ડેરિવેટિવ્ઝ પરના આગલા લેક્ચરમાં આપનું સ્વાગત છે
તેથી છેલ્લા લેક્ચરમાં અમે બે મહત્વપૂર્ણ પ્રમેયની ચર્ચા સાથે શરૂઆત કરી હતી જે રોલ્સ પ્રમેય અને સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય છે
તેથી મને યાદ કરવા દો કે રોલ્સ પ્રમેય શું કહે છે
તેથી ચાલો હું રોલ્સ પ્રમેય જણાવું જેથી ધારણા એ છે કે f એ બંધ અંતરાલ ab થી r વાસ્તવિક સંખ્યાઓના સમૂહના b ફંક્શન તરીકે રહેવા દો ધારણા એ છે કે અંતિમ બિંદુ પર ફંક્શનનું મૂલ્ય જે a નું f છે તે b ના f બરાબર છે અને પછી નિષ્કર્ષ એ છે કે ખુલ્લા અંતરાલ ab માં ઓછામાં ઓછું એક c અસ્તિત્વમાં છે
જેમ કે c પર વ્યુત્પન્ન f પ્રાઇમ સમાન છે શૂન્ય માટે તો ચાલો આપણે આને ચિત્ર દ્વારા સમજીએ આપણે x ના f ની બરાબર y ફંક્શનનો ગ્રાફ દોરીએ છીએ જે આપેલ છે તે એ છે કે a અને b ફંક્શનની કિંમતો સમાન છે
તેથી આ f છે b નું a અને f અને પછી તે આપવામાં આવે છે કે ફંક્શન બંધ અંતરાલ પર સતત છે અને ખુલ્લા અંતરાલમાં ab પર અલગ છે તો અમે દાવો કરીએ છીએ કે વ્યુત્પન્ન
તેથી ફંક્શન અહીં આના જેવું હોઈ શકે જો તમે જોશો કે આ છે બિંદુ જ્યાં આપણી પાસે આડી સ્પર્શક છે જેનો અર્થ થાય છે કે વ્યુત્પન્ન શૂન્ય છે અથવા તે કંઈક હોઈ શકે છે તે આ રીતે નીચે જઈ શકે છે અને આ કિસ્સામાં ઉપર જઈ શકે છે જો તમે જોશો કે ત્યાં બે બિંદુઓ છે જ્યાં વ્યુત્પન્ન શૂન્ય છે
તેથી ત્યાં બે કરતાં વધુ બિંદુઓ હોઈ શકે છે સારું,
તેથી તે આ રીતે ઉપર અને નીચે જાય છે અને પછી તમે જોશો કે આ બધા બિંદુઓ છે જ્યાં વ્યુત્પન્ન શૂન્ય છે
તેથી આ પ્રમેયની સાબિતી સમજાવતા પહેલા આપણે શું કરવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ તે જોવાનો પ્રયાસ કરીએ કે પ્રમેયમાંની ધારણાઓ જરૂરી છે
તેથી પ્રથમ કહે છે કે f બંધ અંતરાલ ab પર f હોવું જોઈએ ધારો કે f બંધ અંતરાલ ab પર સતત ન હોય તો તમારી પાસે ફંક્શન માત્ર માં હોઈ શકે છે આ રીતે ક્રિઝિંગ કરો અને પછી હું અંતિમ બિંદુ પર વ્યાખ્યાયિત કરી શકું છું ધારો કે આ a છે અને આ b છે તો ai પર આ મૂલ્ય વ્યાખ્યાયિત કરી શકે છે
તેથી આ ફંક્શન ખુલ્લા અંતરાલ ab માં કોઈ c નથી જેમ કે f પ્રાઇમ c 0 ની બરાબર છે અને ફંક્શન અહીં f એ abf પર અલગ છે અને a નું f બરાબર bf એ ab ના તમામ બિંદુઓ પર a સિવાય સતત છે
તેથી જો તે અંતિમ બિંદુમાંથી એક પર સતત રહેવામાં નિષ્ફળ જાય તો પણ ત્યાં કોઈ c હોવું જરૂરી નથી જ્યાં f પ્રાઇમ c 0 ની બરાબર છે.

તેથી અમારે બંધ અંતરાલ ab માં સાતત્યની જરૂર છે બીજી ધારણા કે f એ ખુલ્લા અંતરાલ ab પર f ની વિભેદક ભિન્નતા છે તેથી ધારો કે આ નિષ્ફળ જાય તો આપણી પાસે કાર્ય આના જેવું હોઈ શકે છે
તેથી મારી પાસે અહીં ab છે અને જો તમે આ ફંક્શનને ફરીથી જોશો તો ત્યાં કોઈ બિંદુ નથી
તેથી આ ફંક્શન f એ એબીએફ પર સતત છે ઓપન ઇન્ટરવલ ab માં એક બિંદુ સિવાય બિલકુલ અલગ છે અને a નો f એ b ના f બરાબર છે અને તમે તે અહીં જોઈ શકો છો બધા બિંદુ l અને આપણે કહીએ છીએ કે આ આપણું બિંદુ છે આની ડાબી બાજુના કોઈપણ બિંદુ માટે
વ્યુત્પન્ન સતત હકારાત્મક છે અને આનાથી વધુ કોઈપણ બિંદુ માટે વ્યુત્પન્ન નકારાત્મક છે પરંતુ ત્યાં કોઈ બિંદુ નથી જ્યાં આ બિંદુએ વ્યુત્પન્ન વ્યાખ્યાયિત ન હોય
તેથી ત્યાં એવું કોઈ c નથી કે f પ્રાઇમ c શૂન્યની બરાબર છે અને f ની ત્રીજી શરત f બરાબર b ની f અલબત્ત આપણને આની પણ જરૂર છે કારણ કે જો મેં ફક્ત આ ફંકશન કહ્યું હોય તો અહીં તમે જોશો કે ફંક્શન બંધ પર સતત છે ઇન્ટરવલ તે ઓપન ઇન્ટરવલમાં ડિફરન્સિએબલ છે અને
તેથી જો હું બંધ ઇન્ટરવલ શૂન્ય વન પર x લખવા માટે x બરાબર લખું તો આ f શૂન્ય વન પર સતત છે f ઓપન ઇન્ટરવલ શૂન્ય વન પર ડિફરન્સિએબલ છે અને જો તમે જુઓ x નું f પ્રાઇમ આ અંતરાલ શૂન્ય વનમાં બધા x માટે એક સમાન છે
તેથી ત્યાં કોઈ c નથી જ્યાં rf પ્રાઇમ c શૂન્યની બરાબર છે પણ અહીં આપણી પાસે શૂન્યનું f નથી એકના f બરાબર નથી
તેથી આ ત્રણ ઉદાહરણો દર્શાવે છે કે તમામ ત્રણ assu રોલ્સ પ્રમેયમાં mptions એ નિષ્કર્ષ માટે જરૂરી છે કે f prime c એ ખુલ્લા અંતરાલ ab માં અમુક બિંદુએ શૂન્યની બરાબર છે જો તેમાંથી એક પણ નિષ્ફળ જાય તો નિષ્કર્ષ સાચો હોવો જરૂરી નથી
તેથી હવે હું આ પ્રમેય શા માટે તે વિશે થોડો વિચાર આપીશ.
સાચા છે
તેથી પુરાવાનો વિચાર છે
તેથી જો તમે નોંધ કરો કે જો તમે આ ચિત્રો જોશો તો તમે જોઈ શકો છો કે આ બિંદુઓ જ્યાં વ્યુત્પન્ન 0 ની બરાબર છે તે રોલ્સ પ્રમેયની ધારણા હેઠળ કાર્યના લઘુત્તમ અથવા મહત્તમ બિંદુઓને અનુરૂપ છે બતાવી શકે છે કે ab માં ઓછામાં ઓછું એક બિંદુ c છે જ્યાં x નું f તેનું લઘુત્તમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરે છે હવે એક હકીકત એ છે કે જો f એ બંધ અંતરાલ પર સતત કાર્ય હોવાનું માનવામાં આવે છે, તો તે તેનું લઘુત્તમ અને મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરવું આવશ્યક છે
તેથી ચાલો હું આ હકીકત લખું છું
કે બંધ અંતરાલ ab થી r સુધીનું કોઈપણ સતત કાર્ય f બંધાયેલ અંતરાલ ab પર તેનું લઘુત્તમ અને મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરે છે કે ત્યાં બિંદુ x અશુભ y કંઈ નથી બંધ અંતરાલ ab માં જેમ કે x શૂન્યનું f એ ન્યૂનતમ મૂલ્ય છે જેનો અર્થ એ છે કે x શૂન્યનો f x ના f કરતાં ઓછો છે અને y શૂન્યનો f એ બંધ અંતરાલ ab સાથે જોડાયેલા તમામ x માટે મહત્તમ મૂલ્ય છે એ નોંધ કરો કે ઓપન ઇન્ટરવલ ab પર સતત ફંક્શન્સ માટે અગાઉનું પરિણામ સાચું નથી ઉદાહરણ તરીકે જો તમે કહો કે fx ઇક્વલ ટુ tan x ઓપન ઇન્ટરવલ માઇનસ pi બાય ટુ પાઈ બાય બે સતત છે પરંતુ કોઈ ન્યૂનતમ નથી ત્યાં કોઈ ન્યૂનતમ મૂલ્ય નથી કે મહત્તમ મૂલ્ય નથી

બરાબર આ ફંક્શન tan x તમે જોયું જ હશે કે tan x નો ગ્રાફ માઇનસ pi બાય બે થી pi બાય બે વચ્ચે આવો દેખાય છે જેથી x જ્યારે માઇનસ pi બાય બે પર જાય છે તેમ x પાઈ બાય બે પર જાય છે તેમ તે ઋણ અનંતમાં જાય છે.
સકારાત્મક અનંત સુધી
તેથી આ ફંક્શન પણ બંધાયેલું નથી પરંતુ જો આપણી પાસે બંધ અંતરાલ પર સતત કાર્ય હોય તો આ બાઉન્ડેડ હોવું જોઈએ અને તે ન્યૂનતમ અને મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરવું જોઈએ બીજી હકીકત એ છે કે જો f તેનું લઘુત્તમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરે છે ખુલ્લા અંતરાલમાં જે અંતિમ બિંદુઓ પર ન હોય તો તે બિંદુ પરનું વ્યુત્પન્ન શૂન્ય હોવું જોઈએ જો ફંક્શન એ બિંદુ પર ફંક્શન ડિફરન્સિએબલ હોય તો અહીં આપણી પાસે ફંક્શન છે f
આ બંધ અંતરાલ ab થી r પર વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અને ધારો કે ઓપન ઈન્ટરવલમાં ન્યૂનતમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત થયું હોય તો ત્યાં બે કિસ્સાઓ છે કાં તો f તે બિંદુએ તફાવત કરી શકાય તેવું નથી અથવા જો તે વિભેદક છે તો વ્યુત્પન્ન શૂન્ય હોવું જોઈએ
તેથી ઉદાહરણ અહીં જો હું આ ફંક્શનને 0 થી 1 સુધી જોઉં અને આ અર્ધ છે મહત્તમ મૂલ્ય x બરાબર અડધા પર પ્રાપ્ત થાય છે પરંતુ તેઓ ફંક્શન x બરાબર અડધા પર વિભેદક નથી જ્યારે મારી પાસે ડિફરન્સિએબલ થવા માટે ફંક્શન હોય તો જો આપણી પાસે આવું કંઈક હોય તો અહીં ફરીથી મહત્તમ મૂલ્ય અહીં અડધી છે જો તમે જોશો કે અડધો ભાગનો f પ્રાઇમ શૂન્ય બરાબર છે, તો અમે આ હકીકતોનો ઉપયોગ રોલ્સ પ્રમેયને સાબિત કરવા માટે કરીશું,
તેથી સૌ પ્રથમ કારણ કે ત્યાં બંધ અંતરાલ ab પર f સતત હોવાનું માનવામાં આવે છે.

બંધ અંતરાલ ab માં પોઈન્ટ x nought y nought અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે f એ x nought પર ન્યૂનતમ છે અને તે y nought પર મહત્તમ પ્રાપ્ત કરે છે આ ab માં તમામ x માટે સાચું છે
તેથી આ એટલા માટે છે કારણ કે બંધ અંતરાલ પર કોઈપણ સતત કાર્ય તેની ન્યૂનતમ પ્રાપ્ત કરવી જોઈએ અને તે અંતરાલ પર મહત્તમ મૂલ્ય
તેથી હવે બે કેસ છે કેસ એક x નોટ અને y નોટ એ અંતિમ બિંદુઓ a અને b છે
તેથી આ કિસ્સામાં, પરંતુ કારણ કે a નું f એ b ના f બરાબર છે આપણી પાસે તે હોવું જોઈએ કે x નું f સ્થિર છે ab પર જમણી બાજુએ કારણ કે a નું આ fમાંથી એક લઘુત્તમ મૂલ્ય તેમજ મહત્તમ મૂલ્ય છે
તેથી x નું f ab માં તમામ x માટે આ મૂલ્ય જેટલું હોવું જોઈએ અને જો x નું f સ્થિર હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે સ્થિર કાર્યનું વ્યુત્પન્ન છે 0 આનો અર્થ
છે કે ખુલ્લા અંતરાલ ab માં તમામ x માટે f પ્રાઇમ x 0 બરાબર છે
તેથી આપણે f પ્રાઇમ c શૂન્યની બરાબર મેળવવા માટે ab માં કોઈપણ c પસંદ કરી શકીએ છીએ
તેથી આ કિસ્સામાં આપણી પાસે માત્ર a અને f નું સ્થિર કાર્ય f છે.
b ના સમાન છે અને આ લઘુત્તમ તેમજ મહત્તમ મૂલ્ય છે
તેથી આ કિસ્સામાં f પ્રાઇમ એ ઓપન ઇન્ટરવલ કેસમાં તમામ બિંદુઓ પર શૂન્ય છે બેમાંથી ઓછામાં ઓછું એક x naught અથવા y naught એ ઓપન ઇન્ટરવલ ab માં આવેલું છે આ કિસ્સામાં આપણી પાસે શું છે તે છે કે ક્યાં તો ન્યૂનતમ જો તે x nought in છે ઓપન ઈન્ટરવલ એબીમાં fx નું ન્યૂનતમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત થાય છે
અને અમે આ હકીકત જણાવી છે કે જો f ઓપન ઈન્ટરવલમાં તેનું ન્યૂનતમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરે છે અને જો ત્યાં ફંક્શન અલગ હોય તો તે હોવું જોઈએ.
શૂન્ય તો પછી f પ્રાઇમ
તે બિંદુએ શૂન્ય હોવું આવશ્યક છે કારણ કે f ખુલ્લા અંતરાલ ab પર ભિન્નતાપાત્ર હોવાનું માનવામાં આવે છે
તેથી આ રોલ્સ પ્રમેય સાબિત કરે છે ઠીક છે, ચાલો હું સમજાવું કે ખુલ્લા અંતરાલમાં મહત્તમ અથવા લઘુત્તમના બિંદુએ f પ્રાઇમ શા માટે શૂન્ય હોવો જોઈએ
તો આપણી પાસે જે છે તે ધારો કે આપણી પાસે આ બિંદુ છે જ્યાં આપણી પાસે ફંક્શનની મહત્તમ કિંમત છે અને
તેથી ધારો કે c નું f એ એબીમાં જ્યાં c છે ત્યાં તમામ x માટે x
ના f કરતાં વધારે છે.
ઓપન ઈન્ટરવલ ab એ પણ માની લઈએ કે f એ x બરાબર c પર ડિફરન્સિએબલ છે જો તે ડિફરન્સિએબલ ન હોય તો આપણે ત્યાં મહત્તમ પ્રાપ્ત થઈ શકે છે અને f પ્રાઇમ c અસ્તિત્વમાં નથી
તેથી અહીં આપણે ધારીએ છીએ કે તે અહીં ડિફરન્સિએબલ છે તો આપણે ઈચ્છીએ છીએ એમ કહેવા માટે દાવો કરો કે c નો f અવિભાજ્ય શૂન્ય સમાન હોવો જોઈએ, ધારો કે નહિ તો કાં તો f પ્રાઇમ c શૂન્ય કરતા મોટો છે અથવા c નો f પ્રાઇમ શૂન્ય કરતા ઓછો છે હવે શું થશે જો f પ્રાઇમ c શૂન્ય કરતા મોટો હોય તો શું થશે શૂન્ય કરતાં મોટી છે તો c ના xf ની આ મર્યાદા c વત્તા h ઓછા f ની c ભાગ્યા h દ્વારા આ f અવિભાજ્ય c ની બરાબર છે જે આપણે ધારીએ છીએ કે હવે શૂન્ય કરતાં વધુ છે જો આ શૂન્ય કરતાં વધુ છે તો જો આ મર્યાદા વધારે છે શૂન્ય કરતાં તો નાના h માટે આ f c નું c વત્તા h ઓછા c નું f h દ્વારા આ શૂન્ય કરતાં વધારે હોવું જોઈએ કારણ કે જો તે h ના બધા નાના n માટે શૂન્ય કરતાં ઓછું
હતું તો મર્યાદામાં આ કરતાં ઓછું હોવું જોઈએ શૂન્યની બરાબર
તેથી આપણી પાસે આ છે આનો અર્થ છે કે એફ c વત્તા h એ તમામ નાના માટે c ના f કરતાં મોટો છે કારણ કે c નું વિરોધાભાસ f મહત્તમ મૂલ્ય છે
તેથી 0 કરતાં વધુ વ્યુત્પન્ન સૂચવે છે કે આ કાર્ય x મોટા માટે c ના f પરના મૂલ્ય કરતાં વધુ હોવું આવશ્યક છે c કરતાં તે જ રીતે જો વ્યુત્પન્ન 0 કરતાં ઓછું હોય તો તેનો અર્થ એ કે આ બિંદુએ ફંક્શન
આ રીતે નીચે જવું જોઈએ, તેવી જ રીતે જો f અવિભાજ્ય c શૂન્ય કરતાં ઓછું હોય તો આપણને વિરોધાભાસ મળે છે

તેથી c ની અવિભાજ્ય સંખ્યા શૂન્યની બરાબર હોવી જોઇએ.
આ રોલ્સ પ્રમેયને સાબિત કરે છે જ્યાં આપણે એક હકીકતનો ઉપયોગ કરીએ છીએ કે બંધ અંતરાલ પર કોઇપણ સતત કાર્ય તેના પર તેની મહત્તમ અને લઘુત્તમ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરવી જોઈએ તે સાબિત કર્યા વિના અમે ધારીએ છીએ કે અમે આનો ઉપયોગ કરીને રોલ્સ પ્રમેય સાબિત કર્યો અને પછી આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને વ્યુત્પન્ન હોવું આવશ્યક છે.
શૂન્ય જો લઘુત્તમ અથવા મહત્તમ મૂલ્ય ખુલ્લા અંતરાલમાં પ્રાપ્ત થાય છે, તો આગળ આપણે સાબિત કરીશું કે સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય કોને કહેવાય છે
તેથી સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય એ રોલ્સ પ્રમેયનું સામાન્યીકરણ છે અહીં આપણે ધારો કે f ને બંધ અંતરાલ ab થી rb સુધી વ્યાખ્યાયિત કરીએ
કે પ્રથમ fx બંધ અંતરાલ ab પર સતત હોય છે
અને બીજા fx ખુલ્લા અંતરાલ ab પર અલગ પડે છે
તેથી આ બે સ્થિતિઓ રોલ્સ પ્રમેયમાં પ્રથમ બે શરતો જેવી જ છે રોલ્સ પ્રમેય અમારી પાસે ત્રીજી શરત હતી કે અંતિમ બિંદુઓ પર ફંક્શનની કિંમત b ના f ની બરાબર f ની સરેરાશ કિંમત પ્રમેયમાં અમે માનતા નથી કે f નું f બરાબર b ના f પછી નિષ્કર્ષ ત્યાં છે ખુલ્લા અંતરાલ ab માં ઓછામાં ઓછું એક બિંદુ c અસ્તિત્વ ધરાવે છે જેમ કે c નો અવિભાજ્ય એ f ના b માઇનસ f ના ભાગ્યા b માઇનસ a ની બરાબર છે
તેથી નોંધ કરો કે આ રોલ પ્રમેયનું સામાન્યીકરણ છે જાણે કે f ની બરાબર b નું f તો આ સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય mvt ના ક્રમમાં લખશે તો સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય સૂચવે છે કે ત્યાં c અસ્તિત્વમાં છે ab માં કહે છે કે f અવિભાજ્ય c એ b ના f ના ઓછા f a ની બરાબર છે જેથી 0 આ 0 ની બરાબર છે રોલ્સ પ્રમેય છે
તેથી રોલ્સ પ્રમેય ફોલ સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયમાંથી ows પરંતુ અમે રોલ્સ પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયને સાબિત કરીશું
તેથી સાબિતી આપું કે આ પ્રમેય શું કહે છે તે પહેલા હું સમજાવું કે આ પ્રમેય શું કહે છે
તેથી ધારો કે આપણી પાસે આ બિંદુ a અને bi એક કાર્ય છે જે આ અંતરાલ ab પર સતત છે અને તે છે ઓપન ઈન્ટરવલ ab માં તફાવત કરી શકાય છે અને પછી ચાલો જોઈએ કે a નો f શું છે તો આ બિંદુ a નો અલ્પવિરામ f છે આ b નો અલ્પવિરામ f છે હવે જો હું આ બે બિંદુઓને જોડતી આ રેખા દોરું તો આ રેખાનો ઢોળાવ શું છે a ના af અને bf ને જોડતી સેકન્ટ લાઇનનો ઢોળાવ એ b ના f ની માઇનસ f એ ભાગ્યા b માઇનસ a પછી સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય શું કહે છે કે ત્યાં અમુક બિંદુ c છે જ્યાં આ ઢાળ જ્યાં વ્યુત્પન્ન આના બરાબર છે ઢોળાવ
તેથી તેનો અર્થ એ છે કે જો તમે આ ચિત્રમાં જુઓ છો તો મારી પાસે આ બિંદુ c છે જો તમે આ બિંદુએ આ સ્પર્શરેખાના ઢોળાવને જોશો તો આ આ રેખાની સમાંતર છે એટલે કે ઢાળ આ ઢાળની બરાબર છે fb ઓછા fa by b આ ચિત્રમાં સમાન રીતે ઓછા અરે અહીં એક બીજો મુદ્દો છે અહીં ફરીથી ઢોળાવ આના જેવો જ છે આપણે એ બતાવવાની જરૂર છે કે ab માં c અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે
c ના c અલ્પવિરામ f પર સ્પર્શરેખાનો ઢોળાવ સમાન છે, ચાલો હું આ ઢોળાવને m કહી શકું.
તો આપણે ઇચ્છીએ છીએ કે f અવિભાજ્ય c આ ઢોળાવની બરાબર છે તો ચાલો જોઈએ કે સમીકરણ શું છે
તેથી b ના a અને bf ને જોડતી રેખાનું સમીકરણ આપેલ છે તમે સંકલન ભૂમિતિમાં શીખ્યા જ હશો કે નું સમીકરણ બે બિંદુને જોડતી રેખા y દ્વારા આપવામાં આવે છે.
જે a વત્તા f ના b ઓછા f છે a by b ઓછા a ગુણ્યા x માઇનસ a અને x ના g ને x ના f ના ઓછા ઓછા l ની બરાબર થવા દો તો પછી આપણી પાસે
બંધ અંતરાલ ab પર g સતત છે કારણ કે f એ સતત માનવામાં આવે છે અને x નો આ l દરેક જગ્યાએ સતત છે પણ g એ ખુલ્લા અંતરાલ પર અલગ છે.
કારણ કે f એ વિભેદક હોવાનું માનવામાં આવે છે અને l દરેક જગ્યાએ અલગ કરી શકાય તેવું છે પણ a ના ag નું g એ a ના ઓછા l ના f બરાબર છે પરંતુ l એ a ના આ બિંદુ af ને b ના bf સાથે જોડતી રેખા છે જેથી a ના l a ના f ની બરાબર છે આ બરાબર છે જો તમે x ને a ની બરાબર અહીં મૂકો તો l નું x l a નું l બરાબર a નું f આ a નું f ઓછા f છે જે 0 છે અને b નું g બરાબર છે b નું f માઇનસ l નું b શું છે b નું l શું છે આ b નું f ના ઓછા l નું b ફરીથી b ના f બરાબર છે
તેથી આ પણ 0 છે
તેથી a નું g બરાબર b ના g બરાબર છે
તેથી હવે આપણી પાસે a છે x નું ફંક્શન g જે બંધ અંતરાલ પર સતત હોય છે જે ખુલ્લા અંતરાલ પર વિભેદક હોય છે અને a નું g એ b ના g ની બરાબર હોય છે
તેથી આપણે રોલ્સ પ્રમેય લાગુ કરી શકીએ છીએ
તેથી રોલ્સ પ્રમેય દ્વારા ab માં ઓછામાં ઓછું એક c અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે g પ્રાઇમ c ની બરાબર શૂન્ય છે પણ x નું g શું છે x નું f x ઓછા l x છે પરંતુ x નું g પ્રાઇમ x નું f પ્રાઇમ x ઓછા l અવિભાજ્ય બરાબર છે અને x નું વ્યુત્પન્ન l પ્રાઇમ બીજું કંઇ નથી આ લીટીનો ઢોળાવ
તેથી આ f પ્રાઇમ x માઇનસ ઢાળ f ની b માઇનસ f a બાય b માઇનસ a ની બરાબર છે
તેથી g પ્રાઇમ c 0 ની બરાબર સૂચવે છે કે f અવિભાજ્ય c બરાબર છે b ના f માઇનસ f a બાય b માઇનસ a આ તે છે જે આપણે સાબિત કરવાનું હતું હવે આપણે આ રોલ્સ પ્રમેય અને સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયની કેટલીક એપ્લિકેશનો જોઈશું
તેથી એક કોરોલરરી છે એક ધારો કે f થી r સતત હોય અને ધારો કે આપણે ધારીએ કે વ્યુત્પન્ન f પ્રાઇમ x આ છે ખુલ્લા અંતરાલ ab માં બધા x માટે 0 ની બરાબર છે

પછી f સ્થિર હોવું જોઇએ પછી f એ સ્થિરાંક હોવો જોઇએ ચાલો x એક અને x બે અંતરાલ બંધ અંતરાલ ab માં કોઇપણ બે અલગ બિંદુ હોવા જોઇએ આપણે બતાવવું પડશે કે x નું f એક હોવું જોઇએ x બે ના f ની બરાબર પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય દ્વારા ખુલ્લી અંતરાલ x એક x બેમાં અમુક c અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે f અવિભાજ્ય c એ x ના f ના બે ઓછા f x એક બાય x બે ઓછા x one આ એટલા માટે છે કારણ કે આપણે જાણીએ છીએ કે ફંક્શન બંધ અંતરાલ x 1 x 2 અને માં સતત છે આ ખુલ્લા અંતરાલમાં તે ભિન્ન છે

તેથી સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેય દ્વારા ત્યાં અમુક c છે જેમ કે f પ્રાઇમ c આ ગુણોત્તર સમાન છે પરંતુ f અવિભાજ્ય x એ ab માં તમામ x માટે 0 છે

તેથી f અવિભાજ્ય c 0 બરાબર છે

તેથી x ના f   બે x એકના f ની બરાબર હોવા જોઇએ

તેથી આ સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયની એક એપ્લિકેશન છે કે જો ફંક્શન ડિફરન્ટિએબલ હોય અને ઓપન ઇન્ટરવલ પર ડેરિવેટિવ શૂન્ય હોય તો ફંક્શન તે અંતરાલમાં સ્થિર હોવું જોઇએ જેથી પછીના વર્ગમાં આપણે સરેરાશ મૂલ્ય પ્રમેયની કેટલીક વધુ એપ્લિકેશનો જોશે અને પછી અમે કેટલીક વધુ સમસ્યાઓ જોઇશું આભાર