীয় মিনিমার বিন্দুতে ধনাত্মক এবং  $x$  এর  $g$  এর জন্য শূন্যে স্থানীয় ম্যাক্সিমা রয়েছে এখানে ডেরিভেটিভটি ঋণাত্মক এবং ঋণাত্মক।

স্থানীয় ম্যাক্সিমা বিন্দুতে এখন প্রশ্ন হল আমরা

কি একটি বিন্দুতে ফাংশনটি স্থানীয় ম্যাক্সিমা বা স্থানীয় মিনিমা কিনা তা পরীক্ষা করতে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ ব্যবহার করতে পারি

তাই আমরা দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ পরীক্ষা নিয়ে আলোচনা করব

তাই আমাকে একটি উপপাদ্য হিসাবে লিখতে দিন ধরুন  $x$  এর  $f''(x)$  একটি ফাংশন যা একটি উন্মুক্ত ব্যবধানে দ্বিগুণ

পার্থক্যযোগ্য আমিও মনে করি  $c$ -এ  $f$  প্রাইম শূন্যের সমান

তাই আমাদের কাছে  $x$  এর সমান  $c$ -এ একটি গুরুত্বপূর্ণ বিন্দু রয়েছে এখন আমরা সিদ্ধান্ত নিতে চাই যে  $c$  স্থানীয় ম্যাক্সিমা স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু।

বা না

তাই প্রথম হয় যদি দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$   $\theta$  এর চেয়ে বড় হয় তাহলে  $c$  হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু যা আমরা এই উদাহরণে দেখেছি যে  $fx$  সমান  $x$  বর্গক্ষেত্রের দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ শূন্যে ধনাত্মক এবং এটি স্থানীয় মিনিমা দ্বিতীয় ডেরিভেটিভের বিন্দু।

যদি ডেরিভেটিভ দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি  $c$ -এ ঋণাত্মক হয় তবে  $c$  স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু এবং তৃতীয় যদি  $c$ -এ দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি  $0$  এর সমান হয় তবে পরীক্ষাটি ব্যর্থ হয় যে  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$  শূন্যের সমান হলে আমরা কিছু উপসংহার করতে পারি না

তাই আসুন প্রথমে দেখি যে তৃতীয় শর্তটি বিবেচনা করুন  $fx$  এর সমান  $x$  এর সাথে চার এবং  $gx$  সমান  $x$  বিয়োগ  $x$  চার এর সাথে তারপর  $f$  prime  $\theta$  হল  $0$   $g$  prime  $\theta$  হল  $0$  এছাড়াও  $0$  এ দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ হল  $g$  এর  $0$  সেকেন্ড ডেরিভেটিভ আবার শূন্য এবং যদি আমরা সরাসরি দেখি আমরা প্রথম ডেরিভেটিভ পরীক্ষা বা সরাসরি পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে দেখতে পাব যে  $fx$ -এর একটি স্থানীয় মিনিমমা আছে  $x$  সমান  $0$  যেখানে  $x$  এর  $g$  এর একটি স্থানীয় ম্যাক্সিমা আছে  $x$  সমান শূন্য

তাই আমরা যা দেখি তা হল যদি  $sec$   $nd$  ডেরিভেটিভ একটি ক্রিটিকাল পয়েন্টে শূন্য তারপর এটি একটি স্থানীয় মিনিমা হতে পারে এটি একটি স্থানীয় ম্যাক্সিমা হতে পারে এটিও হতে পারে না যদি আমরা  $x$  এর  $h$  বলতে  $x$  ঘনক্ষেত্রের সমান বিবেচনা করি তাহলে আমরা দেখতে পাই যে  $h$  প্রাইম  $x$  তিন  $x$  বর্গ  $h$  দ্বিগুণ প্রাইম  $x$  ছয়  $x$  এর সমান

তাই এই ক্ষেত্রে আমরা আবার দেখতে পাই যে  $h$  প্রাইম  $0$  হল  $0$   $h$  ডবল প্রাইম  $0$   $0$  কিন্তু আমরা জানি যে এখানে  $x$  এর সমান  $0$

স্থানীয় সর্বোচ্চ বা স্থানীয় মিনিম নয়

তাই শুধু দেখে একটি জটিল বিন্দুতে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ যদি শূন্য হয় তবে আমরা কিছু উপসংহার করতে পারি না

তাই যদি দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$  একটি জটিল বিন্দুতে শূন্যের সমান হয়

$c$  তাহলে আমাদের সম্ভাব্য সব ক্ষেত্রেই

আমরা ব্যবহার করার চেষ্টা করতে পারি প্রথম ডেরিভেটিভ টেস্ট এখন দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ টেস্টের প্রমাণ দেখা যাক

তাই প্রথম ক্ষেত্রে ধরুন  $f$  প্রাইম  $c$   $\theta$  এবং  $c$ -এ দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ  $0$  এর কম।

আমরা এই দাবিটি প্রমাণ করতে চাই যে এই ক্ষেত্রে  $c$  হল একটি স্থানীয় মিনিমা পয়েন্ট

তাই এর জন্য আমাদের যা করতে হবে তা হল  $c$  তার আমাদের কিছু  $h$  পজিটিভ খুঁজে বের করতে হবে যেমন  $c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$  এর সমস্ত  $x$  এর জন্য  $c$  এর  $f$   $x$  এর সমান সমান শূন্য

তাই ডেরিভেটিভের সংজ্ঞা অনুসারে আমাদের কাছে যা আছে তা হল  $f$  ডবল প্রাইম  $c$  এটিকে সীমা হিসাবে লেখা যেতে পারে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভটি প্রথম ডেরিভেটিভের ডেরিভেটিভ

তাই এটি  $f$  প্রাইম  $x$  বিয়োগ  $f$  প্রাইম  $c$  এর সীমা  $x$  বিয়োগ দ্বারা বিভক্ত  $c$  যখন  $x$   $c$ -এর কাছে আসে এবং এটি  $c$ -এ দ্বিতীয় ডেরিভেটিভের সংজ্ঞা এখন আমরা যা জানি তা হল  $f$  প্রাইম  $c$  শূন্য কিন্তু আমাদের কাছে  $f$  প্রাইম  $c$  শূন্যের সমান

তাই  $x$  এর সীমা  $f$  প্রাইম  $x$  এর  $c$  এ যাচ্ছে বিভক্ত  $x$  বিয়োগ  $c$  দ্বারা এটি  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$  এর সমান এবং এটিকে ঋণাত্মক  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$  দেওয়া হয় ঋণাত্মক হওয়ার জন্য দুঃখিত দুঃখিত প্রথম কেসটি আমরা বিবেচনা করছি ধরুন  $f$  ডাবল প্রাইম  $c$  পজিটিভ

তাই এটি ইতিবাচক তারপর আমরা দেখতে চাই যে এটি স্থানীয় মিনিমার পয়েন্ট যদি সেকেন্ড হয় ওল্ড ডেরিভেটিভ

ধনাত্মক তাহলে আমরা স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু পাব

তাই আমাদের দেওয়া হল যে এই সীমাটি ধনাত্মক তার মানে কি যদি সীমাটি ধনাত্মক হয় তাহলে এর মানে হল যে আমি যদি  $x$  হিসাবে নিই তাহলে আমাদের কাছে বিন্দু  $c$  এবং আমরা কিছু  $c$  বিয়োগ  $hc$  প্লাস  $h$  আছে এর মানে হল যে যদি  $h$

যথেষ্ট ছোট নেয় তাহলে এর মান অবশ্যই ধনাত্মক হতে হবে

তাই এর অর্থ হল  $h$  পজিটিভ আছে যেমন এই ফাংশন যার সীমা ধনাত্মক এই ফাংশন  $f$  prime  $x$   $x$  বাই  $x$  বিয়োগ  $c$  এটি আবশ্যিক

$c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$  এর অন্তর্গত সকল  $x$  এর জন্য ইতিবাচক হোন এর মানে কি এর মানে হল যে যদি আমরা দেখি  $x$  যদি  $c$  এর থেকে বড় এবং  $c$  প্লাস  $h$  এর চেয়ে কম তাহলে এই হর  $c$  বিয়োগ  $x$  বিয়োগ  $c$  পজিটিভ

তাই হবে মানে  $f$  prime  $x$  অবশ্যই ধনাত্মক হতে হবে এর অর্থ হল  $x$  যদি  $c$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$  এর অন্তর্গত হয় যদি  $x$   $c$  থেকে  $c$  প্লাস  $h$  এর অন্তর্গত হয় তবে  $f$  prime  $x$  অবশ্যই ধনাত্মক হতে হবে কারণ এই ক্ষেত্রে হর পজিটিভ এবং

যদি  $x$  হয়  $c$  থেকে কম যদি তা  $c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $c$  তম হয়  $en$   $x$  বিয়োগ  $c$  ঋণাত্মক এবং আমরা চাই এই অনুপাতটি ধনাত্মক হোক তাহলে  $f$  মৌলিক  $x$  অবশ্যই ঋণাত্মক হতে হবে

তাই আমরা যা দেখি তা হল  $f$  প্রাইম  $x$   $f$  প্রাইমের চিহ্ন এটি  $c$  এর চেয়ে কম জন্য ঋণাত্মক এবং এটি  $c$  এর চেয়ে বড় জন্য ধনাত্মক।

এর মানে হল যে ফাংশনটি কমছে এবং তারপর বৃদ্ধি পাচ্ছে যার মানে  $c$  হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু

তাই প্রথম ডেরিভেটিভ পরীক্ষা দ্বারা  $x$  সমান স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু যদি  $f$  প্রাইম  $c$   $\theta$  এবং  $f$  দ্বিগুণ হয় প্রাইম  $c$  নেতিবাচক তারপর  $x$  সমান হল  $c$  স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু একইভাবে প্রমাণ করা যেতে পারে

তাই এই ক্ষেত্রে আমাদের যা থাকবে তা হল আমাদের এই সীমাটি  $f$  ডবল প্রাইম  $c$  এর সমান এটি কম বলে ধরে নেওয়া হয় শূন্যের চেয়ে যদি এটি শূন্যের চেয়ে কম হয় তবে আমাদের কাছে  $c$  থেকে  $c$  প্লাস  $hf$  প্রাইম  $x$  এর জন্য অবশ্যই নেতিবাচক হতে হবে এবং  $x$  এর জন্য  $c$  বিয়োগ  $h$  থেকে  $cf$  প্রাইম  $x$  অবশ্যই পজিটিভ হতে হবে যার মানে  $f$  প্রাইম চিহ্নটি ধনাত্মক থেকে ঋণাত্মক হয়ে যায় যেহেতু আমরা গ জুড়ে যাই

তাই প্রথম ডেরিভেটিভ দ্বারা ই পরীক্ষা করুন এটি অবশ্যই স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু হতে হবে এখন আমরা এটিকে একটি ফাংশনের জন্য ব্যবহার করার চেষ্টা করব স্থানীয় মিনিমা এবং  $x$  এর স্থানীয় ম্যাক্সিমার বিন্দুগুলি খুঁজে বের করব  $x$  এর  $3x$  সমান  $4$  প্লাস  $4x$  কিউব বিয়োগ বারো  $x$  বর্গ প্লাস বারো

তাই আমরা প্রথমে ক্রিটিক্যাল পয়েন্টগুলি খুঁজে পাই

তাই আমরা দেখতে পাই  $f$  প্রাইম  $x$  সমান বারো  $x$  কিউব প্লাস বারো  $x$  বর্গ বিয়োগ চব্বিশ  $x$  এবং  $f$  ডবল প্রাইম  $x$  সমান ছত্রিশ  $x$  বর্গ প্লাস চব্বিশ  $x$  বিয়োগ এখন আগে আমরা গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্টগুলি খুঁজে পাই যার জন্য আমাদের  $f$  প্রাইম  $x$  সমান শূন্যের সমাধান করতে হবে এবং  $f$  প্রাইম  $x$  হল বারো  $x$  গুণ  $x$  বর্গ প্লাস  $x$  বিয়োগ  $2$  সমান  $0$  যা  $12x$  গুণ  $x$  বিয়োগ এক গুণ  $x$  যোগ দুই সমান শূন্য থেকে

তাই  $x$  শূন্যের সমান বা এক বা বিয়োগ দুই এইগুলি গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্ট এখন আমরা দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ পরীক্ষা ব্যবহার করি তাই আমাদের এই পয়েন্টে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ খুঁজে বের করতে হবে

তাই এখন  $f$  ডবল প্রাইম  $0$  এ রাখলে আমি  $x$  এর সমান  $0$  রাখি আমাকে  $x$  এর দ্বিগুণ প্রাইম কি এই ত্রিশটি লিখতে দিন ছয়  $x$  বর্গ প্লাস চব্বিশ  $x$  বিয়োগ চব্বিশ সুতরাং  $f$  শূন্যের দ্বিগুণ প্রাইম সমান বিয়োগ  $24$  এটি  $0$  এর থেকে কম মানে  $x$  সমান  $0$  স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু

যদি একটি গুরুত্বপূর্ণ বিন্দুতে দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ ঋণাত্মক হয় তবে আমরা স্থানীয় ম্যাক্সিমা এবং  $f$  ডবল প্রাইম অন্যান্য ক্রিটিক্যাল পয়েন্ট হল  $1$  এবং বিয়োগ  $2$

তাই  $f$  ডবল প্রাইম  $1$  এ  $36$  যোগ  $24$  বিয়োগ  $24$  দেয় যা  $36$  এর সমান যা  $0$  এর চেয়ে বড় এর মানে  $x$  সমান  $1$  হল স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু

এবং বিয়োগ  $2$  এ  $f$  ডবল প্রাইম সমান

তাই এখানে আমরা  $12$  কে গুণিত করতে পারি এবং তারপরে আমাদের কাছে  $3$  গুণ বিয়োগ  $2$  বর্গ প্লাস  $2$  গুণ বিয়োগ  $2$  বিয়োগ  $2$  যা  $12$  গুণ  $3$  গুণ  $4$  হল  $12$  বিয়োগ  $4$  বিয়োগ  $2$  যা আমরা দেখতে পাচ্ছি ইতিবাচক

তাই এটি বোঝায়  $x$  সমান বিয়োগ  $2$  স্থানীয় মিনিমার একটি বিন্দু

তাই  $x$  সমান শূন্য স্থানীয় সর্বোচ্চের একটি বিন্দু

এবং  $x$  সমান বিয়োগ  $2$  এবং  $x$  সমান  $1$

স্থানীয় মিনিমার বিন্দু আমরা এটি খুঁজে পেতেও ব্যবহার করতে পারি সর্বনিম্ন মান এবং সর্বোচ্চ মান কত

তাই যদি আমরা  $1$  এই পয়েন্টগুলিতে ফাংশনের মান দেখুন

তাই  $f$  এর  $0$  এটি সমান যদি আপনি  $x$  এর  $f$  দেখেন তাহলে এটি  $f$  এর শূন্য বারোটির সমান

তাই এটি স্থানীয় সর্বোচ্চ এবং  $f$  একটিতে মান যদি আপনি গণনা করেন এই তিন যোগ চার বিয়োগ বারো যোগ বারো এই সমান সাত এবং  $f$  বিয়োগ দুই এ যদি আপনি হিসাব করেন তাহলে বিয়োগ দুই এ বিয়োগ

ঠিক আছে তাহলে পরেরটি আমি আপনাকে উদাহরণ দেখাব যা আমরা আপনার আগে বিবেচনা করেছি বিবেচনা করুন  $x$  এর  $f$  এর সমান  $x$  প্লাস  $1$  দ্বারা  $xx$  সমান নয়  $0$

স্থানীয় মিনিমা এবং স্থানীয় ম্যাক্সিমার বিন্দু খুঁজে বের করুন

তাই এখানে যেমন আমরা গণনা করেছি যে প্রথম ডেরিভেটিভ  $f$  প্রাইম  $x$  হল  $1$  বিয়োগ  $1$  বাই  $x$  বর্গ এবং এটি  $x$  এর সমান যোগ বিয়োগ  $1$  দেয় এখন গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্টগুলি যদি আমরা দ্বিতীয় ডেরিভেটিভ  $f$  ডবল প্রাইম  $x$  হিসাব করি তাহলে এটি বিয়োগ  $x$  থেকে বিয়োগ দুই এর সমান হবে এটি  $x$  কিউব দ্বারা দুই হবে এবং তারপর আমরা দেখতে পাব যে  $f$  ডবল প্রাইম যদি আমি একটিতে মূল্যায়ন করি তাহলে এটি সমান  $2$  যা ধনাত্মক এটি বোঝায়  $x$  সমান  $1$  এর একটি বিন্দু স্থানীয় মিনিমা এবং আপনি যদি এফ ডবল প্রাইমকে মাইনাস  $1$  এ গণনা করেন তবে এটি মাইনাস  $2$  হবে যা নেতিবাচক এটি বোঝায়  $x$  বিয়োগ  $1$  এর সমান স্থানীয় ম্যাক্সিমার একটি বিন্দু

যা আমরা আগে যা দেখেছি তার সাথে একমত যে এই ফাংশনের গ্রাফটি দেখায় এই মত এবং  $x$  সমান এক-এ আমাদের একটি স্থানীয় মিনিমা আছে এই মানটি হল দুটি এবং  $x$  সমান বিয়োগ এক-এ আমাদের কাছে  $x$  সমান  $1$ -এ আমাদের একটি স্থানীয় মিনিমা আছে এবং  $x$  সমান বিয়োগ  $1$ -এ আমাদের একটি স্থানীয় ম্যাক্সিমা আছে

তাই এর সাথে আমি আজকে পরের ক্লাসে থামব আমরা ডেরিভেটিভের আরও কিছু অ্যাপ্লিকেশন দেখব আপনাকে ধন্যবাদ