ہیلو طلباء
تو آج چوتھا لیکچر ہے مشتقات پر آخری لیکچر میں ہم نے تفریق کے سلسلہ کے اصول کو دیکھا اور پھر ہم الٹا مثلثی افعال کے مشتقات تلاش کر
اور پھر میں نے کہا کہ اسی طرح tan inverse of x کے الٹا سائن کے مشتق کا حساب لگایا اور x رہے تھے آخری کلاس میں ہم نے
ہم اگلی کلاس میں دیگر معکوس مثلثی افعال کے مشتق کا حساب لگائیں گے
x کے مشتق 1 کے برابر ہے مربع جڑ 1 کے برابر مائنس sine inverse of x کے d by dx تو ہم نے اس سے پہلے دیکھا کہ
مربع ہے اب مثلثیات کے لیکچر میں آپ نے کچھ شناختیں سیکھی ہوں گی x کا مشتق ایک سے زیادہ ایک جمع tan inverse of x مربع اور
اور ٹین انورس ایکس پلس کوٹینجینٹ الٹا pi by two برابر ہے cos inverse x پلس ٹین ان پلس x لہذا ہم جانتے ہیں کہ سائن انورس
ہے pi بذریعہ دو ہے اور اسی طرح سیکنٹ انورس ایکس پلس کوسیکینٹ الٹا ایکس دو سے pi ایکس بھی
کے مشتق کا cos inverse x اس شناخت کا استعمال کرتے ہوئے erse xi کا مشتق معلوم ہو جائے sin inv تو ایک بار جب مجھے
اس کا مطلب یہ ہے کہ pi by 2 minus sin inverse x کچھ نہیں ہے مگر cos inverse x حساب لگا سکتا ہے لہذا cos
inverse x کا مشتق pi 2 کے by 0 کے برابر ہے minus d کے مشتق کے برابر ہے dx بذریعہ سائن انورس x
کا مشتق cot inverse x مربع کے مربع جڑ کے مائنس 1 کے برابر ہے اور اسی طرح x تو ہم یہ حاصل کرتے ہیں کہ یہ ایک مائنس
اور x مربع ہے ہمارے پاس سیکینٹ الٹا x کے ماخوذ کے مائنس کے برابر ہے جو کہ مائنس ایک سے زیادہ ایک جمع tan inverse x
کے مشتق کا حساب لگا سکتا ہوں secant inverse x کے مشتق کے ساتھ رہ گیا ہے لہذا اگر میں cosecant inverse x
کا حساب لگاتے ہیں۔ d کے مشتق کا منفی ہوگا لہذا آئیے مشتق secant inverse x کا مشتق cosecant inverse x تو پھر
سیکنٹ الٹا x کا dx
secant inverse x برابر ہے let y کے لئے کیا تھا tan inverse اور sin inverse تو ہم وہی کریں گے جس طرح ہم نے
کے secant کے y برابر ہے x کے پھر
کے حوالے سے فرق کروں x تو اگر میں
سے اور سلسلہ اصول کے لحاظ dx کے secant کے y کے برابر ہے d کا مشتق ایک ہے برابر ہے x تو ہم ہاتھ کی طرف حاصل کریں
کا مشتق y یہ سلسلہ اصول کے مطابق ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ سیکنٹ dydx کے بار secant y کے dy کے برابر ہے d سے یہ
بار y ایک اوور سیکنڈ dx بذریعہ dy اس کا مطلب ہے کہ ڈیریویٹیو dydx اوقات tan y اوقات کے سیکنٹ کے برابر ہے y کیا ہے؟ یہ
کا y کا سیکنٹ چونکہ ہے y کا سیکنٹ الٹا ہے لہذا x کے لحاظ سے ظاہر کرنا چاہتے ہیں xy کے برابر ہے ہم اس مشتق کو tan y
y کے ٹین ٹین مربع کے بارے میں ہم جانتے ہیں کہ سیکنٹ مربع y سے بدل سکتا ہے اور x کو y کے برابر ہے یہاں پر سیکنٹ xi سیکنٹ
مربع مائنس ون اب ہمیں یہ تعین x جمع ہے یا مائنس مربع جڑ y مربع مائنس 1 کے برابر ہے اس کا مطلب ہے کہ ٹین x مائنس 1 ہے لہذا یہ
کا میرا x کا سیکنٹ الٹا اگر میں یہ لکھوں کہ x کرنا ہے کہ آیا یہ مثبت ہے یا منفی نشان اس لیے اپنے مثلثیات کے لیکچرز سے یاد کریں کہ
سیکنٹ الٹا ہے
اس سے بڑا ہے 1 x سے تعلق رکھتا ہے اگر pi by 2 تو یہ 0 سے
مائنس انفینٹی سے مائنس ون ہے x n اگر i تو اور یہ پائی میں دو سے پی میں ہے۔
x 1 نہیں ہوسکتا اور اگر pi by 2 کے درمیان ہوتا ہے اور یہ کبھی بھی pi کا سیکنٹ الٹا ہمیشہ صفر سے x تو اس کی وجہ یہ ہے کہ
سے بڑا ہے
تو 1 سے بڑا یا برابر ہے
مائنس 1 کے برابر سے کم ہے x سے 2 سے کم اور 0 کے برابر سے بڑا ہے اور اگر x pi تو سیکنٹ الٹا
مائنس ون اور ون کے x کی وضاحت نہیں ہے اگر x کے برابر سے کم ہے اور سیکینٹ الٹا pi سے 2 سے بڑا اور x pi تو سیکنٹ الٹا
درمیان ہے
y تو اس کی وضاحت نہیں کی گئی ہے کیونکہ تھیٹا کا سیکنٹ ہمیشہ ایک کے برابر سے بڑا ہوتا ہے یا مائنس ون کے برابر سے کم ہوتا ہے لہذا
pi by ایک اور انفینٹی کے درمیان ہے اور یہ x میں ہے۔ بذریعہ 2 اگر pi کے برابر ہے یہ ہمیں معلوم ہوا کہ یہ 0 سے x سیکنٹ الٹا
to pi مائنس ون کے برابر سے کم ہے x سے تعلق رکھتا ہے اگر
کے برابر 1 سے زیادہ کے x وقفہ صفر میں ہے y کا ٹین کیا ہے ہم جانتے ہیں کہ y تو اب ہم کیا چاہتے ہیں ہم یہ تلاش کرنا چاہتے ہیں کہ
مائنس انفینٹی سے مائنس 1 میں ہے x میں ہے اگر pi سے pi 2 وقفہ y اور pi by two لئے
مائنس x ایک انفینٹی سے تعلق رکھتا ہے اور یہ صفر سے کم یا برابر ہے اگر x کا ٹین یہ صفر کے برابر ہے اگر y تو اس کا مطلب ہے
انفینٹی سے مائنس ون میں ہے
تو یہ ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں وہ ٹین فنکشن پہلے کواڈرینٹ میں مثبت اور دوسرے کواڈرینٹ میں منفی ہے لہذا اگر آپ پچھلے صفحہ میں دیکھتے
کا ٹین غیر y کا برابر 1 سے بڑا ہونا ہے۔ پھر x مربع مائنس 1 اگر ہمارے پاس x ہے جمع یا مائنس مربع جڑ tan y ہیں کہ ہمارے پاس
مربع مائنس 1 کے مربع جڑ کا x کے برابر ہے اور یہ 1 x مربع مائنس 1 کے مربع جڑ کے برابر ہے اگر x کا ٹین y منفی ہونا چاہئے لہذا
secant برابر ہے 1 بذریعہ dx کا x ہم سیکنٹ الٹا d کے سیکنٹ الٹا کا ٹین تھا لہذا x برابر سے کم ہے مائنس 1 یہ x مائنس ہے اگر
x مربع مائنس 1 اگر x گنا مربع جڑ کے برابر ہے x x لکھنے دو جو tan y 1 گنا secant y ہے مجھے پھر سے x برابر y
x کا ٹین مائنس مربع جڑ y ایک سے کم ہے کیونکہ x مربع مائنس 1 اگر x مربع جڑ x برابر 1 سے بڑا ہے اور یہ ہے۔ 1 بذریعہ مائنس
مائنس ون کے برابر سے کم ہے x مربع مائنس ون ہے اگر
کے برابر سے بڑا ہے 1 x تو افسوس ہے کہ ہم اسے یکجا کر کے دیکھ سکتے ہیں۔ اگر
کے برابر ہے x mod x دوبارہ مثبت ہے مائنس x مائنس 1 کے برابر سے کم کے لئے مائنس x ہے اور x تو ہمارے پاس مثبت نشان
سے کم ہے 0 x اگر x سے بڑا ہے اور مائنس 0 x کے برابر ہے اگر mod x x کیونکہ
مربع مائنس ون اور x مربع جڑ over mod x times برابر ہے dx of secant inverse x 1 لکھ سکتے ہیں بذریعہ d تو ہم
اس سے بڑا ہو یا اس کے برابر ایک کے لیے mod x یقیناً ہم جانتے ہیں کہ اس کی تعریف اس صورت میں کی جاتی ہے اگر
گنا مربع جڑ mod x مربع مائنس 1 کا ایک اوور x کے مشتق کا فارمولا ہے آپ کو یاد رکھنا چاہیے کہ یہاں ہمارے پاس x تو یہ سیکنٹ الٹا
منفی مائنس 1 سے کم یا اس کے برابر ہے x ہے لہذا اگر
سے مشتق بھی ملتا ہے۔ مائنس آف سیکنٹ انورس ایکس cosecant inverse x تو یہ مشتق ہو جائے گا۔ منفی ہو جائے گا اور اس لیے ہمیں
کے لئے mod x مربع مائنس ایک دوبارہ یہ صرف ایک کے برابر سے زیادہ x گنا مربع جڑ mod x کے مشتق کے برابر ہے لہذا مائنس 1 از
اب اگلی چیز جو ہم دیکھیں functions بیان کیا گیا ہے لہذا ہم نے سلسلہ اصول استعمال کیا ہے اور تمام الٹا مثلث کے مشتق کو ثابت کیا ہے۔
فنکشن کے طور پر بیان کیا implicit میں ایک x کو y کا ایک فنکشن ہے جہاں ہمارے پاس x کا اخذ کرنا y گے وہ یہ ہے کہ ایک فنکشن
گیا ہے لہذا میں مضمر تفریق کرتا ہوں

کے فنکشن کے طور پر لکھنا مشکل ہے مثال x کو y لیکن واضح طور پر x سے متعلق ایک مساوات ہوتی ہے۔ y تو کبھی کبھی ہمارے پاس
کے برابر ہے y x جمع سائن y کے طور پر فرض کریں کہ ہمیں
کا حساب لگانا dydx اور ہم x کو بطور فنکشن لکھنا ممکن نہیں ہے۔ y پر ہے لیکن براہ راست x کا انحصار y تو یہاں ہم جانتے ہیں کہ
کے فنکشن کے طور پر لکھنے کی کوشش کرنے x کو y کو تلاش کرنا ہے لہذا یہاں ہم dy سے مشتق dx چاہتے ہیں اس لیے ہمارا مقصد
کے بجائے یہاں نہیں لکھ سکتے ہم مندرجہ ذیل مضمر تفریق کریں گے
dx کے dx کو d اس کا مطلب یہ ہے کہ اگر میں مشتق x برابر ہے y جمع نشان y تو ہم کیا کریں گے۔ ہم صرف مشتق لکھتے ہیں لہذا
لیتا ہوں y جمع سائن y کے
اب ایک کے برابر ہے سلسلہ کے sine y ہے ddx ہے اور مشتق dydx کے برابر ہے اب یہ دیتا ہے کہ یہ d کے dx کے x تو یہ
لکھا جا dy of sin y times dydx کے طور پر d کے مشتق کو sine y کے حوالے سے x اصول کے مطابق ہم جانتے ہیں کہ
سکتا ہے اور یہاں ہم سلسلہ اصول استعمال کر رہے ہیں
ایک کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے cosine y کا مشتق sine y کو عام لے سکتا ہوں۔ بار ایک جمع dydx تو اس کا مطلب ہے کہ میں
مائنس ون کے برابر نہیں ہے لہذا نوٹ کریں کہ مضمر تفریق کرنے سے y بشرطیکہ cos y ایک سے زیادہ ایک کے برابر ہے dydx کہ
سے زیادہ 1 جمع dydx کے فنکشن کے طور پر اس مثال میں مشتق x حاصل کرنے کی ضرورت نہیں ہے صرف dydx ہمیں مشتق
کا فعل ہوگا اور ہم y اور dydx x کے لحاظ سے نہیں جانتے ہیں لہذا عام طور پر مشتق x کو براہ راست cos y ہے اب ہم cos y
تاکہ یہ مضمر تفریق کے بارے میں ہے اب اگلی چیز جو n کا x واضح طور پر ایک فنکشن ہے۔ اس مساوات کے ذریعہ y جانتے ہیں کہ
کو کچھ x میں کرنا چاہوں گا وہ یہ ہے کہ اب تک ہم نے ان فنکشنز پر غور کیا ہے جو کثیر الثانیات ہیں یا مثلثی افعال یا الٹا مثلثی افعال یا کچھ
طاقت لیکن وہاں دوسرے فنکشنز بھی ہیں جو کیلکولس میں بہت کارآمد ہیں اس طرح ایکسپونینشل فنکشنز اور لوگارتھمک فنکشنز کی طرح میں آپ کو
ایکسپونینشل اور لوگارتھمک فنکشن کا تعارف کرانا چاہوں گا اور پھر دیکھیں کہ ڈیریویٹوز کیا ہیں
مربع x سے زیادہ 1 فیکٹوریل پلس x یہ برابر ہے 1 پلس x تو آئیے ایکسپونینشل فنکشن کے بارے میں بات کریں تاکہ ہم اس کی وضاحت کریں
فیکٹوریل تک انفینٹی تک n اوور n تک x سے زیادہ 2 فیکٹوریل پلس ڈاٹ ڈاٹ تک
n سے n کے x صفر سے لامحدود n کا n تو یہ وہی ہے جو یہ کچھ نہیں ہے لیکن یہ اس کے برابر ہے ہم بطور خلاصہ بھی لکھتے ہیں
لامحدودیت n جیسے جیسے n کے برابر ہے 0 سے k فیکٹوریل k سے زیادہ k سے x فیکٹوریل کے برابر ہے اور جو n سے زیادہ
کے قریب آتا ہے
تو اسے پاور سیریز کہا جاتا ہے کہ ہم ایک فنکشن کو لامحدود سیریز کے طور پر لکھتے ہیں اور کسی بھی لامحدود سیریز کو ہم اس محدود سیریز
کی حد کے طور پر لکھ سکتے ہیں لہذا ہم یہاں زیادہ سختی میں نہیں جائیں گے لیکن مجھے لکھنے دیں ایک حقیقت یہ ہے کہ یہ سلسلہ مندرجہ بالا
کے لئے ایک محدود حقیقی تعداد میں اس لئے ایکسپونینشل فنکشن ایکس کا x سلسلہ کنورج اور کنورجز کا مطلب ہے کہ ہر حقیقی نمبر
کی تعریف کی جاتی ہے۔ ٹھیک x کے لئے ایکسپونینشل x ایکسپونینشل ہے وہ حد ہے جس تک یہ سلسلہ کنورج ہوتا ہے اس طرح ہر حقیقی نمبر
ہے
تو مزید ایکسپونینشل ایکس مندرجہ ذیل خصوصیات کو مطمئن کرتا ہے ایک یہ ہے کہ صفر کا ایکسپونینشل کیا ہے اگر آپ دیکھیں کہ ایکس کے
ایکسپونینشل کو ایک جمع ایکس پر فیکٹوریل ون جمع ایکس مربع پر فیکٹوریل ٹو کے طور پر بیان کیا گیا ہے اور اسی طرح اگر میں ایکس کو صفر
کے برابر رکھتا ہوں
تو صرف پہلا اصطلاح ایک ہے اور باقی تمام اصطلاحات صفر ہیں لہذا یہ دیکھنا آسان ہے کہ صفر کا کفایتی ایک سیکنڈ کے برابر ہے بات یہ ہے
x one کا x دو سے چھوٹا ہے اس کا مطلب یہ ہونا چاہئے کہ x ایک x جو کہ x کہ ایکس کا ایکسپوونشل اس کا بڑھتا ہوا فعل ہے
exponential x two کے exponential سے کم ہے
ایک سے بڑا سمجھتا ہوں x دو کو x تو یہ اس لئے ہے کہ اگر آپ یہاں دیکھیں کہ اگر میں
ایک مربع x دو مربع x ایک سے بڑا ہے اور فیکٹوریل ٹو کے لحاظ سے x دو کو فیکٹوریل ون سے فیکٹوریل ون کے لحاظ سے x تو یقیناً
کے لئے پاور سیریز میں ہر اصطلاح سے زیادہ ہے لہذا یہ x1 فیکٹوریل دو سے بڑا ہے لہذا اس پاور سیریز میں ہر ایک اصطلاح ایکسپونینشل
ایک بڑھتی ہوئی تقریب ہے یقیناً ہم جانتے ہیں کہ یہ ڈومین میں نے کہا تھا کہ اس فنکشن کا ڈومین تمام حقیقی نمبروں کا سیٹ ہے اس لیے یہ
پلس سے r کے لیے بیان کیا گیا ہے اور ایکسپوینیشنل فنکشن کی رینج یہ تمام مثبت حقیقی نمبر کے برابر ہے اسے r ایکسپونیشنل ایکس تمام
ظاہر کرے گا۔ جو کہ 0 کے لامحدودیت کے برابر ہے اس لیے ایکسپوینیشنل ایکس کبھی بھی منفی قدر نہیں لیتا ہے یا صفر کی قدر ایکسپونیشنل
کے قریب i ایکس کبھی بھی صفر یا منفی نہیں ہوتا ہے جو میں لکھوں گا کہ اس ایکسپونیشنل ایکس کا کیا ہوتا ہے جیسے ہی ایکس مثبت لامحدود
مثبت لامحدودیت x مربع بذریعہ فیکٹوریل 2 اور اسی طرح اگر x ہے فیکٹوریل 1 جمع x کا کفایتی 1 جمع x آتا ہے۔ اگر آپ دیکھتے ہیں کہ
تک پہنچتا ہے سوائے پہلی اصطلاح 1 کے مثبت لامحدودیت کے قریب، لہذا یہ حد مثبت کے برابر ہونی چاہئے۔ لامحدودیت اور دوسرا جو یہاں
منفی لامحدودیت کے قریب پہنچتا ہے یہ صفر کے برابر ہے اس x کے کفایت شعاری کی حد لکھتا ہوں کیونکہ x زیادہ واضح نہیں ہے لیکن میں
لئے سا
y کے مجموعے کا کفایتی ہے ایکسپوونینشل ایکس پلس ایکس گنا ایکسپونیشنل y اور x تویں خاصیت بہت اہم ہے یہ کہتا ہے کہ
کو قدرتی اعداد کہا جائے n اور m کے اگر n سے a گنا m کے a کے برابر ہے n پلس m سے a کا موازنہ
تو سات اور ایک کا استعمال کرتے ہوئے ہمیں مائنس کا ایکسپوینیشنل ملتا ہے ایکس ایکس کے ایکسپونشنل کے حساب سے ایک کے برابر ہے یہ اس
لیے ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ 1 0 کا ایکسپونیشنل ہے جسے میں ایکس پلس مائنس ایکس کے ایکسپنینشل لکھ سکتا ہوں اور پراپرٹی سات کے حساب
اس لیے ایکسپونینشل مائنس ایکس ایک اوور ایکسپونیشنل ایکس ہے اس لیے d سے یہ مائنس ایکس این کے ایکسپونیشنل ایکس گنا ایکسپونشنل ہے
اب آپ اس چھ سے بھی دیکھ سکتے ہیں کیونکہ اگر ایکس مائنس انفینٹی پر جاتا ہے
آپ کا یہ ایکسپونیشنل x تو پانچ سے چھ فالو ہوتا ہے کیونکہ جیسے ہی ایکس مائنس انفینٹی پر جاتا ہے مائنس ایکس مثبت انفینٹی پر جاتا ہے اور
مائنس ایکس کے ایک اوور ایکسپنینشل کے طور پر لکھ سکتے ہیں جو کہ مثبت انفینٹی پر جاتا ہے اور ایک اوور انفینٹی جو کہ 0 پر جاتا ہے۔
تو آئیے ہم کہتے ہیں کہ اس فنکشن کا گراف ڈرا کریں تاکہ ہم جان لیں کہ ایکسپونیشنل ایکس تمام ایکس کے لیے ایکس کے لیے 0 کے برابر ہے۔ 1
ہے
صفر سے بڑھتا ہے یہ بڑھتا ہی جائے گا اور یہ لامحدودیت میں x تو میرے پاس 0 کوما 1 ہے اور یہ ایک بڑھتا ہوا فنکشن ہے لہذا جیسے جیسے
منفی ہے x جاتا ہے جیسا کہ آپ مثبت لامحدودیت پر جائیں گے اور اگر
تو کیونکہ یہ ایکس کا بڑھتا ہوا فنکشن ہے 0 کے ایکسپونینشل سے کم ہوگا جو کہ 1 ہے اور جیسے جیسے آپ منفی انفینٹی پر جاتے ہیں یہ 0 دائیں
طرف جاتا ہے
منفی انفینٹی پر جاتا ہے x سے 0 جیسا کہ es تو یہ فنکشن ایکسپونیشنل ایکس کا گراف ہے یہ ہمیشہ بڑھ رہا ہے یہ منفی انفینٹی پر جاتا ہے
کو 1 کے برابر ڈالتے ہیں x مثبت انفینٹی پر جاتا ہے اب اگر ہم x یہ مثبت انفینٹی پر جاتا ہے جیسا کہ

کو ایک کے برابر رکھتا ہوں x تو ہمیں 1 کا ایکسپونیشنل ملتا ہے یہ ایک اوور کے برابر ہے میں
مربع دوبارہ ایک سے زیادہ دو فیکٹوریل ہے اور اسی طرح میں اس پر لکھ سکتا ہوں کیونکہ یہ بھی ایک اوور کے x تو ایک سے زیادہ فیکٹریل جمع
سے ظاہر کریں اسے e صفر سے لامحدود تک چل رہا ہے ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک حقیقی نمبر ہے اور ہم اس کو k فیکٹوریل کا خلاصہ ہے
euler's constant کے مجموعے کے برابر ہے صفر سے k فیکٹوریل k ایک کا کفایتی ہے جو ایک سے زیادہ e کہا جاتا ہے لہذا
تقریباً دو پوائنٹس سات ایک e کچھ حقیقی عدد ہے جو دو سے بڑا ہے اور تین سے کم در حقیقت e لامحدود حقیقت میں ہم دکھا سکتے ہیں کہ یہ
دو سے بڑا اور تین e آٹھ کے برابر ہے لہٰذا ابھی حساب کتاب میں یہ ہمارے لیے اہم نہیں ہے لیکن میں آپ کو یہ بتانے کی کوشش کرتا ہوں کہ
سے چھوٹا کیوں ہے
پلس ون سے زیادہ ایک فیکٹوریل پلس ایک سے زیادہ دو فیکٹوریل ڈاٹ ڈاٹ ڈاٹ تک ne over one کے برابر ہے۔ e o تو ہم جانتے ہیں کہ
انفینٹی تک یہ یقیناً ایک جمع ایک سے زیادہ بڑا ہے جو دو کے برابر ہے
لکھتا ہوں بطور ایک جمع ایک پر ایک حقیقتی جمع ایک سے زیادہ دو حقیقتی جمع ایک e دو سے بڑا کیوں ہے اگر یہ بھی تین سے کم ہے میں e تو
سے زیادہ تین فیکٹوریل اور اسی طرح ہم اسے لکھ سکتے ہیں کیونکہ یہ ایک جمع سے کم ہے یہ دوبارہ 1 جمع 1 زیادہ 2 فیکٹوریل ہے 2 جمع 3
فیکٹوریل 3 گنا 2 ہے
تو یہ 2 مربع پر 1 سے کم ہے اور پھر مجھے مزید ایک بار لکھنے دیں 1 پر 4 فیکٹوریل 4 فیکٹوریل ہے 4 گنا 3 گنا 2 جو 2 گنا سے بڑا ہے 2 گنا
جو کہ 2 مکعب ہے 2
جمع ایک فیکٹریل لکھتا ہوں n تو 1 سے زیادہ 4 فیکٹوریل 1 اوور 2 مکعب سے کم ہے اور اسی طرح اس کی وجہ یہ ہے کہ اگر میں ایک اوور
کی طرح ثابت کر سکتے ہیں۔ وضاحت کی اب ہم i کے برابر دو سے زیادہ ہے اسے آپ انڈکشن یا براہ راست n تو یہ ایک اوور ٹو سے کم ہے
دیکھتے ہیں کہ یہاں ہمیں ایک جی مل رہا ہے۔ اومیٹرک سیریز 1 جمع آدھا جمع آدھا مربع وغیرہ اور یہ ہندسی سیریز آپ نے دیکھی ہو گی کہ ہم اس
لامحدود سیریز کو جمع کر سکتے ہیں
سے زیادہ کے برابر r تو آئیے میں یہ لکھتا ہوں کہ جیومیٹرک سیریز ایک جمع اے آر جمع اے آر مربع اور اسی طرح لامحدود تک یہ ہے 1 مائنس
مطلق قدر میں 1 سے کم ہے r اگر ہندسی تناسب
تو یہ آپ نے ہندسی ترقی کے اس مجموعہ میں دیکھا ہوگا کہ جب تک آپ لامحدود سیریز کی حد لیتے ہیں جب تک کہ عام تناسب اس سے کم ہو 1
کو دو کے برابر ڈالنے سے ایک جمع r کے برابر ہے لہذا ایک کے برابر اور r مطلق قدر میں یہ بدل جاتا ہے اور یہ ایک سے زیادہ مائنس
برابر ہے ایک سے ایک مائنس ایک a ایک بذریعہ دو جمع ایک مربع ہے اور اسی طرح اس پر ar برابر ایک کے دو کے برابر ہے لہذا r معافی
سے دو جو کہ برابر ہے
ایک جمع سے کم ہے ہندسی رقم e تو یہ سلسلہ 1 جمع نصف جمع 1 4 اور 1 8 سے یہ رقم 2 بنتی ہے اور پھر میرے پاس 1 جمع یہ ہے لہذا
ایک غیر معقول عدد ہے مجھے e صرف ایک حقیقت کے طور پر بیان کروں گا کہ یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ ei دو تھی جو تین کے برابر ہے۔
بھی کچھ حدیں لکھنے دیں
کی طاقت n اگر آپ اس ترتیب کی حد کو دیکھیں۔ 1 جمع 1 بذریعہ n کی طاقت تک n سے n کی حد ایک جمع ایک کی لامحدودیت میں n تو
تک بڑھ جاتی x کی طاقت 1 سے x کی حد کو بھی لکھ سکتے ہیں جو 1 کے 0 پر جاتا ہے اور x کے برابر دیتا ہے اور ہم e یہ ہمیں بالکل n
کے برابر ہے لہذا یہ حقیقت میں نہیں کروں گا۔ ابھی ایک اور چیز ثابت کریں جس کی ہمیں ضرورت ہو گی وہ یہ ہے کہ ہم اس کی e ہے یہ بھی
exponential of h minus one over h کے 0 کے h حد کا حساب لگاتے ہیں
لکھیں ٹھیک ہے لہذا اگر میں x کے طور پر طاقت e کو exponential x تو مجھے اس اشارے کو استعمال کرنے دیں تاکہ نوٹیشن ہم
دیکھتا ہوں
مربع پر دو فیکٹوریل اس لامحدود سیریز کے h کے برابر ہے ایک فیکٹوریل کے علاوہ h کا کفایتی یہ ایک جمع h تو ہم جانتے ہیں کہ
h مکعب بہ فیکٹوریل تین h مربع بہ فیکٹوریل 2 h جمع h لکھوں گا یہ ہے برابر e مائنس 1 پر h تو اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ میں اسے
بہ h برابر ہے ایک جمع h مائنس ایک سے زیادہ h سے e کے ذریعے اور اسی طرح اس کا مطلب یہ ہے کہ n فیکٹوریل n سے
کے لیے اور پھر یہ h اور اسی طرح کسی بھی غیر صفر n مائنس ون از فیکٹوریل n سے h مربع بہ فیکٹوریل تھری h فیکٹوریل ٹو پلس
یہ ایک حق کے برابر ہے h مائنس ایک پر h سے h کی حد e دکھایا جا سکتا ہے کہ
مربع فیکٹوریل 3 کے ذریعے اور اسی طرح یہ h صفر تک پہنچتا ہے ان تمام اصطلاحات h تو رسمی طور پر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جیسے ہی
صفر پر جاتی ہے h تمام اصطلاحات 0 تک پہنچ جاتی ہیں اور پہلی اصطلاح 1 ہے لہذا یہ دکھایا جا سکتا ہے کہ یہ حد جب
تو یہ ایک کے قریب پہنچ جاتی ہے
ایک کے برابر ہے اب میں حساب کرنے h تو یہ ایک اہم حد ہے جس کے لیے ہمیں کفایت شعاری کی حد کی ضرورت ہوگی مائنس ایک سے زیادہ
یہ ایکسپونینشنل فنکشن ہے x سے e کا مشتق نوٹ کریں کہ e پر x کی کوشش کروں گا۔
x کے طور پر یہ حد h کو تلاش کرنے کے لئے ہمیں یہ دیکھنا ہوگا کہ آیا f prime x پھر x کے برابر لکھیں e کو fx تو آئیے ہم
اگر یہ حد موجود ہے h سے زیادہ x کا f مائنس h کے صفر پر جاتی ہے جمع f کے
تک جا رہا ہے ہم جانتے ہیں کہ h سے زیادہ x سے e مائنس x plus h سے e کی حد کے برابر ہے جو 0 h تو حد مشتق ہے۔ اور یہ
h سے x x x کے ایکسپوونشل x مائنس ایکسپونیشنل h کا ایکسپونینشل کچھ بھی نہیں ہے مگر h جمع x
تک h مائنس 1 سے زیادہ h سے e کی 0 سے h اوقات کی حد x کے برابر ہے e کامن کے لئے یہ x کے e تو ہم لے سکتے ہیں۔
اور یہ حد ہم نے کہا 1 کے برابر ہے
ایکس ایکسپونیشنل فنکشن کے لیے ایک بہت ہی خاص فنکشن ہے جس کا مشتق خود ہے لہذا ہمیں معلوم e کے برابر ہے لہذا e کے x تو یہ
کا مشتق معلوم ہو جائے x سے e ہے اب ایک بار جب ہمیں x سے e خود x سے dx کے e بذریعہ d ہوا کہ ڈیریویٹیو
سے طاقت پانچ dx کے e بذریعہ d تو ہم حساب کرنے کی کوشش کر سکتے ہیں۔ کچھ مشتقات جن میں ایکسپونینشل فنکشن شامل ہوتا ہے جو
سے پانچ d بار x سے پانچ x e پانچ dd ہوتا ہے لہذا ہم جانتے ہیں کہ ہم زنجیر کے اصول کو استعمال کر سکتے ہیں اور اگر میں اسے x
کے طور پر لکھوں dx کے x
re یہ exponential is اسکوا سے کیا ہے x کا مشتق e گنا پانچ کو x دے گا پانچ e تو یہ ایکسپونینشل فنکشن کا مشتق مجھے
مربع سے x کے برابر ہے لہذا مجھے x مربع کے ذریعہ فرق کرنا ہوگا یہ دو x خود کے مشتق کے برابر ہے لیکن پھر مجھے سلسلہ اصول
کے معکوس ٹین کا مشتق 1 سے زیادہ 1 x ہم جانتے ہیں کہ tan inverse of e to x بذریعہ d ملتا ہے آئیے مشتق e گنا x دو
سے تقسیم ٹھیک ہے x سے دو e کے برابر ہے ایک جمع e کے x کے مشتق گنا ہے لہذا یہ x کے e مربع ہے اور پھر x جمع
تو یہ آج کے لیکچر کو اگلے لیکچر میں ختم کرتے ہیں، ہم یہ دکھائیں گے کہ اگلے لیکچر میں ہم ایکسپونینشل فنکشن کے الٹا کو متعین کریں گے
کے لاگ کے مشتق کا حساب لگائیں گے اور پھر ہم لوگارتھم کی کچھ خصوصیات دیکھیں گے۔ x جسے لوگاریتھمک فنکشن کہا جاتا ہے اور پھر ہم
اور پھر ان فنکشنز کا استعمال کرتے ہوئے کچھ مزید مشتقات کا حساب لگائیں شکریہ