مشتقات پر اگلے لیکچر میں خوش آمدید آخری لیکچر میں آخر میں ہم پیرامیٹرک شکل میں بیان کردہ فنکشن کے مشتقات کو دیکھ رہے تھے لہذا آج
ہم پیرامیٹرک شکل میں بیان کردہ فنکشن کے مشتقات کی کچھ اور مثالوں کے ساتھ جاری رکھیں گے اور پھر ہم کچھ اور نتائج دیکھیں
x کے برابر ہے کو پیرامیٹرک شکل میں لکھا جا سکتا ہے کیونکہ x مربع کی مساوات کو دیکھتے ہیں جو چار y تو مثال کے طور پر ہم پیرابولا
مربع ہے جو مربع t مربع چار ایک مربع y کے برابر رکھیں دو اسی y برابر ہے دو اسی دائیں کے برابر اگر آپ y مربع کے برابر ہے اور
دو کے برابر ہے اس کا مطلب ہے لہذا dydt کے برابر ہے اور at دو dxdt تلاش کرنے کے لئے dydx میں چار بار کے برابر ہے لہذا
y کے لحاظ سے مشتق ہے اگر ہم t حق ہے یہ پیرامیٹر t تقسیم ہے۔ بذریعہ دو جس پر ایک بذریعہ a کے برابر ہے جو دو dydx dydt
کے حوالے سے فرق کرتے ہیں x مربع کے
کے برابر dydx 4 a بار y یہ دیتا ہے 2 d x dx of four ax کے برابر ہے d تو ہم یہاں براہ راست بھی حساب لگا سکتے تھے۔
کے برابر y کے برابر 280 ڈال کر y ڈال کر y کے برابر ہے a جو کہ 2 بار y تقسیم a 2 برابر ہے dydx 4 ہے جس کا مطلب ہے
ملتا ہے دو اسّی سے تقسیم کیا جاتا ہے جو کہ ایک سے dydx کو 280 کے برابر ڈالنے کے لیے اس میں ہمیں y برابر y معاف کیجیے 80
cosine theta ایک مرتبہ دیا جائے x تلاش کریں اگر dydx کے برابر ہوتا ہے جو کہ اسی طرح ہے ایک اور مثال کو دیکھتے ہیں t
کو پیرامیٹر تھیٹا کے لحاظ سے دیا y اور x تھیٹا ہے لہذا یہاں cos ایک ٹائم سائن تھیٹا مائنس تھیٹا y اور plus theta sin theta
dyd برابر ہے dydx کو تلاش کرنے کے لیے ہمیں تھیٹا کے حوالے سے مشتق کو تلاش کرنے کی ضرورت ہے لہذا dydx گیا ہے لہذا
تھیٹا کے برابر ہے اگر آپ فرق کرتے ہیں dyd تھیٹا جو theta by d theta dxd
دے گا پروڈکٹ کے اصول کے لحاظ سے تھیٹا کا مشتق 1 ہے cos theta تھیٹا دیتا ہے مائنس تھیٹا کا مشتق cos تو یہ سائن تھیٹا
تھیٹا بن جاتا ہے اور تھیٹا کے حوالے sin تھیٹا ہے لہذا یہ تھیٹا sin تھیٹا مائنس تھیٹا دیتا ہے بار میری قیمت ایک مشتق مائنس cos تو یہ
تھیٹا پلس تھیٹا کوس تھیٹا sin تھیٹا پلس sin کا مشتق ایک بار دیتا ہے مائنس x سے
کینسل ہوتا ہے aa تھیٹا کینسل اور sin تھیٹا کینسل اور cos تو یہاں
تو یہ ہے مساوی صرف ٹین تھیٹا ٹھیک ہے
تو پھر اگلی بات یہ ہے کہ ہم ہائی آرڈر ڈیریویٹوز کے بارے میں بات کر سکتے ہیں
ایک مختلف فعل ہے f prime x تفریق پذیر ہے اور مشتق fx برابر ہے y تو فرض کریں کہ
کا دوسرا مشتق کہا جاتا ہے اور ہم اس کی نشاندہی کرتے ہیں اور fx کو x پرائم f مشتق کا مشتق تلاش کر سکتے ہیں۔ f prime x تو ہم
لکھتا ہوں y کے برابر f کے x ڈبل پرائم سے ظاہر کیا جاتا ہے یا اگر میں f کے x اسے
مربع سے ظاہر کیا جاتا ہے dx سے y دو d تو مشتق کو
تو دوسرا مشتق پہلے مشتق کا مشتق ہے اور اسی طرح ہم اعلیٰ ترتیب کے مشتقات کی وضاحت کر سکتے ہیں جس کا مطلب ہے کہ تیسرا چوتھا
مستقل ہیں b اور a جہاں ine x کے s اوقات b جمع x برابر ہے ایک مرتبہ کوزائن let y مشتق بھی اس لیے مثال کے طور پر
کا دوسرا مشتق لیتا ہوں y کے حوالے سے x اور اس لیے اگر میں
صفر ہے اس لیے ہمیں پہلے مشتق کو تلاش کرنا ہوگا اور پھر دوسرا مشتق حاصل کرنے کے لیے اسے دوبارہ فرق کرنا ہوگا تاکہ y تو یہ جمع
ہے اور اس طرح دوسرا dydx minus a sin x plus b cos x اس کا مطلب ہے کہ b sine x کے برابر cos x ہو y
y کے برابر ہے لہذا جو کہ صرف مائنس کے برابر ہے b sine x مائنس a cos x مربع مائنس ydx دو d مشتق
صفر کے برابر ہے اب ہم مشتقات کے نشان کے بارے میں بات کرتے ہیں y مربع جمع ydx دو d تو
کے برابر ہے ab کچھ کھلے وقفہ i ایک وقفہ میں بڑھتا ہوا فعل ہے کہنے دیں کہ f کا x تو فرض کریں کہ
دو سے کم ہے x ایک x سے ہے اور i کا تعلق x 1 x 2 تو اس کا کیا مطلب ہے اگر
سے کم یا اس کے برابر ہے f دو کے f x ایک کا x تو
سے کم یا اس کے f دو کے f x ایک کا x دو سے کم ہو پھر x ایک x تو اسے ہم بڑھتی ہوئی فنکشن یا نان ڈیریزنگ فنکشن کہتے ہیں اگر
سے سختی سے کم ہے اسی طرح ہم f دو کے x f کا f کا x برابر ہے اور ہم سختی سے بڑھتے ہوئے کہتے ہیں اگر ہم کہتے ہیں کہ
تک اس وقفہ میں فنکشن کی قدر b سے a گھٹنے والے فنکشن کی وضاحت کر سکتے ہیں لہذا یہاں فنکشن کا گراف یہ ہوگا اگر میں اس وقفہ میں
کی طرف جاتے ہیں b سے a برقرار رہتی ہے۔ بڑھتے ہوئے جب آپ
ایک مختلف فعل ہے fx تو اب ہم مشتق کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں اگر
کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں f prime x تو ہم
کے 0 کے قریب پہنچتا h ہے حد کے سوا کچھ نہیں f prime کا x تو نوٹ کریں کہ مشتق کی تعریف کیسے کی جاتی ہے لہذا ہمارے پاس
سے تقسیم کیا جاتا ہے لہذا اگر ہم دائیں ہاتھ سے مشتق کو دیکھیں h کو x کے f مائنس plus h کے x کے f ہے
h سے f کے مائنس x کے x کے قریب پہنچنے کی حد کے برابر ہے 0 h کے دائیں سے f کے x تو یہ
سے بڑا ہے f کے x سے بڑا یا اس کے برابر ہے یہاں یہ f کے h x جمع f کے x کے f اس f تو یہاں اگر آپ دیکھتے ہیں کہ
بڑھ رہا ہے f کیونکہ
مثبت ہے۔ اس لیے مشتق یہ ہے کہ یہ 0 سے زیادہ یا اس کے h کا یہ غیر منفی ہے اور ڈینومینیٹر f x مائنس h جمع x کا f تو یہاں عدد
برابر ہونا چاہیے اگر حد موجود ہے
تو یہ حد غیر منفی ہونی چاہیے اسی طرح اگر آپ بائیں ہاتھ سے مشتق کو دیکھیں
سے تقسیم کیا گیا ہے کیونکہ یہاں h کو اب f کے مائنس h x جمع x کے بائیں طرف سے 0 تک پہنچتی ہے f کی حد ہے جو h تو یہ
منفی ہے یہاں عدد اور ڈینومینیٹر دونوں منفی ہیں لہذا بائیں ہاتھ سے مشتق دوبارہ صفر سے بڑا یا اس کے برابر ہے h
پر i ایک قابل تفریق فعل ہے اور بڑھ رہا ہے ایک وقفہ fx تو ہم نے دیکھا ہے کہ اس طرح اگر
صفر کے f prime x صفر کے برابر ہونا چاہئے اسی طرح ایک گھٹتے ہوئے فنکشن کے لئے جو کہ قابل تفریق ہے f prime x تو مشتق
حق سے کم ہونا چاہئے لہذا اگر یہ بڑھ رہا ہے
تو مشتق صفر کے برابر سے بڑا ہے اگر یہ کم ہو رہا ہے
مربع اگر آپ اس فنکشن کا گراف کھینچتے ہیں fx is equal to x تو مشتق صفر کے برابر سے کم ہے مثال کے طور پر ہم دیکھتے ہیں
وقفہ مائنس انفینٹی میں 0 تک کم ہو رہا fx مربع کے برابر ہے اور ہم آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ یہ ہے y x تو ہمیں یہ ملتا ہے۔ پیرابولا
مثبت کے لئے فنکشن بڑھ رہا ہے۔ اس طرح x منفی کے لئے فنکشن کم ہو رہا ہے اور x ہے اور وقفہ صفر سے انفینٹی دائیں میں بڑھ رہا ہے
پرائم ایکس مائنس انفینٹی ٹو صفر پر صفر سے کم یا اس کے برابر ہے اور یہ صفر پر صفر سے انفینٹی کے برابر سے بڑا ہے یقیناً میں یہاں f
مشتق کا حساب لگا سکتا ہوں اور اگر میں براہ راست مشتق ایف پرائم ایکس کا حساب لگاتا ہوں
منفی ہے x یہ اگر x تو اس کے برابر ہوتا ہے۔ دو
تو یہ مائنس انفینٹی سے صفر پر صفر سے کم ہے اور یہ 0 انفینٹی پر 0 سے زیادہ ہے لہذا یہ ایک مثال ہے کہ یہ فنکشن جو کچھ وقفہ میں کم ہو

رہا ہے اور کسی دوسرے وقفے میں بڑھ رہا ہے ۔ مشتق نشان منفی ہے جب یہ کم ہو رہا ہے اور مثبت ہے جب یہ بڑھ رہا ہے ٹھیک ہے اگلی چیز
x جس پر میں بات کروں گا وہ فنکشن کے مقامی منیما اور میکسما کے بارے میں ہے لہذا فرض کریں کہ ایف ایکس دیا گیا ہے فنکشن ایک پوائنٹ
کی زیادہ سے زیادہ یا مقامی زیادہ سے زیادہ کی وضاحت کرنے دیں اگر کوئی وقفہ f کہا جاتا ہے مجھے بھی minimum کو لوکل naught
ہو
سے کم یا اس کے برابر ہے کم سے کم کے f کا x nought اس طرح ہے کہ x naught کال کرنے دیں جس میں b تو مجھے ایک کوما
fx کے لیے سب سے بڑا ہے اور x سے تعلق رکھنے والے تمام ab کے برابر سے کم ہوگا اور زیادہ سے زیادہ کے لیے یہ fx لیے یہ
کے لیے مقامی زیادہ سے زیادہ کے لیے اس لیے مجھے گراف کے ذریعے اس کی وضاحت کرنے دیں x کے برابر تمام fx کچھ بھی نہیں ہے
یہ اس فنکشن کی مقامی کم از کم ہے کیونکہ اگر آپ x nought فرض کریں کہ ہمارے پاس ہے یہ گراف اگر ہم یہاں اس پوائنٹ کو دیکھتے ہیں
دیکھیں کہ اگر میں یہاں وقفہ لیتا ہوں
کی قدر اس فنکشن کی تمام ویلیو کی کم از کم ہے۔ یہ وقفہ لیکن اگر میں اس کو دیکھتا ہوں f کے فنکشن x naught تو
تو یہ ایک مقامی منٹ ہے لیکن یہ نقطہ اور یہ نقطہ اس سے مماثل ہے ہمارے پاس یہ پوائنٹ ہے یہ لوکل میکس ہے یہ دوبارہ لوکل میکس کے
مساوی ہے کیونکہ اگر آپ یہاں دیکھتے ہیں
کسی f کی x naught اور پھر آپ دیکھیں گے کہ یہ زیادہ سے زیادہ قدر ہے لہذا یہاں s تو میں ایک وقفہ لے سکتا ہوں جیسا کہ تھی
f کی x کے لئے کچھ وقفے میں x naught کے f ہے اور مقامی زیادہ سے زیادہ x naught وقفے میں کم از کم قدر ہے جس میں
کو صفر کے برابر نہیں دیکھتا ہوں x مربع کے لیے اگر میں x برابر fx کی زیادہ سے زیادہ قدر ہے لہذا اگر ہم دیکھیں اس گراف پر
تو یہ ایک مقامی کم از کم ہے کیونکہ یہاں گراف سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صفر پر یہ قدر مجھے صفر پر مشتمل کسی بھی وقفے میں کم از کم
قیمت دیتی ہے لہذا یہ مقامی ہے یہاں یہ عالمی کم از کم بھی ہے کیونکہ یہ فنکشن کی کم از کم قیمت ہے لیکن ہم مشتق کا استعمال کرتے ہوئے اس
مقامی کم سے کم یا زیادہ سے زیادہ کا تعین کیسے کریں گے
تو یہاں اگر ہم مقامی کم سے کم دیکھتے ہیں
تو اس کا مطلب ہے کہ فنکشن کی قدر کیا ہے اس کا بایاں حصہ اس قدر سے بڑا ہونا چاہیے اور دائیں طرف کے فنکشن کی قدر بھی اس سے زیادہ
ہونا چاہیے۔ اس پوائنٹ incr کے بائیں جانب وقفہ میں کم ہو رہا ہے اور اسے x naught ہونی چاہیے، اس کا مطلب یہ ہے کہ فنکشن اس
کے بائیں وقفہ fx x naught ایک مقامی کم از کم ہے اگر x naught اس لئے x naught کے دائیں طرف وقفہ میں فنکشن میں نرمی
کے دائیں طرف وقفہ میں بڑھ رہا ہے اسی طرح مقامی کے لئے زیادہ سے زیادہ یہ مقامی زیادہ سے زیادہ x naught میں کم ہو رہا ہے اور
کے دائیں طرف کم ہو رہا ہے اور اب اس کا x naught کے بائیں طرف بڑھ رہا ہے اور x naught کے لئے دوسرا طریقہ ہو گا فنکشن
کے کسی بھی قابل تفریق x کا تعین کرنے کے لئے پہلا مشتق ٹیسٹ ہے min اظہار ہم مشتق کے لحاظ سے کر سکتے ہیں ہمارے پاس مقامی
کے بائیں طرف ہم چاہتے ہیں کہ x naught ہے اور x naught فنکشن کا مقامی زیادہ سے زیادہ یہ ٹیسٹ کیا ہے لہذا اگر ہمارے پاس یہ
کا دائیں x nought مقامی کم سے کم یہ کم ہونا چاہئے لہذا ہم اسے اس طرح ظاہر کرتے ہیں کہ یہ یہاں کم ہو رہا ہے اور بڑھ رہا ہے۔
کے لیے ہمارے پاس ہونا چاہیے فنکشن بڑھ رہا ہے اور بائیں طرف اور کم ہو رہا ہے ابھی دائیں طرف اگر max ہے اور لوکل min تو یہ لوکل
کا نشان f prime x کے بائیں طرف کم ہو رہا ہے اس کا مطلب ہے کہ x naught فنکشن e کے اس نشان کو دیکھیں f prime x ہم
کے دائیں طرف مثبت ہے اور مقامی میکس کے لئے یہ دوسرا طریقہ ہے کہ یہ بائیں x naught کے بائیں طرف منفی ہے اور x naught
کے دائیں طرف اس لئے پہلا مشتق ٹیسٹ کہتا ہے کہ اگر فنکشن قابل x naught اور منفی x naught کا x naught طرف مثبت ہے۔
کے ارد گرد منفی سے مثبت میں بدل جاتا ہے x naught تفریق ہے اور اگر مشتق کا نشان
ملتا ہے اور اگر یہ مثبت سے بدل جاتا ہے۔ منفی min تو ہمیں مقامی
تو یہ مقامی زیادہ سے زیادہ ہونا چاہیے
مربع مائنس تھری ایکس پلس ٹو کو دیکھتے ہیں x کے برابر fx تو آئیے کچھ مثالیں دیکھتے ہیں
مل جائے f prime x تو یہ فنکشن اگر مجھے مشتق
کے اس نشان کو دیکھنے کے لئے f prime x مائنس 3 کے برابر ہے اب ہم چاہتے ہیں اس x تو یہ 2 f prime x
دو x تین x کے برابر ہے اور یہ منفی ہے اگر x کے برابر ہے تین x مائنس تین یہ صفر کے برابر ہے x تو آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دو
سے کم ہے
تین سے دو سے کم کے لئے مشتق منفی ہے اور x تین سے دو سے بڑا ہے۔ ہم یہ پوائنٹ حاصل کرتے ہیں تین سے دو اور x تو یہ مثبت ہے
تین سے دو سے زیادہ کے لئے مشتق مثبت ہے اس کا مطلب ہے کہ یہاں فنکشن کم ہو رہا ہے اور تین سے دو کے دائیں طرف بڑھ رہا ہے۔ اس x
برابر ہے تین بائے دو کے برابر ہے درحقیقت یہاں میں اس ایف x کا مطلب یہ ہے کہ اس لیے پہلے مشتق ٹیسٹ کے اثرات میں مقامی کم از کم
مربع اور پھر جمع 2 مائنس 3 بائی 2 مربع 2 x جمع 3 x دو x مربع مائنس دو گنا تین x ایکس کو لکھ سکتا ہوں کیونکہ یہ ہے
ہے اس سے مجھے مائنس ون بائے فور ملتا ہے 4 x پورے مربع کے برابر ہے اور پھر میرے پاس 2 مائنس 9 2 x مائنس 3 x تو یہ
مربع یہ ہمیشہ ہونا چاہئے۔ صفر کے برابر سے بڑا اس لیے اس ایف ایکس کو مائنس ون بائے فور کے 2 x مائنس 3 x تو ہم دیکھتے ہیں کہ یہ
کو تین بائے دو کے برابر رکھتا ہوں x برابر سے بڑا ہونا چاہیے اور اگر میں
بالکل مائنس ون بائے فور کے برابر ہے fx تو
مساوی تین بائے دو اور یہ x پر e تین بائی دو کے برابر ہے مائنس ون کے برابر چار سے اس لیے ایف ایکس کم از کم قدر لیتا ہے۔ fx تو
یہاں کم از کم ہے اگر آپ گراف کھینچتے ہیں
مائنس تین ضرب دو مربع مائنس ایک بائے چار x تو یہ ایف ایکس برابر ہے
برابر تین بائے دو پر یہ قدر مائنس ون بائی چار لے گا۔ اور آپ اسے پلاٹ کر سکتے ہیں یہ ایک پیرابولا ہے جس کی کم از کم قیمت تین بائے x تو
صفر کے برابر ڈالتے ہیں x دو ہے اور اگر آپ
تو یہ مجھے دو دیتا ہے
تو ہمیں اس طرح کا پیرابولا ملتا ہے اور یہ تین بائی دو مقامی کم از کم اور عالمی کم از کم ہے۔ اس معاملے میں ٹھیک ہے میں ایک اہم نظریہ بیان
پر زیادہ ab اپنی کم سے کم اور ab یہ کہتا ہے کہ بند وقفہ f کا کوئی بھی مسلسل فعل x کروں گا جس میں کہا گیا ہے کہ بند وقفہ پر
سے زیادہ قدر حاصل کرتا ہے
اور فنکشن مسلسل ہے ab تو یہ کیا کہہ رہا ہے کہ اگر ہمارے پاس ہے کوئی بھی قریبی وقفہ
f کا x دو موجود ہیں اس طرح کہ x ایک اور x میں کچھ ab کے لئے ہے اس f کے مسلسل x پر ab تو وہاں موجود ہے جو بند وقفہ
دو f x سے al کے لیے x سے تعلق رکھنے والے تمام ab مساوات سے کم ہے۔ f کا x کے برابر ہوتا ہے اور f کے x ہمیشہ
اس لیے ہم اس تھیوریم کے ثبوت میں ثبوت کو نہیں دیکھیں گے لیکن نوٹ کریں کہ مفروضے ضروری ہیں اس لیے اس تھیوریم میں دو اہم مفروضے
ہیں ایک یہ کہ یہ فعل مسلسل ہے اور دوسرا یہ ہے کہ وقفہ بند وقفہ ہے لہذا پہلے یہ دیکھنا بہت آسان ہے کہ اگر فنکشن مسلسل نہیں ہے

تو تسلسل ضروری ہے کیونکہ بصورت دیگر آپ کہہ سکتے ہیں کہ یہ فنکشن ہے اور فرض کریں کہ میں لیتا ہوں اور اس مقام پر یہ برابر ہے۔
صفر
آدھے سے کم کے برابر اور یہ صفر x کے لئے صفر کے برابر x برابر ہے fx تو فنکشن کی وضاحت بند وقفہ صفر پر کی گئی ہے یہ ہے
ہے نصف سے بڑا اور ایک کے برابر اس فنکشن سے کم آپ دیکھ سکتے x ہے اگر x کے برابر نصف اور پھر یہ ایک مائنس x کے برابر ہے
ہیں کہ یہ آدھے پر منقطع ہے اب اگر آپ اس فنکشن کو دیکھیں
تو یہ اپنی زیادہ سے زیادہ قدر کو حاصل نہیں کرتا ہے لہذا کوئی زیادہ سے زیادہ قدر نہیں ایک اور چیز یہ ہے کہ بند وقفہ دوبارہ ضروری ہے
کے برابر سمجھیں x کو ایک سے fx نتیجہ کھلے وقفے کے لیے غلط ہے مثال کے طور پر کھلے وقفہ صفر پر ایک کے برابر
صفر پر جاتا ہے یہ مثبت لامحدودیت پر جاتا ہے۔ اس فنکشن ایف ایکس کی اوپن x ہے نوٹ کریں کہ یہ فنکشن جیسے ہی x تو فنکشن ایک سے
انٹرول صفر ون پر کوئی زیادہ سے زیادہ ویلیو نہیں ہے حالانکہ یہ مسلسل ہے اس لیے ہمیں اس تھیوریم کے درست ہونے کے لیے تسلسل اور
وقفہ دونوں کو بند کرنے کی ضرورت ہے اس لیے اس کے بعد اگلا ہم دو دیگر بہت اہم سیکھیں گے۔ مشتق پر تھیورمز جو رولز تھیوریم اور اوسط
ویلیو تھیورم ہیں
تو میں پہلے رولز تھیوریم کو بیان کرتا ہوں
کا f کو مندرجہ ذیل تین شرائط کو پورا کرنے پر بیان کیا گیا ہے پہلی یہ کہ ہمیں ab ایک فنکشن ہے جو fx تو یہ کہتا ہے کہ فرض کریں کہ
پر فرق سمجھا جاتا ہے اور تیسری شرط یہ ab کو اوپن وقفہ fx پر ہے سیکنڈ ہے ab پر یہ بند وقفہ ab مسلسل ہونا ضروری ہے۔ بند وقفہ
کے برابر ہے f کے b پر فنکشن کی قدر fa ہے کہ اختتامی نقطہ
کا پرائم صفر کے برابر ہے c موجود ہے اس طرح کہ c سے تعلق رکھنے والا کم از کم ایک نقطہ ab تو نتیجہ یہ نکلتا ہے کہ پھر کھلے وقفہ

تو میں کوشش کروں تصویر دکھا کر اس تھیوریم کی وضاحت کرنے کے لیے میں ان مثالوں کے ذریعے اس رولز تھیوریم کی وضاحت کرتا ہوں
کے برابر ہونا چاہیے اور فنکشن مسلسل ہے۔ f کے b f کا f ہے اور جو تیسری شرط ہے وہ یہ کہتی ہے کہ ab تو میرے پاس یہ وقفہ
اس وقفہ میں اور کھلے وقفے میں فرق ہے
ہو fb اور i fa تو یہ ہو سکتا ہے کہ ہمارے پاس اس طرح کا فنکشن ہو یا یہ ہو سکتا ہے
موجود ہے جہاں مشتق برابر ہے 0 سے اور ہم جانتے ہیں کہ 0 کے مساوی c تو اگر آپ دیکھیں کہ نتیجہ کیا کہتا ہے کہ کم از کم ایک نقطہ
محور کے م x مشتق کا مطلب ہے کہ ٹینجنٹ لائن کی ڈھلوان
توازی ہے لہذا یہاں اگر آپ اس نقطہ کو دیکھتے ہیں
محور کے م x تو یہاں بھی ٹینجنٹ لائن
توازی ہے
ہے جہاں مشتق 0 ہے۔ c یہاں ایک بار پھر 0 ہے ہمارے یہاں ایک قدر ive تو یہاں دو قدریں ہیں جہاں مشتق
ab تو یہ تھیوریم جو کہتا ہے وہ یہ ہے کہ فنکشن کچھ بھی ہے اگر یہ ان تین شرائط کو پورا کرتا ہے کہ اسے بند وقفہ میں مسلسل ہونا چاہیے
کے برابر ہے f کے f b کا a کھلے میں فرق کیا جا سکتا ہے۔ وقفہ اور
کے درمیان مشتق صفر ٹھیک ہونا چاہئے لہذا یہ رول تھیوریم ہم دوبارہ دیکھنے کی کوشش کریں ab تو ہمارے پاس یہ ہونا چاہئے کہ کسی وقت
گے کہ یہ شرائط جو یہاں بیان کی گئی ہیں یہ ضروری شرائط ہیں لہذا ہم ابھی ثبوت کو نہیں دیکھیں گے لیکن ہم یہ دکھائیں گے کہ شرائط
اس طرح کا i ضروری ہیں لہذا پہلے ایک یہ کہ ہم نے کہا کہ بند وقفہ پر فنکشن مسلسل ہونا چاہیے فرض کریں کہ ہمارے پاس یہ مثال ہے
فنکشن ہے اور پھر میں اس کی وضاحت کرتا ہوں۔ ہم کہتے ہیں کہ یہ ایک اور چار ہے اور میں نے وضاحت کی کہ اس فنکشن کی قدر اس کے
برابر ہے
سے چار l سے کم ایکوا سے کم ہے x کے برابر ہے اگر ایک x ہے اور یہ x 1 برابر ہے 4 اگر fx تو یہ فنکشن
کے علاوہ ہر جگہ x کے برابر fx پر مسلسل نہیں ہے بلکہ اس کے علاوہ ایک x ایک کے برابر fx تو یہ فنکشن اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ
کے برابر ہے لیکن اگر f چار کے f کھلے وقفے 1 پر مختلف ہے 1 کا 4 اور fx یہ فنکشن مسلسل ہے باقی تمام جگہوں پر بھی یہ فنکشن
آپ اس فنکشن کو دیکھتے ہیں
ہے کیونکہ f prime x تو کوئی نقطہ نہیں ہے جہاں مشتق صفر کے برابر ہے کھلے وقفے میں ایک سے چار میں کوئی نقطہ نہیں ہے لیکن
c کے لئے ایک کے برابر ہے اس طرح ایک چار میں کوئی x ایک سے چار کے تمام x پرائم f کے برابر ہے کھلا وقفہ ایک سے چار fx x
ہے بند وقفہ ایک سے چار پر fx صفر کے برابر ہے تاہم یہ مثال رولز تھیوریم سے متصادم نہیں ہے کیونکہ c پرائم f نہیں ہے جس کے لئے
مسلسل نہیں ٹھیک ہے
تو میں آج یہاں رک جاؤں گا اگلے لیکچر میں میں دکھاؤں گا کہ باقی دو مفروضے کھلے وقفے میں فنکشن کی تفریق پر دوسرا مفروضہ اور تیسرا
بھی رولز تھیوریم کے اختتام کے لیے ضروری ہیں اور پھر ہم اوسط قدر کے تھیورم پر بات کریں گے اور f کے برابر f کے b مفروضہ کہ
پھر ان تھیومز کے کچھ اطلاقات آپ کا شکریہ