مشتقات کے اگلے لیکچر میں خوش آمدید اس لیے پچھلے لیکچر میں ہم نے ایکسپونینشل فنکشن کے بارے میں مطالعہ کیا تھا اور پھر ہم نے
اسفونیشنل فنکشن کے مشتق کا حساب لگایا تھا آج ہم لوگارتھمک فنکشنز کے بارے میں سیکھیں گے جو کہ ایکسپونینشل فنکشن کا الٹا ہے اور پھر کچھ
دوسری چیزیں ایکسپونینشل فنکشن کو یاد کرتے ہوئے شروع کرتے ہیں
یہ ایک فنکشن ہے جس کا ڈومین ہے x کے طور پر لکھا جاتا ہے exponential کے e یا x تو اسے
پلس ہے جو کہ مثبت حقیقی لائن کی طرح ہے لہذا ڈومین کا سیٹ ہے حقیقی اعداد تمام مثبت حقیقی نمبروں کی رینج کرتے ہیں r سے r تو یہ
دو سے کم ہے x ایک x اور ہمارے پاس یہ بھی ہے کہ ایکسپونینشل فنکشن یہ سختی سے فنکشن کو بڑھا رہا ہے جس کا مطلب ہے کہ اگر
سے کم ہے e دو سے x ایک x سے e تو
جانے والا ایک انجیکشن ہے جسے حقیقی نمبروں کے سیٹ سے لے کر پوزیٹ x پر x e تو اس سے یہ مندرجہ ذیل ہے۔ اس لیے یہ فنکشن
y سے x کسی سیٹ سے f پلس اب فرض کریں کہ r حقیقی نمبرز ive کے سیٹ تک ون ٹو ون فنکشن انجیکٹو فنکشن بھی کہا جاتا ہے۔
تک کوئی فنکشن ہے اور ایک سے ایک اور فنکشن پر
ہے لہذا x ڈومین co ہے اور y الٹا سے ظاہر ہوتا ہے یہ ایک فنکشن ہے جس کا ڈومین f تو ہم الٹا فنکشن کی وضاحت کر سکتے ہیں جو
کے برابر ہے اگر اور x الٹا f کا y الٹا ہے اسے صرف اس طرح لیا جاتا ہے کہ ہمارے پاس f تک کا الٹا فعل x سے y ہمارے پاس
ہے y f کا x صرف اس صورت میں جب
صحیح ہے اور کیونکہ یہ ایک سے ایک ہے اور فنکشن f y کا x کی قدر جس کے لئے x کے الٹا کو جاننے کے لئے ہمیں دیکھنا ہوگا۔ y تو
ہے اور کیونکہ یہ ایک سے ایک ہے فنکشن دو مختلف ay میں y ہے ہم جانتے ہیں کہ x کے لئے ایک منفرد x پر ہم جانتے ہیں کہ یہاں ہر
الٹا f کے برابر ہے اور پھر f y کا x کو دیکھتے ہیں کہ x کے لئے ہم y نہیں ہوسکتی ہے لہذا اب یہاں ہر y کی تصویر ایک ہی x
تک ہے لہذا یہ عام چیز ہے آپ نے فنکشن میں سیکھا ہوگا کہ کسی فنکشن کے الٹا کی تعریف اس صورت میں کی جا سکتی ہے x سے y نقشہ
فنکشن o ہو ont ایک سے ایک اور n اگر ہمارے پاس
سے فنکشن پر حقیقی اعداد کا سیٹ ہے مثبت حقیقی x کے لیے ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک ہے ایک ہے x کے برابر ہے e کے لیے fx تو اب
سے ظاہر ln کے x نمبروں کے سیٹ پر ہم ایکسپونینشل فنکشن کے الٹا کی وضاحت کر سکتے ہیں جسے کہتے ہیں لوگارتھمک فنکشن اور اسے
کے الٹا ہے x کا لاگ اس کے علاوہ کچھ بھی نہیں ہے بلکہ ایکسپوینیشنل x کا قدرتی لاگرتھم بھی کہا جاتا ہے لہذا x کیا جاتا ہے لہذا اسے
لکھوں y لہذا اگر میں
کا ایکسپونشنل اب ایکس کے لوگارتھم کی خصوصیات کیا ہیں y کے برابر ہے x کے برابر ہے یہ ln x تو
x منفی یا صفر کے لیے ڈیفائن نہیں کیا گیا ہے اس لیے x ہے کیا یہ ln x پلس ہے جو کہ r تو سب سے پہلے جو ڈومین ڈومین ہے وہ
کی رینج تمام حقیقی lnx کی وضاحت نہیں ہے صرف تمام مثبت حقیقی اعداد کے لیے بیان کیا گیا ہے lnx صفر کے برابر سے کم کے لیے یہ
x کی تعریف کی گئی ہے اور ایک اور خاصیت یہ ہے کہ exponential پلس تک r سے r نمبروں کا مجموعہ ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ
دو سے کم ہے اور جس طرح lnx one lnx پھر han x two ایک کم ٹی ہے x کا بڑھتا ہوا فعل ہے لہذا اگر x بھی ln کا یہ
ہمارے پاس حد تھی
کے دائیں جانب سے 0 کے قریب x lnx کی مثبت لامحدودیت تک پہنچتا ہے یہ مثبت لامحدودیت کے برابر ہے اور x lnx تو حد کیا ہے جب
کی حد جب مثبت لامحدودیت کے قریب پہنچتی ہے e تک x پہنچنے کی حد یہ منفی لامحدودیت کے برابر ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ
مثبت x کی حد صفر کے برابر ہوتی ہے لہذا جب x کی منفی لامحدودیت کے قریب پہنچنے والی e کی x تو مثبت لامحدودیت ہوتی ہے اور
پہلو سے صفر کے قریب پہنچتا ہے
کی طرف کھینچتا ہوں x کا گراف بھی e کا گراف کھینچنے کی کوشش کرتے ہیں اور میں lnx کی منفی لامحدودیت ہے آئیے ہم lnx تو حد
تک بڑھاتا رہتا x کو x e صفر کے برابر ہے یہ 1 ہے اور x تاکہ ایکسپونینشل فنکشن جو ہم نے دیکھا ہے کہ گراف اس طرح دکھائی دیتا ہے
x منفی لامحدودیت پر جاتا ہے اب x انفینٹی میں جاتا ہے اور یہ صفر پر جاتا ہے کیونکہ x ہے بڑھتا رہتا ہے لامحدودیت میں جاتا ہے جیسا کہ
کا الٹا ہے لہذا ایک فنکشن کا الٹا کسی فنکشن کے الٹا گراف کو آئینہ کی تصویر لے کر تیار کیا جاسکتا ہے x کے لاگ کا کیا ہوگا یہ ایکسپونیشنل
کے گراف کی عکس کی تصویر کو دیکھیں جو اس کا گراف دیتا f کے x لائن میں y کے برابر x کے برابر ہے لہذا آپ y x اس کی لائن
کا الٹا f x ہے۔
صفر کے برابر ہے یہ اس لئے ہے کہ ہم ln کے لاگ کا گراف اس طرح نظر آتا ہے اور یہاں ویلیو ایک ہے لہذا ایک کا x تو کیا ہوتا ہے یہ ہے
بڑھتا ہے اس میں اضافہ ہوتا رہتا ہے x جانتے ہیں کہ صفر کا کفایتی ایک ہے لہذا یہ نقطہ سے گزرتا ہے۔ ایک کوما صفر اور جیسے جیسے
کی تعریف ln x سے کم ہے اور یقیناً 1 x منفی ہے اگر ln کا x سے بڑا ہے اور 1 x یہ مثبت ہے اگر ln کا x نوٹ کریں کہ
کے لیے غیر متعینہ ہے اور یہ منفی لامحدودیت پر جاتا ہے کیونکہ x کے لئے کی گئی ہے لہذا یہ 0 سے کم یا اس کے برابر x صرف مثبت
کا اس سے موازنہ کرتا ہوں کہ ln x دائیں سے 0 پر جا رہا ہے پہلے اسکول میں آپ نے لوگاریتھمک فنکشنز سیکھے ہوں گے لہذا میں اس x
کا لاگ سیکھا ہوگا۔ x آپ نے پہلے
تو ایکس کی لاگ کی تعریف کیسے کی جاتی ہے
کے لاگ کے برابر ہے y x اگر میں لکھتا ہوں کہ t تو یاد کریں۔
کے برابر ہے لہذا کسی بھی چیز کا لاگ تلاش کرنے کے لئے آپ جس نمبر کو دس کی طاقت y کی طاقت 10 x تو یہ یہ کہنے کے مترادف ہے کہ
ایکسپونٹ کے طور پر لکھتے ہیں مثال کے طور پر اگر میں آپ سے پوچھوں کہ کیا ہے 100 کا لاگ ہے
تو یہ 2 کے برابر ہے کیونکہ 10 کی طاقت 2 کے برابر ہے 100 کے
کی طاقت اس لیے 10 کے بجائے ہم y کے برابر ہے x e یہ وہی چیز ہے جو ln x برابر y تو یہ اسی طرح ہے ہم نے یہاں بھی دیکھا کہ
log x برابر ہے y کے لیے لوگارتھم کی وضاحت کر سکتے ہیں اگر میں لکھتا ہوں کہ b استعمال کر رہے ہیں ہم بیس e یہاں عام طور پر
کو کوئی بھی مثبت حقیقی نمبر b لکھا جا سکے۔ ہم اس b پر y کو پاور x کے لیے یہ ہے اگر اور صرف اس صورت میں جب b کو بیس
ایک کے برابر لیتا ہوں b ایک کے برابر نہیں ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ اگر میں b مانتے ہیں اور
پر لیں مستقل فعل ہے لہذا ہم اس کے معکوس کی وضاحت نہیں x ہمیشہ ایک کے برابر ہوتا ہے لہذا اگر آپ فنکشن 1 کو پاور y تو ایک طاقت
کے علاوہ کوئی مثبت حقیقی عدد ہے 1 b کر سکتے لیکن اگر
سے a کے فنکشن کا لوگارتھم ہے لہذا باضابطہ طور پر b کو 1 سے 1 فنکشن کے طور پر دکھایا جا سکتا ہے اور پھر الٹا بیس y کو b تو
کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل طور پر بیان کیا جا سکتا ہے۔ exponential function e کو 0 سے بڑے کے لیے x پاور
کو ہم نے exponential function e کے x ہے لہذا exponential a ok کے x ln کچھ بھی نہیں ہے مگر a کا x تو
اچھی ln a کے برابر ہے ایک نوٹ جس کی e کے a x ln کے لئے ہم exponential دیکھا ہے کہ یہ کیا ہے اور کسی بھی دوسرے
ایک مثبت حقیقی نمبر ہے ٹھیک ہے اب لاگ کی کچھ اور خصوصیات دیکھتے ہیں a طرح سے تعریف کی گئی ہے
x کے برابر یہ ہے اگر ln y مائنس ln x کے برابر ہے۔ y کے لوگارتھم بذریعہ x کا لاگرتھم اور y بار x تو ایک یہ ہے کہ پروڈکٹ

کے برابر m ln x کی طاقت یہ m کا لاگرتھم کسی بھی x سے بڑا 0 سے بڑا ہے اور y 0 x سے بڑا ہے پھر 0 سے بڑا ہے یہاں y 0
ہے مثبت x ہے یہاں دوبارہ
یہ قدرتی لوگارتھم کے لیے بھی درست ہیں یہ بھی ثابت کیا d کے لیے دیکھی ہوں گی۔ an تو یہ خصوصیات آپ نے عام لوگارتھم سے بیس 10
جا سکتا ہے کیونکہ یہ ظاہر کرنے کے لیے آپ کو یہ دکھانا ہوگا کہ بائیں ہاتھ کی طرف کا کفایتی دائیں ہاتھ کی طرف کے کفایتی کے برابر ہے، اس
کے برابر ہے b lny اور lnx کے برابر ہے a لیے ایک کے ثبوت کا کہنا ہے کہ
ln کا y اوقات x کے برابر ہے اور پھر ہمیں یہ تلاش کرنا ہے کہ e کے b طاقت y کے برابر ہے اور a کی طاقت e کیا ہے xx تو
کیا ہے
کے ایک گنا کفایتی اور ہم نے دیکھا ہے کہ ایکسپونینشل میں یہ خاصیت ہوتی ہے کہ b کی قوّت ہے e کیا ہے کیا y اوقات yx اوقات x تو
لاگرتھم کے برابر b جمع a جو ہے وہ ln کا xy کے کفایتی کے برابر ہے اور اس لیے b کا کفارہ ایک جمع b ایک بار کے ایکسپونینشل
کی طاقت میں ہوتا ہے e ہے۔ کسی بھی مقدار کا قدرتی لوگارتھم وہ ایکسپونٹ ہوتا ہے جو
ہے اسی طرح دوسروں کو ایک اور خاصیت ثابت کی جاسکتی ہے جو اہم ہے فرض کریں کہ آپ کے a is lnxb تو یہ وہی چیز ہے جیسے
پاس کوئی اور بنیاد ہے
سے تقسیم ln کے b کو ln x قدرتی لوگارتھم کے لحاظ سے اظہار کر سکتا ہے لہذا اسے i اس b کی بنیاد x تو اگر میں لاگ لکھوں
صفر کے برابر نہیں ln b غیر صفر ہے نوٹ کریں کہ ln b کے لیے ایک کے برابر نہیں ہے لہذا b کیا جا سکتا ہے اور نوٹ کریں کہ یہ
ایک کے برابر نہیں ہے لہٰذا کسی بھی بنیاد کے کسی بھی لوگارتھم کو قدرتی لاگرتھم میں تبدیل کیا جا سکتا ہے اس لیے قدرتی b ہے کیونکہ
کے ساتھ ڈیل کر سکتے ہیں b لاگرتھم کا مطالعہ کرنے کے لیے یہ کافی ہے اور پھر ہم لوگارتھم کو کسی بھی بنیاد
ln برابر ہے m میں لکھیں اور لکھیں b کا لاگ ان بیس x کے برابر ہے۔ a تو یہ دوبارہ ثابت کر سکتا ہے کہ فرض کریں مجھے لکھنے دیں
کے برابر ہے xlnx m بھی a کے پاور b برابر ہے x کے پھر b کے ln برابر ہے n اور x
کے a کی طاقت b ہے x کے برابر ہے اب ہمارے پاس e کے n طاقت b اور m کی طاقت کے برابر ہے x e تو
n raise کی طاقت e کچھ نہیں ہے لیکن b کی طاقت لیکن a کے برابر ہے x b کے برابر ہے اور x جو m ہے e تو ہمارے پاس
ہے ایک سے ایک x کا e کے برابر ہونا چاہیے کیونکہ na کا m کے برابر ہے اس کا مطلب ہے na کی طاقت e جو to power a
فنکشن
n بذریعہ m جو کہ log b کے برابر x تھی لاگ a کے برابر ہے اور پھر ہمیں جو ثابت کرنا تھا وہ یہ ہے کہ یہ مقدار na برابر m تو
ہے
سے تقسیم کیا گیا ln کے b کو ln x کے برابر ہے b بیس کی log x کیا a یعنی n بذریعہ m برابر ہے a تو اس کا مطلب ہے
ہے
کے مشتق کو تلاش کرنے کی کوشش کریں گے ln x تو اب ہم
تو یاد رکھیں کہ ہم نے دیکھا ہے کہ چین کے اصول کا استعمال کرتے ہوئے ہم کسی بھی فنکشن کے معکوس کے مشتق کا حساب لگا سکتے ہیں۔ اگر
میں فنکشن کا مشتق جانتا ہوں
سے dx کو dy کے برابر ہے لہذا ہم ln کے x کو y کے مشتق کا حساب لگانے کے لئے استعمال کریں گے لہذا ln x تو ہم اسے
اور چونکہ ہم جانتے ہیں کہ ہم ایکسپونینشل فنکشن y ہے پاور e کا x تلاش کرنا چاہتے ہیں لیکن ہم جانتے ہیں کہ اس کا مطلب یہ ہے کہ پھر
کے y کے d x e برابر ہے dx کا d x کے حوالے سے الگ کر سکتے ہیں لہذا x کے مشتق کو جانتے ہیں لہذا ہم اس ایکسپریشن کو
اور اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ ایک کے برابر ہے اب یہاں ہم سلسلہ اصول استعمال کرتے ہیں dx
کے برابر ہے dydx بار y کے y سے e کا مشتق e بذریعہ سلسلہ اصول ہے اور dydx ٹائم y سے d by dy of e تو یہ
کے dydx 1 x x کے طور پر لکھا جا سکتا ہے اور اس کا مطلب یہ ہے کہ dydx اوقات x کے برابر ہے لہذا اسے x y کا e لیکن
ln x کے اور کیونکہ x x فنکشن کا قدرتی لاگ ایکس کے برابر ہے dx 1 بذریعہ d برابر ہے لہذا ہمیں جو ملا ہے وہ ہے ڈیریویٹیو
x کو x کے لئے ہے ہم اس کی بھی وضاحت کر سکتے ہیں اگر ہم x مثبت کے لئے بیان کیا گیا ہے یہ فارمولہ تمام مثبت حقیقی نمبر x صرف
ہمیشہ ایک غیر mod x کے لئے بیان کی گئی ہے کیونکہ x یہ 0 کے علاوہ تمام ln کی mod x کی قدر پھر x کے موڈ سے تبدیل کریں
غیر صفر ہے x منفی حقیقی نمبر ہوتا ہے لہذا اگر
log کا fx کے لاگ کی وضاحت کی جا سکتی ہے کیا ہم حساب کر سکتے ہیں مشتق کیا ہے mod x ہمیشہ مثبت ہوتا ہے لہذا mod x تو
کا لاگ ہے fx mod x کے مساوی ہے لہذا اگر ہم دیکھتے ہیں کہ of mod x
x کے برابر ہے مائنس ln سے بڑا ہے اور یہ 0 x کے برابر ہے اگر ln کے x تو اس کی تعریف ٹکڑا وار کی جا سکتی ہے کیونکہ یہ
اس سے کم کے لئے 0 موڈ ایکس مائنس ایکس کے x کے برابر ہے اور mod x x سے زیادہ کے لئے 0 x سے کم ہے کیونکہ x 0 اگر
کے برابر x ایک بائے x سے زیادہ کے لئے x پرائم f کا مشتق جانتے ہیں لہذا 0 صفر ln x برابر ہے لہذا یہ وہ فنکشن ہے جو اب ہم
اب یہ دوبارہ ہم سلسلہ dx of ln of minus x بذریعہ d سے کم ہے۔ x پرائم f کے لئے صفر x ہے جو ہم نے دیکھا ہے اور
کے حوالے سے مائنس xd کے مشتق کے برابر ہے جو ln of minus x کے حوالے سے x اصول استعمال کر سکتے ہیں اور یہ مائنس
جو کہ مائنس ون ہے dx کا x گنا ہوگا ۔ مائنس x کے مشتق سے ایک ضرب مائنس x
x x تو یہ پھر برابر ہے ایک
کے x کے برابر ہے یہ صفر کے علاوہ کسی بھی حقیقی نمبر سے تعلق رکھنے والے x کے ایک x کا ماخوذ بھی log کے d x d x تو
لئے درست ہے لہذا جب آپ اینٹی ڈیریویٹیو یا انڈیفینیٹ انٹیگرل کے بارے میں سیکھیں گے
،کا لاگ x کے لاگ کے طور پر لکھا گیا ہے نہ کہ صرف mod x تو آپ دیکھیں گے کہ فارمولے میں 1 کے اینٹی ڈیریویٹیو کے انٹیگرل کو
تو ٹھیک ہے اب ہم دیکھتے ہیں۔ چند مثالیں
کے fx lnx شامل ہے فرض کریں کہ log کے مشتق کو بھی جانتے ہیں لہذا ہم کچھ مثالیں دیکھ سکتے ہیں جس میں log x تو اب ہم
کے برابر ہے sine
مشتق کیا ہے ہم زنجیر کا اصول استعمال کرتے ہیں f dash x تو
دیتا ہے x کا مشتق مجھے log x کے حوالے سے x دیتا ہے اور پھر cosine cosine log x کا مشتق مجھے sine تو
log x plus کے کوزائن کے برابر ہے x کے لیے کی گئی ہے صرف ایک اور جی دیکھیں x تو یہ سچ ہے اور یقیناً اس کی تعریف ہر مثبت
دوبارہ ہم چین کا اصول استعمال کرتے ہیں۔ g prime x کے لیے بیان کیا گیا ہے پھر x کو دوبارہ یہ فنکشن صفر سے بڑے تمام x کے e
log سے ماخوذ dx کے ذریعے dx کے گنا کے اندر اندر کے فنکشن کے x کا منفی نشان دے گا e پلس x کوزائن کا مشتق مجھے لاگ
x plus e x کے برابر ہے log x plus e x کے لئے اور پھر یہ مائنس سائن sum کا مشتق مشتقات کا مجموعہ ہے لہذا d by
ہے x کا e ہے x کا dx e بذریعہ d جمع x مجھے ایک دیتا ہے dx of log

مثبت حقیقی نمبر ہے a جہاں a کے لیے x کا مشتق ہے آئیے اس کے مشتق کا بھی حساب لگاتے ہیں g کے x ah تو یہ
کے طور پر بیان کیا گیا exponential e کی قوت کے لیے x ln کو s ہے۔ i ہم جانتے ہیں کہ یہ x کو a تو آئیے دیکھتے ہیں
کے برابر ہے اور اب ہم سلسلہ اصول استعمال کرتے ہیں اس کا x ln a سے dx کے d x e سے dx x کا a بذریعہ d ہے تاکہ
کا قدرتی لاگ ایک مستقل ہے a اب یہاں d by dx of x ln a اوقات میں مشتق x ln a کے برابر ہوگا۔ e مشتق
کے برابر ہے ln a صرف ln a بار dx کا d x x تو
کے مشتق کے dx a بذریعہ d کے برابر ہے لہذا ln a x کا x ln a کا e اور ln کا a کے برابر ہے۔ e کے x ln a تو یہ
ln کا e کے برابر ڈالیں پھر i e اوقات قدرتی لاگ کے برابر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ خاص طور پر اگر x کے a a کے برابر ہے x
کے برابر ہے ایسا کرنے کا x کے e برابر x سے dx کے e بذریعہ d برابر 1 کے برابر ہے اس سے مجھے معمول کا فارمولا ملتا ہے
ایک اور طریقہ بھی ہے
ln کا y کے اب قدرتی لاگ دونوں طرف لے لیں اس کا مطلب ہے x کے a برابر ہے y تو آپ جو کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ آپ لکھتے ہیں
ہے اور اب اس میں فرق کریں ln a گنا x ہم جانتے ہیں کہ ln to x x کا a اس کی وجہ یہ ہے کہ ln گنا x کا a برابر ہے
ہے a کا x ln a جو کہ ln a سے dx کے d x ln برابر ہے d کا dx lny ایکس اس لیے
تو یہ وہی جواب دیتا ہے لیکن آپ کے لیے اس فارم میں لکھنا قدرے آسان ہو سکتا ہے ٹھیک ہے
تو ہم دیکھیں گے کہ ایسا کرنے کا دوسرا طریقہ عام طور پر کیا جا سکتا ہے اور ہم کریں گے۔ اس بات پر بحث کریں کہ لوگارتھمک تفریق کسے کہتے ہیں
تک بڑھایا گیا v کی طاقت x کے طور پر لکھا جا سکتا ہے u کے کچھ فنکشن x کا ایک فنکشن ہے جیسے x تو فرض کریں کہ ہمارے پاس
کا x ہے لیکن اب ہم ان دونوں کو x فنکشن v اور a کا مستقل x صرف ہے u کا x کے برابر ہے یہاں x تھا y ہے لہذا پہلے یہ
کو تلاش کرنا چاہتے ہیں پھر ہم f prime x کو تلاش کرنا چاہتے ہیں ہم مشتق f prime x فنکشن ہونے کی اجازت دے رہے ہیں اور ہم
وہی کام کرتے ہیں جیسا کہ ہم نے کیا تھا۔ پچھلی مثال کے لیے ہم قدرتی لاگ کو دونوں طرف لے جاتے ہیں
کے برابر ہے اور ہم لوگارتھم کی خاصیت سے جانتے ہیں کہ یہ وہی چیز ہے ln کے ux کے vx کی طاقت fx ہے۔ ln تو ہمارے پاس
کے حوالے سے فرق کرنے سے ہمیں x کے حوالے سے دونوں اطراف میں فرق کرتے ہیں لہذا x ہے اور اب ہم vx ln کے ux جو
کے ux مشتق ملتا ہے۔ ایف ایکس کا قدرتی لاگ مجھے 1 بذریعہ ایف ایکس ٹائم ایف پرائم ایکس دے گا یہ دوبارہ چین کے اصول سے ہے اور پھر
v کے ux کے برابر ہے اور یہ d کے vx ln ux کا مشتق یہاں میں پروڈکٹ کا اصول استعمال کر سکتا ہوں یہ ln اوقات vx
یہ پروڈکٹ کے اصول کے مطابق ln کے dx of ux بذریعہ d گنا مشتق vx کے ux اوقات قدرتی لاگ کے برابر ہے اور prime x
کو تلاش کرنے کے لیے سلسلہ اصول استعمال کرتے ہیں۔ u prime x اوقات by ux کا مشتق lnux 1 ہے اور پھر ہم
تو یہ برابر ہے v prime x ln of ux plus vx times 1 by ux times u prime x
اور u prime x ہے v prime xlnux plus vx گنا کے برابر ہے اس مقدار یہاں f prime x fx تو اس کا مطلب یہ ہے کہ
کی شرائط n x کا مشتق ملتا ہے۔ f کا xi کے سوا کچھ نہیں ہے لہذا ہمیں ux وی ایکس میں fx
تو آئیے ہم کچھ مثالوں کو دیکھیں
sin x کے برابر x کے ln لیتے ہیں log ln fx پھر ہم x کی طاقت کے برابر سائن x برابر ہے fx تو پہلے ہم دیکھیں گے کہ
کے برابر ہے اس کے f prime x اوقات fx اور پھر ہم اس میں فرق کرتے ہیں اس کا مطلب ہے x ln x جو کہ سائن کے برابر ہے۔
f ہے اس کا مطلب ہے x x بار مشتق ایک x کا جمع سائن log x ملے گا اور پھر cos x log x مشتق کے برابر ہے مجھے
اس لیے نوٹ کریں کہ آپ cos x log x plus sine x by x بار ہے sine x سے x کے برابر ہے جو کہ fx prime x
کے مشتق کے لیے پچھلے فارمولے کو یاد رکھنے کی ضرورت نہیں ہے آپ صرف مراحل پر عمل کر سکتے ہیں اور پھر مشتق لیٹس کا fx کو
حساب لگا سکتے ہیں۔ ایک اور مثال دیکھیں
ایک کے برابر y تک x جمع x سے y تلاش کریں اگر dydx تو یہاں جو ہمارے پاس ہے وہ اب ہمارے پاس ایک مضمر مساوات میں ہے لہذا ہے
تو اب یہاں نوٹ کریں کہ ہم براہ راست اس کا لاگ نہیں لے سکتے لیکن الگ الگ اگر آپ دیکھتے ہیں یہ ایکسپوننٹ ہیں لہذا ہم کیا کر سکتے ہیں کہ آپ آپ کو فنکشن بننے دیں۔ ion y to the x اور v کے x برابر ہے y
کے برابر ہے 1 اس لیے اگر v جمع u پھر کیا دیا گیا ہے کہ پھر دی گئی مساوات dx کیا ہے بذریعہ du تو پھر ہم حساب لگا سکتے ہیں کہ
کے اس کا مطلب x کے y برابر ہے u میں فرق کروں صفر کے برابر ہے میں اس مساوات کو ایک کہتا ہوں dvdx جمع dudx میں اس
کے حوالے سے فرق کرتا ہوں xi کے برابر ہے جس کا مطلب ہے کہ اگر میں lnu xlny ہے
کے حوالے x کے مشتق کا احترام مجھے x کے حوالے سے x اس کے مشتق کے برابر ہے du by dx سے ایک حاصل کریں u تو
کے برابر ہے dudx u ہے اور اس کا مطلب ہے dydx بار x y گنا دیتا ہے تاکہ یہ 1 x جمع lny کے مشتق کا ایک گنا lny سے
کے ذریعے ہم اس مساوات کو دو کہتے ہیں لہذا چونکہ ydydx کو x جمع lny اوقات x کے طور پر لکھ سکتا ہوں۔ y جیسے میں دوبارہ
پہلے کے by v dv dx اور اب ہم اسے فرق کرتے ہیں تاکہ y ln x 1 کے برابر ہے ln کے v کے y ln کے x برابر ہے v
ہے y برابر ہو یہاں اصطلاح
دیتا ہے لہذا اس کا مطلب ہے x بذریعہ ln x 1 دوسری اصطلاح کا مشتق ti mes کے علاوہ پہلی اصطلاح ln x اوقات dydx تو
یہ مساوات تین ہے اب 1 میں دو اور تین کا استعمال کرتے ہوئے ہمیں y x x جمع ln xdydx بار ہے یہ y سے x ہے جو dv dx v
ہے dudx یہ ydydx x x بار x سے y پلس ln y x سے y ہم حاصل کرتے ہیں dvdx اور dudx اس کی قدر ملتی ہے۔
یہ صفر کے برابر ہے اب ہم چاہتے ہیں حساب کرنے کے لیے کہ y x x بار y کو x جمع ln xdydx y کو x مجھے دیتا ہے dvdx
کیا ہے dydx
سے تقسیم کیا گیا ہے جس y کو x سے y تو ہم ان دو اصطلاحات کو ملا سکتے ہیں اس کا مطلب ہے اور پھر آپ دیکھیں گے کہ ہمارے پاس
لکھا جا سکتا ہے y مائنس ون پر x کو
کے y یہ dydx اوقات y ln x سے y ln xx سے x مائنس 1 ہے۔ جمع دوسری اصطلاح ہے x کی طاقت y ضرب x تو یہ
سے تقسیم کیا گیا ہے x کو yy سے x کے برابر ہے علاوہ دوسری اصطلاح x ln y منفی
y ہے مائنس ایک بار x کا y تو یہ
سے y مائنس 1 y divi ded by x to the y مائنس ایک بار y کو x پلس xlny کے منفی y برابر ہے dydx تو یہ دیتا ہے
دائیں x ln y سے x plus مائنس 1 x
تو ہم نے اسے ایک مشق کے طور پر شمار کیا ہے آپ کوشش کر سکتے ہیں ایک ہے cos x to the power y is برابر cos y to the power x dydx
کے جہاں a b کے برابر ہے x کے x جمع y کو x جمع x کو dydxfy تلاش کریں ایک اور تلاش کریں

کے برابر ہے v یہ be u مستقل ہیں لہذا یہ دونوں آپ سم میں اسی طرح کر سکتے ہیں جس طرح آپ اسے کرنے دیتے ہیں b اور a
تو آپ یہاں حساب لگاتے ہیں کہ آپ براہ راست لاگرتھم دونوں طرف لے سکتے ہیں اور پھر آپ اس میں فرق کر سکتے ہیں لیکن دوسری مثال میں
کیا ہے اور پھر ہم جانتے ہیں کہ رقم dwdx اور dudxdvdx لے سکتے ہیں اور پھر تلاش کریں کہ w اور uv آپ ان تینوں اصطلاحات کو
کیا ہے لہذا یہ لوگارتھمک تفریق فنکشنز کے dydx ایک مستقل ہے لہذا مشتق کا مجموعہ صفر ہوگا اور اس سے آپ حساب لگا سکتے ہیں کہ
مشتق کو شمار کرنے کے لئے ایک اہم ٹول ہے جب یہ ایک اور چیز کا حساب لگانا پیچیدہ لگتا ہے کے بارے میں سیکھیں گے اسے فنکشنز کا مشتق
کو کچھ پیرامیٹرک شکل میں دیا جاتا ہے لہذا ہم فنکشنز کے مشتقات کو پیرامیٹرک شکل میں شمار کرنا چاہتے ہیں y اور x کہا جاتا ہے جب
کا ایک فنکشن ہے اور x t یعنی lets call t کو کچھ پیرامیٹر کے لحاظ سے لکھا جا سکتا ہے y اور x تو آئیے ہم فرض کرتے ہیں کہ
کا ایک فنکشن ہے y t تلاش کرنے کے لئے اگر آپ دیکھیں کہ dydx تلاش کرنا چاہتے ہیں لہذا dydx کا ایک فنکشن ہے پھر ہم t بھی y
لکھوں dydt اگر میں
کو dydx لکھا جا سکتا ہے۔ یہ سلسلہ اصول کے لحاظ سے ہے اور اس وجہ سے اس کا مطلب یہ ہے کہ مشتق dxdt اوقات dydx تو اسے
کے حوالے x کے حوالے سے مشتقات کے لحاظ سے t so dydx کے حوالے سے مشتقات کے لحاظ سے شمار کیا جا سکتا ہے لہذا یہ t
لکھ سکتا ہوں x prime t بذریعہ y prime t کے برابر ہے یا یہ میں بھی dxdt بذریعہ dydt کے مشتق کا فارمولا ہے۔ y سے
fx کے حوالے سے مشتقات تلاش کر کے مشتق کا حساب لگا سکیں۔ t کو بطور فنکشن حل کرنے کی کوشش کرنے کی بجائے y تاکہ آپ
مثال کے طور پر اگر میں مساوات کو لوں
کے برابر ہے cosine t ایک دفعہ x مربع کی مساوات ایک مربع کے برابر ہے پیرامیٹرائز کیا جا سکتا ہے کیونکہ y مربع پلس x تو دائرہ
مربع اب ایک y مربع جمع x ایک ہے لہذا t جمع گناہ مربع t مربع cosine کے برابر ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ t سائن y اور
کیا ہے dydx مربع ہے اگر میں یہ تلاش کرنا چاہتا ہوں کہ مشتق
یہ dydx کے برابر ہے لہذا مشتق تلاش کرنے کے لئے t ایک گنا کوزائن dydt ہے اور a sin t مائنس dxdt تو ہم جانتے ہیں کہ
a sin t کے برابر ہے بذریعہ منفی cosine t کے سوا کچھ نہیں ہے جو ایک dydt by dxdt
کے لحاظ سے مشتق حاصل کرتے ہیں t کا منفی حاصل کرتا ہے لہذا ہم یہاں پیرامیٹر cotangent کے t منسوخ ہوتا ہے اور میں a تو
تاکہ آج کا لیکچر ختم ہو جائے ۔ اگلے لیکچر میں ہم پیرامیٹر کے لحاظ سے مشتقات کی کچھ اور مثالیں دیکھیں گے اور پھر ہم مشتقات کی کچھ ایپلی
کیشنز کو دیکھیں گے شکریہ