ডেরিভেটিভের পরবর্তী বক্তৃতায় স্বাগতম,
তাই শেষ বক্তৃতায় আমরা দুটি গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য নিয়ে আলোচনা শুরু করেছি যা হল রোলস উপপাদ্য এবং গড় মান উপপাদ্য
তাই আমাকে রোলস উপপাদ্যটি কী বলে মনে করি
তাই আসুন রোলস উপপাদ্যটি বর্ণনা করি যাতে অনুমান হল যে f একটি বদ্ধ ব্যবধান ab থেকে r বাস্তব সংখ্যার সেট ba ফাংশন হতে দিন অনুমান হল যে শেষ বিন্দুতে ফাংশনের মান যেটি a এর f এর মান b এর f এর সমান এবং তারপরে উপসংহারটি হল উন্মুক্ত ব্যবধানে ab এ অন্তত একটি c বিদ্যমান যাতে c এ ডেরিভেটিভ f প্রাইম সমান হয় শূন্য থেকে
তাই আসুন
আমরা ছবিটির মাধ্যমে এটি বুঝতে পারি আমরা x এর f এর সমান y ফাংশনের গ্রাফ আঁকতে যা দেওয়া হয়েছে তা হল a এবং b ফাংশনের মান একই
তাই এটি হল f b এর a এবং f এবং তারপরে এটি দেওয়া হয় যে ফাংশনটি বন্ধ ব্যবধানে অবিচ্ছিন্ন এবং খোলা ব্যবধানে বি-তে পার্থক্যযোগ্য তারপর আমরা দাবি করি যে ডেরিভেটিভ
তাই ফাংশনটি এখানে এরকম হতে পারে যদি আপনি দেখতে পান যে এটি আছে বিন্দু যেখানে আমাদের অনুভূমিক স্পর্শক রয়েছে যার অর্থ ডেরিভেটিভটি শূন্য বা এটি এমন কিছু হতে পারে যা এইভাবে নিচে যেতে পারে এবং এই ক্ষেত্রে উপরে যেতে পারে যদি আপনি দেখতে পান যে দুটি বিন্দু রয়েছে যেখানে ডেরিভেটিভটি শূন্য
তাই দুটির বেশি বিন্দু হতে পারে ঠিক আছে
তাই এটি এভাবে উপরে এবং নিচে যেতে পারে এবং তারপরে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে এই সমস্ত বিন্দু যেখানে ডেরিভেটিভ শূন্য
তাই এই উপপাদ্যটির প্রমাণ ব্যাখ্যা করার আগে আমরা যা করার চেষ্টা করছিলাম আসুন আমরা দেখতে চেষ্টা করি যে উপপাদ্যের অনুমানগুলি প্রয়োজন হয়
তাই প্রথমটি বলে যে f কে f হতে হবে বদ্ধ ব্যবধানে অবিরত বলে ধরে নেওয়া হয় ab ধরুন f বন্ধ ব্যবধানে অবিচ্ছিন্ন নয় তাহলে আপনার কাছে ফাংশনটি ঠিক হতে পারে এভাবে ক্রিজ করা এবং তারপর আমি শেষ বিন্দুতে সংজ্ঞায়িত করতে পারি ধরুন এটি a এবং এটি b তাহলে ai এ এই মানটিকে সংজ্ঞায়িত করতে পারে
তাই এই ফাংশনটি খোলা ব্যবধানে ab এ কোন c নেই যেমন f prime c 0 এর সমান এবং
এখানে ফাংশনটি abf-এর উপর ডিফারেন্সেবল, a-এর f-এর সমান হল bf-এর f-এর সমান , a ব্যতীত ab-এর সমস্ত বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন থাকে, এমনকি যদি এটি শেষ বিন্দুর একটিতে অবিচ্ছিন্ন হতে ব্যর্থ হয় তবে সেখানে কোনো c থাকার প্রয়োজন নেই যেখানে f প্রাইম c 0 এর সমান।

তাই আমাদের ক্লোজড ইন্টারভাল ab- এ ধারাবাহিকতা প্রয়োজন দ্বিতীয় অনুমান যে f খোলা ব্যবধান ab- এ f-এর পার্থক্যযোগ্য ডিফারেন্সিবিলিটি
তাই ধরুন এটি ব্যর্থ হয় তাহলে আমাদের ফাংশনটি এরকম হতে পারে
তাই আমার এখানে ab আছে এবং যদি আপনি এই ফাংশনটি আবার দেখেন তবে কোন বিন্দু নেই
তাই এই ফাংশনটি f অবিচ্ছিন্ন থাকে abf- এ খোলা ব্যবধানের একটি বিন্দু ব্যতীত এবং a এর f এবং b এর f এর সমান এবং আপনি এটি এখানে দেখতে পারেন সব বিন্দু ঠ এবং আমরা বলি যে এটি আমাদের বিন্দু এর বাম দিকের যেকোন বিন্দুর জন্য
ডেরিভেটিভ হল ধ্রুবক ধনাত্মক এবং এর চেয়ে বড় যেকোন বিন্দুর জন্য ডেরিভেটিভ নেতিবাচক কিন্তু এমন কোন বিন্দু নেই যেখানে এই বিন্দুতে ডেরিভেটিভ সংজ্ঞায়িত করা হয়নি
তাই সেখানে কোন c এমন নয় যে f প্রাইম c সমান শূন্য এবং তৃতীয় শর্ত f এর সমান f এর b এর অবশ্যই এটিও আমাদের দরকার কারণ আমি যদি এই ফাংশনটি বলে থাকি তাহলে এখানে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে ফাংশনটি বন্ধের উপর অবিচ্ছিন্ন রয়েছে ব্যবধান এটি খোলা ব্যবধানে পার্থক্যযোগ্য এবং
তাই আমি যদি
বন্ধ ব্যবধান শূন্য এক-এ x বলতে x এর f লিখি তবে এটি শূন্য এক-এ f অবিচ্ছিন্ন ব্যবধান f খোলা ব্যবধান শূন্য এক-এ পার্থক্যযোগ্য এবং আপনি যদি দেখেন x এর f প্রাইম এটি একটি ব্যবধান শূন্য এক এর জন্য সকল x এর সমান
তাই কোন c নেই যেখানে rf প্রাইম c শূন্যের সমান কিন্তু এখানে আমাদের এখানে নেই f এর শূন্য f এর সমান নয়
তাই এই তিনটি উদাহরণ দেখায় যে তিনটি আশু রোলস থিওরেমের mptions এই উপসংহারের জন্য প্রয়োজনীয় যে f prime c শূন্যের সমান হয় খোলা ব্যবধানে ab-এর কোনো এক সময়ে যদি তাদের মধ্যে একটিও ব্যর্থ হয় তাহলে উপসংহারটি সত্য হতে হবে না
তাই এখন আমি এই উপপাদ্য সম্পর্কে কিছু ধারণা দেব কেন সত্য
তাই প্রমাণের ধারণা
তাই আপনি যদি লক্ষ্য করেন যে আপনি যদি এই ছবিগুলি দেখেন তবে আপনি দেখতে পাবেন যে এই বিন্দুগুলি যেখানে ডেরিভেটিভ 0 এর সমান এইগুলি রোলস উপপাদ্যের অনুমান অনুসারে ফাংশনের সর্বনিম্ন বা সর্বাধিক বিন্দুর সাথে মিলে যায় দেখাতে পারে যে ab-এ কমপক্ষে একটি বিন্দু c আছে যেখানে x এর f তার সর্বনিম্ন বা সর্বাধিক মান অর্জন করে এখন একটি সত্য হল যে যদি f কে বন্ধ ব্যবধানে একটি অবিচ্ছিন্ন ফাংশন বলে ধরে নেওয়া হয় তবে এটি অবশ্যই তার সর্বনিম্ন এবং সর্বাধিক মান অর্জন করতে হবে আমি এই সত্যটি লিখি যে কোন অবিচ্ছিন্ন ফাংশন f একটি বদ্ধ ব্যবধান ab

থেকে r পর্যন্ত সীমাবদ্ধ থাকে এবং f বন্ধ ব্যবধান ab-এ তার সর্বনিম্ন এবং সর্বাধিক মান অর্জন করে যে সেখানে বিন্দু x নেই, কিছুই নেই বন্ধ ব্যবধানে ab-এ যেমন f-এর x nought হল ন্যূনতম মান যার মানে f-এর x nought x-এর f-এর থেকে কম এবং y naught-এর f হল বন্ধ ব্যবধান ab-এর অন্তর্গত সমস্ত x-এর জন্য সর্বাধিক মান উল্লেখ করুন যে পূর্ববর্তী ফলাফলটি খোলা ব্যবধানে অবিচ্ছিন্ন ফাংশনগুলির জন্য সত্য নয় উদাহরণস্বরূপ, যদি আপনি বলে থাকেন যে খোলা ব্যবধানে tan x এর সমান fx বিয়োগ pi by two to pi by two অবিচ্ছিন্ন কিন্তু কোন ন্যূনতম নেই কোন সর্বনিম্ন মান বা সর্বোচ্চ মান নেই ডান এই ফাংশন tan x আপনি নিশ্চয়ই দেখেছেন যে tan x এর গ্রাফটি মাইনাস পাই বাই টু থেকে পাই বাই দুই এর মধ্যে এইরকম দেখায়
 তাই x যখন মাইনাস পাই দুই বাই যায় এটি নেগেটিভ ইনফিনিটিতে যায় যেমন x পাই বাই দুই যায়।
  ধনাত্মক অসীম পর্যন্ত
 তাই এই ফাংশনটি এমনকি সীমাবদ্ধ নয় কিন্তু যদি আমাদের বদ্ধ ব্যবধানে একটি ক্রমাগত ফাংশন থাকে তবে এটি অবশ্যই সীমাবদ্ধ থাকবে এবং এটি অবশ্যই সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ মান অর্জন করবে আরেকটি সত্য যদি f তার সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ মান অর্জন করে উন্মুক্ত ব্যবধানে যা শেষ বিন্দুতে নেই তাহলে সেই বিন্দুতে ডেরিভেটিভ অবশ্যই শূন্য হতে হবে যদি ফাংশনটি হয় যদি ফাংশন f সেই বিন্দুতে পার্থক্যযোগ্য হয়
 তাই এখানে আমাদের একটি ফাংশন আছে f
এটি বন্ধ অন্তর ab থেকে r-এ সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এবং ধরুন
উন্মুক্ত ব্যবধানে সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ মান অর্জন করা হয় তবে দুটি ক্ষেত্রে হয় f সেই সময়ে পার্থক্যযোগ্য নয় বা যদি এটি পার্থক্যযোগ্য হয় তবে ডেরিভেটিভ অবশ্যই শূন্য হতে হবে
 তাই উদাহরণ এখানে যদি আমি এই ফাংশনটি 0 থেকে 1 দেখতে পাই এবং এটি অর্ধেক সর্বোচ্চ মান x সমান অর্ধেক এ অর্জিত হয় কিন্তু তারা ফাংশন x সমান অর্ধে ডিফারেনশিয়াবল হয় না যেখানে আমার কাছে যদি ফাংশনটি ডিফারেন্সিয়েবল হওয়ার জন্য থাকে যদি আমাদের এরকম কিছু থাকে তবে এখানে আবার সর্বোচ্চ মান এখানে অর্ধেক হয় আপনি যদি দেখেন যে f অর্ধের প্রাইম শূন্যের সমান
 তাই আমরা রোলস উপপাদ্য প্রমাণ করতে এই তথ্যগুলি ব্যবহার করব
তাই প্রথমত যেহেতু f কে বন্ধ ব্যবধানে অবিচ্ছিন্ন বলে ধরে নেওয়া হয়
বদ্ধ ব্যবধানে বিন্দু x কোনটাই y nought বিদ্যমান থাকে যেমন f ন্যূনতম x nought এ এবং এটি y nought এ সর্বাধিক পৌঁছায় এটি
ab এ সমস্ত x এর জন্য সত্য
 তাই এর কারণ একটি বদ্ধ ব্যবধানে যেকোনো ক্রমাগত ফাংশন অবশ্যই তার সর্বনিম্ন অর্জন করতে হবে এবং সেই ব্যবধানে সর্বাধিক মান
 তাই এখন দুটি ক্ষেত্রে কেস এক x নট এবং y নট হল শেষ বিন্দু a এবং b
 তাই এই ক্ষেত্রে তবে যেহেতু f a এর f সমান b এর f আমাদের অবশ্যই থাকতে হবে যে x এর f একটি ধ্রুবক ab এর ডানদিকে কারণ a এর f এর মধ্যে একটি সর্বনিম্ন মান এবং সর্বোচ্চ মান
 তাই x এর f অবশ্যই ab এর সমস্ত x এর জন্য এই মানের সমান হতে হবে এবং যদি x এর f ধ্রুবক হয় আমরা জানি যে ধ্রুবক ফাংশনের ডেরিভেটিভ 0 এর অর্থ হল f প্রাইম x খোলা ব্যবধানে সমস্ত x এর জন্য 0 এর সমান
 তাই আমরা f প্রাইম c শূন্যের সমান পেতে ab থেকে যেকোনো c বেছে নিতে পারি
 তাই এই ক্ষেত্রে আমাদের শুধু a এবং f এর একটি ধ্রুবক ফাংশন আছে b এর সমান এবং এগুলি সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ মান সুতরাং এই ক্ষেত্রে f প্রাইম হল শূন্য সমস্ত বিন্দুতে খোলা ব্যবধানের ক্ষেত্রে দুটি অন্তত একটি x naught বা y naught lies open interval ab- এ এই ক্ষেত্রে আমাদের কাছে যা আছে
তা হল ন্যূনতম যদি এটি x nought হয় খোলা ব্যবধানটি খোলা ব্যবধানের ব্যবধানে fx-এর সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ মান অর্জিত হয় এবং আমরা এই সত্যটি বলেছি যে f যদি খোলা ব্যবধানে তার সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ মান অর্জন করে এবং যদি সেখানে ফাংশনটি পার্থক্যযোগ্য হয় তবে এটি অবশ্যই হবে শূন্য
 তাই f প্রাইম অবশ্যই সেই বিন্দুতে শূন্য হতে হবে কারণ f উন্মুক্ত ব্যবধানে বিভেদযোগ্য বলে ধরে নেওয়া হয়
তাই এটি রোলস থিওরেমটি প্রমাণ করে ঠিক আছে আমাকে ব্যাখ্যা করা যাক কেন f প্রাইম
একটি খোলা ব্যবধানে সর্বাধিক বা সর্বনিম্ন বিন্দুতে শূন্য হতে হবে
 তাই আমাদের কাছে যা আছে তা হল ধরুন আমাদের কাছে এই বিন্দু আছে যেখানে আমাদের ফাংশনের সর্বাধিক মান এখানে অর্জিত হয়েছে এবং
 তাই ধরুন c এর f x এর f এর থেকে বেশি ab এর সমস্ত x এর জন্য যেখানে c রয়েছে খোলা ব্যবধান ab এও ধরে নিই যে f হল x এর সমান এ ডিফারেন্সিয়েবল যদি এটি ডিফারেনশিয়াবল না হয় তাহলে আমাদের মনে হতে পারে যে সেখানে সর্বোচ্চ অর্জিত হয়েছে এবং f prime c এর অস্তিত্ব নেই
 তাই এখানে আমরা ধরে নিচ্ছি যে এটি এখানে ডিফারেন্সিয়েবল তাহলে আমরা চাই
 তাই দাবি করতে হলে c-এর f প্রাইম শূন্যের সমান হতে হবে, ধরুন না, তাহলে হয় f প্রাইম c শূন্যের চেয়ে বড় বা c-এর f প্রাইম শূন্যের চেয়ে কম এখন কী হবে যদি f প্রাইম c শূন্যের চেয়ে বড় হয় শূন্যের চেয়ে বড় তাহলে এই সীমার f-এর xf-এর c যোগ h বিয়োগ f-এর c- কে h দিয়ে ভাগ করলে এটি f প্রাইম c-এর সমান যা আমরা ধরে নিচ্ছি এখন শূন্যের চেয়ে বড় যদি এটি শূন্যের থেকে বড় হয় তাহলে এই সীমাটি বড় হলে শূন্যের চেয়ে তাহলে একটি ছোট h এর জন্য এই f এর c যোগ h এর বিয়োগ c এর h দ্বারা এটি অবশ্যই শূন্যের চেয়ে বেশি হবে কারণ এটি যদি h এর সমস্ত ছোট n

এর জন্য শূন্যের সমান হয় তবে সীমাতে এটি এর থেকে কম হতে হবে শূন্যের সমান
তাই আমরা এই আছে এই বোঝায় যে f এর c প্লাস h সব ছোটদের জন্য c-এর f থেকে বড় কারণ c-এর f হল সর্বোচ্চ মান ঠিক
তাই 0-এর বেশি ডেরিভেটিভ বোঝাবে যে এই ফাংশনটি অবশ্যই x বড়ের জন্য c-এর f-এর মানের থেকে বড় হতে হবে c এর চেয়ে একইভাবে ডেরিভেটিভ যদি 0 এর কম হয় তাহলে এর মানে হল যে এই পয়েন্টে ফাংশনটি এটিকে এভাবে নিচে যেতে হবে
তাই একইভাবে আমরা একটি দ্বন্দ্ব পাই যদি f প্রাইম c শূন্যের কম হয়
তাই c এর প্রাইম অবশ্যই শূন্যের সমান হতে হবে এটি রোলস উপপাদ্য প্রমাণ করে যেখানে আমরা একটি সত্য ব্যবহার করি যে বদ্ধ ব্যবধানে যেকোন ক্রমাগত ফাংশনটি প্রমাণ না করেই এটির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান অর্জন করতে হবে আমরা ধরে নিই যে আমরা এটি ব্যবহার করে রোলস উপপাদ্য প্রমাণ করেছি এবং তারপরে এই সত্যটি ব্যবহার করে ডেরিভেটিভ হতে হবে শূন্য যদি ন্যূনতম বা সর্বোচ্চ মান উন্মুক্ত ব্যবধানে অর্জিত হয়
তাই পরবর্তীতে আমরা প্রমাণ করব যে গড় মান উপপাদ্য বলা হয়
তাই গড় মান উপপাদ্য হল রোলস উপপাদ্যের সাধারণীকরণ অনুমান করুন যে f-কে একটি বদ্ধ ব্যবধান ab থেকে rb-এ সংজ্ঞায়িত করা যাক যাতে প্রথম fx বন্ধ ব্যবধান ab-এর উপর অবিচ্ছিন্ন থাকে এবং দ্বিতীয় fx খোলা ব্যবধান ab- এ পার্থক্যযোগ্য হয়
তাই এই দুটি শর্ত রোলস উপপাদ্যের প্রথম দুটি শর্তের মতো রোলস থিওরেমে আমাদের তৃতীয় শর্ত ছিল যে শেষ বিন্দুতে ফাংশনের মান f-এর সমান f-এর b- এর গড় মান উপপাদ্যে আমরা অনুমান করি না যে f-এর সমান f-এর b তারপর উপসংহার সেখানে খোলা ব্যবধানে অন্তত একটি বিন্দু c বিদ্যমান থাকে যেমন c-এর প্রাইম f এর b বিয়োগ f এর সমান হয় b বিয়োগ a দ্বারা বিভক্ত
তাই মনে রাখবেন এটি রোলস উপপাদ্যের একটি সাধারণীকরণ
যেন f এর সমান b এর f তাহলে এই গড় মান উপপাদ্যটি mvt হিসাবে সাজিয়ে লিখবে তারপর মানে মান উপপাদ্য বোঝায়
যে ab তে c বিদ্যমান আছে বলে যে f প্রাইম c সমান f এর b বি বিয়োগ a এর f
তাই 0 এটি 0 এর সমান রোলস উপপাদ্য
তাই রোলস উপপাদ্য ফল গড় মান উপপাদ্য থেকে ows কিন্তু আমরা রোলস থিওরেম ব্যবহার করে গড় মান উপপাদ্য প্রমাণ করব
তাই প্রুফ প্রথমে আমি ব্যাখ্যা করি এই উপপাদ্যটি কী বলে
তাই ধরুন আমাদের এই বিন্দু a এবং bi একটি ফাংশন আছে যা এই বিরতিতে অবিচ্ছিন্ন থাকে এবং এটি হয় খোলা ব্যবধান ab-এ পার্থক্যযোগ্য এবং তারপর দেখা যাক a-এর f কী
তাই এই বিন্দুটি a-এর একটি কমা f এটি b এর b কমা f এখন যদি আমি এই দুটি বিন্দুকে যুক্ত করে এই রেখাটি আঁকি তাহলে এই রেখার ঢাল কী? a এর af এবং bf এর সাথে যুক্ত সেকেন্ট লাইনের ঢাল হল f এর b বিয়োগ f এর a বি বিয়োগ a দ্বারা বিভক্ত তাহলে গড় মান উপপাদ্যটি যা বলে তা হল এমন কিছু বিন্দু c রয়েছে যেখানে এই ঢালটি যেখানে ডেরিভেটিভ এর সমান ঢাল
তাই এর মানে হল যে আপনি যদি এই ছবিতে দেখতে পান আমার এই বিন্দু c আছে যদি আপনি এই বিন্দুতে এই স্পর্শক রেখার ঢাল দেখেন এটি এই লাইনের সমান্তরাল তার মানে হল ঢাল এই ঢালের সমান fb বিয়োগ fa by b বিয়োগ একটি অনুরূপ এই ছবিতে ure এখানে আরেকটি বিন্দু আছে আবার এখানে ঢাল একই রকম আমাদের দেখাতে হবে যে ab-এর মধ্যে c বিদ্যমান যাতে c-এর c কমা f-এ স্পর্শক রেখার ঢাল একই রকম হয় আমি এই ঢালটিকে m বলতে পারি সুতরাং আমরা যা চাই তা হল f মৌলিক c এই ঢালের সমান
তাই আসুন দেখি সমীকরণটি কী
তাই
a এবং b এর bf এর সাথে যুক্ত রেখাটির সমীকরণটি আপনি একটি স্থানাঙ্ক জ্যামিতিতে অবশ্যই শিখেছেন যে সমীকরণটি দুটি বিন্দুতে যোগদানকারী রেখাটি y দ্বারা দেওয়া হয় f-এর বি বিয়োগ f এর সমান হয় b বিয়োগ f এর a দ্বারা b বিয়োগ a গুণ x বিয়োগ a
তাই আমাদের কল করা যাক এই লাইনটিকে x এর l বলা যাক এই y এর সমান যা f এর a প্লাস f এর b বিয়োগ f এর a দ্বারা b বিয়োগ a গুন x বিয়োগ a এবং x এর g সমান x এর x বিয়োগ বিয়োগ l x এর সমান
তাই আমাদের কাছে
বন্ধ ব্যবধান ab এ অবিচ্ছিন্ন রয়েছে কারণ f কে অবিচ্ছিন্ন বলে ধরে নেওয়া হয় এবং x এর এই l সর্বত্র অবিচ্ছিন্ন থাকে
এছাড়াও g খোলা ব্যবধানে বিভেদযোগ্য কারণ f কে ডিফারেনশিয়াবল বলে ধরে নেওয়া হয় এবং l সর্বত্র পার্থক্যযোগ্য
এছাড়াও a এর ag এর g যা a এর একটি বিয়োগ l এর f এর সমান তবে l হল লাইনটি হল a এর এই বিন্দু af এর সাথে b এর bf এর সাথে মিলিত হচ্ছে
তাই a এর l a এর f এর সমান এটির সমান যদি আপনি x এর সাথে a এখানে বসান l এর x l a এর f a এর f এটি একটি বিয়োগ f এর f a এর 0 এবং b এর g সমান b এর f বিয়োগ l এর b কি এটি b এর l এটি b এর বি বিয়োগ l এর b আবার b এর f এর সমান
তাই এটিও 0

তাই a এর g সমান b এর g
তাই এখন আমাদের কাছে a আছে x এর ফাংশন g যা খোলা ব্যবধানে ডিফারেন্সেবল বদ্ধ ব্যবধানে ক্রমাগত থাকে এবং a এর g সমান হয় b এর g এর সমান
তাই আমরা রোলস উপপাদ্য প্রয়োগ করতে পারি
তাই রোলস উপপাদ্য দ্বারা ab-এ অন্তত একটি c থাকে যেমন g প্রাইম c-এর মান শূন্যের সমান কিন্তু x এর xg এর f x x এর x বিয়োগ l x x এর g প্রাইম x এর f প্রাইম x বিয়োগ l প্রাইম x এর সমান এবং x এর ডেরিভেটিভ l প্রাইম ছাড়া আর কিছুই নয় এই রেখার ঢাল
তাই এটি f প্রাইম x বিয়োগ এর ঢাল f এর b বিয়োগ f এর a বাই b বিয়োগ a
তাই g প্রাইম c 0 এর সমান বোঝায় যে f প্রাইম c সমান f এর b বি বিয়োগ f বাই a এর b বিয়োগ a এটিই আমাদের প্রমাণ করতে হয়েছিল এখন আমরা
এই রোলস উপপাদ্য এবং গড় মান উপপাদ্যের কিছু প্রয়োগের দিকে নজর দেব
তাই একটি ফলক এক
ধরুন f থেকে r অবিচ্ছিন্ন এবং ধরুন আমরা অনুমান করি যে ডেরিভেটিভ f প্রাইম x এটি খোলা ব্যবধান ab-এর সকল x এর জন্য 0 এর সমান তারপর f অবশ্যই ধ্রুবক হতে হবে তারপর f অবশ্যই একটি ধ্রুবক হতে হবে
x এক এবং x দুই যে কোনো দুটি স্বতন্ত্র বিন্দু হতে হবে ব্যবধান বন্ধ ব্যবধান ab- এ আমাদের দেখাতে হবে যে x এর f একটি হতে হবে x দুই এর f এর সমান কিন্তু আমরা যা জানি তা হল যে গড় মান উপপাদ্য দ্বারা খোলা ব্যবধান x এক x দুইটিতে এমন কিছু c বিদ্যমান যে f প্রাইম c সমান x দুই বিয়োগ f এর x এক x দুই বিয়োগ x one এর কারণ আমরা জানি যে ফাংশনটি বন্ধ ব্যবধানে অবিচ্ছিন্ন x 1 x 2 এবং এই উন্মুক্ত ব্যবধানে এটি পার্থক্যযোগ্য
তাই গড় মান উপপাদ্য দ্বারা এমন কিছু c আছে যে f প্রাইম c এই অনুপাতের সমান কিন্তু f প্রাইম x হল 0 সব x এর জন্য
তাই f প্রাইম c 0 এর সমান
তাই x এর f   দুটি অবশ্যই x এক এর f এর সমান হতে হবে
তাই এটি গড় মান উপপাদ্যের একটি প্রয়োগ যে যদি ফাংশনটি পার্থক্যযোগ্য হয় এবং একটি উন্মুক্ত ব্যবধানে ডেরিভেটিভটি শূন্য হয় তবে ফাংশনটি অবশ্যই সেই ব্যবধানে ধ্রুবক থাকতে হবে
তাই পরবর্তী ক্লাসে আমরা গড় মান উপপাদ্যের আরও কিছু প্রয়োগ দেখতে পাব
এবং তারপর আমরা আরও কিছু সমস্যা দেখতে পাব ধন্যবাদ