

डेरिवेटिव पर अगले व्याख्यान में आपका स्वागत है,

इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने घातीय फ़ंक्शन के बारे में अध्ययन किया और फिर हमने घातीय फ़ंक्शन के व्युत्पन्न की गणना की, आज हम लॉगरिदमिक फ़ंक्शन के बारे में जानेंगे जो घातीय फ़ंक्शन का व्युत्क्रम है और फिर कुछ अन्य चीजें आइए घातीय फ़ंक्शन को याद करके शुरू करें,

इसलिए इसे  $x$  या  $e$  से  $x$  के घातांक के रूप में लिखा जाता है, यह एक ऐसा फ़ंक्शन है जिसका डोमेन

इसलिए है यह  $r$  से  $r$  प्लस तक है जो सकारात्मक वास्तविक रेखा के समान है

इसलिए डोमेन का सेट है वास्तविक संख्याएँ सभी सकारात्मक वास्तविक संख्याओं को शामिल करती हैं और हमारे पास यह भी है कि घातीय कार्य यह सख्ती से बढ़ता हुआ कार्य है जिसका अर्थ है कि यदि  $x$  एक  $x$  दो से कम है तो  $e$  से  $x$  एक,  $e$  से  $x$  दो से कम है, इसलिए यह इस प्रकार है

इसलिए यह फ़ंक्शन  $x$  से  $x$  तक जाना एक इंजेक्शन है जिसे वास्तविक संख्याओं के सेट से पॉज़िट के सेट पर एक से एक फ़ंक्शन इंजेक्शन फ़ंक्शन भी कहा जाता है।

ive वास्तविक संख्याएँ  $r$  प्लस अब मान लें कि  $f$  कुछ सेट  $x$  से  $y$  तक कोई भी फ़ंक्शन है और एक से एक और फ़ंक्शन पर है तो हम व्युत्क्रम फ़ंक्शन को परिभाषित कर सकते हैं जिसे  $f$  उलटा द्वारा दर्शाया गया है यह एक फ़ंक्शन है जिसका डोमेन  $y$  है और सह डोमेन है  $x$  है,

इसलिए हमारे पास  $y$  से  $x$  का व्युत्क्रम  $f$  व्युत्क्रम है, इसे सरलता से लिया जाता है,

इसलिए हमारे पास  $y$  का  $f$  व्युत्क्रम  $x$  के बराबर है यदि और केवल यदि  $x$  का  $f$   $y$  है, तो  $y$  के व्युत्क्रम को जानने के लिए हमें देखने की आवश्यकता है  $x$  का वह मान जिसके लिए  $x$  का  $f$   $y$  सही है और क्योंकि यह एक से एक और आच्छादक फलन है, हम जानते हैं कि प्रत्येक  $x$  के लिए एक अद्वितीय  $x$  है यहाँ हम जानते हैं कि  $y$  में  $ay$  है और क्योंकि यह एक से एक आच्छादक है फ़ंक्शन दो अलग-अलग  $x$  की छवि समान  $y$  नहीं हो सकती है

इसलिए अब प्रत्येक  $y$  के लिए हम  $x$  को देखते हैं कि  $x$  का  $f$  बराबर  $y$  है और फिर  $f$  उलटा  $y$  से  $x$  तक का नक्शा है

इसलिए यह सामान्य बात है आपने फ़ंक्शन में सीखा होगा कि किसी फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को परिभाषित किया जा सकता है यदि हमारे पास  $n$  एक से एक और  $ont$   $o$  फ़ंक्शन

इसलिए अब  $fx$  के लिए  $e$   $x$   $x$  के बराबर है, हम जानते हैं कि यह  $x$  से एक एकल फ़ंक्शन है जो वास्तविक संख्याओं का सेट है जो सकारात्मक वास्तविक संख्याओं के सेट पर है जिसे हम घातीय फ़ंक्शन के व्युत्क्रम को परिभाषित कर सकते हैं जिसे कहा जाता है

लॉगरिदमिक फ़ंक्शन और  $x$  के  $\ln$  द्वारा निरूपित किया जाता है,

इसलिए इसे  $x$  का प्राकृतिक लघुगणक भी कहा जाता है,

इसलिए  $x$  का लघुगणक और कुछ नहीं बल्कि घातांक  $x$  का व्युत्क्रम है,

इसलिए यदि मैं  $y$  लिखता हूँ तो  $\ln x$  के बराबर है यह  $x$  के बराबर है  $y$  का घातांक अब  $x$  के लघुगणक के गुण क्या हैं तो सबसे पहले डोमेन डोमेन क्या है  $r$  प्लस है जो  $\ln x$  है यह  $x$  ऋणात्मक या शून्य के लिए परिभाषित नहीं है

इसलिए  $x$  के लिए शून्य के बराबर यह परिभाषित नहीं है  $\ln x$  केवल सभी सकारात्मक वास्तविक संख्याओं के लिए परिभाषित किया गया है  $\ln x$  की सीमा सभी वास्तविक संख्याओं का समूह है, ऐसा

इसलिए है क्योंकि घातांक को  $r$  से  $r$  प्लस तक परिभाषित किया गया है और एक अन्य संपत्ति यह है कि  $x$  का यह  $\ln$  भी  $x$  का बढ़ता हुआ कार्य है,

इसलिए यदि  $x$  एक कम है  $\ln x$  दो तो  $\ln x$  एक  $\ln x$  दो से कम है और जैसे हमारे पास सीमा थी, वैसे ही सीमा क्या है क्योंकि  $x$   $\ln x$  की सकारात्मक अनंतता तक पहुंचता है यह सकारात्मक अनंत के बराबर है और  $x$  के दाईं ओर से  $x$  की सीमा  $0$  के करीब पहुंचती है।

यह ऋणात्मक अनंत के बराबर है, ऐसा

इसलिए है क्योंकि

जैसे-जैसे  $x$  धनात्मक अनंत की ओर बढ़ता है, वैसे-वैसे  $x$

से  $x$  तक की सीमा धनात्मक अनंत होती है और  $x$  से  $x$  की ऋणात्मक अनंतता तक पहुँचने

की सीमा शून्य के बराबर होती है,

इसलिए जब  $x$  धनात्मक पक्ष से शून्य की ओर बढ़ता है तो सीमा शून्य के बराबर होती है।

$\ln x$  का ऋणात्मक अनंत है आइए हम  $\ln x$  का ग्राफ खींचने का प्रयास करें और मुझे  $x$  से  $e$  का आलेख भी बनाने दें ताकि घातांकीय फलन हमने देखा कि ग्राफ  $x$  के बराबर शून्य जैसा दिखता है यह  $1$  है और  $x$  के रूप में ई को एक्स बढ़ाता है बढ़ता रहता है अनंत तक जाता है क्योंकि एक्स अनंत तक जाता है और यह शून्य हो जाता है क्योंकि एक्स नकारात्मक अनंत में जाता है अब एक्स के लॉग के बारे में क्या यह घातीय एक्स के लिए

उलटा है

इसलिए एक समारोह के विपरीत किसी फ़ंक्शन के व्युत्क्रम का ग्राफ

इस की दर्पण छवि को लेकर प्लॉट किया जा सकता है, यह रेखा  $y$  के बराबर  $x$  है,

इसलिए आप  $x$  के  $f$  के ग्राफ की दर्पण छवि को  $x$  के बराबर पंक्ति में देखते हैं जो कि का ग्राफ देता है  $x$  के विपरीत  $f$  तो क्या होता है यह  $x$  के लॉग का ग्राफ इस तरह दिखता है और यहाँ मान एक है

इसलिए एक का  $\ln$  शून्य के बराबर है क्योंकि हम जानते हैं कि शून्य का घातांक एक है

इसलिए यह बिंदु से होकर गुजरता है एक अल्पविराम शून्य और जैसे-जैसे  $x$  बढ़ता है यह बढ़ता रहता है कि  $x$  का  $\ln$  यह सकारात्मक है यदि  $x$   $1$  से बड़ा है और  $x$  का  $\ln$  ऋणात्मक है यदि  $x$   $1$  से कम है और निश्चित रूप से  $\ln x$  को केवल

सकारात्मक  $x$  के लिए परिभाषित किया गया है,

इसलिए यह 0 से कम या उसके बराबर  $x$  के लिए अपरिभाषित है और यह ऋणात्मक अनंतता में जाता है क्योंकि  $x$  स्कूल में पहले दाईं ओर से 0 पर जा रहा है, आपने लॉगरिदमिक फंक्शन सीखे होंगे, इसलिए मुझे इस  $\ln x$  की तुलना आपके साथ  $x$  का लॉग पहले सीखा होगा।

तो  $x$  का लघुगणक कैसे परिभाषित किया जाता है, तो याद रखें कि  $t$  अगर मैं लिखता हूँ  $y = x^t$  के लॉग के बराबर है, तो यह कहने के बराबर है कि  $x = 10^y$  के बराबर  $y$  है,

इसलिए किसी भी चीज़ का लॉग खोजने के लिए आप संख्या को दस के घातांक के रूप में लिखते हैं, उदाहरण के लिए यदि मैं आपसे पूछूँ कि क्या 100 का लॉग है तो यह 2 के बराबर है क्योंकि  $10^2 = 100$  है

इसलिए यह हमारे समान है यहाँ भी हमने देखा कि  $y = \ln x$  यह वही चीज़ है जैसे  $x = e^y$  के घात  $y$  के बराबर है इसलिए 10 के बजाय हम यहाँ सामान्य रूप से ई का उपयोग कर रहे हैं, हम आधार बी के लिए लघुगणक को परिभाषित कर सकते हैं यदि मैं लिखता हूँ कि  $y = \log_b x$  आधार के लिए एक्स के बराबर है  $b^y = x$  यह है और केवल अगर एक्स को बी के रूप में शक्ति  $y$  के रूप में लिखा जा सकता है और हम इस  $b$  को कोई धनात्मक वास्तविक संख्या मानते हैं और  $b \neq 1$  एक के बराबर नहीं है ऐसा

इसलिए है क्योंकि यदि मैं  $b = 1$  को एक के बराबर लेता हूँ तो घात  $y$  के लिए एक हमेशा एक के बराबर होता है, इसलिए यदि आप फंक्शन 1 को घात  $x$  पर लेते हैं, तो अचर फलन है

इसलिए हम इसके प्रतिलोम को परिभाषित नहीं कर सकते हैं लेकिन यदि  $b \neq 1$  के अलावा कोई धनात्मक वास्तविक संख्या है तो  $b^y = x$  को  $y = \log_b x$  फंक्शन के रूप में दिखाया जा सकता है और फिर व्युत्क्रम आधार  $b$  के लिए फंक्शन का लघुगणक है

इसलिए औपचारिक रूप

से 0 से बड़े के लिए घात  $x$

को घातीय फंक्शन  $e^x$  से  $x = \ln e^x$  तक निम्नानुसार परिभाषित किया जा सकता है।

इसलिए  $a = e^{\ln a}$  से  $x$  कुछ भी नहीं है, लेकिन  $x = \ln e^x$  का घातांक ठीक है,

इसलिए घातीय फलन  $e^x$  से  $x = \ln e^x$  हमने देखा है कि यह क्या है और किसी अन्य घातांक के लिए हम  $x = e^{\ln x}$  को परिभाषित कर सकते हैं,  $e^{\ln x} = x$  के बराबर है एक नोट कि  $\ln a$  को  $a$  के रूप में अच्छी तरह से परिभाषित किया गया है, एक सकारात्मक वास्तविक संख्या है ठीक है अब लॉग के कुछ अन्य गुणों को देखते हैं, तो एक यह है कि

उत्पाद  $x \cdot y$  गुणा  $y$  का लॉगरिदम  $x$  के लॉगरिदम और  $y$  के लॉगरिदम के योग के बराबर है यह है  $\ln x + \ln y = \ln xy$  के बराबर यह है यदि  $x > 0$  से बड़ा है  $y > 0$  से अधिक है यहाँ  $x > 0$  से अधिक  $y > 0$  से अधिक है और  $x$  का लघुगणक किसी भी  $m$  की घात के बराबर है यह  $m \ln x = \ln x^m$  के बराबर है यहाँ फिर से  $x > 0$  है धनात्मक

इसलिए ये गुण आपने आधार 10  $\log_{10}$

के सामान्य लघुगणक के लिए देखे होंगे  $d$  ये प्राकृतिक लघुगणक के लिए भी सही हैं, इसे भी साबित किया जा सकता है क्योंकि इसे दिखाने के लिए आपको यह दिखाना होगा कि बायीं ओर का घातांक दाहिने हाथ की ओर के घातांक के बराबर है,

इसलिए एक का प्रमाण तो चलो  $a$  के बराबर है  $\ln x$  और  $b \ln y$  के बराबर है तो  $x^a = e^{a \ln x}$  क्या है  $e$  के बराबर घात  $a$  और  $y^b = e^{b \ln y}$  के बराबर है और फिर हमें यह पता लगाना है कि  $x^a \cdot y^b = e^{a \ln x + b \ln y}$  क्या है  $e^{(a \ln x + b \ln y)}$  का घातांक है और हमने देखा है कि घातांक में गुण है कि समय घातांक  $b$  का घातांक  $a$  जमा  $b$  के घातांक के बराबर होता है और इसलिए  $xy$  का  $\ln$  योग  $a$  के बराबर होता है  $b$  लघुगणक किसी भी मात्रा के प्राकृतिक लघुगणक का घातांक है जो ई में घात के लिए होता है,

इसलिए यह वही बात है जैसे कि एक  $\ln x^b = b \ln x$  है, इसी तरह अन्य को एक और संपत्ति साबित किया जा सकता है जो महत्वपूर्ण है मान लीजिए कि आपके पास कोई अन्य आधार है

इसलिए यदि मैं लॉग लिखता हूँ  $x$  का आधार  $b$  से यह  $i$  प्राकृतिक लघुगणक के रूप में व्यक्त कर सकते हैं

इसलिए इसे  $\ln x$  के रूप में  $b$  के  $\ln$  से विभाजित किया जा सकता है और ध्यान दें कि यह  $b$  के लिए परिभाषित है जो एक के बराबर नहीं है

इसलिए  $\ln b$  शून्य नहीं है ध्यान दें कि  $\ln b$  शून्य के बराबर नहीं है क्योंकि  $b \neq 1$  एक के बराबर नहीं है

इसलिए किसी भी आधार के लिए किसी भी लघुगणक को प्राकृतिक लघुगणक में परिवर्तित किया जा सकता है,

इसलिए यह प्राकृतिक लघुगणक का अध्ययन करने के लिए पर्याप्त है और फिर हम किसी भी आधार के लिए लघुगणक से निपट सकते हैं,

इसलिए यह फिर से साबित कर सकता है कि मुझे लिखने दें  $a$  के बराबर है आधार  $b$  के लिए  $x$  का लघुगणक और मान लें कि  $m$  बराबर  $\ln x$  है और  $n$ ,  $b$  के  $\ln$  के बराबर है तो  $x^n = e^{n \ln x}$  भी  $x^{\ln x}$ ,  $m$  के बराबर है

इसलिए  $x$  बराबर  $e$  के घात के बराबर है एम और बी बराबर ई के बराबर शक्ति एन अब हमारे पास एक्स बराबर बी के बराबर है

इसलिए हमारे पास ई से एम है जो एक्स के बराबर है और एक्स बराबर बी के बराबर है लेकिन बी कुछ भी नहीं है ई से घात  $n$  घात को बढ़ाए  $a$  जो  $e$  के बराबर घात  $na$  इसका तात्पर्य है कि  $m$  को  $na$  के बराबर होना चाहिए क्योंकि  $e$  से  $x$  है ए वन टू वन फंक्शन इसलिए एम बराबर है और फिर हमें जो साबित करना था वह यह था कि यह मात्रा ए के बराबर है लॉग एक्स बटा लॉग बी यानी एम बटा एन तो इसका मतलब है कि ए बराबर एम बटा एन है जो एक है आधार बी के लिए लॉग एक्स है, बी के एलएन द्वारा विभाजित एलएन एक्स के बराबर है,

इसलिए अब हम एलएन एक्स के व्युत्पन्न को खोजने का प्रयास करेंगे,

इसलिए याद रखें कि हमने देखा है कि श्रृंखला नियम का उपयोग करके हम किसी भी फ़ंक्शन के व्युत्क्रम के व्युत्पन्न की गणना कर सकते हैं अगर मैं फ़ंक्शन के व्युत्पन्न को जानता हूँ, तो हम इसका उपयोग  $\ln x$  के व्युत्पन्न की गणना करने के लिए करेंगे, इसलिए  $y = x$  के  $\ln$  के बराबर है, इसलिए हम  $dx$  द्वारा  $dy$  खोजना चाहते हैं, लेकिन हम जानते हैं कि इसका तात्पर्य है कि  $x$  से  $e$  है शक्ति  $y$  और क्योंकि हम जानते हैं कि हम घातांक फ़ंक्शन के व्युत्पन्न को जानते हैं इसलिए हम इस अभिव्यक्ति को  $x$  के संबंध में अंतर कर सकते हैं इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $x$  के बराबर  $d$  बटा  $dx$   $e$  से  $y$  है और इसका अर्थ है कि यह एक के बराबर है अब यहाँ हम श्रृंखला नियम का उपयोग करते हैं, इसलिए यह  $d$  से  $dy$  के  $e$  से  $y$  गुना  $dy/dx$  द्वारा श्रृंखला नियम और है  $e$  से  $y$  का व्युत्पन्न  $e$  से  $y$  गुना  $dy/dx$  के समान है लेकिन  $e$  से  $y = x$  के बराबर है इसलिए इसे  $x$  गुना  $dy/dx$  के रूप में लिखा जा सकता है और इसका अर्थ है कि  $dy/dx = 1$  बटा  $x$  के बराबर है, इसलिए हमें जो मिला है वह है फ़ंक्शन का व्युत्पन्न  $d$  बटा  $dx$   $x$  का प्राकृतिक लघुगणक  $1$  बटा  $x$  के बराबर है और क्योंकि  $\ln x$  को केवल  $x$  धनात्मक के लिए परिभाषित किया गया है, यह सूत्र सभी सकारात्मक वास्तविक संख्या  $x$  के लिए है जिसे हम परिभाषित भी कर सकते हैं यदि हम  $x$  को  $x$  के मॉड से प्रतिस्थापित करते हैं  $x$  का मान तो  $\text{mod } x$  का  $\ln$  यह  $0$  को छोड़कर सभी  $x$  के लिए परिभाषित किया गया है क्योंकि  $\text{mod } x$  हमेशा एक गैर नकारात्मक वास्तविक संख्या है, इसलिए यदि  $x$  शून्य नहीं है तो  $\text{mod } x$  हमेशा सकारात्मक होता है इसलिए  $\text{mod } x$  का लॉग परिभाषित किया जा सकता है क्या हम गणना कर सकते हैं व्युत्पन्न एफएक्स का व्युत्पन्न मॉड एक्स के लॉग के बराबर है, इसलिए यदि हम देखते हैं कि एफएक्स मॉड एक्स का लॉग है तो इसे टुकड़ों में परिभाषित किया जा सकता है क्योंकि यह एक्स के एलएन के बराबर है यदि एक्स  $0$  से बड़ा है और यह एलएन के बराबर है शून्य से  $x$  यदि  $x < 0$  से कम है क्योंकि  $x$  के लिए  $0$  से अधिक  $\text{mod } x = x$  के बराबर है और  $x$  से कम है  $0 \text{ mod } x = \text{माइनस } x$  के बराबर है इसलिए यह फ़ंक्शन है अब हम  $\ln x$  के व्युत्पन्न को जानते हैं इसलिए  $x$  के लिए  $0$  से अधिक शून्य  $f$  अभाज्य  $x$  बराबर एक बटा  $x$  है जिसे हमने देखा है और  $x$  के लिए शून्य से कम  $f$  अभाज्य  $x$  है  $d$   $x$  के  $\ln$  के  $dx$  से अब हम फिर से श्रृंखला नियम का उपयोग कर सकते हैं और यह ऋण  $x$  के संबंध में ऋणात्मक  $x$  के  $\ln$  के व्युत्पन्न के बराबर है जो  $x$  के संबंध में ऋण  $x$  के व्युत्पन्न का एक बटा  $x$  गुना होगा माइनस  $x$  का  $dx$  जो माइनस एक है तो यह फिर से एक बटा  $x$  के बराबर है इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $x$  के मॉड के लॉग का व्युत्पन्न भी एक बटा  $x$  के बराबर है यह शून्य को छोड़कर किसी भी वास्तविक संख्या से संबंधित  $x$  के लिए सही है इसलिए जब आप एंटी-डेरिवेटिव या अनिश्चित इंटीग्रल के बारे में जानेंगे तो आप देखेंगे कि फॉर्मूला में  $1$  बटा एक्स के एंटी-डेरिवेटिव का इंटीग्रल मॉड एक्स के लॉग के रूप में लिखा जाता है, न कि केवल एक्स का लॉग तो ठीक है अब देखते हैं कुछ उदाहरण तो अब हम लघुगणक  $x$  के अवकलज को भी जानते हैं ताकि हम लॉग से जुड़े कुछ उदाहरण देख सकें मान लीजिए  $f(x) = \ln x$  की साइन के बराबर है, तो  $f$  डैश  $x$  क्या है, व्युत्पन्न हम श्रृंखला नियम का उपयोग करते हैं इसलिए साइन का व्युत्पन्न मुझे कोसाइन कोसाइन लॉग  $x$  देता है और फिर  $x$  के संबंध में लॉग  $x$  का व्युत्पन्न मुझे  $x$  द्वारा एक देता है, इसलिए यह सच है और निश्चित रूप से यह प्रत्येक सकारात्मक एक्स के लिए परिभाषित किया गया है, एक्स के एक और जी को देखें, लॉग एक्स प्लस  $1$  के कोसाइन के बराबर है फिर से यह फ़ंक्शन शून्य से अधिक  $x$  के लिए परिभाषित किया गया है फिर जी प्राइम एक्स फिर से हम श्रृंखला नियम का उपयोग करते हैं कोसाइन का व्युत्पन्न मुझे लॉग एक्स प्लस  $1$  का नकारात्मक संकेत देगा एक्स गुना व्युत्पन्न डी बाय डीएक्स इनसाइड फ़ंक्शन का लॉग एक्स प्लस  $1$  टू एक्स है और फिर यह माइनस साइन लॉग एक्स प्लस  $1$  टू एक्स के बराबर है योग का व्युत्पन्न व्युत्पन्न का योग है इसलिए  $d$  बटा  $dx$  का  $\log x$  मुझे एक बटा  $x$  देता है और  $d$  बटा  $dx$  से  $x$  के लिए  $e$  है, इसलिए यह  $x$  के  $e$  का व्युत्पन्न है, आइए इसके व्युत्पन्न की गणना भी करें  $a$  से  $x$  जहां  $a$  धनात्मक वास्तविक संख्या है तो आइए देखें  $a$  to  $x$  हम जानते हैं कि यह  $\ln a$  की घात के घातांक  $e$  के रूप में परिभाषित किया गया है, इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $a$  से  $x$  बराबर  $d$  बटा  $dx$   $e$  से  $x \ln a$  है और अब हम चैन नियम का उपयोग करते हैं, इसका व्युत्पन्न  $e$  के बराबर होगा  $x \ln a$  गुना व्युत्पन्न  $d$  बटा  $dx$   $x \ln a$  अब यहाँ  $a$  का प्राकृत लघुगणक एक स्थिरांक है इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $x$  गुना  $\ln a$  बस  $\ln a$  के बराबर है इसलिए यह  $e$  के  $x \ln a$  के बराबर है  $a$  और  $e$  का  $x \ln a$  का गुणा  $x$  के बराबर है, इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $a$  से  $x$  के व्युत्पन्न के बराबर है  $a$  के  $x$  गुना प्राकृतिक लॉग आप देख सकते हैं कि विशेष रूप से यदि मैं  $e$  के बराबर रखें तो  $e$  का एलएन  $1$  के बराबर है यह मुझे सामान्य सूत्र डी बटा डीएक्स  $e$  से एक्स बराबर  $e$  के बराबर एक्स देता है ऐसा करने का एक और तरीका भी है तो आप जो करते हैं वह यह है कि आप लिखते हैं  $y = e^x$  के बराबर है, अब दोनों तरफ प्राकृतिक लॉग लें, इसका मतलब है कि  $y$  का  $\ln$ ,  $a$  के  $x$  गुना  $\ln$  के बराबर है, क्योंकि  $a$  से  $x$  हम जानते हैं कि  $\ln x$  गुना  $\ln a$  है और अब इसके संबंध में अंतर करें एक्स इसलिए  $d$  बटा  $dx$   $\ln y$  के बराबर  $d$  बटा  $dx$   $x \ln a$  अब यहाँ है क्योंकि  $y = e^x$  का एक फ़ंक्शन है जो श्रृंखला नियम का उपयोग कर सकता है इसका अर्थ है कि यह  $1$  बटा  $y$  गुना है  $dy/dx = \ln a$  के बराबर है जिसका अर्थ है कि  $dy/dx = y$  गुना है  $\ln a$

जो  $a$  से  $x \ln a$  है

इसलिए यह वही उत्तर देता है लेकिन आपके लिए इस रूप में लिखना थोड़ा आसान हो सकता है ठीक है तो आगे हम देखेंगे कि ऐसा करने का दूसरा तरीका अधिक सामान्य रूप से किया जा सकता है और हम करेंगे चर्चा करें कि लॉगरिदमिक भेदभाव क्या कहा जाता है,

इसलिए मान लीजिए कि हमारे पास  $x$  का एक फंक्शन  $f$  है जिसे  $x$  के कुछ फंक्शन के रूप में लिखा जा सकता है जिसे  $x$  के घात  $v$  तक बढ़ा दिया गया है,

इसलिए पहले यह  $y$  के बराबर था  $x$  यहां  $x$  का  $u$  बस है  $x$  का स्थिरांक  $a$  और  $v$  फलन  $x$  है लेकिन अब हम इन दोनों को  $x$  का एक फलन होने दे रहे हैं और हम  $f$  अभाज्य  $x$  खोजना चाहते हैं, हम व्युत्पन्न  $f$  अभाज्य  $x$  खोजना चाहते हैं तो हम वही करते हैं जो हमने किया था पिछले उदाहरण के लिए

इसलिए हम दोनों पक्षों के लिए प्राकृतिक लघुगणक लेते हैं,

इसलिए हमारे पास  $\ln f x$ ,  $u x$  के घात  $v x$  के बराबर है और हम लघुगणक की संपत्ति से जानते हैं कि यह  $u x$  के  $v x \ln$  के समान है

और अब हम  $x$  के संबंध में दोनों पक्षों को अलग करते हैं

इसलिए  $x$  के संबंध में अंतर करने पर हमें व्युत्पन्न प्राप्त होता है  $f x$  का प्राकृतिक लॉग मुझे  $f x$  गुणा  $f$  प्राइम  $x$  द्वारा 1 देगा यह फिर से श्रृंखला नियम द्वारा है और फिर  $u x$  के  $v x$  गुणा  $\ln$  का व्युत्पन्न यहाँ मैं उत्पाद नियम का उपयोग कर सकता हूँ यह  $d$  के बराबर है  $v x \ln u x$  का  $dx$  और यह  $v$  प्राइम  $x$  गुणा  $u x$  का प्राकृतिक लॉग प्लस  $v x$  गुणा व्युत्पन्न  $d$  गुणा  $u x$  के  $\ln$  के  $dx$  के बराबर है यह उत्पाद नियम द्वारा है और फिर हम श्रृंखला नियम का उपयोग करते हैं  $\ln u x$  का व्युत्पन्न 1 है  $u x$  गुणा  $u$  प्राइम  $x$  तो यह यूएक्स के वी प्राइम एक्स एलएन के बराबर है और वीएक्स गुणा 1 गुणा यूएक्स टाइम्स यू प्राइम एक्स तो इसका मतलब है कि एफ प्राइम एक्स बराबर है एफएक्स गुणा इस मात्रा में है कि वी प्राइम एक्सएलएनयूएक्स प्लस वीएक्स बाय यूएक्स टाइम्स यू प्राइम एक्स और एफएक्स  $v x$  के लिए  $u x$  के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए हमें  $x_i$ .

के  $f$  का अवकलज मिलता है  $x$  के  $n$  पद तो आइए हम कुछ उदाहरण देखें,

इसलिए पहले हम  $f x$  देखेंगे  $x$  के घात के बराबर  $x$  फिर हम लॉग लेते हैं  $\ln f x$   $x$  के  $\ln$  के बराबर  $\sin x$  के बराबर है जो  $\sin$  के बराबर है  $x \ln x$  और फिर हम इसे अलग करते हैं, इसका मतलब है कि एक बटा  $f x$  गुणा  $f$  प्राइम  $x$ , इसके व्युत्पन्न के बराबर है, मुझे  $\cos x$  लॉग  $x$  देगा और फिर प्लस साइन  $x$  गुणा लॉग  $x$  का व्युत्पन्न एक बटा  $x$  है, इसका अर्थ है  $f$  प्राइम  $x$   $f x$  के बराबर है जो  $x$  से ज्या  $x$  गुणा  $\cos x$  लॉग  $x$  प्लस साइन  $x$   $x$  के बराबर है,

इसलिए ध्यान दें कि आपको  $f x$  के व्युत्पन्न के लिए पिछले सूत्र को याद रखने की आवश्यकता नहीं है, आप केवल चरणों का पालन कर सकते हैं और फिर व्युत्पन्न की गणना कर सकते हैं एक और उदाहरण देखें तो यहां हमारे पास एक निहित समीकरण है,

इसलिए  $dy/dx$  खोजें यदि  $y$  से  $x$  जोड़  $x$  से  $y$  बराबर है तो अब यहां ध्यान दें कि हम सीधे इसका लॉग नहीं ले सकते हैं लेकिन अलग से यदि आप देखते हैं ये घातांक हैं तो हम क्या कर सकते हैं कि आप आपको कार्य करने दें आयन  $y$  से  $x$  और  $v$  बराबर  $x$  से  $y$  है तो हम गणना कर सकते हैं कि  $dx$  द्वारा  $du$  क्या है तो क्या दिया गया है कि तब दिया गया समीकरण  $u$  प्लस  $v$  बराबर 1 हो जाता है

इसलिए यदि मैं इस  $dudx$  प्लस  $DVDx$  में अंतर करता हूँ शून्य के बराबर है, मुझे इस समीकरण को कॉल करने दें, एक  $u$ ,  $y$  से  $x$  के बराबर है, इसका मतलब है कि  $\ln u$   $x \ln y$  के बराबर है, जिसका अर्थ है कि यदि मैं  $x_i$  के संबंध में अंतर करता हूँ तो एक बटा  $u$  बार प्राप्त करें दु बटा  $dx$  इसके साथ व्युत्पन्न के बराबर है  $x$  के संबंध में  $x$  के व्युत्पन्न के संबंध में, मुझे  $x$  के संबंध में  $\ln y$  का एक गुणा प्लस  $x$  गुणा व्युत्पन्न देता है, जो कि  $dy/dx$  से 1 गुणा  $y$  गुणा है और इसका अर्थ है कि  $ddx$   $u$  के बराबर है जिसे मैं फिर से  $y$  के रूप में लिख सकता हूँ  $x$  गुणा  $\ln y$  प्लस  $x$  बाय  $y dy/dx$  आइए हम इस समीकरण को दो कहते हैं, क्योंकि  $v$ ,  $x$  के बराबर है,  $v$  का  $y \ln$ ,  $y \ln x$  के बराबर है और अब हम इसे 1 बटा  $v DV dx$  पहले के बराबर प्राप्त करने के लिए अंतर करते हैं यहाँ पद  $y$  है

इसलिए  $dy/dx$  गुणा  $\ln x$  प्लस प्रथम पद  $ti$  मेस दूसरे पद का व्युत्पन्न  $\ln x$  1 बटा  $x$  देता है,

इसलिए इसका अर्थ है कि  $DV dx v$  है जो  $x$  से  $y$  गुणा है यह  $\ln x dy/dx$  है प्लस  $y$  बटा  $x$  यह समीकरण तीन है अब 1 में दो और तीन का उपयोग करके हम का मान प्राप्त करते हैं  $dudx$  और  $DVDx$  हमें  $y$  से  $x$   $x \ln y$  प्लस  $y$  से  $x$  गुणा  $x y dy/dx$  द्वारा मिलता है यह है  $dudx$  plus  $DVDx$  मुझे  $x$  को  $y \ln x dy/dx$  प्लस  $x$  को  $y$  गुणा  $y$  बटा  $x$  देता है यह शून्य के बराबर है अब हम चाहते हैं गणना करने के लिए कि  $dy/dx$  क्या है,

इसलिए इन दो शब्दों को हम इसका अर्थ जोड़ सकते हैं और फिर आप देखते हैं कि हमारे पास  $y$  से  $x$  को  $y$  से विभाजित किया गया है जिसे  $y$  से  $x$  माइन्स वन के रूप में लिखा जा सकता है,

इसलिए यह  $x$  गुणा  $y$  से घात  $x$  माइन्स 1 है प्लस दूसरा पद  $x$  से  $y \ln xx$  से  $y \ln x$  गुणा  $dy/dx$  है, यह  $y$  से  $x \ln y$  के ऋणात्मक के बराबर है और दूसरा पद  $x$  से  $yy$  को  $x$  से विभाजित किया गया है,

इसलिए यह  $x$  से  $y$  है शून्य से एक गुणा  $y$  तो यह देता है  $dy/dx$

$y$  के ऋणात्मक के बराबर  $x \ln y$  जोड़  $x$  से  $y$  घटा एक गुणा  $y$   $div$   $x$  से  $y$  घटा 1  $y$  से  $x$  घटा 1 जमा  $x$  से  $y \ln x$  दायें,

इसलिए हमने इसे एक अभ्यास के रूप में गणना की है जिसे आप कोशिश कर सकते हैं  $\cos x$  से घात  $y$  बराबर  $\cos y$  से घात  $x$  है  $dy/dx$  दूढ़ें दूसरा है  $dy/dx$  को  $x$  प्लस  $x$  से  $y$  जमा  $x$  से  $x$  तक,  $a$  के बराबर  $b$  है जहां  $a$  और  $b$  स्थिरांक हैं, इसलिए ये दोनों आप सिम में उसी तरह से कर सकते हैं जैसे आप इसे करने देते हैं यदि आप यह वी के बराबर हैं तो आप यहां गणना

करते हैं कि आप दोनों पक्षों को सीधे लॉगरिदम भी ले सकते हैं और फिर आप इसे अलग कर सकते हैं लेकिन दूसरे उदाहरण में आप इन तीन शब्दों को यूवी और डब्ल्यू मान सकते हैं और फिर पता लगा सकते हैं कि ड्यूडएक्सडीवीडीएक्स और डीडब्ल्यूडीएक्स क्या है और तब हम जानते हैं कि योग एक स्थिर है

इसलिए व्युत्पन्न का योग शून्य होगा और इससे आप गणना कर सकते हैं कि  $dydx$  क्या है,

इसलिए यह लघुगणकीय विभेदन कार्यों के व्युत्पन्न की गणना करने के लिए एक महत्वपूर्ण उपकरण है जब यह किसी अन्य चीज़ की गणना करने के लिए जटिल लगता है।

के बारे में जानेंगे

जब  $x$  और  $y$  को कुछ पैरामीट्रिक रूप में दिया जाता है, तो फ़ंक्शन का व्युत्पन्न कहा जाता है,

इसलिए हम पैरामीट्रिक रूप में फ़ंक्शन के डेरिवेटिव की गणना करना चाहते हैं, तो आइए मान लें कि  $x$  और  $y$  को कुछ पैरामीटर के संदर्भ में लिखा जा सकता है।

$t$  अर्थात्  $x$ ,  $t$  का एक फलन है और  $y$  भी  $t$  का एक फलन है, तो हम  $dydx$  खोजना चाहते हैं ताकि  $dydx$  ढूँढ़ सकें यदि आप देखें तो  $y$   $t$  का एक फलन है यदि मैं  $dydt$  लिखता हूँ तो

इसे  $dydx$  बार  $dxdt$  के रूप में लिखा जा सकता है

यह श्रृंखला नियम द्वारा है और

इसलिए इसका तात्पर्य है कि व्युत्पन्न  $dydx$  की गणना  $t$  के संबंध में व्युत्पन्न के रूप में की जा सकती है,

इसलिए  $t$  के संबंध में व्युत्पन्न

के संदर्भ में  $x$  के संबंध में  $y$  के व्युत्पन्न के लिए यह सूत्र है।

$dxdt$  द्वारा  $dydt$  के बराबर है या इसे मैं  $y$  prime  $t$  by  $x$  prime  $t$  के रूप में भी लिख सकता हूँ ताकि आप  $y$  को एक फ़ंक्शन के रूप में हल करने का प्रयास करने के बजाय  $t$  के संबंध में डेरिवेटिव ढूँढ़कर व्युत्पन्न की गणना कर सकें।

$fx$

इसलिए एक उदाहरण के रूप में यदि मैं समीकरण लेता हूँ तो

सर्कल  $x$  वर्ग का समीकरण प्लस  $y$  वर्ग एक वर्ग के बराबर होता है,

जिसे  $x$  के बराबर कोसाइन  $t$  और  $y$  के बराबर कोसाइन  $t$  के रूप में पैरामीटर किया जा सकता है क्योंकि हम जानते हैं कि कोसाइन वर्ग टी प्लस पाप स्क्वायर टी एक है

इसलिए एक्स स्क्वायर प्लस वाई स्क्वायर अब एक वर्ग है अगर मैं व्युत्पन्न डीडीडिएक्स खोजना चाहता हूँ तो हम जानते हैं कि डीडिएक्सडीटी शून्य से एक पाप टी है और डीडीडटी एक बार कोसाइन टी के बराबर है

इसलिए व्युत्पन्न खोजने के लिए  $dydx$  यह कुछ भी नहीं है, लेकिन  $dxdt$  द्वारा  $dydt$  है जो एक कोसाइन टी के बराबर है जो नकारात्मक एक पाप है

इसलिए रद्द करता है और मुझे टी के कोटेंजेंट का नकारात्मक मिलता है

इसलिए हमें पैरामीटर टी के संदर्भ में यहां व्युत्पन्न मिलता है ताकि आज के व्याख्यान को समाप्त किया जा सके अगले व्याख्यान में हम एक पैरामीटर के रूप में डेरिवेटिव के कुछ और उदाहरण देखेंगे और फिर हम डेरिवेटिव के कुछ अनुप्रयोगों को देखेंगे धन्यवाद।