

डेरिवेटिव्हजवरील पुढील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आम्ही रोल्स प्रमेय आणि मीन व्हॅल्यू प्रमेय या दोन महत्त्वाच्या प्रमेयांवर चर्चा करून सुरुवात केली, म्हणून मला रोल्स प्रमेय काय सांगते ते आठवू द्या म्हणून मी रोल्स प्रमेय सांगू या.

गृहीत धरले जाते की f बंद अंतराल ab पासून r वास्तविक संख्यांच्या संचाच्या ba फंक्शनचे समाधान करूया गृहीत धरले जाते की a च्या शेवटच्या बिंदूवरील फंक्शनचे मूल्य b च्या f च्या बरोबरीचे आहे आणि नंतर निष्कर्ष असा आहे की खुल्या अंतराल ab मध्ये किमान एक c अस्तित्वात आहे जसे की व्युत्पन्न f प्राइम c वर समान आहे शून्यावर तर आपण हे चित्राद्वारे समजून घेऊ या आपण x च्या f च्या बरोबरीच्या y फंक्शनचा आलेख काढू जे दिले आहे ते म्हणजे a आणि b फंक्शन व्हॅल्यू समान आहेत म्हणून ही f आहे b च्या a आणि f चा आणि नंतर असे दिले जाते की फंक्शन बंद अंतरावर सतत आहे आणि ओपन इंटरव्हल ab वर भिन्न आहे मग आम्ही दावा करतो की व्युत्पन्न

त्यामुळे फंक्शन येथे असे असू शकते जर तुम्हाला असे दिसते की हे आहे बिंदू जिथे आपल्याकडे द्वैतिज स्पर्शिका आहे याचा अर्थ व्युत्पन्न शून्य आहे किंवा ते असे काहीतरी असू शकते जे अशा प्रकारे खाली जाऊ शकते आणि वर जाऊ शकते या प्रकरणात जर आपण पाहिले की

व्युत्पन्न शून्य आहे तेथे दोन बिंदू आहेत म्हणून दोन पेक्षा जास्त बिंदू असू शकतात हे असे असू शकते की ते असे वर खाली जाते आणि मग तुम्हाला दिसले की हे सर्व बिंदू आहेत जिथे व्युत्पन्न शून्य आहे म्हणून या प्रमेयाचा पुरावा स्पष्ट करण्यापूर्वी आपण काय करण्याचा प्रयत्न करत होतो ते प्रमेयातील गृहितके पाहण्याचा प्रयत्न करूया आवश्यक आहेत म्हणून पहिले म्हणते की f बंद मध्यांतर ab वर f असणे आवश्यक आहे असे गृहीत धरले जाते समजा f बंद मध्यांतर ab वर सतत नाही तर तुमच्याकडे फंक्शन फक्त मध्ये असू शकते अशाप्रकारे क्रिझ करणे आणि नंतर मी शेवटच्या बिंदूवर परिभाषित करू शकतो समजा हे a आहे आणि हे b आहे तर ai येथे हे मूल्य परिभाषित करू शकते म्हणून हे फंक्शन खुल्या अंतराल ab मध्ये c नाही जसे की f prime $c \neq 0$ च्या बरोबरीचे आहे आणि येथे फंक्शन f हे abf वर वेगळे करता येण्याजोगे आहे a चा f a च्या f बरोबर bf च्या f च्या बरोबरीचा आहे a शिवाय ab च्या सर्व बिंदूवर सतत आहे

म्हणून जरी ते शेवटच्या बिंदूंपैकी एकावर सतत राहण्यात अयशस्वी झाले तरीही f जेथे c असण्याची गरज नाही प्राइम c हे 0 च्या बरोबरीचे आहे.

त्यामुळे आम्हाला बंद मध्यांतर ab मध्ये सातत्य आवश्यक आहे, हे दुसरे गृहितक आहे की f हे ओपन इंटरव्हल ab वर f ची भिन्नता आहे,

म्हणून समजा हे अयशस्वी झाले तर आपल्याकडे फंक्शन असे असू शकते म्हणून येथे ab आहे आणि जर तुम्हाला हे फंक्शन पुन्हा दिसले तर काही पॉइंट नाही म्हणून हे फंक्शन f वर सतत आहे abf वर ओपन इंटरव्हलमधील एक बिंदू वगळता सर्व भिन्न आहे आणि a चा f b च्या f च्या बरोबरीचा आहे आणि तुम्ही ते येथे पाहू शकता सर्व बिंदू 1 आणि आम्ही म्हणतो की हा आमचा मुद्दा आहे याच्या डावीकडील कोणत्याही बिंदूसाठी

व्युत्पन्न स्थिर सकारात्मक आहे आणि यापेक्षा मोठ्या कोणत्याही बिंदूसाठी व्युत्पन्न नकारात्मक आहे परंतु असा कोणताही मुद्दा नाही जेथे या बिंदूवर व्युत्पन्न परिभाषित केले गेले नाही म्हणून तेथे c असे नाही की f अविभाज्य c शून्याच्या बरोबरीचे आहे आणि f च्या f च्या b च्या बरोबरीची f ची तिसरी अट अर्थातच आपल्याला हे देखील आवश्यक आहे कारण जर मी फक्त हे फंक्शन म्हटले असेल तर येथे तुम्हाला दिसले की फंक्शन बंद वर सतत आहे इंटरव्हल हे ओपन इंटरव्हलमध्ये डिफरेंसिबल आहे आणि म्हणून जर मी बंद इंटरव्हल शून्यावर x बरोबर x असे लिहिले तर हे f शून्य एकवर सतत आहे f हे ओपन इंटरव्हल शून्यावर वेगळे आहे आणि तुम्ही पाहिल्यास x चा अविभाज्य हा अंतराल शून्य एक मधील सर्व x साठी एक समान आहे म्हणून तेथे c नाही जेथे rf प्राइम c शून्य बरोबर आहे परंतु येथे आपल्याकडे शून्याचा f शून्य एक च्या f बरोबर नाही म्हणून हे तीन उदाहरणे दाखवते की सर्व तीन $assu$ रोल्स प्रमेयातील $mptions$ हे निष्कर्ष काढण्यासाठी आवश्यक आहेत की f prime c हा ओपन इंटरव्हल ab मध्ये काही बिंदूवर शून्य असतो, जर त्यापैकी एक देखील अयशस्वी झाला तर निष्कर्ष खरा असण्याची गरज नाही, म्हणून आता मी हे प्रमेय का याबद्दल थोडी कल्पना देईन हे खरे आहे म्हणून पुराव्याची कल्पना आहे म्हणून जर तुम्ही लक्षात घ्या की जर तुम्ही ही चित्रे पाहिली तर तुम्ही पाहू शकता की हे बिंदू जेथे व्युत्पन्न 0 च्या बरोबरीचे आहे ते रोल्स प्रमेय आम्ही गृहीत धरून फंक्शनच्या किमान किंवा कमाल बिंदूशी संबंधित आहेत हे दाखवू शकते की ab मध्ये कमीत कमी एक बिंदू c आहे जेथे x चे f त्याचे किमान किंवा कमाल मूल्य गाठते आता एक वस्तुस्थिती अशी आहे की जर f हे बंद अंतरावर एक सतत कार्य आहे असे गृहीत धरले असेल तर ते त्याचे किमान आणि कमाल मूल्य प्राप्त करणे आवश्यक आहे.

मी ही वस्तुस्थिती लिहितो की

बंद अंतराल ab पासून r पर्यंत f हे कोणतेही सतत फंक्शन बंधनकारक असते आणि f क्लोज इंटरव्हल ab वर त्याचे किमान आणि कमाल मूल्य प्राप्त करते जे तेथे बिंदू x nought y nought आहे क्लोज इंटरव्हल ab मध्ये जसे की f चा x शून्य हे किमान मूल्य आहे याचा अर्थ x शून्याचा f x च्या f च्या बरोबरीने कमी आहे आणि y शून्याचा f हे बंद मध्यांतर ab च्या सर्व x साठी कमाल मूल्य आहे लक्षात ठेवा की ओपन इंटरव्हल एबीवरील सतत फंक्शनसाठी मागील निकाल खरे नाही उदाहरणार्थ, जर तुम्ही ओपन इंटरव्हलवर टॅन x च्या समान fx असे म्हटले तर

वजा π बाय टू टू π बाय टू सतत आहे परंतु तेथे कोणतेही किमान नाही किमान मूल्य नाही किंवा कमाल मूल्य नाही बरोबर हे फंक्शन $\tan x$ तुम्ही पाहिले असेलच की $\tan x$ चा आलेख वजा π बाय दोन ते π बाय दोन मधील आलेख असा दिसतो म्हणून x वजा π बाय दोन वर जातो हे ऋण अनंताकडे जाते कारण x पाई बाय दोन वर जातो.

पॉझिटिव्ह अनंतापर्यंत म्हणजे हे फंक्शन सुद्धा बद्ध नाही पण जर आपल्याकडे क्लोज इंटरव्हलवर सतत फंक्शन असेल तर हे बाउंड केलेले असले पाहिजे आणि ते किमान आणि कमाल मूल्य

गाठले पाहिजे, जर f त्याचे किमान किंवा कमाल मूल्य गाठले तर दुसरे तथ्य आहे ओपन इंटरव्हलमध्ये जे शेवटच्या बिंदूवर नाही तर त्या बिंदूवरील व्युत्पन्न शून्य असणे आवश्यक आहे जर फंक्शन f त्या बिंदूवर भिन्न असेल तर येथे फंक्शन f आहे हे ab ते r या बंद अंतरावर परिभाषित केले आहे आणि समजा

ओपन इंटरव्हलमध्ये किमान किंवा कमाल मूल्य गाठले असेल तर दोन केसेस आहेत एकतर f त्या बिंदूवर भिन्न नाही किंवा जर ते भिन्न असेल तर व्युत्पन्न शून्य असणे आवश्यक आहे म्हणून उदाहरण येथे मला हे कार्य 0 ते 1 पर्यंत दिसले आणि हे अर्थ आहे कमाल मूल्य x समान अर्धा वर गाठले जाते परंतु ते फंक्शन x समान अर्धा वर वेगळे करता येत नाहीत तर माझ्याकडे असे काहीतरी असल्यास भिन्नतेचे फंक्शन असेल तर येथे पुन्हा कमाल मूल्य अर्धावर आहे जर तुम्हाला f हा अर्धाचा अविभाज्य शून्य बरोबर आहे असे दिसले तर आम्ही रोल प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी या तथ्यांचा वापर करू, म्हणून सर्व प्रथम, कारण तेथे बंद अंतराल ab वर f हे सतत आहे असे गृहीत धरले जाते.

क्लोज्ड इंटरव्हल ab मध्ये पॉइंट x y y आहे जसे की f कमीत कमी x शून्यावर आहे आणि ते y शून्यावर जास्तीत जास्त गाठते हे

ab मधील सर्व x साठी खरे आहे म्हणून हे असे आहे कारण बंद मध्यांतरावरील कोणतेही सतत फंक्शन त्याचे किमान गाठले पाहिजे आणि त्या मध्यांतरावर जास्तीत जास्त मूल्य म्हणून आता दोन प्रकरणे आहेत केस एक x शून्य आणि y शून्य हे शेवटचे बिंदू a आणि b आहेत म्हणून या प्रकरणात परंतु f a चा f b च्या f च्या बरोबरीचा असल्याने आपल्याकडे x चा f स्थिरांक असणे आवश्यक आहे ab वर उजवीकडे कारण a चे f पैकी एक हे किमान मूल्य तसेच कमाल मूल्य आहे

त्यामुळे x चे f हे ab मधील सर्व x साठी या मूल्यासारखे असणे आवश्यक आहे आणि जर x चे f स्थिर असेल तर आपल्याला माहित आहे की स्थिर कार्याचे व्युत्पन्न आहे 0 याचा अर्थ असा होतो

की खुल्या अंतराल ab मधील सर्व x साठी f प्राइम x 0 च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण f प्राइम c शून्य बरोबर मिळविण्यासाठी ab मध्ये कोणतेही c निवडू शकतो म्हणून या प्रकरणात आपल्याकडे फक्त a आणि f चे स्थिर फंक्शन आहे b च्या समान आहेत आणि हे किमान तसेच कमाल मूल्य आहेत तर या प्रकरणात f प्राइम हे ओपन इंटरव्हल केसमधील सर्व बिंदूवर शून्य आहे दोनपैकी किमान एक x शून्य किंवा y शून्य आहे ओपन इंटरव्हल ab मध्ये या प्रकरणात आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे एकतर किमान जर ते x शून्य असेल तर ओपन इंटरव्हल इंटरव्हल ab मध्ये f च्या किमान किंवा कमाल मूल्य प्राप्त होते आणि आम्ही ही वस्तुस्थिती सांगितली आहे की जर f ने ओपन इंटरव्हलमध्ये त्याचे किमान किंवा कमाल मूल्य गाठले आणि फंक्शन तेथे भिन्न असेल तर ते असणे आवश्यक आहे.

शून्य असेल तर f प्राइम

त्या बिंदूवर शून्य असणे आवश्यक आहे कारण f हे ओपन इंटरव्हल ab वर भिन्नता आहे असे गृहीत धरले आहे

त्यामुळे हे रोल प्रमेय सिद्ध करते ठीक आहे मी स्पष्ट करतो की खुल्या मध्यांतरामध्ये f प्राइम कमाल किंवा किमान बिंदूवर शून्य का असणे आवश्यक आहे

तर समजा आपल्याकडे हा बिंदू आहे जिथे आपल्याला फंक्शनचे कमाल मूल्य प्राप्त झाले आहे आणि म्हणून समजा c चा f x च्या f च्या बरोबरीने ab मध्ये आहे जेथे c आहे ओपन इंटरव्हल ab हे देखील गृहीत धरू की f x च्या बरोबरीने c वर डिफरेंशिएबल आहे जर तो डिफरेंशिएबल नसेल तर तेथे कमाल गाठली जाईल आणि f प्राइम c अस्तित्वात नाही म्हणून येथे आपण असे गृहीत धरत आहोत की ते येथे भिन्नता आहे तर आपल्याला हवे आहे असे म्हणायचे आहे की, c चा f प्राइम शून्या बरोबर असणे आवश्यक आहे असे समजा नाही तर एकतर f अविभाज्य c शून्यापेक्षा मोठे आहे किंवा c चा f अविभाज्य शून्यापेक्षा कमी आहे आता f अविभाज्य c जर शून्यापेक्षा मोठे असेल तर काय होईल? शून्य पेक्षा जास्त असेल तर ही मर्यादा f ची x च्या c अधिक h वजा f ची c भागिले h ही मर्यादा f अविभाज्य c आहे जी आपण गृहीत धरत आहोत आता शून्य पेक्षा जास्त आहे जर ही मर्यादा शून्यापेक्षा मोठी असेल तर ही मर्यादा मोठी असेल शून्य पेक्षा तर लहान h साठी हा c चा f अधिक h वजा c चा c द्वारे h हे शून्यापेक्षा मोठे असणे आवश्यक आहे कारण जर ते h च्या सर्व लहान n साठी शून्यापेक्षा कमी असेल तर मर्यादित हे पेक्षा कमी असावे शून्याच्या बरोबरीने म्हणून आपल्याकडे हे आहे हे सूचित करते की f चा c अधिक h हे सर्व लहानांसाठी c च्या f पेक्षा मोठे आहे कारण c चे विरोधाभास f चे कमाल मूल्य बरोबर आहे म्हणून 0 पेक्षा जास्त व्युत्पन्न असे सूचित करेल की हे कार्य x मोठ्या साठी c च्या f वर असलेल्या मूल्यापेक्षा मोठे असणे आवश्यक आहे c पेक्षा त्याचप्रमाणे जर व्युत्पन्न 0 पेक्षा कमी असेल तर याचा अर्थ असा की या बिंदूवरील फंक्शन ते याप्रमाणे खाली गेले पाहिजे, त्याचप्रमाणे f प्राइम c शून्यापेक्षा कमी असल्यास आपल्याला विरोधाभास मिळेल म्हणून c चा प्राइम शून्य बरोबर असणे आवश्यक आहे.

हे रोल प्रमेय सिद्ध करते जेथे आपण एक वस्तुस्थिती वापरतो की बंद अंतरावरील कोणतेही निरंतर कार्य सिद्ध न करता त्यावर त्याचे कमाल आणि किमान मूल्य प्राप्त केले पाहिजे असे आपण गृहीत धरतो परंतु आम्ही

हे वापरून रोल प्रमेय सिद्ध केले आणि नंतर व्युत्पन्न असणे आवश्यक आहे हे तथ्य वापरून.

शून्य जर ओपन इंटरव्हलमध्ये किमान किंवा कमाल मूल्य प्राप्त झाले तर पुढे आपण हे सिद्ध करू की मीन व्हॅल्यू प्रमेय कशाला म्हणतात त्यामुळे मीन व्हॅल्यू प्रमेय हे रोल्स प्रमेयचे सामान्यीकरण आहे समजा f ची व्याख्या बंद अंतराल ab वरून r b अशी केली जाऊ द्या की

बंद अंतराल ab वर पहिला f सतत असतो आणि दुसरा f ओपन इंटरव्हल ab वर फरक करता येतो म्हणून या दोन अटी रोल प्रमेयातील पहिल्या दोन अटींसारख्याच असतात.

रोल्स प्रमेय आमच्याकडे तिसरी अट होती की शेवटच्या बिंदूवरील फंक्शनचे मूल्य f च्या f च्या b च्या बरोबरीचे आहे सरासरी मूल्य प्रमेय मध्ये आम्ही f चे f च्या b च्या f च्या बरोबरीचे आहे असे गृहीत धरत नाही नंतर निष्कर्ष आहे खुल्या अंतराल ab मध्ये कमीत कमी एक बिंदू c अस्तित्वात आहे जसे की c चा अविभाज्य भाग f च्या b वजा f च्या b वजा a ने भागलेला आहे म्हणून लक्षात घ्या

की हे रोल प्रमेयाचे सामान्यीकरण आहे जसे की f च्या समान b चे f मग हे मीन व्हॅल्यू प्रमेय mvt प्रमाणे क्रमवारीत लिहेल मग मीन व्हॅल्यू प्रमेय असे सूचित करते की ab मध्ये c अस्तित्वात आहे असे म्हणते की f अविभाज्य c हे b च्या f च्या वजा $f a$ च्या बरोबर आहे म्हणजे 0 हे 0 च्या बरोबरीचे आहे रोल्स प्रमेय आहे म्हणून रोल प्रमेय फॉल ows हे मीन व्हॅल्यू प्रमेय पासून आहे परंतु आपण रोल्स प्रमेय वापरून मीन व्हॅल्यू प्रमेय सिद्ध करू, म्हणून प्रथम मी हे प्रमेय काय सांगतो ते मी स्पष्ट करतो, तर समजा आपल्याकडे या बिंदू a आणि b चे कार्य आहे जे या अंतराल ab वर सतत आहे आणि ते आहे ओपन इंटरव्हल ab मध्ये डिफरेंशिएबल आणि नंतर a चा f काय आहे ते पाहू, तर हा बिंदू a चा स्वल्पविराम f आहे हा b चा स्वल्पविराम f आहे आता जर मी या दोन बिंदूंना जोडणारी ही रेषा काढली तर या रेषेचा उतार काय आहे? af च्या a आणि bf ला जोडणाऱ्या सेकंट रेषेचा उतार f चा b वजा f चा a भागिले b वजा a ने मग सरासरी मूल्य प्रमेय काय म्हणते की असा काही बिंदू c अस्तित्वात आहे जेथे हा उतार आहे जेथे व्युत्पन्न समान आहे उतार म्हणजे जर तुम्ही या चित्रात पाहत असाल तर माझ्याकडे हा बिंदू c आहे जर तुम्ही या बिंदूवर या स्पर्शरेषेचा उतार पाहिला तर हा या रेषेला समांतर आहे याचा अर्थ उतार हा उतार या उताराच्या समान आहे fb वजा fa by b या चित्रात एक समान इथे आणखी एक मुद्दा आहे की इथे उतार हा सारखाच आहे हे दाखवायचे आहे की ab मध्ये c अस्तित्वात आहे की

c च्या c स्वल्पविराम f वर स्पर्शरेषेचा उतार सारखाच आहे मी या उताराला m म्हणू.

तर आपल्याला हवे आहे की f अविभाज्य c हे या उताराच्या बरोबरीचे आहे, तर आपण समीकरण काय आहे ते पाहू या म्हणजे af च्या a आणि bf ला जोडणाऱ्या रेषेचे समीकरण आपण दिलेले आहे हे समीकरण समीकरण भूमितीमध्ये शिकले असेल.

दोन बिंदूंना जोडणारी रेषा y द्वारे दिलेली आहे f चा a बरोबर आहे f च्या b उणे $f a$ बरोबर b उणे एक गुणा x उणे a म्हणून आपण कॉल करू या या रेषेला x च्या 1 या y बरोबर कॉल करूया जे f चा a अधिक f चा b वजा f चा a by b उणे a गुणिले x वजा a आणि x चे g हे x च्या f च्या बरोबरीचे वजा $1 x$ बरोबर असू द्या तर मग आपल्याकडे g हा बंद मध्यांतर ab वर सतत आहे कारण f सतत आहे असे गृहीत धरले जाते आणि x चा हा 1 सर्वत्र सतत असतो तसेच g हा ओपन इंटरव्हल ab aga वर फरक करता येतो.

कारण f हा भिन्नता आहे असे गृहीत धरले जाते आणि 1 सर्वत्र भिन्न आहे तसेच a च्या ag चे g हे a च्या 1 वजा 1 च्या f च्या बरोबरीचे आहे परंतु 1 ही रेषा आहे जी a च्या या बिंदूला b च्या bf सह जोडणारी आहे

त्यामुळे a च्या 1 a च्या f च्या बरोबरीचे आहे हे बरोबर आहे जर तुम्ही x बरोबर ठेवले तर येथे $1 x x 1 a a$ च्या f बरोबर हे a चे f वजा $f a$ चे 0 आहे आणि b चे g समान आहे f चा b वजा $1 b$ चा 1 काय आहे हे b चे 1 चे b च्या बरोबरीचे आहे वजा b चे 1 पुन्हा b च्या f बरोबर आहे तर हे देखील 0 आहे म्हणून a चे g b च्या g बरोबर आहे म्हणून आता आपल्याकडे a आहे x चे फंक्शन g जे बंद अंतरावर सतत असते जे खुल्या मध्यांतरावर भिन्न असते आणि a चे g हे b च्या g च्या बरोबरीचे असते म्हणून आपण रोल प्रमेय लागू करू शकतो म्हणून रोल्स प्रमेयानुसार ab मध्ये किमान एक c असतो जसे की g प्राइम c चे बरोबर शून्य आहे पण x चा x g चा g म्हणजे x चा x वजा $1 x$ आहे पण x चा g अविभाज्य f अविभाज्य x वजा $1 x$ चा अविभाज्य आहे आणि x चा व्युत्पन्न 1 अविभाज्य दुसरे काहीही नाही.

या रेषेचा उतार म्हणजे f अविभाज्य x वजा f चा उतार f चा b वजा $f a$ चा b उणे a म्हणून g अविभाज्य c 0 च्या बरोबरीचा अर्थ f अविभाज्य c म्हणजे b च्या f वजा $f a$ by a b वजा a हेच आता आपल्याला सिद्ध करायचे आहे या रोल प्रमेय आणि मीन व्हॅल्यू प्रमेयाचे काही उपयोग पाहू

त्यामुळे एक परिणामकारक आहे समजा f ते r सतत असेल आणि समजा आपण गृहित धरू की डेरिव्हेटिव्ह f प्राइम x हा आहे ओपन इंटरव्हल ab मधील सर्व x साठी 0 च्या बरोबरी नंतर f स्थिर असणे आवश्यक आहे नंतर f स्थिर असणे आवश्यक आहे x एक आणि x दोन हे कोणतेही दोन वेगळे बिंदू असू द्या इंटरव्हल क्लोज इंटरव्हल ab मधील f x एक असणे आवश्यक आहे.

x दोन च्या f च्या बरोबरीचे पण आपल्याला माहित आहे की सरासरी मूल्य प्रमेयाने x एक x दोन उघडलेल्या मध्यांतरात काही c आहेत जसे की f अविभाज्य c हे x च्या f च्या दोन वजा f चा x एक x दोन वजा x one हे आहे कारण आपल्याला माहित आहे की फंक्शन बंद अंतराल x 1 x 2 आणि मध्ये सतत आहे या ओपन इंटरव्हलमध्ये ते वेगळे आहे म्हणून सरासरी मूल्याच्या प्रमेयानुसार काही c आहे जसे की f प्राइम c या गुणोत्तराच्या समान आहे परंतु f प्राइम x हे ab मध्ये सर्व x साठी 0 आहे म्हणून f प्राइम c 0 च्या बरोबर आहे

म्हणून x च्या f दोन हे x एक च्या f च्या बरोबर असले पाहिजेत म्हणून हे सरासरी मूल्य प्रमेयाचे एक ऍप्लिकेशन आहे की जर फंक्शन डिफरेंसिबल असेल आणि व्युत्पन्न असेल तर ओपन इंटरव्हलवर शून्य असेल तर फंक्शन त्या इंटरव्हलमध्ये स्थिर असले पाहिजे म्हणून पुढील वर्गात आपण मीन व्हॅल्यू प्रमेयाचे आणखी काही ऍप्लिकेशन्स पाहतील आणि नंतर आम्ही आणखी काही समस्या पाहू. धन्यवाद