

डेरिवेटिव्हजवरील पुढील व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आपण घातांकीय कार्याचा अभ्यास केला आणि नंतर घातांकीय कार्याचे व्युत्पन्न काढले आज आपण लॉगरिदमिक फंक्शनसंबद्ध शिकू जे घातांकीय कार्याचा व्यस्त आहे आणि नंतर काही इतर गोष्टी आपण एक्सपोनेन्शियल फंक्शन रिकॉल करून सुरुवात करूया म्हणजे हे x ला x किंवा e चे एक्सपोनेन्शियल असे लिहिले आहे हे एक फंक्शन आहे ज्याचे डोमेन आहे

त्यामुळे हे r ते r प्लस आहे जे सकारात्मक वास्तविक रेषेसारखे आहे म्हणून डोमेन हा संच आहे वास्तविक संख्या सर्व सकारात्मक वास्तविक संख्यांच्या श्रेणीमध्ये असते आणि आमच्याकडे हे देखील आहे की घातांक फंक्शन हे काटेकोरपणे वाढवणारे कार्य आहे याचा अर्थ असा की जर x एक x दोन पेक्षा कमी असेल तर e ते x एक e ते x दोन पेक्षा कमी असेल तर यावरून ते खालीलप्रमाणे आहे म्हणजे x हे फंक्शन x कडे e कडे जाणारे एक इंजेक्टिव्ह आहे ज्याला एक ते एक फंक्शन इंजेक्टिव्ह फंक्शन असेही म्हणतात.

ive वास्तविक संख्या r अधिक आता समजा f हे x ते y पर्यंतचे कोणतेही फंक्शन आहे आणि एक ते एक आणि फंक्शनवर आहे तर आपण इन्व्हर्स फंक्शन परिभाषित करू शकतो जे f व्युत्क्रमाने दर्शविले जाते हे एक फंक्शन आहे ज्याचे डोमेन y आणि कोडोमेन आहे x आहे म्हणून आपल्याकडे f व्युत्क्रम फंक्शन आहे f y पासून x पर्यंत व्यस्त आहे हे फक्त घेतले आहे म्हणून आपल्याकडे f आहे y चा व्युत्क्रम x च्या बरोबरीचा आहे आणि जर f x चा y असेल तर y चा व्यस्त जाणून घेण्यासाठी आपल्याला पहावे लागेल x चे मूल्य ज्यासाठी x चे f y बरोबर आहे आणि कारण हे एक ते एक आहे आणि फंक्शनवर आपल्याला माहित आहे की प्रत्येक x साठी एक द्वितीय x आहे येथे y मध्ये ay आहे आणि कारण हे एक ते एक वर आहे फंक्शन दोन भिन्न x ची प्रतिमा समान y असू शकत नाही म्हणून आता प्रत्येक y साठी येथे आपण x पाहतो की x चा f y च्या बरोबरीचा आहे आणि नंतर f व्युत्क्रम हा y पासून x पर्यंतचा नकाशा आहे म्हणून ही सामान्य गोष्ट आहे फंक्शनमध्ये तुम्ही हे शिकलेच असेल की फंक्शनचे व्युत्क्रम n एक ते एक आणि ऑन असल्यास परिभाषित केले जाऊ शकतात o फंक्शन म्हणून आता fx साठी e x च्या e बरोबर आहे हे आपल्याला माहित आहे की x वरून फंक्शनवर एक एक

आहे हा वास्तविक संख्यांचा संच आहे जो सकारात्मक वास्तविक संख्यांच्या संचावर आपण घातांकीय कार्याचा व्यस्त परिभाषित करू शकतो ज्याला म्हणतात लॉगरिदमिक फंक्शन आणि x च्या $1n$ द्वारे दर्शविले जाते म्हणून याला x चा नैसर्गिक लॉगरिथम देखील म्हटले जाते

म्हणून x चा लॉग हे घातांक x च्या व्युत्क्रमाशिवाय दुसरे काही नाही म्हणून मी y लिहिल्यास $1n$ x बरोबर हे x च्या बरोबरीचे आहे y चे घातांक आता x च्या लॉगरिथमचे गुणधर्म काय आहेत म्हणून प्रथम डोमेन डोमेन म्हणजे r प्लस म्हणजे $1n$ x आहे हे x ऋण किंवा शून्य साठी परिभाषित नाही म्हणून x साठी शून्य पेक्षा कमी $1nx$ ही व्याख्या नाही फक्त सर्व सकारात्मक वास्तविक संख्यांसाठी परिभाषित केले आहे $1nx$ ची श्रेणी ही सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे याचे कारण म्हणजे घातांक r ते r plus परिभाषित केला जातो आणि आणखी एक गुणधर्म असा आहे की x चे $1n$ हे देखील x चे वाढते कार्य आहे म्हणून जर x एक कमी t आहे han x दोन नंतर $1nx$ एक $1nx$ दोन पेक्षा कमी आहे आणि जसे आपल्याकडे मर्यादा होती त्याप्रमाणे x ने $1nx$ च्या धनात्मक अनंताकडे जाताना मर्यादा किती आहे ही सकारात्मक अनंताच्या बरोबरीची आहे आणि x $1nx$ च्या उजव्या बाजूने 0 च्या जवळ आल्यावर मर्यादा किती आहे हे ऋण अनंताच्या बरोबरीचे आहे कारण

x सकारात्मक अनंताच्या जवळ जाताना x ची e ची मर्यादा ही सकारात्मक अनंत असते आणि x ची e ची नकारात्मक अनंतता x जवळ येण्याची मर्यादा शून्य असते म्हणून x सकारात्मक बाजूने शून्याच्या जवळ जातो तेव्हा मर्यादा $1nx$ चे ऋण अनंत आहे चला $1nx$ चा आलेख काढण्याचा प्रयत्न करूया आणि मी e चा आलेख x कडे देखील काढू या म्हणजे घातांकीय कार्य आपण पाहिले आहे की आलेख x बरोबर शून्यावर असा दिसतो हा 1 आहे आणि x प्रमाणे e ची x वाढ होत राहते, x जसा अनंताकडे जातो तसा तो अनंताकडे जातो आणि x जसा ऋणात्मक अनंताकडे जातो तेव्हा तो शून्यावर जातो आता x चा लॉग हा एक्स घातांकाचा व्यस्त आहे

त्यामुळे फंक्शनचा व्युत्क्रम फंक्शनच्या व्युत्क्रमाचा आलेख

मिरर इमेज घेऊन प्लॉट केला जाऊ शकतो ही रेषा x च्या y बरोबरीची आहे म्हणून तुम्ही x च्या f च्या आलेखाची मिरर इमेज पाहा जी x च्या y च्या बरोबरीची रेषा आहे जी त्याचा आलेख देते x च्या f व्युत्क्रम तर काय होते हे x च्या लॉगचा आलेख असा दिसतो आणि येथे मूल्य एक आहे

त्यामुळे $1n$ चे शून्य शून्य आहे कारण आपल्याला माहित आहे की शून्याचा घातांक एक आहे म्हणून तो बिंदूमधून जातो एक स्वल्पविराम शून्य आणि x जसजसा वाढतो तसतसे हे वाढतच जाते हे लक्षात घ्या की x 1 पेक्षा जास्त असल्यास x चा $1n$ हा सकारात्मक आहे आणि x

1 पेक्षा कमी असल्यास x चा $1n$ ऋण आहे आणि अर्थातच $1n$ x फक्त सकारात्मक x साठी परिभाषित केला आहे.

x साठी 0 पेक्षा कमी किंवा बरोबरीचे अपरिभाषित आहे आणि हे नकारात्मक अनंताकडे जाते कारण x उजवीकडून 0 वर जात आहे पूर्वी शाळेत तुम्ही लॉगरिदमिक फंक्शनस शिकला असाल म्हणून मी या $1n$ x ची तुलना करूया तुम्ही कदाचित आधी x चा लॉग शिकला असाल.

तर x चे लॉग कसे परिभाषित केले आहे ते लक्षात ठेवा t जर मी लिहितो की y हा x च्या लॉगच्या बरोबरीचा असेल तर हे x बरोबर 10 आहे असे म्हणण्यासारखे आहे y ची घात म्हणून कोणत्याही गोष्टीचा लॉग शोधण्यासाठी तुम्ही दहाचा घातांक म्हणून लिहा, उदाहरणार्थ मी तुम्हाला काय विचारले तर 100 चा लॉग आहे म्हणून हे 2 च्या बरोबरीचे आहे कारण 10 ची 2 ची घात 100 च्या बरोबरीची आहे म्हणून हे बरोबर आहे आपण येथे देखील पाहिले आहे की y बरोबर $1n$ x ही समान गोष्ट आहे जी x ची y ची e च्या बरोबरीची आहे

म्हणून 10 च्या ऐवजी आपण येथे e वापरत आहोत सर्वसाधारणपणे आपण बेस b ला लॉगरिथम परिभाषित करू शकतो जर मी y लिहितो तर \log x ला बेस b ला y समान आहे हे जर आणि फक्त जर x ला y च्या घात b म्हणून लिहिता येईल आणि आपण ही b ही कोणतीही धनात्मक वास्तविक संख्या मानू आणि b ही एका बरोबर नाही कारण मी b एक च्या बरोबरीने घेतले तर एक y ची

घात नेहमी एक बरोबर असते म्हणून जर तुम्ही फंक्शन 1 ची घात x कडे घेतली तर स्थिर फंक्शन आहे म्हणून आपण त्याचा व्युत्क्रम परिभाषित करू शकत नाही परंतु जर $b \neq 1$ व्यतिरिक्त कोणतीही सकारात्मक वास्तविक संख्या असेल तर b ला y हे 1 ते 1 फंक्शन म्हणून दाखवले जाऊ शकते आणि नंतर व्यस्त हा फंक्शनचा बेस b चे लॉगरिथम आहे म्हणून औपचारिकपणे a ते 0 पेक्षा मोठ्या x साठी

घातांकीय फंक्शन e वापरून x ला खालीलप्रमाणे परिभाषित केले जाऊ शकते.

म्हणून x चे a हे $x \ln$ चे घातांक असल्याशिवाय दुसरे काहीच नाही

त्यामुळे x चे घातांक फंक्शन e हे काय आहे ते आपण पाहिले आहे आणि इतर कोणत्याही घातांकासाठी आपण x ला e बरोबर $x \ln$ हे घातांक परिभाषित करू शकतो.

लक्षात ठेवा की $\ln a$ ही सकारात्मक वास्तविक संख्या आहे म्हणून परिभाषित केले आहे ठीक आहे आता लॉगचे आणखी काही गुणधर्म पाहू या म्हणजे एक म्हणजे

x गुणिले y चे लॉगरिथम आणि x चे लॉगरिथम y च्या बेरजेइतके आहे.

$\ln x$ उणे $\ln y$ च्या बरोबरीचे हे जर $x \theta y$ पेक्षा मोठे असेल तर पुन्हा येथे $x \theta y$ पेक्षा मोठे 0 पेक्षा मोठे असेल आणि x चे लॉगरिथम 0 पेक्षा मोठे असेल आणि m ची घात असेल तर $m \ln x$ येथे पुन्हा x आहे धनात्मक म्हणून हे गुणधर्म तुम्ही बेस 10 \ln च्या सामान्य लॉगरिदमसाठी पाहिले असतील d हे नैसर्गिक लॉगरिथमसाठी देखील खरे आहेत हे सिद्ध केले जाऊ शकते कारण हे दाखवण्यासाठी तुम्हाला हे दाखवावे लागेल की डाव्या बाजूचा घातांक उजव्या बाजूच्या घातांकाच्या बरोबरीचा आहे, म्हणून एकाचा पुरावा म्हणूया की a समान आहे $\ln x$ आणि $b \ln y$ च्या बरोबरीचे आहेत मग xx काय आहे e च्या घात a च्या बरोबर आणि y बरोबर e च्या घात b च्या बरोबर आहे आणि मग आपल्याला x गुणिले y चे \ln काय आहे तर x गुणिले yx गुणिले y काय आहे हे शोधवे लागेल e ची घात b च्या गुणिले घातांक आहे आणि आम्ही पाहिले आहे की घातांकांमध्ये गुण आहे की गुणिले घातांक b चे घातांक a प्लस b च्या घातांकाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून xy चे \ln जे आहे ते a प्लस b च्या लॉगरिदमच्या बरोबरीचे आहे.

कोणत्याही प्रमाणाचा नैसर्गिक लॉगरिथम हा

e मध्ये येणारा घातांक असतो

त्यामुळे ही गोष्ट a is $\ln x b$ आहे $\ln y$ त्याचप्रमाणे इतरांना आणखी एक गुणधर्म सिद्ध करता येतो जो महत्त्वाचा आहे की समजा तुमच्याकडे दुसरा आधार आहे म्हणून मी लॉग लिहिल्यास च्या x ते बेस b या i नैसर्गिक लॉगरिथमच्या संदर्भात व्यक्त करू शकतो म्हणून हे $\ln x$ ला b च्या \ln ने भागले असे लिहिले जाऊ शकते आणि लक्षात घ्या की हे b साठी परिभाषित केले आहे एक समान नाही म्हणून $\ln b$ शून्य नसलेले आहे लक्षात ठेवा की $\ln b$ शून्य बरोबर b पासून नाही एक समान नाही म्हणून कोणत्याही बेसचे कोणतेही लॉगरिथम नैसर्गिक लॉगरिथममध्ये रूपांतरित केले जाऊ शकते म्हणून नैसर्गिक लॉगरिथमचा अभ्यास करणे पुरेसे आहे आणि नंतर आपण लॉगरिथम कोणत्याही बेस b ला हाताळू शकतो म्हणून हे पुन्हा सिद्ध करू शकते की समजा मला a लिहू घा.

x चा लॉग बेस b ला लिहू आणि $m \ln x$ बरोबर $\ln x$ आणि n बरोबर b च्या \ln बरोबर लिहू मग x बरोबर b च्या घात a देखील $x \ln x$ m च्या बरोबर म्हणजे x बरोबर e च्या घात m आणि b हे e च्या बरोबर n आहे आता आपल्याकडे x बरोबर b ची शक्ती a आहे म्हणून आपल्याकडे m बरोबर e आहे जी x बरोबर आहे आणि x बरोबर b ची घात आहे a पण b काहीही नाही e ची शक्ती n ची शक्ती वाढवा a जी e ची शक्ती na च्या समान आहे याचा अर्थ $m na$ च्या समान असणे आवश्यक आहे कारण e ते x आहे एक एक फंक्शन म्हणजे m हे na च्या बरोबरीचे आहे आणि मग आपल्याला हे सिद्ध करायचे आहे की हे प्रमाण a आहे $\log x$ बरोबर $\log b$ म्हणजे m बरोबर n आहे

त्यामुळे याचा अर्थ a आहे m बरोबर n म्हणजे $a \log x$ ला बेस b ला $\ln x$ भागिले b च्या \ln ने भागिले आहे म्हणून आता आपण $\ln x$ चे व्युत्पन्न शोधण्याचा प्रयत्न करू म्हणून लक्षात ठेवा की आपण साखळी नियम वापरून कोणत्याही फंक्शनच्या व्युत्पन्नाची गणना करू शकतो.

जर मला फंक्शनचे व्युत्पन्न माहित असेल तर आपण ते $\ln x$ च्या व्युत्पन्नाची गणना करण्यासाठी वापरू, म्हणून y हे x च्या \ln च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपल्याला dx ने dy शोधायचा आहे परंतु आपल्याला माहित आहे की याचा अर्थ असा होतो की x नंतर e आहे पॉवर y आणि आम्हाला माहित आहे की आम्हाला एक्सपोनेन्शियल फंक्शनचे व्युत्पन्न माहित आहे म्हणून आम्ही x च्या संदर्भात या अभिव्यक्तीमध्ये फरक करू शकतो म्हणून

x चा dx dx च्या dx च्या e च्या y च्या बरोबरीचा आहे आणि याचा अर्थ असा होतो की हे एक बरोबर आहे आता येथे आपण साखळी नियम वापरतो म्हणजे हा d by dy of e ते y गुणा $dy dx$ साखळी नियमानुसार आहे आणि e ची y ची व्युत्पत्ती y च्या y च्या $dy dx$ प्रमाणे आहे पण e ची y बरोबर x आहे म्हणून हे x गुणिले $dy dx$ असे लिहिले जाऊ शकते आणि याचा अर्थ $dy dx$ 1 बाय x च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपल्याला जे मिळाले ते आहे डेरिव्हेटिव्ह d बाय dx फंक्शनचे x चे नैसर्गिक लॉग 1 बाय x च्या बरोबरीचे आहे आणि $\ln x$ फक्त x धनासाठी परिभाषित केले असल्याने हे सूत्र सर्व सकारात्मक वास्तविक संख्या x साठी आहे आपण

x ला x च्या मोडने बदलल्यास आपण देखील परिभाषित करू शकतो.

x चे मूल्य नंतर $\text{mod } x$ चे \ln हे 0 वगळता सर्व x साठी परिभाषित केले आहे

कारण $\text{mod } x$ ही नेहमीच एक नकारात्मक नसलेली वास्तविक संख्या असते म्हणून जर x शून्य नसला तर $\text{mod } x$ नेहमी धनात्मक असतो म्हणून $\text{mod } x$ चा लॉग परिभाषित केला जाऊ शकतो आपण गणना करू शकतो डेरिव्हेटिव्ह म्हणजे $f(x)$ चे डेरिव्हेटिव्ह म्हणजे $\text{mod } x$ च्या लॉगच्या बरोबरीचे $f(x)$ म्हणजे $\text{mod } x$ चा लॉग आहे असे दिसल्यास हे तुकड्यानुसार परिभाषित केले जाऊ शकते कारण $x \theta$ पेक्षा जास्त असल्यास हे x च्या \ln च्या बरोबरीचे आहे आणि हे \ln च्या बरोबर आहे उणे x जर $x \theta$ पेक्षा कमी असेल कारण x पेक्षा जास्त $\text{mod } x$ साठी x बरोबर आणि x साठी x पेक्षा कमी $0 \text{ mod } x$ हे उणे x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून

हे कार्य आहे आता आपल्याला $\ln x$ चे व्युत्पन्न माहित आहे म्हणून x साठी 0 शून्य f प्राइम x पेक्षा जास्त x साठी एक $x \times$ समान आहे आणि x साठी शून्य f प्राइम x पेक्षा कमी आहे वजा x च्या \ln च्या dx ने आता आपण पुन्हा साखळी नियम वापरू शकतो आणि हे वजा x च्या संदर्भात \ln of उणे x च्या व्युत्पन्नाइतके आहे जे xd च्या संदर्भात वजा x च्या व्युत्पन्नाच्या एक बाय वजा x पट असेल वजा x च्या dx द्वारे जे वजा एक आहे त्यामुळे हे पुन्हा एक $x \times$ बरोबर $d x d x$

च्या \ln च्या लॉगचे व्युत्पन्न देखील x एक x बरोबर आहे हे शून्य वगळता कोणत्याही वास्तविक संख्येशी संबंधित x साठी खरे आहे जेव्हा तुम्ही अँटी-डेरिव्हेटिव्ह किंवा अनिश्चित अविभाज्य बदल शिकाल तेव्हा तुम्हाला दिसेल की फॉर्म्युलामध्ये 1 बाय x च्या अँटी-डेरिव्हेटिव्हचे इंटिग्रल हे मॉड x चे लॉग म्हणून लिहिलेले आहे आणि फक्त x चे लॉग नाही, तर ठीक आहे आता आपण पाहूया. काही उदाहरणे म्हणून आता आपल्याला $\log x$ चे व्युत्पन्न देखील माहित आहे म्हणून आपण लॉगचा समावेश असलेली काही उदाहरणे पाहू शकतो समजा fx हे $\ln x$ च्या \sin च्या बरोबरीचे आहे तर f डॅश x म्हणजे काय डेरिव्हेटिव्ह आपण चेन नियम वापरतो

त्यामुळे \sin चे व्युत्पन्न मला \cos \cos $\log x$ देते आणि नंतर x च्या संदर्भात $\log x$ चे व्युत्पन्न मला x ने एक देते

त्यामुळे हे खरे आहे आणि अर्थातच हे प्रत्येक सकारात्मक x साठी परिभाषित केले आहे फक्त x चा आणखी एक g पाहा लॉग x अधिक e च्या x च्या कोसाइन बरोबर x पुन्हा हे फंक्शन शून्य पेक्षा मोठ्या सर्व x साठी परिभाषित केले आहे नंतर g $\text{prime } x$ पुन्हा आपण साखळी नियम वापरतो कोसाइनचे व्युत्पन्न मला x च्या पटीत लॉग x अधिक e चे नकारात्मक चिन्ह देईल आतल्या फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह d बाय dx हे x ला लॉग x अधिक e आहे आणि नंतर हे x ला वजा साइन लॉग x अधिक e च्या समान आहे बेरीजचे व्युत्पन्न ही डेरिव्हेटिव्हची बेरीज आहे

त्यामुळे लॉग x च्या dx द्वारे dx द्वारे मला एक $x \times$ अधिक $d x dx$ e च्या x ला $e e x$ आहे म्हणून हे x च्या g चे व्युत्पन्न आहे ah च्या व्युत्पन्नाची देखील गणना करूया a ते x जेथे a धनात्मक वास्तविक संख्या आहे त्यामुळे x ला a पाहू या हे i आहे s ची व्याख्या $x \ln$ च्या घाताची e घातांक म्हणून केली जाते त्यामुळे $d x a$ च्या

dx चा $x dx$ बरोबर $d x e$ च्या $x \ln a$ च्या बरोबर आहे आणि आता आपण साखळी नियम वापरतो याचे व्युत्पन्न e च्या बरोबरीचे असेल $x \ln a$ गुणिले व्युत्पन्न d by dx of $x \ln a$ आता येथे a चा नैसर्गिक लॉग हा स्थिरांक आहे त्यामुळे dx चा x गुणा $\ln a$ हा फक्त $\ln a$ च्या बरोबरीचा आहे

त्यामुळे हे $x \ln a$ च्या e बरोबर आहे a च्या \ln आणि e च्या $x \ln a$ च्या गुणा a च्या x च्या बरोबर आहेत म्हणून a च्या व्युत्पन्नाच्या dx द्वारे $dx a$ च्या x गुणिले नैसर्गिक लॉग a च्या बरोबर आहे आपण ते पाहू शकता विशेषतः जर मी e च्या समान ठेवा मग e च्या \ln च्या बरोबर 1 हे मला नेहमीचे सूत्र देते d द्वारे e च्या dx बरोबर x बरोबर $e e$ बरोबर x हे करण्याचा आणखी एक मार्ग आहे

त्यामुळे तुम्ही काय करता ते म्हणजे तुम्ही लिहा y हे x च्या a च्या बरोबरीचे आहे आता दोन्ही बाजूंनी नैसर्गिक लॉग घ्या याचा अर्थ y चा $\ln a$ च्या x गुणिले \ln आहे हे असे आहे कारण a चा \ln ते x गुणिले $\ln a$ आहे आणि आता याच्या संदर्भात फरक करा x म्हणून

$\ln y$ चा $d x dx$ बरोबर $d x \ln a$ आता येथे आहे कारण y हे x चे कार्य आहे साखळी नियम वापरू शकतो याचा अर्थ असा आहे की हे 1 बाय y गुणा $dy dx$ $\ln a$ च्या बरोबर आहे म्हणजे $dy dx$ y पट आहे $\ln a$ जे a ते $x \ln a$ आहे त्यामुळे हे समान उत्तर देते परंतु या फॉर्ममध्ये लिहिणे तुमच्यासाठी थोडे सोपे असू शकते ठीक आहे, त्यामुळे पुढे आपण पाहू की हे करण्याचा दुसरा मार्ग अधिक सामान्यपणे केला जाऊ शकतो आणि आम्ही करू.

लॉगरिदमिक डिफरेंशिएशन कशाला म्हणतात यावर चर्चा करा

म्हणून समजा आपल्याकडे x चे फंक्शन आहे जे x च्या x च्या पॉवर v मध्ये u चे काही फंक्शन म्हणून लिहीले जाऊ शकते म्हणून पूर्वी ते x च्या बरोबर y होते येथे x चे u फक्त आहे x चा स्थिरांक a आणि v हे फंक्शन x आहे पण आता आपण या दोन्हीना x चे फंक्शन म्हणून परवानगी देत आहोत आणि आपल्याला $f \text{ prime } x$ शोधायचा आहे आणि $f \text{ prime } x$ शोधायचा आहे मग आपण तेच करतो जसे आपण केले ह ते मागील उदाहरणासाठी आपण दोन्ही बाजूंना नैसर्गिक लॉग घेतो

त्यामुळे आपल्याकडे \ln आहे fx चे \ln ते ux च्या पॉवर vx च्या बरोबर आहे आणि आपल्याला लॉगरिदमच्या गुणधर्मावरून माहित आहे की ही गोष्ट ux च्या $vx \ln$ सारखीच आहे आणि आता आपण x च्या संदर्भात दोन्ही बाजू वेगळे करतो म्हणून x च्या संदर्भात फरक केल्यास आपल्याला हे व्युत्पन्न मिळते Fx चा नैसर्गिक लॉग मला 1 बाय fx गुणा $f \text{ prime } x$ देईल हे पुन्हा साखळी नियमानुसार आहे आणि नंतर ux च्या vx वेळा \ln चे व्युत्पन्न येथे मी उत्पादन नियम वापरू शकतो हा $vx \ln ux$ च्या dx च्या dx च्या बरोबरीचा आहे आणि हे ux च्या v प्राइम x गुणिले नैसर्गिक लॉग बरोबर आहे आणि ux च्या \ln च्या dx च्या vx पट व्युत्पन्न d च्या बरोबर आहे हे उत्पादन नियमानुसार आहे आणि नंतर पुन्हा आपण $\ln ux$ चे व्युत्पन्न 1 बाय ux गुणा $u \text{ prime } x$ शोधण्यासाठी साखळी नियम वापरतो तर हे ux च्या v प्राइम $x \ln$ च्या बरोबर आहे ux अधिक vx गुणा 1 बाय ux गुणा u प्राइम x ,

त्यामुळे याचा अर्थ f अविभाज्य x बरोबर fx पट आहे हे प्रमाण इथे v प्राइम $x \ln ux$ अधिक vx बाय ux गुणा u प्राइम x आणि fx आहे vx साठी ux शिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून आपल्याला xi चे f चे व्युत्पन्न मिळते $n x$ च्या अटी म्हणून आपण काही उदाहरणे पाहू या म्हणजे प्रथम आपण fx बरोबर x ची \sin x ची शक्ती पाहू या नंतर आपण $\log \ln fx$ म्हणजे x च्या \ln बरोबर $\sin x$ जो \sin च्या बरोबरीचा आहे ते पाहू.

$x \ln x$ आणि नंतर आपण हे वेगळे करतो याचा अर्थ fx गुणा f प्राइम x च्या व्युत्पन्न बरोबर आहे हे मला $\cos x \log x$

देईल आणि नंतर $\log x$ चे plus sine x पट डेरिवेटिव्ह x एक x आहे याचा अर्थ $f' \text{ prime } x$ आहे $f x$ च्या बरोबरीचे आहे जे x च्या sine x गुणा $\cos x \log x$ plus sine x by x आहे म्हणून लक्षात ठेवा की तुम्हाला $f x$ च्या व्युत्पन्नासाठी मागील सूत्र लक्षात ठेवण्याची आवश्यकता नाही

तुम्ही फक्त चरणांचे अनुसरण करू शकता आणि नंतर व्युत्पन्न लेट्सची गणना करू शकता आणखी एक उदाहरण पहा म्हणजे आपल्याकडे जे आहे ते आता आपल्याजवळ एक अंतर्निहित समीकरण आहे

त्यामुळे dy/dx शोधा जर y ते x अधिक $x \times x$ ला y समान असेल तर आता येथे लक्षात घ्या की आपण याचा थेट लॉग घेऊ शकत नाही परंतु आपण पाहिल्यास स्वतंत्रपणे हे घातांक आहेत म्हणून आम्ही काय करू शकतो की तुम्ही तुम्हाला कार्य करू द्या आयन y ते x आणि v हे x बरोबर y आहे मग आपण dx द्वारे du काय आहे ते काढू शकतो मग काय दिले आहे ते समीकरण u अधिक v बरोबर 1 होईल म्हणून जर मी हा du/dx अधिक dv/dx असा फरक केला तर शून्याच्या बरोबरीचे आहे या समीकरणाला मी एक म्हणूया $u \times y$ बरोबर $x \times x$ याचा अर्थ $\ln u \times \ln y$ च्या बरोबरीचा आहे याचा अर्थ असा होतो की मी x^i च्या संदर्भात फरक केला तर एक मिळवा u गुणिले du/dx हे याच्या व्युत्पन्न बरोबर आहे x च्या संदर्भात x च्या x च्या व्युत्पन्नाचा आदर केल्यास मला x च्या संदर्भात $\ln y$ च्या व्युत्पन्नाच्या एक पट $\ln y$ अधिक x पट मिळते म्हणजे 1 बाय y गुणा dy/dx आणि याचा अर्थ du/dx u च्या बरोबरीचा आहे ज्याला मी पुन्हा y म्हणून लिहू शकतो x गुणिले $\ln y$ अधिक x द्वारे $y dy/dx$ या समीकरणाला दोन म्हणू या म्हणजे v बरोबर x बरोबर v च्या $y \ln$ बरोबर $y \ln x$ आहे आणि आता आपण 1 बाय $v \times dv/dx$ पहिल्याच्या बरोबरीसाठी हा फरक करू.

येथे संज्ञा y आहे

त्यामुळे dy/dx गुणा $\ln x$ अधिक प्रथम पद $t_i \text{ mes}$ दुसऱ्या टर्म $\ln x$ चे व्युत्पन्न 1 बाय x देते त्यामुळे याचा अर्थ असा होतो की dv/dx हा v आहे जो x च्या y च्या वेळा हा $\ln x dy/dx$ अधिक y बाय x आहे हे समीकरण तीन आहे आता दोन आणि तीन मध्ये 1 वापरून आपल्याला 1 चे मूल्य मिळते du/dx आणि dv/dx आम्हाला y ते $x \ln y$ अधिक y ते x गुणिले $x \times y dy/dx$ हे du/dx अधिक dv/dx देते मला x ते $y \ln x dy/dx$ अधिक $x \times x$ ते y गुणा $y \text{ by } x$ हे आता शून्याच्या बरोबरीचे आहे.

dy/dx म्हणजे काय याची गणना करण्यासाठी आपण या दोन संज्ञा एकत्र करू शकतो आणि मग आपणास y ला x ने भागिले y आहे असे दिसले ज्याला y ने x वजा एक असे लिहिले जाऊ शकते म्हणून हे x गुणिले y ची घात x उणे 1 आहे शिवाय दुसरी संज्ञा x ते $y \ln x$ ते $y \ln x$ गुणिले dy/dx आहे हे y च्या ऋणाच्या $x \ln y$ च्या बरोबरीचे आहे आणि दुसरी संज्ञा x ते yy भागिले x आहे म्हणून हे x ते y आहे वजा एक पट y

त्यामुळे dy/dx हे y च्या ऋणाच्या $x \ln y$ अधिक x ला y वजा एक पट $y \text{ div } i$ मिळते $ded \text{ by } x$ ते y उणे 1 ते x उणे 1 अधिक x ते $y \ln x$ उजवीकडे म्हणून आम्ही हे एक व्यायाम म्हणून मोजले आहे आपण प्रयत्न करू शकता एक म्हणजे $\cos x$ to the power y is equal to $\cos y$ to the power $x \times dy/dx$ शोधा दुसरे म्हणजे $dy/dx \times f y$ ते x अधिक x ते y अधिक $x \times x$ ते x हे b च्या बरोबरीचे आहे जेथे a आणि b स्थिरांक बरोबर आहेत म्हणून हे दोन्ही तुम्ही सिममध्ये करू शकता त्याच प्रकारे तुम्ही हे करू शकता $be \text{ u}$ हे v च्या बरोबरीचे आहे मग तुम्ही येथे गणना करा तुम्ही थेट लॉगरिदम दोन्ही बाजू घेऊ शकता आणि नंतर तुम्ही त्यात फरक करू शकता परंतु दुसऱ्या उदाहरणात तुम्ही या तीन संज्ञा uv आणि w म्हणून घेऊ शकता आणि नंतर $du/dx \times dv/dx$ आणि dw/dx काय आहे ते शोधा आणि मग आपल्याला माहित आहे की बेरीज ही एक स्थिरांक आहे त्यामुळे व्युत्पन्नाची बेरीज शून्य असेल आणि त्यावरून आपण dy/dx काय आहे याची गणना करू शकता म्हणून हे लॉगरिदमिक भिन्नता हे

फंक्शन्सचे व्युत्पन्न मोजण्यासाठी एक महत्त्वाचे साधन आहे जेव्हा दुसरी गोष्ट मोजणे क्लिष्ट दिसते.

बदल शिकेल

जेव्हा x आणि y काही पॅरामेट्रिक फॉर्ममध्ये दिले जातात तेव्हा फंक्शन्सचे डेरिवेटिव्ह म्हणतात,

त्यामुळे आपल्याला पॅरामेट्रिक फॉर्ममध्ये फंक्शन्सचे डेरिवेटिव्ह काढायचे आहेत, म्हणून आपण गृहीत धरू की x आणि y

काही पॅरामीटरच्या संदर्भात लिहिले जाऊ शकतात.

t म्हणजे x हे t चे फंक्शन आहे आणि y देखील t चे फंक्शन आहे मग आपल्याला dy/dx शोधायचा आहे म्हणून dy/dx

शोधण्यासाठी जर तुम्ही पाहिले तर y हे t चे फंक्शन आहे कारण मी dy/dt

लिहिल्यास हे dy/dx वेळा dx/dt असे लिहिता येईल.

हे साखळी नियमानुसार आहे आणि म्हणून याचा अर्थ असा आहे की व्युत्पन्न dy/dx ची गणना t च्या संदर्भात डेरिवेटिव्हच्या संदर्भात केली जाऊ शकते म्हणून हे t

so dy/dx च्या संदर्भात डेरिवेटिव्हच्या संदर्भात x च्या संदर्भात y च्या व्युत्पन्नाचे सूत्र आहे dx/dt द्वारे dy/dt च्या बरोबरीचे आहे किंवा हे मी x प्राइम t द्वारे y प्राइम t म्हणून देखील लिहू शकतो म्हणून तुम्ही y साठी फंक्शन o म्हणून सोडवण्याचा प्रयत्न करण्याऐवजी t च्या संदर्भात डेरिवेटिव्ह शोधून व्युत्पन्नाची गणना करू शकता.

$f x$ म्हणून उदाहरण म्हणून मी

समीकरण घेतले तर वर्तुळ x चौरस अधिक y चौरस हे समीकरण चौरसाच्या बरोबरीचे आहे हे पॅरामीटराइज्ड केले जाऊ शकते कारण x एक गुणा कोसाइन t बरोबर आहे आणि y एक साइन t बरोबर आहे कारण आपल्याला माहित आहे की कोसाइन स्केअर t plus \sin स्केअर t एक आहे म्हणून x स्केअर अधिक y स्केअर आता एक स्केअर आहे जर मला व्युत्पन्न dy/dx काय आहे ते शोधायचे असेल तर

आम्हाला माहित आहे की dx/dt वजा $a \sin t$ आहे आणि dy/dt एक गुणा $\cosine t$ च्या बरोबर आहे म्हणून डेरिवेटिव्ह शोधण्यासाठी dy/dx हे dx/dt द्वारे dy/dt शिवाय दुसरे काही नाही

जे कोसाइन t द्वारे ऋण $a \sin t$ च्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे a रद्द होते आणि मला t च्या कोटॅन्जेंटचे ऋण बरोबर मिळते
त्यामुळे आम्हाला t पॅरामीटरच्या संदर्भात येथे व्युत्पन्न मिळते
जेणेकरून आजचे व्याख्यान पूर्ण होईल पुढील व्याख्यानात आपण पॅरामीटरच्या संदर्भात डेरिव्हेटिव्हजची आणखी काही उदाहरणे पाहू
आणि त्यानंतर आपण डेरिव्हेटिव्हजचे काही अनुप्रयोग पाहू.
धन्यवाद

Prutor@iitk