مشتقات کے اگلے لیکچر میں خوش آمدید اس لیے پچھلے لیکچر میں ہم نے دو اہم تھیورمز پر بحث شروع کی تھی جو رولز تھیوریم اور اوسط ویلیو تھیورم ہیں

تو مجھے یاد کرنے دیں کہ رولز تھیوریم کیا کہتا ہے لہذا مجھے رولز تھیوریم بیان کرنے دیں۔ مفروضہ یہ ہے کہ f ایک بند وقفہ ab سے r
پر مسلسل ہے دوسرا مفروضہ یہ ab بند وقفہ f حقیقی نمبروں کے سیٹ کے بی اے فنکشن کو مندرجہ ذیل کو مطمئن کرتا ہے پہلے یہ ہے کہ
کھلے وقفہ ab پر فرق ہے اور تیسرا مفروضہ یہ ہے کہ اختتامی نقطہ پر فنکشن کی قدر جو f ہے کہ f کا a کے برابر f کے b ہے f
پر برابر ہے۔ صفر پر c پرائم f موجود ہے اس طرح کہ مشتق c میں کم از کم ایک ab ہے اور پھر نتیجہ یہ ہے کہ کھلے وقفہ
فنکشن کی b اور a کا گراف کھینچتے ہیں جو دیا گیا ہے کہ y کے برابر فنکشن f کے x تو آئیے اس کو تصویر کے ذریعے سمجھیں ہم
ویلیو ایک جیسی ہے

ab پر تفریق ہے اور پھر یہ دیا جاتا ہے کہ فنکشن بند وقفہ پر مسلسل ہے اور کھلے وقفے میں f اور a کا b ہے۔ f تو یہ
تو ہم دعویٰ کرتے ہیں کہ مشتق ہے لہذا فنکشن یہاں اس طرح ہوسکتا ہے اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ ہے وہ نقطہ جہاں ہمارے پاس افقی ٹینجنٹ
ہے جس کا مطلب ہے کہ مشتق صفر ہے یا یہ کوئی ایسی چیز ہو سکتی ہے جو اس طرح نیچے جا سکتی ہے اور اس صورت میں اوپر جا سکتی ہے
اگر آپ دیکھیں کہ دو پوائنٹس ہیں جہاں مشتق صفر ہے
تو دو سے زیادہ پوائنٹس ہو سکتے ہیں۔ ٹھیک ہے
تو یہ ہوسکتا ہے کہ یہ اس طرح اوپر نیچے جاتا ہے اور پھر آپ دیکھیں گے کہ یہ تمام نکات ہیں جہاں مشتق صفر ہے لہذا ہم اس تھیوریم کے
ثبوت کی وضاحت کرنے سے پہلے کیا کرنے کی کوشش کر رہے تھے آئیے یہ دیکھنے کی کوشش کریں کہ تھیوریم میں مفروضات ضروری ہیں
لہذا پہلا کہتا ہے کہ f کو f بند وقفہ ab ہونا ضروری ہے بند وقفہ f پر فرض کیا جاتا ہے کہ ab بند وقفہ ab پر مسلسل نہیں ہے
تو آپ کے پاس ہوسکتا ہے کہ فنکشن صرف اس میں ہو۔ اس طرح کریز کرنا اور پھر میں اختتامی نقطہ پر وضاحت کرسکتا ہوں فرض کریں کہ یہ a ہے اور یہ b ہے

تو ai اس قدر کی وضاحت کرسکتا ہے
تو یہ فنکشن کھلے وقفہ ab میں کوئی c نہیں ہے اس طرح کہ f prime c 0 پر تفریق ہے abf ہے f کے برابر ہے اور یہاں فنکشن
کے اس لیے اگر یہ اختتامی نقطہ میں سے کسی ایک a کے تمام پوائنٹس پر سوائے ab کے برابر ہے f کے bf کے برابر ہے f کے a
پر مسلسل ہونے میں ناکام ہو جائے
f میں تسلسل درکار ہے دوسرا مفروضہ کہ ab پرائم سی 0 کے برابر ہے۔ لہذا ہمیں بند وقفہ f کی ضرورت نہیں ہے جہاں c تو پھر وہاں
کی تفریق قابل تفریق ہے لہذا فرض کریں کہ یہ ناکام ہوجاتا ہے f پر ab کھلے وقفہ
ہے اور اگر آپ اس فنکشن کو دوبارہ دیکھتے ہیں ab تو ہمارے پاس فنکشن اس طرح ہوسکتا ہے لہذا میرے پاس یہاں
کے b f a کا a میں ایک پوائنٹ کے اور ab پر بالکل فرق ہے سوائے کھلے وقفہ abf مسلسل ہے f تو کوئی فائدہ نہیں ہے لہذا یہ فنکشن
اور ہم کہتے ہیں کہ یہ ہمارا نقطہ ہے اس کے بائیں طرف کسی بھی نقطہ l کے برابر ہے اور آپ اسے یہاں دیکھ سکتے ہیں۔ تمام نقطہ f
کے لئے مشتق مستقل مثبت ہے اور اس سے زیادہ کسی بھی نقطہ کے لئے مشتق منفی ہے لیکن کوئی نقطہ ایسا نہیں ہے جہاں اس مقام پر مشتق
یقینا b کے f کے برابر f کی تیسری شرط f صفر کے برابر ہے اور c پرائم f نہیں ہے کہ c کی تعریف نہ کی گئی ہو۔ ایسی کوئی
ہمیں اس کی بھی ضرورت ہے کیونکہ اگر میں نے صرف یہ فنکشن کہا ہے
کے برابر لکھتا x تو یہاں آپ دیکھیں گے کہ بند پر فنکشن لگاتار ہے۔ وقفہ یہ کھلے وقفہ میں مختلف ہوتا ہے اور اگر میں بند وقفہ صفر ایک پر ہوں

x پرائم یہ وقفہ صفر ایک میں تمام f کا x کھلے وقفہ صفر ایک پر فرق ہے اور اگر آپ دیکھیں f صفر ایک پر مسلسل ہے f تو یہ ہے
نہیں ہے ایک کے f صفر کے برابر ہے لیکن یہاں ہمارے پاس صفر کا c پرائم rf نہیں ہے جہاں c کے لئے ایک کے برابر ہے لہذا کوئی
اس نتیجے پر پہنچنے کے mptions رولز تھیوریم میں assu کے برابر نہیں ہے لہذا یہ تینوں مثالوں سے پتہ چلتا ہے کہ تمام تینوں f
صفر کے برابر ہے اگر ان میں سے ایک بھی ناکام ہو جائے f prime c میں کسی وقت ab لیے ضروری ہیں کہ کھلے وقفہ
تو نتیجہ درست ہونے کی ضرورت نہیں ہے اس لیے اب میں اس تھیوریم کے بارے میں کچھ اندازہ دوں گا۔ یہ سچ ہے لہذا ثبوت کا خیال ہے لہذا
اگر آپ نوٹ کرتے ہیں کہ اگر آپ یہ تصویریں دیکھتے ہیں
تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ پوائنٹس جہاں مشتق 0 کے برابر ہے یہ رولز تھیوریم کے مفروضے کے تحت فنکشن کے کم سے کم یا زیادہ سے
اپنی کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ قدر f کا x ہے جہاں c میں کم از کم ایک نقطہ ab زیادہ پوائنٹس کے مساوی ہیں۔ یہ ظاہر کر سکتا ہے کہ
کو بند وقفہ پر ایک مسلسل فعل تصور کیا جائے f حاصل کر لیتا ہے اب ایک حقیقت یہ ہے کہ اگر
تو اسے اپنی کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ قدر حاصل کرنا ضروری ہے لہذا اجازت دیں میں اس حقیقت کو لکھتا ہوں کہ بند وقفہ ab سے r
x پر اپنی کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ قدر حاصل کرتا ہے جو کہ نقطہ ab قریبی وقفہ f پابند ہوتا ہے اور f تک کوئی بھی مسلسل فعل
x کم سے کم قدر ہے جس کا مطلب ہے کہ f کی x naught میں اس طرح کہ ab کوئی بھی نہیں اور کوئی چیز موجود نہیں ہے۔ بند وقفہ
کے لئے زیادہ سے x سے تعلق رکھنے والے تمام ab بند وقفہ f کا y naught کے برابر سے کم ہے اور f کے x f کا naught
پر مسلسل افعال کے لیے درست نہیں ہے مثال کے طور پر اگر آپ کہتے ہیں کہ کھلے ab زیادہ قدر ہے نوٹ کریں کہ پچھلا نتیجہ کھلے وقفہ
مسلسل ہے لیکن کوئی کم از کم نہیں ہے کوئی کم از کم قدر نہیں pi by two to pi by two مائنس fx کے برابر tan x وقفے پر
ہے اور نہ ہی زیادہ سے زیادہ قدر دائیں اس فنکشن ٹین ایکس آپ نے دیکھا ہوگا کہ ٹین ایکس کا گراف مائنس پائی بائی ٹو سے پائی بائی ٹو کے
درمیان اس طرح لگتا ہے اس طرح جیسے ایکس مائنس پائی بائی ٹو پر جاتا ہے یہ منفی انفینٹی میں جاتا ہے جیسا کہ ایکس پائی پر دو بائی پر جاتا
ہے مثبت لامحدودیت تک
تو یہ فنکشن بھی پابند نہیں ہے لیکن اگر ہمارے پاس بند وقفہ پر ایک مسلسل فعل ہے
اپنی کم f تو اس کا پابند ہونا ضروری ہے اور اسے کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ قدر حاصل کرنا ضروری ہے دوسری حقیقت یہ ہے کہ اگر
سے کم یا زیادہ سے زیادہ قدر حاصل کر لیتا ہے۔ کھلے وقفے میں جو اختتامی پوائنٹس پر نہیں ہے
اس نقطہ پر مختلف ہے f تو اس نقطہ پر مشتق صفر ہونا چاہیے اگر فنکشن ہے اگر فنکشن
پر کی گئی ہے۔ اور فرض کریں کہ کھلے وقفے میں کم از کم یا زیادہ r سے ab اس کی تعریف بند وقفہ f تو یہاں ہمارے پاس ایک فنکشن ہے
سے زیادہ قدر حاصل ہو جاتی ہے
تو دو صورتیں ہیں یا
تو f اگر یہ فرق ہے یا اس مقام پر قابل تفریق نہیں ہے
x کے تو مشتق صفر ہونا چاہیے، مثال کے طور پر یہاں اگر میں اس فنکشن کو 0 سے 1 تک دیکھتا ہوں اور یہ نصف ہے زیادہ سے زیادہ قدر
پر فنکشن قابل تفریق نہیں ہے جبکہ اگر میرے پاس فنکشن کے ساتھ فرق ہے اگر x برابر آدھے پر حاصل کی جاتی ہے لیکن وہ نصف کے برابر
ہمارے پاس کچھ ایسا ہے

پرائم صفر کے برابر ہے f تو یہاں پھر زیادہ سے زیادہ قدر نصف ہے اگر آپ دیکھتے ہیں کہ نصف کا
تو ہم رولز تھیوریم کو ثابت کرنے کے لیے ان حقائق کو استعمال کریں گے
موجود ہے اس x nought y nought میں پوائنٹس ab پر مسلسل سمجھا جاتا ہے۔ بند وقفہ ab کو بند وقفہ f تو سب سے پہلے چونکہ
کے لئے درست ہے x میں تمام ab پر زیادہ سے زیادہ حاصل کرتا ہے یہ y nought پر ہے اور یہ x nought کم سے کم f طرح کہ
لہذا یہ اس لئے ہے کہ بند وقفہ پر کوئی بھی مسلسل فعل اس کی کم سے کم ہونا چاہئے اور اس وقفہ پر زیادہ سے زیادہ قدر اس لیے اب دو
صورتیں ہیں کیس ایک x naught اور y naught ہیں آخر پوائنٹس ہیں a اور b
کے دائیں طرف ab ایک مستقل ہے f کا x کے برابر ہے ہمارے پاس یہ ہونا چاہیے کہ f کے b f کا a تو اس معاملے میں لیکن چونکہ
کے لیے اس x میں موجود تمام f ab کا x میں سے ایک کم از کم قدر کے ساتھ ساتھ زیادہ سے زیادہ قدر ہے اس لیے f کی ان a کیونکہ
مستقل ہے f کا f قدر کے برابر ہونا چاہیے اور اگر
پرائم ایکس 0 کے برابر ہے لہذا ہم f کے لیے x میں تمام ab تو ہم جانتے ہیں کہ مستقل فعل کا مشتق ہے 0 اس کا مطلب ہے کہ کھلے وقفہ
f پرائم c کے لیے صفر کے برابر حاصل کرنے کے لیے ab میں کسی بھی c ہمارے پاس صرف اس صورت میں لہذا کا انتخاب کر سکتے ہیں a
ہے۔ بی کے برابر ہیں اور یہ کم از کم اور زیادہ سے زیادہ قدر ہیں۔ f کا مستقل فعل f اور
اس x naught یا y naught پرائم تمام پوائنٹس پر صفر ہے دو میں سے کم از کم ایک f تو اس صورت میں کھلے وقفہ کے کیس میں
میں موجود ہے اس صورت میں ہمارے پاس یہ ہے کہ یا ab صورت میں کھلے وقفہ
میں ہے کھلا وقفہ یا x naught تو کم از کم اگر یہ
کھلے f میں حاصل کی جاتی ہے اور ہم نے اس حقیقت کو بیان کیا ہے کہ اگر ab کی کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ قدر اوپن وقفہ وقفہ fx تو
وقفے میں اپنی کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ قدر حاصل کر لیتا ہے اور اگر وہاں فنکشن قابل تفریق ہے
تو اسے ہونا چاہیے۔ صفر ہے
پر تفریق کرنے والا سمجھا جاتا ہے لہذا یہ رولز تھیوریم کو ثابت ab کو اوپن وقفہ f پرائم کا صفر ہونا ضروری ہے کیونکہ f تو اس وقت
پرائم کو زیادہ یا کم سے کم کے نقطہ پر صفر کیوں ہونا چاہئے f کرتا ہے ٹھیک ہے میں بتاتا ہوں کہ کھلے وقفے میں
تو ہمارے پاس جو ہے فرض کریں کہ ہمارے پاس یہ نقطہ ہے جہاں ہمارے پاس فنکشن کی زیادہ سے زیادہ قیمت اس پر حاصل ہو جاتی ہے اور
کے f x یہ بھی فرض کریں کہ ab ہے اوپن وقفہ c میں جہاں ab کے برابر ہے f کے x تمام f کا c اس طرح فرض کریں کہ
پر تفریق پذیر ہے اگر یہ قابل تفریق نہیں ہے c برابر
موجود نہیں ہے c پرائم f تو ہمارے پاس ہو سکتا ہے کہ وہاں زیادہ سے زیادہ حاصل ہو جائے اور
کا دعویٰ صفر کے برابر ہونا چاہیے فرض کریں نہیں c تو یہاں ہم یہ فرض کر رہے ہیں کہ یہ یہاں قابل تفریق ہے پھر ہم چاہتے ہیں۔ یہ کہنا کہ

تو یا
صفر c پرائم f صفر سے بڑا ہو اگر c پرائم f پرائم صفر سے کم ہے اب کیا ہوگا اگر f کا c صفر سے بڑا ہے یا c پرائم f تو
سے بڑا ہے
کے برابر ہے جسے ہم فرض کر رہے c پرائم f سے تقسیم کیا گیا یہ h کو c کی f مائنس h کے علاوہ c کی xf کی f تو یہ حد
ہیں کہ اب صفر سے بڑا ہے اگر یہ صفر سے بڑا ہے
تو اگر یہ حد زیادہ ہے صفر سے زیادہ
کے تمام چھوٹے h یہ صفر سے بڑا ہونا چاہیے کیونکہ اگر یہ h بذریعہ c کا f مائنس h جمع c کا f کے لیے یہ h تو ایک چھوٹے
کے لیے صفر کے برابر تھا n
تمام چھوٹے کے h جمع c کا f تو حد میں اسے اس سے کم ہونا چاہیے صفر کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس یہ ہے اس کا مطلب ہے کہ
زیادہ سے زیادہ قیمت کا حق ہے لہذا 0 سے بڑا مشتق اس بات کا مطلب ہے کہ اس فنکشن f کا متضاد c سے بڑا ہے کیونکہ f کے c لیے
کے مقابلے میں اسی طرح اگر مشتق 0 سے کم ہے c کی قیمت سے زیادہ ہو f کا ہونا ضروری ہے کہ قدر
صفر سے کم ہے c پرائم f تو اس کا مطلب ہے کہ اس مقام پر فنکشن کو اس طرح نیچے جانا چاہئے اسی طرح اگر
کا پرائم صفر کے برابر ہونا چاہئے۔ یہ رولز تھیوریم کو ثابت کرتا ہے جہاں ہم ایک حقیقت استعمال کرتے ہیں کہ c تو ہمیں ایک تضاد ملتا ہے لہذا
بند وقفہ پر کسی بھی مسلسل فعل کو اس پر اپنی زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم قدر حاصل کرنا ضروری ہے بغیر اسے ثابت کیے ہم یہ فرض
کرتے ہیں لیکن ہم نے اس کا استعمال کرتے ہوئے رولز تھیوریم کو ثابت کیا اور پھر اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے کہ مشتق ہونا ضروری ہے۔
صفر اگر کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ قدر کھلے وقفے میں حاصل کی جاتی ہے
f تو اگلا ہم ثابت کریں گے کہ اوسط قدر تھیوریم کیا کہلاتا ہے لہذا اوسط قدر تھیوریم رولز تھیوریم کی عمومیت ہے یہاں ہم بطور فرض کریں کہ
پر م ab بند وقفہ fx تک اس طرح بیان کیا جائے کہ پہلا rb سے ab کو بند وقفہ
پر مختلف ہے لہذا یہ دونوں شرائط رولز تھیوریم میں پہلی دو شرائط کی طرح ہیں ۔ رولز تھیوریم میں ab کھلے وقفہ fx تواتر ہے اور دوسرا
کے اوسط قدر تھیوریم میں ہم یہ نہیں مانتے کہ f کے f کے برابر ہے f ہم نے تیسری شرط رکھی تھی کہ اختتامی پوائنٹس پر فنکشن کی قدر
f کا f برابر b کے f کھلے وقفہ ab کے بعد نتیجہ وہاں ہے کھلے وقفہ c میں کم از کم ایک نقطہ ab کے بعد نتیجہ c پرائم کا f کے b
f برابر کا f سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا نوٹ کریں کہ یہ رولز تھیوریم کی عمومیت ہے گویا a مائنس b کے a کے برابر ہے f مائنس
پھر b کا
کی طرح لکھے گا mvt تو یہ اوسط قدر کا تھیورم
کے f a کے مائنس b کے f برابر c پرائم f موجود ہے کہتا ہے کہ c میں ab تو مطلب قدر تھیوریم کا مطلب ہے کہ
تو یہ 0 ہے یہ 0 کے برابر ہے رولز تھیوریم ہے
لیکن ہم رولز تھیوریم کا استعمال کرتے ہوئے اوسط قدر تھیوریم کو ثابت کریں گے لہذا ثبوت ows تو رولز تھیوریم فول اوسط قدر تھیوریم سے
پہلے میں بتاتا ہوں کہ یہ تھیوریم کیا کہتا ہے
میں ab پر مسلسل جاری ہے اور یہ ہے کھلے وقفہ ab کا ایک فنکشن ہے جو اس وقفہ a اور bi تو فرض کریں کہ ہمارے پاس اس پوائنٹ
کیا ہے f کا a فرق کریں اور پھر دیکھتے ہیں کہ
ہے اب اگر میں یہ لکیر ان دو پوائنٹس کو ملا کر کھینچتا ہوں f کوما b کا b ہے یہ f کا کوما a تو یہ نقطہ
مائنس b کا a ہے f مائنس b کا f کو جوڑتی ہے bf کے b اور a کے af تو اس لکیر کی ڈھلوان کیا ہے سیکنٹ لائن کی ڈھلوان جو
سے تقسیم کیا جاتا ہے a
موجود ہے جہاں یہ ڈھلوان اس کے برابر ہے ڈھلوان c تو اوسط قدر کا نظریہ یہ ہے کہ کچھ نقطہ
تو اس کا مطلب ہے کہ اگر آپ اس تصویر میں دیکھتے ہیں

ہے اگر آپ اس مقام پر اس ٹینجنٹ لائن کی ڈھلوان کو دیکھیں c تو میرے پاس یہ نقطہ
تو یہ اس لکیر کے م
اسی طرح اس تصویر میں مائنس یہاں ایک اور نقطہ fa by b مائنس fb توازی ہے اس کا مطلب ہے کہ ڈھلوان اس ڈھلوان کے برابر ہے
پر ٹینجنٹ f کوما c کے c اس طرح موجود ہے کہ c میں ab ہے پھر ڈھلوان وہی ہے جیسا کہ ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ
کہتا ہوں۔ m لائن کی ڈھلوان وہی ہے جیسا کہ میں اس ڈھلوان کو
اس ڈھلوان کے برابر ہے c پرائم f تو ہم کیا چاہتے ہیں کہ
تو آئیے دیکھتے ہیں کہ مساوات کیا ہے
کے جوڑنے والی لکیر کی مساوات آپ نے کوآرڈینیٹ جیومیٹری میں سیکھی ہوگی کہ مساوات دو پوائنٹ کو جوڑنے والی bf اور af کے b تو
کے برابر ہے a مائنس x مائنس ایک گنا b کے a کے f مائنس b کے f کا a کے ذریعہ دیا گیا ہے f کے مائنس y لائن کو
a by b کا f مائنس b کا f کا جمع f کے برابر ہے جو کہ y ہونے کے لئے کال کریں اس l کے x تو آئیے کال کریں اس لائن کو
کے برابر ہونے دیں l x مائنس مائنس x کے f کو g کے x اور a مائنس x گنا a مائنس
ہر جگہ مسلسل ہے اور کھلے l کا یہ x مسلسل ہے اور f مسلسل ہے کیونکہ فرض کیا جاتا ہے کہ g پر ab تو پھر ہمارے پاس بند وقفہ
g کا ag کے a ہر جگہ قابل تفریق ہے اس کے علاوہ l تفریق پذیر ہے اور f فرق ہے اس لیے کہ فرض کیا جاتا ہے کہ g وقفے پر بھی
کے ساتھ جوڑتی ہے bf کے b کو af کے اس نقطہ a وہ لائن ہے جو l کے برابر ہے لیکن l کے مائنس f a کیا ہے
کے f کے f a کا x l a کا l کے برابر رکھیں یہاں a کو x کے برابر ہے یہ اس کے برابر ہے اگر آپ f کے a کے l a تو
کے f کے b کیا ہے یہ l b کیا b کا l مائنس b کا f برابر ہے g کا b جو 0 ہے اور f کے f a کا مائنس f برابر ہے یہ
کے برابر ہے f کے b ایک بار پھر b کا l برابر ہے مائنس
کے برابر ہے g کے b g کا a تو یہ بھی 0 ہے لہذا
کے برابر ہے g کے b g کا a جو بند وقفہ پر مسلسل ہے جو کھلے وقفے پر متفرق ہے اور g کا فنکشن x ہے a تو اب ہمارے پاس
کا صفر c g prime موجود ہے اس طرح c میں کم از کم ایک ab لہذا ہم رولز تھیوریم کو لاگو کر سکتے ہیں لہذا رولز تھیوریم کے مطابق
x کے برابر ہے اور x پرائم l مائنس x پرائم f پرائم g کا x ہے لیکن l x مائنس x کا f x کا g x کا x کے برابر ہے لیکن
پرائم کچھ نہیں ہے اس لکیر کی ڈھلوان l کا مشتق
f برابر 0 کا مطلب ہے کہ g prime c لہذا a مائنس b by b کا f مائنس b کا f مائنس کے برابر ہے ڈھلوان x پرائم f تو یہ
یہ وہی ہے جو ہمیں ثابت کرنا تھا اب ہم اس رولز تھیوریم اور مطلب a مائنس b کے f by a کے مائنس f کے b برابر ہے c پرائم
ویلیو تھیوریم کے کچھ اطلاقات کو دیکھیں گے
میں ab یہ ہے کھلے وقفہ f prime x تک مسلسل ہو اور فرض کریں کہ ہم فرض کریں کہ مشتق r سے f تو ایک نتیجہ ہے فرض کریں
کو مستقل ہونا چاہیے، لیٹ ایکس ایک اور ایکس ٹو کوئی بھی دو الگ پوائنٹ f کو مستقل ہونا چاہیے پھر f کے لیے 0 کے برابر ہے پھر x تمام
کے برابر لیکن جو ہم جانتے ہیں وہ یہ ہے کہ اوسط f دو کے x ایک ہونا چاہیے۔ x کا f میں ہمیں یہ دکھانا ہوگا کہ ab ہوں وقفہ بند وقفہ
کے f دو مائنس x کے f برابر ہے c پرائم f دو اس طرح کہ x ایک x موجود ہیں c قدر کے تھیوریم کے ذریعہ کھلے وقفے میں کچھ
میں فنکشن مسلسل ہے۔ اس کھلے وقفے میں یہ x 1 x 2 اس کی وجہ یہ ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ بند وقفہ x one دو مائنس x ایک x
میں x ab پرائم f اس تناسب کے برابر ہے لیکن c پرائم f ایسے ہیں کہ c فرق ہے اس لیے اوسط قدر کے تھیوریم کے لحاظ سے کچھ
کے برابر ہونا چاہئے لہذا یہ اوسط قدر کے f ایک کے x دو کا f کا x کے برابر ہے لہذا c 0 پرائم f کے لیے 0 ہے لہذا x تمام
تھیورم کا ایک اطلاق ہے کہ اگر فنکشن قابل تفریق ہے اور ایک کھلے وقفہ پر مشتق صفر ہے
تو فنکشن اس وقفہ میں مستقل ہونا چاہئے لہذا اگلی کلاس میں ہم مین ویلیو تھیوریم کی کچھ اور ایپلی کیشنز دیکھیں گے اور پھر ہم کچھ اور مسائل
دیکھیں گے آپ کا شکریہ

Prutor@IITK