ഡെറിവേറ്റീവുകളെക്കുറിച്ചുള്ള അടുത്ത പ്രഭാഷണത്തിലേക്ക് സ്വാഗതം, അതിനാൽ അവസാന പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ ആരംഭിച്ചത് റോൾസ് സിദ്ധാന്തവും ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തവും ആയ രണ്ട് പ്രധാന സിദ്ധാന്തങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്തുകൊണ്ടാണ്, അതിനാൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം എന്താണ് പറയുന്നതെന്ന് ഞാൻ ഓർക്കട്ടെ, അതിനാൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം പ്രസ്താവിക്കാം . അനുമാനം, f എന്നത് ഒരു അടഞ്ഞ ഇടവേള ab മുതൽ r വരെയുള്ള യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ ba ഫംഗ്ഷൻ വരെയുള്ള ഒരു ഫംഗ്ഷൻ ആയിരിക്കട്ടെ , ഇനിപ്പറയുന്ന ആദ്യത്തേത് തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന ഫംഗ്ഷൻ , അടഞ്ഞ ഇടവേളയിൽ f തുടർച്ചയായതാണ്, ab രണ്ടാമത്തെ അനുമാനം , തുറന്ന ഇടവേള ab- ലും മൂന്നാമത്തേതും f എന്നത് വേർതിരിക്കാവുന്നതാണ്. a യുടെ അവസാന പോയിന്റിലെ ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യം b യുടെ f ന് തുല്യമാണ് , തുടർന്ന് നിഗമനം അപ്പോൾ ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ ഒരു c എങ്കിലും നിലവിലുണ്ട്, അതായത് c-ലെ derivative f പ്രൈം തുല്യമാണ്. പൂജ്യത്തിലേക്ക്, അതിനാൽ നമുക്ക് ഇത് ചിത്രത്തിലൂടെ മനസ്സിലാക്കാം y ഫംഗ്ഷൻ x ന്റെ f ന് തുല്യമായ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്നത് എന്താണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്, a, b ഫംഗ്ഷൻ മൂല്യങ്ങൾ തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇത് f ആണ് a, f ന്റെ b എന്നിവയ്ക്ക് ശേഷം അടഞ്ഞ ഇടവേളയിൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയാണെന്നും ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab- ൽ വ്യതിരിക്തമാണെന്നും ഞങ്ങൾ അവകാശപ്പെടുന്നു. നമുക്ക് തിരശ്ചീന സ്പർശമുള്ള പോയിന്റ്, അതായത് ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമാണ് അല്ലെങ്കിൽ അത് ഇതുപോലെ താഴേക്ക് പോയി ഈ സാഹചര്യത്തിൽ മുകളിലേക്ക് പോകാം, ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമാകുന്ന രണ്ട് പോയിന്റുകൾ ഉണ്ടെന്ന് നിങ്ങൾ കാണുകയാണെങ്കിൽ രണ്ടിൽ കൂടുതൽ പോയിന്റുകൾ ഉണ്ടാകാം ശരി , അത് ഇതുപോലെ മുകളിലേക്കും താഴേക്കും പോകാം , തുടർന്ന് ഈ പോയിന്റുകളെല്ലാം ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമാണെന്ന് നിങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ ഈ സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ തെളിവ് വിശദീകരിക്കുന്നതിന് മുമ്പ് ഞങ്ങൾ എന്താണ് ശ്രമിച്ചത്, സിദ്ധാന്തത്തിലെ അനുമാനങ്ങൾ പരിശോധിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം അത് ആവശ്യമാണ്, അതിനാൽ ആദ്യത്തേത് എഫ് ആയിരിക്കണം എന്ന് പറയുന്നത് അടഞ്ഞ ഇടവേളയിൽ എഫ് തുടർച്ചയായി ആയിരിക്കുമെന്ന് അനുമാനിക്കപ്പെടുന്നു, ab അടച്ച ഇടവേളയിൽ f തുടർച്ചയായി അല്ല എന്ന് കരുതുക, അപ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് ഫംഗ്ഷൻ ഇപ്പോഴായിരിക്കാം ഇങ്ങനെ ചുരുങ്ങുകയും തുടർന്ന് എനിക്ക് അവസാന പോയിന്റിൽ ഇത് നിർവചിക്കാം, ഇത് a, ഇത് b ആണെന്ന് കരുതുക, തുടർന്ന് ai-ൽ ഈ മൂല്യം നിർവചിക്കാൻ കഴിയും, അതിനാൽ ഈ ഫംഗ്ഷൻ തുറന്ന ഇടവേളയിൽ c ഇല്ല, അതായത് f പ്രൈം c 0 ന് തുല്യമാണ് . ഇവിടെ ഫംഗ്ഷൻ abf-ൽ വ്യതിരിക്തമാണ്, a ന്റെ f ആണ് f-ന്റെ f-ന് തുല്യമാണ്, a ഒഴികെ ab-ന്റെ എല്ലാ പോയിന്റുകളിലും തുടർച്ചയായി ആണ് , അതിനാൽ അവസാന ബിന്ദുകളിലൊന്നിൽ തുടർച്ചയായി പരാജയപ്പെടുകയാണെങ്കിൽ പോലും, f എന്നിടത്ത് c ഉണ്ടാകേണ്ടതില്ല. പ്രൈം സി എന്നത് 0 ന് തുല്യമാണ്. അതിനാൽ നമുക്ക് അടച്ച ഇടവേളയിൽ തുടർച്ച ആവശ്യമാണ്, ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ എബിയിൽ f എന്നത് f ന്റെ ഡിഫറൻഷ്യബിൾ ഡിഫറൻഷ്യബിലിറ്റിയാണ് എന്ന രണ്ടാമത്തെ അനുമാനമാണ്, അതിനാൽ ഇത് പരാജയപ്പെട്ടാൽ നമുക്ക് ഫംഗ്ഷൻ ഇതുപോലെ ആയിരിക്കാം, അതിനാൽ എനിക്ക് ഇവിടെ ab ഉണ്ട് നിങ്ങൾ ഈ ഫംഗ്ഷൻ വീണ്ടും കാണുകയാണെങ്കിൽ ഒരു കാര്യവുമില്ല, അതിനാൽ ഈ ഫംഗ്ഷൻ abf-ൽ തുടർച്ചയായി ആണ് , ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ലെ ഒരു പോയിന്റ് ഒഴികെ മറ്റെല്ലാം വേർതിരിക്കാവുന്നതാണ്, കൂടാതെ a-ന്റെ f എന്നത് b-ന്റെ f-ന് തുല്യമാണ് , അത് നിങ്ങൾക്ക് ഇവിടെ കാണാം. എല്ലാ പോയിന്റ് എൽ ഇതിന്റെ ഇടതുവശത്തുള്ള ഏത് പോയിന്റിനും ഇതാണ് ഞങ്ങളുടെ പോയിന്റ് , ഡെറിവേറ്റീവ് സ്ഥിരം പോസിറ്റീവ് ആണ് , ഇതിലും വലിയ ഏത് പോയിന്റിനും ഡെറിവേറ്റീവ് നെഗറ്റീവ് ആണ്, എന്നാൽ ഈ ഘട്ടത്തിൽ ഡെറിവേറ്റീവ് നിർവചിക്കപ്പെടാത്ത ഒരു പോയിന്റും ഇല്ല. എഫ് പ്രൈം സി പൂജ്യത്തിന് തുല്യവും എഫ് യുടെ എഫ് യുടെ മൂന്നാമത്തെ അവസ്ഥ എഫ് തീർച്ചയായും ഇതും നമുക്ക് ആവശ്യമാണ്, കാരണം ഈ ഫംഗ്ഷൻ മാത്രമാണ് ഞാൻ പറഞ്ഞതെങ്കിൽ, അടച്ചതിൽ ഫംഗ്ഷൻ തുടർച്ചയായി നടക്കുന്നതായി ഇവിടെ നിങ്ങൾ കാണുന്നു. ഇടവേള അത് ഓപ്പൺ ഇന്റർവെലിൽ വേർതിരിക്കാവുന്നതാണ് , അതിനാൽ അടച്ച ഇടവേള പൂജ്യം ഒന്നിൽ x എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമായ x ന്റെ f എന്ന് ഞാൻ എഴുതുകയാണെങ്കിൽ, ഇതാണ് f എന്നത് പൂജ്യം ഒന്നിൽ തുടർച്ചയായി എഫ് ആണ് , തുറന്ന ഇടവേള പൂജ്യം ഒന്നിൽ നിന്ന് വേർതിരിക്കാം , നിങ്ങൾ നോക്കുകയാണെങ്കിൽ f x ന്റെ പ്രൈം, ഇത് പൂജ്യം ഒന്നിന്റെ ഇടവേളയിലെ എല്ലാ x നും തുല്യമാണ്, അതിനാൽ rf പ്രൈം c പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ c ഇല്ല എന്നാൽ ഇവിടെ പൂജ്യത്തിന്റെ f എന്നത് ഒന്നിന്റെ f ന് തുല്യമല്ല, അതിനാൽ ഇവ മൂന്ന് മൂന്ന് അസ്സുവും എന്ന് ഉദാഹരണങ്ങൾ കാണിക്കുന്നു ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ എബിയിലെ ഏതെങ്കിലും ഘട്ടത്തിൽ f പ്രൈം സി പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണ് എന്ന നിഗമനത്തിന് റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിലെ mptions ആവശ്യമാണ്, അവയിലൊന്ന് പോലും പരാജയപ്പെട്ടാൽ , നിഗമനം ശരിയാകണമെന്നില്ല, അതിനാൽ ഈ സിദ്ധാന്തം എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് ഞാൻ ഇപ്പോൾ കുറച്ച് ആശയം നൽകും. തെളിവിന്റെ ആശയം ശരിയാണ്, അതിനാൽ നിങ്ങൾ ഈ ചിത്രങ്ങൾ കാണുകയാണെങ്കിൽ , ഡെറിവേറ്റീവ് 0 ന് തുല്യമായ ഈ പോയിന്റുകൾ റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അനുമാനത്തിന് കീഴിലുള്ള ഫംഗ്ഷന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ പോയിന്റുകളുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്നതായി നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയും. ab- ൽ ഒരു പോയിന്റെങ്കിലും c ഉണ്ടെന്ന് കാണിക്കാൻ കഴിയും, അവിടെ f ന്റെ x അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ മൂല്യം ഇപ്പോൾ കൈവരിക്കുന്നു എന്നതാണ് ഒരു വസ്തുത , അടച്ച ഇടവേളയിൽ f ഒരു തുടർച്ചയായ പ്രവർത്തനമാണെന്ന് അനുമാനിക്കുകയാണെങ്കിൽ, അത് അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതും കൂടിയതുമായ മൂല്യം കൈവരിക്കണം. ഞാൻ ഈ വസ്തുത എഴുതുന്നു, അടച്ച ഇടവേള ab മുതൽ r വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും തുടർച്ചയായ ഫംഗ്ഷൻ പരിമിതപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു , കൂടാതെ f അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതും കൂടിയതുമായ മൂല്യം ക്ലോസ് ഇന്റർവെൽ ab-ൽ കൈവരിക്കുന്നു, അതായത് പോയിന്റ് നിലവിലില്ല x ഒന്നുമില്ല അടഞ്ഞ ഇടവേള ab-ൽ , അതായത്, x-ന്റെ f എന്നത് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യമാണ്, അതായത് x-ന്റെ f എന്നത് x-ന്റെ f-ന് തുല്യമായതിനേക്കാൾ കുറവാണ് ,

y-ന്റെ f എന്നത് അടച്ച ഇടവേളയിൽ ഉൾപ്പെടുന്ന എല്ലാ x-ന്റെയും പരമാവധി മൂല്യമാണ് ab എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക . ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ എബിയിലെ തുടർച്ചയായ ഫംഗ്ഷനുകൾക്ക് മുമ്പത്തെ ഫലം ശരിയല്ല, ഉദാഹരണത്തിന് , ഓപ്പൺ ഇന്റർവെലിൽ ടാൻ എക്സിന് തുല്യമായ എഫ്എക്സ് എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, മൈനസ് പൈ ടു ടു ടു ടു ടു ടു തുടർച്ചയായാണ്, പക്ഷേ മിനിമം ഇല്ല, കുറഞ്ഞ മൂല്യമോ പരമാവധി മൂല്യമോ ഇല്ല ഈ ഫംഗ്ഷൻ tan x ശരിയാണ്, നിങ്ങൾ കണ്ടിരിക്കണം ടാൻ x ന്റെ ഗ്രാഫ് മൈനസ് പൈ ബൈ ടു ടു ടു ടു ടു ടു ടു ഇതുപോലെ കാണപ്പെടുന്നു, അതിനാൽ x മൈനസ് പൈയിലേക്ക് രണ്ട് പോകുമ്പോൾ ഇത് നെഗറ്റീവ് അനന്തതയിലേക്ക് പോകുന്നു, x രണ്ടിൽ പൈയിലേക്ക് പോകുന്നു പോസിറ്റീവ് ഇൻഫിനിറ്റിയിലേക്ക്, അതിനാൽ ഈ ഫംഗ്ഷൻ പരിമിതപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ല, എന്നാൽ അടച്ച ഇടവേളയിൽ നമുക്ക് ഒരു തുടർച്ചയായ ഫംഗ്ഷൻ ഉണ്ടെങ്കിൽ , ഇത് പരിമിതപ്പെടുത്തുകയും അത് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതും കൂടിയതുമായ മൂല്യം കൈവരിക്കുകയും വേണം , f അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ മൂല്യം കൈവരിക്കുകയാണെങ്കിൽ മറ്റൊരു വസ്തുത അവസാന ബിന്ദുക്കളല്ലാത്ത തുറന്ന ഇടവേളയിൽ , ആ ഘട്ടത്തിൽ f ഫംഗ്ഷൻ വ്യത്യാസപ്പെട്ടാൽ ഫംഗ്ഷൻ ആണെങ്കിൽ ആ പോയിന്റിലെ ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമായിരിക്കണം, അതിനാൽ ഇവിടെ നമുക്ക് ഒരു ഫംഗ്ഷൻ ഉണ്ട് , ഇത് അടഞ്ഞ ഇടവേള ab മുതൽ r വരെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓപ്പൺ ഇന്റർവെലിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ മൂല്യം കൈവരിച്ചിട്ടുണ്ടെന്ന് കരുതുക, അപ്പോൾ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളുണ്ട്, ഒന്നുകിൽ f ആ ഘട്ടത്തിൽ വ്യത്യാസമില്ല അല്ലെങ്കിൽ അത് ഡിഫറൻഷ്യബിൾ ആണെങ്കിൽ, ഡെറിവേറ്റീവ് പൂജ്യമായിരിക്കണം, അതിനാൽ ഞാൻ ഈ ഫംഗ്ഷൻ 0 മുതൽ 1 വരെ കാണുകയാണെങ്കിൽ ഇവിടെ ഉദാഹരണം. ഇത് പരമാവധി മൂല്യത്തിന്റെ പകുതിയാണ് x-ൽ പകുതിക്ക് തുല്യമാണ്, പക്ഷേ അവയുടെ പ്രവർത്തനം x-ന് തുല്യമായ x-ൽ വേർതിരിക്കാനാവില്ല, എന്നാൽ നമുക്ക് ഇതുപോലൊന്ന് ഉണ്ടെങ്കിൽ ഡിഫറൻഷ്യബിൾ ആകാനുള്ള ഫംഗ്ഷനോടൊപ്പം എനിക്കുണ്ടെങ്കിൽ, ഇവിടെ വീണ്ടും പരമാവധി മൂല്യം ഇവിടെ പകുതിയാണ്. പകുതിയുടെ എഫ് പ്രൈം പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് നിങ്ങൾ കാണുകയാണെങ്കിൽ , റോൾസ് സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ഈ വസ്തുതകൾ ഉപയോഗിക്കും, അതിനാൽ ആദ്യം എഫ് അവിടെ അടച്ച ഇടവേളയിൽ തുടർച്ചയായി തുടരുമെന്ന് കരുതപ്പെടുന്നു. ക്ലോസ്ഡ് ഇന്റർവെൽ ab-ൽ x ഒന്നും y ഒന്നും ഇല്ല, അതായത് f ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് x അല്ല , അത് പരമാവധി y-ൽ എത്തുന്നു, ഇത് ab-ലെ എല്ലാ x- നും ശരിയാണ്. ആ ഇടവേളയിലെ പരമാവധി മൂല്യം, അതിനാൽ ഇപ്പോൾ രണ്ട് കേസുകൾ ഉണ്ട്, ഒന്ന് x അല്ല , y ഒന്നും അവസാന പോയിന്റുകളാണ് a, b അതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ, എന്നാൽ f ന്റെ a b യുടെ f ന് തുല്യമായതിനാൽ x ന്റെ f എന്നത് ഒരു സ്ഥിരാങ്കം ആയിരിക്കണം ab വലത് വശത്ത്, കാരണം ഈ f-ൽ ഒന്ന് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യവും കൂടിയ മൂല്യവും ആയതിനാൽ , ab-ലെ എല്ലാ x- നും x-ന്റെ f ഈ മൂല്യത്തിന് തുല്യമായിരിക്കണം, കൂടാതെ x-ന്റെ f സ്ഥിരമാണെങ്കിൽ , സ്ഥിരമായ പ്രവർത്തനത്തിന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. 0 ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് , ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ലെ എല്ലാ x-നും f പ്രൈം x 0-ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ f പ്രൈം c പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് ലഭിക്കുന്നതിന് നമുക്ക് ab-ൽ ഏത് c തിരഞ്ഞെടുക്കാം, അതിനാൽ ഈ സാഹചര്യത്തിൽ നമുക്ക് a, f എന്നിവയുടെ സ്ഥിരമായ ഫംഗ്ഷൻ മാത്രമേയുള്ളൂ. ബി തുല്യമാണ് , ഇവ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതും കൂടിയ മൂല്യവുമാണ് ഈ സാഹചര്യത്തിൽ , ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ കേസിലെ എല്ലാ പോയിന്റുകളിലും എഫ് പ്രൈം പൂജ്യമാണ് ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ , fx ന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അല്ലെങ്കിൽ കൂടിയ മൂല്യം ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ കൈവരിക്കുന്നു, കൂടാതെ f അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ മൂല്യം തുറന്ന ഇടവേളയിൽ നേടുകയും ഫംഗ്ഷൻ അവിടെ വ്യത്യാസമുണ്ടെങ്കിൽ അത് ഉണ്ടായിരിക്കുകയും വേണം എന്ന വസ്തുത ഞങ്ങൾ പ്രസ്താവിച്ചു. പൂജ്യം അപ്പോൾ f പ്രൈം പൂജ്യമായിരിക്കണം, കാരണം f ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ വ്യത്യസ്തമാകുമെന്ന് അനുമാനിക്കപ്പെടുന്നു, അതിനാൽ ഇത് റോൾസ് സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കുന്നു ശരി, എന്തുകൊണ്ട് f പ്രൈം ഒരു തുറന്ന ഇടവേളയിൽ കൂടിയതോ കുറഞ്ഞതോ ആയ പോയിന്റിൽ പൂജ്യമായിരിക്കണമെന്ന് വിശദീകരിക്കാം. അപ്പോൾ നമുക്കുള്ളത് , ഫംഗ്ഷന്റെ പരമാവധി മൂല്യമുള്ള ഈ പോയിന്റ് നമുക്കുണ്ടെന്ന് കരുതുക. ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ എബിയും എഫ് എന്നത് വ്യതിരിക്തമല്ലെങ്കിൽ സിക്ക് തുല്യമായ x-ൽ വ്യതിരിക്തമാകുമെന്ന് അനുമാനിക്കാം, അപ്പോൾ നമുക്ക് പരമാവധി അവിടെ നേടാനായേക്കാം , എഫ് പ്രൈം സി നിലവിലില്ല, അതിനാൽ ഇവിടെ അത് വേർതിരിക്കാവുന്നതാണെന്ന് ഞങ്ങൾ അനുമാനിക്കുന്നു, തുടർന്ന് നമുക്ക് വേണമെങ്കിൽ c യുടെ എഫ് പ്രൈം എന്നത് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായിരിക്കണം എന്ന് പറയുന്നതിന്, അപ്പോൾ f പ്രൈം c പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതോ അല്ലെങ്കിൽ c യുടെ f പ്രൈം പൂജ്യത്തേക്കാൾ കുറവോ അല്ല എന്ന് കരുതുക. പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതാണ്, ഈ പരിധി xf ന്റെ xf ന്റെ c ന്റെയും h മൈനസ് f ന്റെ c യും h കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഇത് f പ്രൈം c ന് തുല്യമാണ്, ഇത് പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതാണ്, ഇത് പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതാണ് , ഈ പരിധി വലുതാണെങ്കിൽ. പൂജ്യത്തേക്കാൾ , ഒരു ചെറിയ h ന് c ഈ f ന്റെ c ന്റെ h മൈനസ് f ന്റെ h ന്റെ h മൈനസ് f ഇത് പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതായിരിക്കണം, കാരണം ഇത് h ന്റെ എല്ലാ ചെറിയ n നും പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ , പരിധിയിൽ ഇത് ഇതിലും കുറവായിരിക്കണം പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായതിനാൽ നമുക്ക് ഇത് ഉണ്ട്, ഇത് എഫ് എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു c പ്ലസ് h എന്നത് c യുടെ f യുടെ f എന്ന വൈരുദ്ധ്യം പരമാവധി മൂല്യമാണ്, അതിനാൽ 0-ൽ കൂടുതലുള്ള ഡെറിവേറ്റീവ് ഈ ഫംഗ്ഷൻ x വലുതിന് c യുടെ f-ലെ മൂല്യത്തേക്കാൾ വലുതായിരിക്കണം എന്ന് സൂചിപ്പിക്കും. c-യെക്കാളും സമാനമായി ഡെറിവേറ്റീവ് 0-ൽ കുറവാണെങ്കിൽ അതിനർത്ഥം ഈ ഘട്ടത്തിലെ പ്രവർത്തനം ഇതുപോലെ താഴേക്ക് പോകണം എന്നാണ്, അതുപോലെ f പ്രൈം c പൂജ്യത്തേക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ നമുക്ക് ഒരു വൈരുദ്ധ്യം ലഭിക്കും അതിനാൽ c യുടെ f പ്രൈം പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായിരിക്കണം. ഇത് റോൾസ് സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കുന്നു. തുറന്ന ഇടവേളയിൽ കുറഞ്ഞതോ കൂടിയതോ ആയ മൂല്യം കൈവരിച്ചാൽ പൂജ്യം, അതിനാൽ അടുത്തതായി ഞങ്ങൾ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തം എന്ന് വിളിക്കുന്നത്

തെളിയിക്കും, അതിനാൽ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തം ഇവിടെ റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ പൊതുവൽക്കരണമാണ് . ഒരു അടഞ്ഞ ഇടവേള ab മുതൽ rb വരെയുള്ള എഫ് നിർവചിക്കട്ടെ, അതായത് അടച്ച ഇടവേള ab-ൽ ആദ്യത്തെ fx തുടർച്ചയായും രണ്ടാമത്തെ fx ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ വേർതിരിക്കാവുന്നതുമാണ്, അതിനാൽ ഈ രണ്ട് വ്യവസ്ഥകളും റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് വ്യവസ്ഥകൾക്ക് തുല്യമാണ് . റോൾസ് സിദ്ധാന്തം ഞങ്ങൾക്ക് മൂന്നാമത്തെ വ്യവസ്ഥ ഉണ്ടായിരുന്നു , അവസാന പോയിന്റുകളിലെ ഫംഗ്ഷന്റെ മൂല്യം ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തത്തിൽ b യുടെ f യുടെ തുല്യമായ f ന് തുല്യമാണ് ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ ഒരു പോയിന്റെങ്കിലും c നിലവിലുണ്ട്, അതായത് c യുടെ f പ്രൈം b ന്റെ b മൈനസ് f ന്റെ f ന്റെ b മൈനസ് f യെ b മൈനസ് കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഇത് റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ ഒരു സാമാന്യവൽക്കരണമാണ്. f ന്റെ b അപ്പോൾ ഈ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തം mvt ആയി എഴുതും, അപ്പോൾ അർത്ഥം മൂല്യ സിദ്ധാന്തം ab-ൽ c നിലവിലുണ്ടെന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു, f പ്രൈം c എന്നത് a യുടെ b മൈനസ് f ന്റെ f ന് തുല്യമാണ് , അതായത് 0 എന്നത് 0 ന് തുല്യമാണ് റോൾസ് സിദ്ധാന്തമാണ്, അതിനാൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം ഫോൾ ചെയ്യുന്നു ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തത്തിൽ നിന്ന് ows എന്നാൽ ഞങ്ങൾ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കും, അതിനാൽ തെളിവ് ആദ്യം ഈ സിദ്ധാന്തം എന്താണ് പറയുന്നതെന്ന് വിശദീകരിക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ഈ പോയിന്റ് ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക a ഉം bi നും ഈ ഇടവേളയിൽ തുടർച്ചയായി തുടരുന്ന ഒരു ഫംഗ്ഷൻ ഉണ്ട് , അത് ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ൽ വേർതിരിക്കാം , എന്നിട്ട് നമുക്ക് a യുടെ f എന്താണെന്ന് നോക്കാം, അതിനാൽ ഈ പോയിന്റ് a യുടെ ഒരു കോമ f ആണ്, ഇത് b കോമ f ന്റെ b ആണ്. a-ന്റെ af- ഉം bf-ന്റെ bf-ഉം ചേരുന്ന സെക്കന്റ് രേഖയുടെ ചരിവ് b ന്റെ b മൈനസ് f ആണ്, b മൈനസ് a കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പിന്നെ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തം പറയുന്നത് എന്തെന്നാൽ, ഈ ചരിവ് ഇതിന് തുല്യമായ ചില പോയിന്റ് c നിലവിലുണ്ട്. ചരിവ് എന്നതിനർത്ഥം നിങ്ങൾ ഈ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നുണ്ടെങ്കിൽ എനിക്ക് ഈ പോയിന്റ് c ഉണ്ട്, ഈ പോയിന്റിലെ ഈ ടാൻജെന്റ് രേഖയുടെ ചരിവ് നോക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് ഈ രേഖയ്ക്ക് സമാന്തരമാണ് , അതായത് ചരിവ് ഈ ചരിവിന് തുല്യമാണ്, അതായത് fb മൈനസ് fa by b ഈ ചിത്രത്തിൽ സമാനമായ മൈനസ് ഇവിടെ വീണ്ടും ഇവിടെ മറ്റൊരു പോയിന്റ് ഉണ്ട് , ചരിവ് സമാനമാണ്, ab-ൽ c ഉണ്ടെന്ന് കാണിക്കേണ്ടതുണ്ട്, അതായത് c യുടെ c കോമ f-യിലെ ടാൻജെന്റ് ലൈനിന്റെ ചരിവ്, ഈ ചരിവിനെ m എന്ന് വിളിക്കുന്നത് പോലെയാണ്. അപ്പോൾ നമുക്ക് വേണ്ടത് f പ്രൈം സി ഈ ചരിവിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് എന്താണ് സമവാക്യം എന്ന് നോക്കാം, അതിനാൽ a യുടെയും b ന്റെ b യുടെയും ചേരുന്ന രേഖയുടെ സമവാക്യം നിങ്ങൾ നൽകിയത് ഒരു കോർഡിനേറ്റ് ജ്യാമിതിയിൽ നിങ്ങൾ പഠിച്ചിരിക്കണം രണ്ട് പോയിന്റുമായി ചേരുന്ന രേഖ a യുടെ y മൈനസ് f ആണ് നൽകുന്നത്. ഇത് a പ്ലസ് f ന്റെ b ന്റെ b മൈനസ് f ന്റെ b മൈനസ് a തവണ x മൈനസ് a ആണ്, x ന്റെ g എന്നത് x ന്റെ x മൈനസ് മൈനസ് l ന്റെ f ന് തുല്യമായിരിക്കട്ടെ, അപ്പോൾ നമുക്ക് g ഉള്ളത് അടച്ച ഇടവേള ab ന് തുടർച്ചയായി ആയിരിക്കും കാരണം f തുടർച്ചയായി അനുമാനിക്കപ്പെടുന്നു , കൂടാതെ x ന്റെ ഈ l എല്ലായിടത്തും തുടർച്ചയായതാണ്, കൂടാതെ g ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab aga യിൽ വേർതിരിക്കാവുന്നതാണ്. എല്ലായിടത്തും f വ്യത്യസ്തമാണെന്നും l എല്ലായിടത്തും വ്യത്യസ്തമാണെന്നും അനുമാനിക്കപ്പെടുന്നതിനാൽ a ന്റെ g എന്നത് a മൈനസ് l ന്റെ f ന് തുല്യമാണ്, എന്നാൽ l എന്നത് a ന്റെ bf ന്റെ b ന്റെ ഈ പോയിന്റുമായി af യെ ചേരുന്ന രേഖയാണ്. ഇത് a യുടെ f ന് തുല്യമാണ് , നിങ്ങൾ ഇവിടെ x എന്നതിന് തുല്യമാണ്, l ന്റെ x എന്നത് l ന്റെ a ആണ്, ഇത് f യുടെ a യുടെ ഒരു മൈനസ് f ആണ്, ഇത് 0 ആണ് , b ന്റെ g എന്നത് തുല്യമാണ് b ന്റെ b മൈനസ് l ന്റെ b ന്റെ l എന്താണ് ഇത് b ന്റെ b ന്റെ b മൈനസ് l യുടെ b ന് തുല്യമാണ് b ന്റെ b ന് വീണ്ടും തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇതും 0 ആണ് അതിനാൽ a യുടെ g b യുടെ g ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇപ്പോൾ നമുക്ക് a ഉണ്ട് ഓപ്പൺ ഇന്റർവെലിൽ വേർതിരിക്കാവുന്ന അടഞ്ഞ ഇടവേളയിൽ തുടർച്ചയായി വരുന്ന x ന്റെ ഫംഗ്ഷൻ g, കൂടാതെ a യുടെ g b യുടെ g ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് റോൾസ് സിദ്ധാന്തം പ്രയോഗിക്കാൻ കഴിയും, അതിനാൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം അനുസരിച്ച് ab-ൽ ഒരു c എങ്കിലും നിലവിലുണ്ട്. c യുടെ c പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, എന്നാൽ x ന്റെ xg ന്റെ g എന്നത് x ന്റെ x മൈനസ് l ന്റെ f ആണ് എന്നാൽ x ന്റെ g പ്രൈം x ന്റെ f പ്രൈം x മൈനസ് l പ്രൈമിന് തുല്യമാണ്, x ന്റെ derivative l പ്രൈം മറ്റൊന്നുമല്ല ഈ രേഖയുടെ ചരിവ്, അതിനാൽ ഇത് f പ്രൈം x മൈനസ് f ന്റെ ചരിവ് f ന്റെ b മൈനസ് f ന്റെ b മൈനസ് a ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ g പ്രൈം c 0 ന് തുല്യമാണ്, f പ്രൈം c ന്റെ f യുടെ b മൈനസ് f ആണ് ബി മൈനസ് എ ഇതാണ് നമുക്ക് ഇപ്പോൾ തെളിയിക്കേണ്ടിയിരുന്നത് , ഈ റോൾസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ ചില പ്രയോഗങ്ങളും ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തവും നോക്കാം, അതിനാൽ ഒന്ന് ab മുതൽ r വരെ തുടർച്ചയായിരിക്കുക , എഫ് പ്രൈം x ഇതാണ് ഡെറിവേറ്റീവ് എന്ന് കരുതുക ഓപ്പൺ ഇന്റർവെൽ ab-ലെ എല്ലാ x-നും 0-ന് തുല്യമാണ്, തുടർന്ന് f സ്ഥിരമായിരിക്കണം, തുടർന്ന് f ഒരു സ്ഥിരാങ്കമായിരിക്കണം , x ഒന്ന്, x രണ്ട് എന്നിവ ഇടവേളയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വ്യതിരിക്ത ബിന്ദു ആയിരിക്കട്ടെ ab x-ന്റെ f ആയിരിക്കണം എന്ന് കാണിക്കണം. x രണ്ടിന്റെ f ന് തുല്യമാണ്, എന്നാൽ നമുക്ക് അറിയാവുന്നത് , ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് , തുറന്ന ഇടവേളയിൽ x ഒന്ന് x രണ്ടിൽ ചില c നിലവിലുണ്ട്, അതായത് f പ്രൈം c x രണ്ട് മൈനസ് f ന്റെ f ന്റെ x രണ്ട് മൈനസ് f ന്റെ x ഒന്ന് x രണ്ട് മൈനസ് ആണ് x ഒന്ന് , അടച്ച ഇടവേളയിൽ പ്രവർത്തനം തുടർച്ചയായി നടക്കുന്നുണ്ടെന്ന് നമുക്കറിയാം, x 1 x 2 ഒപ്പം ഈ ഓപ്പൺ ഇന്റർവെലിൽ ഇത് വേർതിരിക്കാവുന്നതാണ്, അതിനാൽ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് f പ്രൈം സി ഈ അനുപാതത്തിന് തുല്യമാണ് എന്നാൽ f പ്രൈം x എല്ലാ x നും 0 ആണ്, അതിനാൽ f പ്രൈം സി 0 ന്റെ എഫ് ആണ്. രണ്ടും x ഒന്നിന്റെ f ന് തുല്യമായിരിക്കണം, അതിനാൽ ഇത് ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ ഒരു പ്രയോഗമാണ്, ഫംഗ്ഷൻ വ്യത്യാസപ്പെടുത്താവുന്നതും ഡെറിവേറ്റീവ് ഒരു തുറന്ന

ഇടവേളയിൽ പൂജ്യവുമാണെങ്കിൽ , ആ ഇടവേളയിൽ ഫംഗ്ഷൻ സ്ഥിരമായിരിക്കണം, അതിനാൽ അടുത്ത ക്ലാസിൽ നമ്മൾ ശരാശരി മൂല്യ സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ ചില പ്രയോഗങ്ങൾ കാണും , തുടർന്ന് ചില പ്രശ്നങ്ങൾ കൂടി ഞങ്ങൾ കാണും നന്ദി

Pruto@IITK