ਡੈਰੀਵੇਟਿਵਜ਼ ਦੇ ਅਗਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡਾ ਸੁਆਗਤ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਥਿਊਰਮਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਨ ਦੇ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕੀਤਾ ਸੀ ਜੋ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਅਤੇ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਹਨ,
ਇਸ ਲਈ ਮੈਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਰੋਲਸ ਥਿਊਰਮ ਕੀ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਨੂੰ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦੱਸ ਦਿਓ । ਧਾਰਨਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ f ਇੱਕ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਤੋਂ r ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੈੱਟ ba ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਮੰਨੋ ਜੋ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ f ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਦੂਜੀ ਧਾਰਨਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ f ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤੀਜਾ ਧਾਰਨਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅੰਤਮ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਜੋ ਕਿ a ਦਾ f b ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਿੱਟਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਇੱਕ c ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ' ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਤੱਕ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ ਤਸਵੀਰ ਦੁਆਰਾ ਸਮਝੀਏ ਅਸੀਂ x ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਫੰਕਸ਼ਨ y ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ a ਅਤੇ b ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਮੁੱਲ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ f ਹੈ। ਦਾ a ਅਤੇ b ਦਾ f ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਅਤੇ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ab' ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦਾਅਵਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ
ਇਸ ਲਈ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇੱਥੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਥੇ ਇਹ ਹੈ ਬਿੰਦੂ ਜਿੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹਰੀਜੱਟਲ ਟੈਂਜੈਂਟ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਜਾਂ ਇਹ ਕੁਝ ਅਜਿਹਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੇਠਾਂ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇੱਥੇ ਦੋ ਪੁਆਇੰਟ ਹਨ ਜਿੱਥੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਉੱਥੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਇਹ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਜਿੱਥੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੇ ਸਬੂਤ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕੀ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਰਹੇ ਸੀ , ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ ਪ੍ਰਮੇਏ ਵਿੱਚ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ਇਸਲਈ ਪਹਿਲਾ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ f ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ f ਨੂੰ ਨਿਰੰਤਰ ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ , ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ f ਨਿਰੰਤਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਸਿਰਫ ਇਸ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕ੍ਰੀਜ਼ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਮੈਂ ਅੰਤਮ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ a ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ b ਹੈ ਤਾਂ ai 'ਤੇ ਇਸ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਓਪਨ ਇੰਟਰਵਲ ab ਵਿੱਚ ਕੋਈ c ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਫੰਕਸ਼ਨ f abf 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ, a ਦਾ f ਬਰਾਬਰ ਹੈ bf ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, a ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ab ਦੇ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਇਹ ਕਿਸੇ ਅੰਤਮ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਰਹਿਣ ਵਿੱਚ ਅਸਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਕਿਸੇ ਵੀ c ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ f ਪ੍ਰਾਈਮ c 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।
ਇਸਲਈ ਸਾਨੂੰ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਨਿਰੰਤਰਤਾ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਦੂਜੀ ਧਾਰਨਾ ਕਿ f ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਉੱਤੇ f ਦੀ ਵਿਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਵਿਭਿੰਨਤਾ ਹੈ ,
ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇਹ ਅਸਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ab ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੈ ,
ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ f ਹੈ abf 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ , ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ, ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ , a ਦਾ f, b ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਥੇ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ l ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਸਾਡਾ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਇਸ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਲਈ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਸਥਿਰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਲਈ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਪਰ ਇੱਥੇ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਇਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੋਵੇ । ਕੋਈ c ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ f ਦੀ ਤੀਸਰੀ ਸ਼ਰਤ f a ਬਰਾਬਰ f ਦੇ b ਬੇਸ਼ੱਕ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਵੀ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਜੇ ਮੈਂ ਸਿਰਫ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਕਹਾਂ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਬੰਦ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਅੰਤਰਾਲ ਇਹ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਅਤੇ
ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਉੱਤੇ x ਨੂੰ x ਕਹਿਣ ਲਈ f ਦਾ f ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ f ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਉੱਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ f ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਉੱਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹੋ x ਦਾ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਇਹ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਇੱਕ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇੱਥੇ ਕੋਈ c ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ rf ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਜ਼ੀਰੋ ਦਾ f ਇੱਕ ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਤਿੰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਦਿਖਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਕਿ ਸਾਰੇ ਤਿੰਨ ਅਸੂ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਵਿੱਚ mptions ਇਸ ਸਿੱਟੇ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ਕਿ f prime c ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵੀ ਫੇਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿੱਟਾ ਦੇ ਸਹੀ ਹੋਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਮੈਂ ਇਸ ਥਿਊਰਮ ਬਾਰੇ ਕੁਝ ਵਿਚਾਰ ਦੇਵਾਂਗਾ। ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਬੂਤ ਦਾ ਵਿਚਾਰ
ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਨੋਟ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਤਸਵੀਰਾਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਜਿੱਥੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਦੇ ਤਹਿਤ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਦਰਸਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ab ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ c ਹੈ ਜਿੱਥੇ x ਦਾ f ਆਪਣਾ ਨਿਊਨਤਮ ਜਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਇੱਕ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ f ਨੂੰ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਇਸਦੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਮੈਂ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਤੋਂ r ਤੱਕ ਕੋਈ ਵੀ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ f ਬੰਨ੍ਹਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ f ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਆਪਣਾ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਉੱਥੇ ਮੌਜੂਦ ਬਿੰਦੂ x nought y nought ਹੈ। ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਜਿਵੇਂ ਕਿ f ਦਾ x naught ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ x ਦਾ f ਦਾ f x ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਅਤੇ y ਨਟ ਦਾ f ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਹੈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਪਿਛਲਾ ਨਤੀਜਾ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨਾਂ ਲਈ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹੋ fx ਬਰਾਬਰ tan x ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ minus pi by two to pi by two ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਪਰ ਕੋਈ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਹੈ ਸਹੀ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ tan x ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ ਟੂ ਤੋਂ ਪਾਈ ਬਾਇ ਦੋ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਟੈਨ x ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਿਸਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ x ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ ਟੂ 'ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ 'ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ x pi 'ਤੇ ਦੋ ਬਾਇ ਦੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਨੰਤਤਾ ਲਈ
ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵੀ ਸੀਮਾਬੱਧ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸੀਮਾਬੱਧ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਤੇ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਇੱਕ ਹੋਰ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ f ਆਪਣਾ ਨਿਊਨਤਮ ਜਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਜੋ ਅੰਤਮ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਫੰਕਸ਼ਨ f ਉਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ f ਇਸ ਨੂੰ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਤੋਂ r 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋ ਕੇਸ ਹਨ ਜਾਂ ਤਾਂ f ਉਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜਾਂ ਜੇਕਰ ਇਹ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ 0 ਤੋਂ 1 ਤੱਕ ਵੇਖਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਅੱਧਾ ਹੈ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ x ਬਰਾਬਰ ਅੱਧੇ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ ਅੱਧੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ x 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਕਰਨ ਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਏਬਲ ਹੋਣ ਲਈ ਹੈ ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਅਜਿਹਾ ਕੁਝ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਦੁਬਾਰਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਅੱਧਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਅੱਧੇ ਦਾ f ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਤੱਥਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਰਾਂਗੇ ਤਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਉਂਕਿ f ਨੂੰ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ x nought y nought ਪੁਆਇੰਟ ਮੌਜੂਦ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ f x nought 'ਤੇ ਨਿਊਨਤਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ y nought 'ਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਹ ab ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ
,
ਇਸ ਲਈ ਇਹ
ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ
ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਦੋ ਕੇਸ ਹਨ ਕੇਸ ਇੱਕ x ਨੱਟ ਅਤੇ y ਨਟ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਅੰਤਮ ਬਿੰਦੂ a ਅਤੇ b ਹਨ ਪਰ ਕਿਉਂਕਿ a ਦਾ f b ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ x ਦਾ f ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੈ ab ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਿਉਂਕਿ a ਦਾ ਇਹਨਾਂ f ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦਾ f ab ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਇਸ ਮੁੱਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ x ਦਾ f ਸਥਿਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਥਿਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਹੈ 0 ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ x ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ab ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ c ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸਿਰਫ a ਅਤੇ f ਦਾ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਫੰਕਸ਼ਨ f ਹੈ। ਦੇ b ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ

ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਅਤੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਹਨ
ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਕੇਸ ਵਿੱਚ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਦੋ ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ x naught ਜਾਂ y naught ਹੈ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ, ਇਸ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੀ ਹੈ ਕਿ ਜਾਂ ਤਾਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜੇਕਰ ਇਹ x naught ਵਿੱਚ ਹੈ। ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ fx ਦਾ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤੱਥ ਨੂੰ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ f ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਆਪਣਾ ਨਿਊਨਤਮ ਜਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਉੱਥੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਤਾਂ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਉਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ f ਨੂੰ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਕਰਨ ਯੋਗ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਮੈਨੂੰ ਦੱਸਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਦੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਜ਼ੀਰੋ ਕਿਉਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਹੈ ਇਸ 'ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ
ਇਸ ਲਈ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ c ਦਾ f x ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਐਬ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ ਹੈ ਜਿੱਥੇ c ਵਿੱਚ ਹੈ ਖੁੱਲਾ ਅੰਤਰਾਲ ab ਇਹ ਵੀ ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ f x ਬਰਾਬਰ c ਤੇ ਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹ ਵਿਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਥੇ ਅਧਿਕਤਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਇੱਥੇ ਵਿਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਹੈ ਕਿ
ਇਸ ਲਈ ਦਾਅਵਾ ਹੈ ਕਿ c ਦਾ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਮੰਨ ਲਓ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਜਾਂ ਤਾਂ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜਾਂ c ਦਾ f ਪ੍ਰਾਈਮ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਹੁਣ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇਕਰ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਤਾਂ f ਦੀ xf ਦੀ ਸੀਮਾ c ਪਲੱਸ h ਘਟਾਓ f ਦੀ c ਨੂੰ h ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਇਹ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਹੁਣ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਇਹ ਸੀਮਾ ਵੱਧ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਾਂ ਇੱਕ ਛੋਟੇ h ਲਈ ਇਹ f ਦਾ c ਪਲੱਸ h ਘਟਾਓ f ਦਾ c ਦੁਆਰਾ h ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਜੇਕਰ ਇਹ h ਦੇ ਸਾਰੇ ਛੋਟੇ n ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸੀ ਤਾਂ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ ਇਹ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ
ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਹ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ f ਦਾ c ਪਲੱਸ h ਸਾਰੇ ਛੋਟੇ ਲਈ c ਦੇ f ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ c ਦਾ f ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਸਹੀ ਹੈ ਇਸਲਈ 0 ਤੋਂ ਵੱਧ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਹ ਫੰਕਸ਼ਨ x ਵੱਡੇ ਲਈ c ਦੇ f ਦੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ c ਨਾਲੋਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ 0 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੇਠਾਂ ਜਾਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ , ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਵਿਰੋਧਾਭਾਸ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ਇਸਲਈ c ਦਾ ਪ੍ਰਾਈਮ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤੱਥ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਨਿਰੰਤਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਇਸ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਇਸਦਾ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਤੱਥ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। ਜ਼ੀਰੋ ਜੇਕਰ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਜਾਂ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅੱਗੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਨੂੰ ਕੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦਾ ਇੱਕ ਜਨਰਲਾਈਜ਼ੇਸ਼ਨ ਹੈ ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ f ਨੂੰ ਇੱਕ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਤੋਂ rb ਤੱਕ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਕਿ ਪਹਿਲਾ fx ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜਾ fx ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦੀਆਂ ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਸ਼ਰਤਾਂ ਵਾਂਗ ਹੀ ਹਨ । ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਸਾਡੀ ਤੀਜੀ ਸ਼ਰਤ ਸੀ ਕਿ ਅੰਤਲੇ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਫੰਕਸ਼ਨ ਦਾ ਮੁੱਲ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ f ਦੇ b ਦੇ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਹੀਂ ਮੰਨਦੇ ਕਿ b ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ f ਦਾ ਸਿੱਟਾ ਹੈ। ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ c ਮੌਜੂਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ c ਦਾ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਹਿੱਸਾ b ਘਟਾਓ a ਦੇ ਭਾਗ f ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦਾ ਇੱਕ ਆਮਕਰਨ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਦਾ f f ਦਾ b ਤਾਂ
ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਨੂੰ mvt ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇਗਾ ਤਾਂ ਮਤਲਬ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ c ਮੌਜੂਦ ਹੈ ab ਵਿੱਚ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c a ਦੇ b ਘਟਾਓ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਕਿ 0 ਇਹ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਹੈ ਇਸਲਈ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਫੋਲ ਹੈ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਤੋਂ ows ਪਰ ਅਸੀਂ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਾਂਗੇ
ਇਸ ਲਈ ਸਬੂਤ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਂ ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਥਿਊਰਮ ਕੀ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇਸ ਬਿੰਦੂ a ਅਤੇ bi ਕੋਲ ਇੱਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਹੈ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਵਿਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਕਿ a ਦਾ f ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਬਿੰਦੂ a ਦਾ ਕਾਮੇ f ਹੈ ਇਹ b ਦਾ b ਕੌਮਾ f ਹੈ ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਇਸ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਖਿੱਚਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਲਾਣ ਕੀ ਹੈ। a ਦੇ af ਅਤੇ bf ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ secant ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਲਾਣ f ਦਾ b ਘਟਾਓ f ਹੈ a ਦਾ ਭਾਗ b ਘਟਾਓ a ਨਾਲ ਫਿਰ ਕੀ ਮਤਲਬ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਯ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਕੁਝ ਬਿੰਦੂ c ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਇਹ ਢਲਾਨ ਇਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਢਲਾਨ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇਹ ਬਿੰਦੂ c ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਇਸ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਲਾਣ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਢਲਾਨ ਇਸ ਢਲਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ fb ਘਟਾਓ fa by bl ਘਟਾਓ ਇਸ ਤਸਵੀਰ ਵਿੱਚ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ure ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਹੈ, ਇੱਥੇ ਢਲਾਨ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦਿਖਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ab ਵਿੱਚ c ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ c ਦੇ c ਕੌਮਾ f 'ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਲਾਨ ਉਹੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ ਇਸ ਢਲਾਨ ਨੂੰ m ਕਹਿ ਰਿਹਾ ਹਾਂ।
ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੀ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਇਸ ਢਲਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ af ਦੇ a ਅਤੇ b ਦੇ bf ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਲਾਈਨ y ਘਟਾਓ f a ਦਾ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ b ਘਟਾਓ f a ਦਾ b ਘਟਾਓ a ਗੁਣਾ x ਘਟਾਓ a
ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕਾਲ ਕਰੀਏ ਇਸ ਲਾਈਨ ਨੂੰ x ਦਾ l ਹੋਣ ਲਈ ਕਾਲ ਕਰੀਏ ਇਸ y ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੋ ਕਿ f ਦਾ a ਪਲੱਸ f ਦਾ b ਘਟਾਓ f ਦਾ a by b ਘਟਾਓ a ਗੁਣਾ x ਘਟਾਓ a ਅਤੇ x ਦੇ g ਨੂੰ f ਦੇ x ਘਟਾਓ ਘਟਾਓ l x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab 'ਤੇ g ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ f ਨੂੰ ਨਿਰੰਤਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ x ਦਾ ਇਹ l ਹਰ ਥਾਂ ਨਿਰੰਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ g ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਵੱਖਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ f ਨੂੰ ਭਿੰਨਤਾਯੋਗ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ l ਹਰ ਥਾਂ ਵੱਖਰਾ ਕਰਨ ਯੋਗ ਹੈ ਇਹ ਵੀ ਕਿ a ਦੇ ag ਦਾ g a ਦੇ ਘਟਾਓ l ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ l ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜੋ a ਦੇ ਇਸ ਬਿੰਦੂ af ਨੂੰ b ਦੇ bf ਨਾਲ ਜੋੜਦੀ ਹੈ ਤਾਂ l a ਦੇ a ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਹ ਇਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ x ਨੂੰ a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪਾਉਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇੱਥੇ l ਦਾ x ਹੈ l a ਦਾ f a ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਹ f ਦਾ ਘਟਾਓ f a ਦਾ f ਜੋ ਕਿ 0 ਹੈ ਅਤੇ b ਦਾ g ਬਰਾਬਰ ਹੈ। f ਦਾ b ਘਟਾਓ l ਦਾ b ਕੀ ਹੈ b ਦਾ l ਇਹ b ਦਾ f ਘਟਾਓ l ਦਾ b ਫਿਰ b ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਵੀ 0 ਹੈ
ਇਸ ਲਈ a ਦਾ g b ਦੇ g ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਹੁਣ ਸਾਡੇ ਕੋਲ a ਹੈ x ਦਾ ਫੰਕਸ਼ਨ g ਜੋ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ 'ਤੇ ਨਿਰੰਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ a ਦਾ g b ਦੇ g ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ
ਇਸ ਲਈ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਦੁਆਰਾ ab ਵਿੱਚ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ c ਮੌਜੂਦ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ g ਪ੍ਰਾਈਮ c of ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ x ਦਾ x g ਦਾ x x ਦਾ x ਘਟਾਓ l x x ਦਾ g ਕੀ ਹੈ ਪਰ x ਦਾ g ਪ੍ਰਾਈਮ x ਦਾ f ਪ੍ਰਾਈਮ x ਮਾਇਨਸ l ਪ੍ਰਾਈਮ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ x ਦਾ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ l ਪ੍ਰਾਈਮ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਾਈਨ ਦੀ ਢਲਾਨ
ਇਸ ਲਈ ਇਹ f ਪ੍ਰਾਈਮ x ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਢਲਾਨ f ਦਾ b ਘਟਾਓ f a ਦਾ b ਘਟਾਓ a
ਇਸ ਲਈ g ਪ੍ਰਾਈਮ c ਬਰਾਬਰ 0 ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਬਰਾਬਰ ਹੈ f ਦੇ b ਘਟਾਓ f a by a ਦਾ b ਘਟਾਓ a ਇਹ ਹੈ ਜੋ ਸਾਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਨਾ ਸੀ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਰੋਲ ਥਿਊਰਮ ਅਤੇ ਮਤਲਬ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੇ ਕੁਝ ਉਪਯੋਗਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਾਂਗੇ ਤਾਂ ਇੱਕ ਸਿੱਟਾ ਹੈ ਇੱਕ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ f ਤੋਂ r ਤੱਕ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ f ਪ੍ਰਾਈਮ x ਇਹ ਹੈ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ, ਫਿਰ f ਸਥਿਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਫਿਰ

f ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ, x ਇੱਕ ਅਤੇ x ਦੋ ਅੰਤਰਾਲ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ ab ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਦੋ ਵੱਖਰੇ ਬਿੰਦੂ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ, ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦਿਖਾਉਣਾ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ x ਦਾ f ਇੱਕ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। x ਦੋ ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਪਰ ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ x ਇੱਕ x ਦੋ ਵਿੱਚ ਕੁਝ c ਮੌਜੂਦ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c x ਦੋ ਘਟਾਓ f ਦੇ x ਦੋ ਘਟਾਓ f ਦੇ x ਦੋ ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। x one ਇਹ
ਇਸ ਲਈ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਫੰਕਸ਼ਨ ਬੰਦ ਅੰਤਰਾਲ x 1 x 2 ਅਤੇ ਵਿੱਚ ਨਿਰੰਤਰ ਹੈ ਇਹ ਇਸ ਖੁੱਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ ਕੁਝ c ਅਜਿਹੇ ਹਨ ਕਿ f ਪ੍ਰਾਈਮ c ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ f ਪ੍ਰਾਈਮ x ab ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ x ਲਈ 0 ਹੈ ਇਸਲਈ f ਪ੍ਰਾਈਮ c 0 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ x ਦਾ f ਦੋ ਨੂੰ x ਇੱਕ ਦੇ f ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਹ ਮੱਧਮਾਨ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦਾ ਇੱਕ ਉਪਯੋਗ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਫੰਕਸ਼ਨ ਵਿਭਿੰਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਓਪਨ ਅੰਤਰਾਲ ਉੱਤੇ ਡੈਰੀਵੇਟਿਵ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਫੰਕਸ਼ਨ ਉਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਗਲੀ ਕਲਾਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨਾਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਤੁਹਾਡਾ ਧੰਨਵਾਦ