

नमस्कार विद्यार्थ्यांनो म्हणून आज चौथे व्याख्यान डेरिव्हेटिव्ह वरील लेक्चर आहे शेवटच्या लेक्चरमध्ये आम्ही भेदभावासाठी साखळी नियम पाहिला आणि नंतर आम्ही व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचे डेरिव्हेटिव्ह शोधत होतो शेवटच्या वर्गात आम्ही  $x$  च्या व्युत्पन्न साइन इनव्हर्सची गणना केली आणि  $x$  चा  $\tan$  व्युत्क्रम आणि नंतर मी सांगितले की त्याचप्रमाणे आपण पुढील वर्गात इतर व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्सच्या व्युत्पन्नाची गणना करू म्हणून आपण त्यापूर्वी पाहिले की  $x$  च्या व्युत्पत्तीचे  $d$  बाय  $dx$  हे 1 च्या वर्गमूळावर 1 च्या बरोबर आहे.

वजा  $x$  चौरस आणि व्युत्पन्न टॅन व्युत्पन्न  $x$  चा व्युत्क्रम एक पेक्षा एक अधिक  $x$  चौरस आहे आता त्रिकोणमितीच्या व्याख्यानात तुम्ही काही ओळखी शिकल्या असाव्यात म्हणून आम्हांला माहित आहे की  $\sin$  inverse  $x$  अधिक  $\tan$  in plus  $\cos$  inverse  $x$  समान  $\pi$  by two आहे आणि टॅन व्युत्क्रम  $x$  अधिक कोटॅन्जेंट व्युत्क्रम  $x$  देखील पाई बाय टू आहे आणि त्याचप्रमाणे सेकंट व्युत्क्रम  $x$  अधिक कोसेकंट व्युत्क्रम  $x$  हा पाई बाय दोन आहे म्हणून एकदा मला  $\sin$  inv चे व्युत्पन्न कळले  $\sin$  inverse  $x$  ही ओळख वापरून  $\cos$  व्युत्क्रम  $x$  च्या व्युत्पन्नाची गणना करू शकतो म्हणून  $\cos$  inverse  $x$  हे  $\pi$  by 2 वजा  $\sin$  inverse  $x$  शिवाय दुसरे काही नाही याचा अर्थ असा होतो की  $\cos$  inverse  $x$  चे व्युत्पन्न  $\pi$  च्या 2 बाय 0 व्युत्पन्न  $d$  च्या बरोबरीचे आहे.

$\sin$  व्युत्क्रम  $x$  च्या  $dx$  द्वारे म्हणजे आपल्याला हे एक वजा  $x$  चौरसाच्या वर्गमूळावर वजा 1 च्या बरोबरीचे आहे आणि त्याचप्रमाणे कॉट व्युत्क्रम  $x$  चे व्युत्पन्न  $\tan$  व्युत्क्रम  $x$  च्या व्युत्पन्नाच्या वजाएवढे आहे जे आता वजा एक पेक्षा एक अधिक  $x$  चौरस आहे आमच्याकडे  $\sec$  inverse  $x$  आणि  $\csc$  inverse  $x$  चे व्युत्पन्न शिल्लक आहे म्हणून जर मी  $\sec$  inverse  $x$  च्या व्युत्पन्नाची गणना करू शकलो तर पुन्हा  $\csc$  inverse  $x$  चे व्युत्पन्न हे  $\sec$  inverse  $x$  च्या व्युत्पन्नाचे ऋण असेल

त्यामुळे व्युत्पन्न  $d$  ची गणना करूया.

सेकंट व्युत्क्रम  $x$  चे  $dx$  म्हणजे आपण पाप व्युत्क्रम आणि टॅन व्युत्क्रमासाठी केले तसे आपण करू हाताच्या बाजूने घ्या  $x$  चे व्युत्पन्न एक आहे  $d$  च्या  $dx$  बरोबर  $y$  च्या  $\sec$  च्या  $dx$  आणि साखळी नियमानुसार हे  $d$  च्या  $dy$  च्या  $y$  च्या बरोबर आहे  $dy/dx$  हे साखळी नियमानुसार आहे परंतु  $\sec$   $y$  चे व्युत्पन्न काय आहे हे आपल्याला माहित आहे हे  $y$  वेळा  $\tan y$  गुणा  $dy/dx$  च्या  $\sec$  बरोबर आहे याचा अर्थ  $dx$  द्वारे व्युत्पन्न  $dy$  एक ओव्हर सेकंट  $y$  गुणा  $\tan y$  च्या बरोबर आहे.

आम्हाला हे व्युत्पन्न  $xy$  च्या दृष्टीने व्यक्त करायचे आहे  $x$  चे  $\sec$  व्युत्क्रम

त्यामुळे  $y$  चा  $\sec$  असल्याने  $y$  चा  $\sec$  is equal to  $x$  येथे सेकंट  $y$  ला  $x$  ने बदलू शकतो आणि  $y$  च्या टॅन टॅन स्केअर बदल काय आम्हाला माहित आहे की सेकंट स्केअर  $y$  वजा 1 आहे म्हणून हे  $x$  स्केअर वजा 1 च्या बरोबरीचे आहे याचा अर्थ टॅन  $y$  चा अधिक किंवा वजा वर्गमूळ आहे  $x$  स्केअर वजा एक आता हे सकारात्मक किंवा नकारात्मक चिन्ह आहे की नाही हे आपल्याला ठरवायचे आहे, म्हणून तुमच्या त्रिकोणमिती व्याख्यानातून आठवा

की  $x$  चा सेकंट व्युत्क्रम मी लिहिल्यास  $x$  चा माझा सेकंट व्युत्क्रम आहे हे  $x$  पेक्षा मोठे असल्यास हे 0 ते पाई बाय 2 चे आहे 1 तर आणि हे पाई बाय दोन ते  $\pi$  मध्ये आहे  $i$  जर  $x$  हा  $n$  वजा अनंत ते वजा एक असेल तर याचे कारण असे की  $x$  चा सेकंट व्युत्क्रम नेहमी शून्य ते  $\pi$  दरम्यान असतो आणि तो 2 बाय पाई कधीच असू शकत नाही आणि जर  $x$  1 पेक्षा मोठा असेल तर 1 पेक्षा मोठा किंवा बरोबर असेल तर सेकंट व्युत्क्रम  $x$  हे  $\pi$  पेक्षा 2 बाय पेक्षा कमी आणि 0 च्या बरोबरीने मोठे आहे आणि जर  $x$  उणे 1 च्या बरोबरीने कमी असेल तर  $\sec$  व्युत्क्रम  $x$  हा  $\pi$  पेक्षा 2 बाय पेक्षा मोठा आणि  $\pi$  च्या बरोबरीने कमी असेल आणि  $\sec$  व्युत्क्रम  $x$  हे  $\sec$  व्युत्क्रम  $x$  साठी परिभाषित केले जात नाही.

$x$  हे उणे एक आणि एक यांच्यामध्ये असल्यास परिभाषित केले जात नाही हे असे आहे कारण थीटाचा सेकंट नेहमी एकच्या बरोबरीने मोठा असतो किंवा वजा एकच्या बरोबरीने कमी असतो म्हणून  $y$  हे सेकंट व्युत्क्रम  $x$  बरोबर असते हे आपल्याला समजले की हे 0 ते  $\pi$  मध्ये आहे जर  $x$  एक आणि अनंताच्या दरम्यान असेल तर 2 द्वारे आणि हे  $\pi$  द्वारे दोन ते  $\pi$  च्या मालकीचे असेल जर  $x$  वजा एक पेक्षा कमी असेल तर आता आपल्याला काय हवे आहे  $y$  चा टॅन काय आहे हे आपल्याला माहित आहे की  $y$  मध्यांतर शून्य आहे 1 च्या बरोबरीने  $x$  साठी दोन बाय टू  $\pi$  आणि  $y$  अंतराल  $\pi$  2 ते  $\pi$  असेल तर  $x$  वजा अनंत ते मायनस 1 मध्ये आहे.

तर याचा अर्थ  $y$  चा टॅन असा होतो की जर  $x$  एका अनंताचा असेल तर हा शून्यापेक्षा मोठा आहे आणि जर  $x$  वजा अनंत ते वजा एक मध्ये असेल तर हे शून्यापेक्षा कमी किंवा समान आहे.

ते टॅन फंक्शन पहिल्या चतुर्थांशात धनात्मक असते आणि दुसऱ्या चतुर्थांशात ऋण असते, म्हणून जर आपण मागील पृष्ठावर पाहिले तर आपल्याकडे  $\tan y$  आहे अधिक किंवा  $x$  वर्ग वजा 1 चे वर्गमूळ वजा 1 जर आपल्याकडे  $x$  1 च्या बरोबरीने मोठे असेल तर नंतर  $y$  चा टॅन नॉन-ऋणात्मक असणे आवश्यक आहे म्हणून  $y$  चा टॅन  $x$  च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा आहे वजा 1 जर  $x$  1 च्या बरोबरीचा असेल आणि जर  $x$  च्या बरोबरीने कमी असेल तर  $x$  वर्गाच्या वजा 1 च्या वर्गमूळाचे हे वजा आहे.

वजा 1 हा  $x$  च्या  $\sec$  व्युत्क्रमाचा  $\tan$  होता म्हणून  $dx$  चा  $dx$  चा  $\sec$  व्युत्क्रम  $x$  बरोबर 1 by  $\sec$   $y$  बरोबर  $x$  बरोबर मी पुन्हा  $\sec$   $y$  गुणा  $\tan y$  लिहू जे 1 च्या  $x$  गुणिले वर्गमूळ आहे  $x$  चौरस उणे 1 जर  $x$  1 च्या बरोबरीने मोठा असेल आणि हे आहे समान 1 बाय वजा  $x$  वर्गमूळ  $x$  वर्ग वजा 1 जर  $x$  एक पेक्षा कमी असेल कारण  $y$  चा टॅन वजा वर्गमूळ  $x$  वर्ग वजा एक असेल तर  $x$  वजा एकच्या बरोबरीने कमी असेल तर माफ करा त्यामुळे आपण हे एकत्र करून ते पाहू शकतो.

जर  $x$  1 च्या बरोबरीने मोठा असेल तर आपल्याकडे  $x$  सकारात्मक चिन्ह असेल आणि  $x$  पेक्षा कमी 1 वजा  $x$  पेक्षा कमी असेल तर पुन्हा सकारात्मक वजा  $x$  हे  $\mod x$  च्या बरोबर असेल कारण  $\mod x$  बरोबर असेल तर  $x$  0 पेक्षा जास्त असेल आणि वजा  $x$  जर  $x$  0 पेक्षा कमी असेल तर आपण  $dx$  द्वारे  $dx$  लिहू शकतो  $\sec$  inverse  $x$  च्या बरोबर 1 ओव्हर  $\mod x$  गुणा स्केअर रूट  $x$  स्केअर वजा एक आणि अर्थातच आपल्याला माहित आहे की  $\mod x$  पेक्षा जास्त किंवा समान असल्यास हे परिभाषित केले जाते एक तर हे सेकंट व्युत्पन्न  $x$  चे व्युत्पन्न सूत्र आहे तुम्ही हे लक्षात ठेवावे की येथे  $x$  चौरस वजा 1 चे एक ओव्हर  $\mod x$  गुणा वर्गमूळ

आहे

त्यामुळे  $x$  जर ऋण 1 पेक्षा कमी किंवा समान असेल तर हे व्युत्पन्न होईल ऋण असेल आणि म्हणून आपल्याला cosecant व्युत्पन्न  $x$  हे देखील मिळते सेकंट व्युत्पन्न  $x$  च्या व्युत्पन्नाच्या वजाएवढे म्हणजे वजा 1 बाय mod  $x$  गुणिले  $x$  वर्गाचे वर्गामूळ  $x$  वर्ग वजा एक पुन्हा हे फक्त मॉड  $x$  साठी एका पेक्षा मोठ्या मॉड साठी परिभाषित केले आहे म्हणून आम्ही साखळी नियम वापरला आणि सर्व व्यस्त त्रिकोणमितीचे व्युत्पन्न सिद्ध केले फंक्शन्स आता पुढची गोष्ट म्हणजे फंक्शन  $y$  चे डेरिव्हेटिव्ह शोधणे हे  $x$  चे फंक्शन आहे जिथे आपल्याकडे  $y$  ची व्याख्या  $x$  मध्ये एक अंतर्निहित फंक्शन म्हणून केली आहे, म्हणून मी गर्भित भिन्नता करू दे त्यामुळे कधीकधी आपल्याकडे  $y$  शी संबंधित समीकरण असते  $x$  पण  $x$  चे फंक्शन म्हणून स्पष्टपणे  $y$  लिहिणे कठीण आहे उदाहरणार्थ समजा आपल्याला  $y$  अधिक साइन  $y$  हे  $x$  बरोबर दिले आहे तर येथे आपल्याला माहित आहे की  $y$   $x$  वर अवलंबून आहे परंतु थेट  $y$  चे कार्य म्हणून  $y$  लिहिणे शक्य नाही.

$x$  आणि आम्हाला  $dydx$  ची गणना करायची आहे त्यामुळे आमचे उद्दिष्ट  $dx$  द्वारे व्युत्पन्न  $dy$  शोधणे आहे

त्यामुळे येथे  $x$  चे कार्य म्हणून  $y$  लिहिण्याचा प्रयत्न करण्याऐवजी आम्ही येथे लिहू शकत नाही आम्ही खालील प्रमाणे अंतर्निहित भिन्नता करू

त्यामुळे आम्ही काय करू.

आपण फक्त व्युत्पन्न लिहितो म्हणजे  $y$  अधिक चिन्ह  $y$  हे  $x$  च्या बरोबरीचे आहे याचा अर्थ असा होतो की जर मी व्युत्पन्न  $d$  ने  $dx$   $y$  च्या  $dx$  बरोबर  $\sin y$  घेतले तर हे  $x$  च्या  $dx$  च्या  $dx$  च्या बरोबर आहे आता हे  $dydx$  अधिक व्युत्पन्न  $ddx$  आहे साखळी नियमानुसार  $\sin y$  आता एक बरोबर आहे, आम्हाला माहित आहे की  $x$  च्या संदर्भात  $\sin y$  चे व्युत्पन्न  $d$  द्वारे  $dy$  ऑफ  $\sin y$  वेळा  $dydx$  असे लिहिले जाऊ शकते आणि येथे आपण साखळी नियम वापरत आहोत त्यामुळे याचा अर्थ असा होतो की मी  $dydx$  सामान्य घेऊ शकतो गुणा एक अधिक  $\sin y$  चे व्युत्पन्न देते  $\cosine y$  समान आहे याचा अर्थ  $dydx$  समान आहे एक ओव्हर वन अधिक  $\cos y$  प्रदान  $\cos y$  समान नाही वजा एक म्हणून लक्षात घ्या की गर्भित भिन्नता करून आपल्याला व्युत्पन्न  $dydx$  मिळण्याची आवश्यकता नाही

फक्त  $x$  चे फंक्शन म्हणून या उदाहरणात डेरिव्हेटिव्ह  $dydx$  1 पेक्षा 1 अधिक  $\cos y$  आहे आता आम्हाला  $x$  च्या संदर्भात  $\cos y$  माहित नाही

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे डेरिव्हेटिव्ह  $dydx$  हे  $x$  आणि  $y$  चे कार्य असेल आणि आम्हाला माहित आहे की  $y$  स्पष्टपणे एक कार्य आहे या समीकरणाद्वारे  $x$  चा  $n$

म्हणजे निहित भिन्नतेबद्दल आहे आता मला पुढील गोष्ट करायची आहे ती म्हणजे आतापर्यंत आपण बहुपदी किंवा त्रिकोणमितीय फंक्शन्स किंवा व्यस्त त्रिकोणमितीय फंक्शन्स किंवा काही  $x$  ते काही पॉवर या फंक्शन्सचा विचार केला आहे पण तिथे इतर फंक्शन्स देखील आहेत जी कॅल्क्युलसमध्ये खूप उपयुक्त आहेत जसे की घातांकीय फंक्शन्स आणि लॉगरिदमिक फंक्शन्स, म्हणून मी तुम्हाला घातांक आणि लॉगरिदमिक फंक्शनची ओळख करून देऊ इच्छितो आणि नंतर डेरिव्हेटिव्हज काय आहेत ते पाहू या म्हणून आपण घातांकीय फंक्शनबद्दल बोलू या म्हणजे आपण घातांकाची व्याख्या करू.

$x$  हे समान आहे 1 अधिक  $x$  पेक्षा जास्त 1 फॅक्टोरियल अधिक  $x$  स्केअर 2 फॅक्टोरियल प्लस डॉट डॉट पर्यंत  $x$  ते  $n$  ओव्हर  $n$  फॅक्टोरियल पर्यंत अनंतापर्यंत तर हे असे आहे जे काही नाही परंतु हे समान आहे आपण बेरीज म्हणून देखील लिहू च्या  $n$  च्या बरोबरीचे शून्य ते  $x$  च्या अनंततेच्या  $n$  ते  $n$  ओव्हर  $n$  फॅक्टोरियल आणि जे बेरीज  $x$  ते  $k$  ओव्हर  $k$  फॅक्टोरियल  $k$  च्या बरोबरीच्या 0 ते  $n$  जसजसे  $n$  अनंताच्या जवळ जाईल म्हणून याला पॉवर सिरीज म्हणतात की आपण फंक्शन अनंत श्रृंखला म्हणून लिहितो आणि कोणतीही अनंत मालिका आपण या मर्यादित मालिकेची मर्यादा म्हणून लिहू शकतो, म्हणून आपण येथे जास्त कठोर होणार नाही परंतु मला असे लिहू द्या.

वस्तुस्थिती आहे की ही मालिका वरील मालिका अभिसरण आणि अभिसरण करते याचा अर्थ प्रत्येक वास्तविक संख्या  $x$  साठी एका मर्यादित वास्तविक संख्येमध्ये आहे म्हणून घातांकीय कार्य  $x$  चे घातांक आहे ही मालिका ज्या मर्यादेपर्यंत अभिसरण करते अशा प्रकारे प्रत्येक वास्तविक संख्या  $x$  साठी घातांक  $x$  परिभाषित केला जातो ठीक आहे म्हणून पुढील घातांक  $x$  खालील गुणधर्मांचे समाधान करतो,

जर तुम्हाला  $x$  चे घातांक एक अधिक  $x$  प्रती भाष्यात्मक एक अधिक  $x$  चौरस वर फलक दोन असे दिसले तर शून्याचे घातांक काय आहे आणि असेच जर मी  $x$  शून्याच्या बरोबरीने फक्त प्रथम ठेवले तर संज्ञा एक आहे आणि इतर सर्व संज्ञा शून्य आहेत म्हणून हे पाहणे सोपे आहे की शून्याचे घातांक एक सेकंदाच्या बरोबरीचे आहे ही गोष्ट म्हणजे  $x$  चे घातांक हे त्याचे वाढते कार्य आहे  $x$  म्हणजे  $x$  एक  $x$  दोन पेक्षा कमी म्हणजे  $x$  एक चे घातांक  $x$  दोन च्या घातांकापेक्षा कमी आहे असे सूचित केले पाहिजे

कारण हे असे आहे कारण जर तुम्ही येथे पाहिले तर जर मी  $x$  दोन  $x$  एक पेक्षा मोठे असेल तर अर्थातच  $x$  दोन द्वारे गुणांकन एक. गुणगुणित एक पेक्षा  $x$  एक पेक्षा मोठा आहे आणि गुणगुणित दोन द्वारे  $x$  दोन चौरस हा गुणात्मक दोन पेक्षा  $x$  एक चौरस पेक्षा मोठा आहे म्हणून या घात

मालिकेतील प्रत्येक पद घातांक  $x+1$  साठी पॉवर मालिकेतील प्रत्येक पदापेक्षा मोठे आहे म्हणून हे वाढणारे कार्य आहे अर्थातच आम्हाला माहित आहे की हे डोमेन मी म्हंटले आहे की या फंक्शनचे डोमेन सर्व वास्तविक संख्यांचा संच आहे म्हणून हा घातांक  $x$  सर्व  $r$  साठी परिभाषित केला आहे आणि घातांकीय कार्याची श्रेणी ही सर्व सकारात्मक वास्तविक संख्येइतकी आहे ती  $r$  प्लसने दर्शविले जे 0 ते अनंताच्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे घातांक  $x$  कधीही ऋणात्मक मूल्य घेत नाही किंवा शून्य मूल्य घातांक  $x$  कधीही शून्य किंवा ऋण नाही पाचवा गुणधर्म मी लिहित आहे की  $x$  जेव्हा सकारात्मक अनंत  $i$  जवळ येतो तेव्हा या घातांकाचे काय होते

जर तुम्हाला  $x$  चे घातांक 1 अधिक  $x$  हे 1 अधिक  $x$  द्वारे गुणन्य 1 अधिक  $x$  चौरस 2 आणि असेच पहात असेल तर जर  $x$  प्रथम संज्ञा

1 व्यतिरिक्त प्रत्येक संज्ञा सकारात्मक अनंताकडे आला तर

त्यामुळे ही मर्यादा सकारात्मक असायला हवी अनंत आणि दुसरी जी येथे फारशी स्पष्ट नाही पण मी  $x$  च्या घातांकाची मर्यादा लिहू दे कारण  $x$  नकारात्मक अनंताच्या जवळ जातो हे शून्याच्या बरोबरीचे आहे म्हणून सातवा गुणधर्म खूप महत्वाचा आहे हे सांगते की  $x$  आणि  $y$  च्या बेरीजचे घातांक आहे घातांकीय घातांकाच्या गुणानुरूप  $x$  अधिक  $x$  गुणिले घातांक  $y$  बरोबर  $a$  बरोबर  $m$  अधिक  $n$  बरोबर तुलना करा  $a$  बरोबर  $m$  गुणिले  $a$  ते  $n$  बरोबर  $m$  आणि  $n$  या नैसर्गिक संख्या म्हटल्या तर सात आणि एक वापरून आपल्याला उणेचे घातांक मिळतो  $x$  हे  $x$  च्या घातांकाच्या बरोबरीचे आहे कारण आपल्याला माहित आहे की  $1$  हा  $0$  चा घातांक आहे जो मी  $x$  अधिक वजा  $x$  चा घातांक लिहू शकतो आणि गुणधर्म सात द्वारे हे  $x^{an}$  चा घातांक  $x$  गुणाकार आहे.

$d$  म्हणून एक्सपोनेन्शियल वजा  $x$  हा एक ओव्हर एक्सपोनेन्शियल  $x$  आहे

त्यामुळे आता तुम्ही या सहावरून देखील पाहू शकता कारण  $x$  वजा अनंतात गेला तर सहा पाच वरून फॉलो होतो कारण  $x$  वजा अनंताकडे जातो वजा  $x$  हा धनात्मक अनंताकडे जातो आणि  $x$  चा हा घातांक तुमच्याकडे जातो उणे  $x$  चा एक ओव्हर एक्सपोनेन्शियल लिहू शकतो जो पॉझिटिव्ह अनंताकडे जातो आणि एक ओव्हर इन्फिनिटी जो  $0$  ला जातो.

म्हणून आपण या फंक्शनचा आलेख काढू या म्हणजे आपल्याला कळेल की  $x$  साठी  $x$  साठी एक्सपोनेन्शियल  $x^0$  च्या बरोबरीने परिभाषित केले आहे.

1 आहे म्हणून माझ्याकडे  $0$  स्वल्पविराम  $1$  आहे आणि हे वाढणारे कार्य आहे

त्यामुळे  $x$  शून्यातून वाढला की हे वाढतच जाईल आणि जसे तुम्ही धनात्मक अनंताकडे जाल तसे ते अनंताकडे जाईल आणि जर  $x$  ऋण असेल तर कारण हे  $x$  चे घातांक वाढवत आहे.

$0$  च्या घातांकापेक्षा कमी असेल जे  $1$  आहे आणि जसे तुम्ही ऋण अनंताकडे जाता ते  $0$  उजवीकडे जाते म्हणून हा घातांक फंक्शनचा आलेख आहे  $x$  हा नेहमी वाढत असतो तो नकारात्मक अनंताकडे जातो  $e^s$  ते  $0$  जसे  $x$  ऋणात्मक अनंताकडे जाते ते सकारात्मक अनंताकडे जाते जसे  $x$  सकारात्मक अनंताकडे जाते आता जर आपण  $x$  बरोबर  $1$  ठेवले तर आपल्याला  $1$  चे घातांक मिळेल, हे एक ओव्हरच्या बरोबरीचे आहे मी  $x$  बरोबर एक असे ठेवले आहे तर एकापेक्षा एक फॅक्टोरियल आहे अधिक  $x$  वर्ग हा पुन्हा एक षटक दोन फॅक्टोरियल आहे आणि म्हणून मी यावर लिहू शकतो कारण हे एक ओव्हर  $k$  फॅक्टोरियल  $k$  ची बेरीज शून्य ते अनंतापर्यंत चालत आहे हे आम्हाला माहित आहे की ही एक वास्तविक संख्या आहे आणि आम्ही हे  $e$  द्वारे

दर्शवा याला युलरचा स्थिरांक म्हणतात म्हणून  $e$  हा एकाचा घातांक आहे जो एक ओव्हर  $k$  फॅक्टोरियल  $k$  च्या बेरीजच्या बरोबरीचा शून्य ते अनंताच्या बरोबरीचा आहे खरं तर आपण दाखवू शकतो की ही काही वास्तविक संख्या आहे जी दोन पेक्षा मोठी आहे आणि तीन पेक्षा कमी किंबहुना  $e$  हे अंदाजे दोन बिंदू सात एक आठ इतके आहे

त्यामुळे आता हे आपल्यासाठी कॅल्क्युलसमध्ये महत्वाचे नसले तरी मी तुम्हाला हे दाखवण्याचा प्रयत्न करू इच्छितो की  $e$  दोन पेक्षा मोठा आणि तीन पेक्षा कमी का आहे

त्यामुळे आम्हाला कळेल की  $e$   $o$  च्या बरोबरीचे आहे  $ne$  over one plus one over one factorial अधिक one over two factorial dot dot dot up to infinity हा अर्थातच एक अधिक एक पेक्षा जास्त मोठा आहे जो दोन च्या बरोबरीचा आहे तर  $e$  दोन पेक्षा मोठा आहे हे देखील तीन पेक्षा कमी का आहे

मी  $e$  लिहितो एक अधिक एक वर एक फलक अधिक एक अधिक दोन अधिक एक अधिक एक फलक अधिक एक पेक्षा अधिक तीन घटका वर आणि असेच आपण हे लिहू शकतो कारण हे एक पेक्षा कमी आहे हे पुन्हा  $1$  अधिक  $1$  पेक्षा जास्त  $2$  सारखे आहे

$3$  गुणिले  $2$  आहे म्हणून हे  $2$  चौरसावर  $1$  पेक्षा कमी आहे आणि नंतर मी आणखी एक वेळ  $1$  वर  $4$  गुणगुणित  $4$  गुणगुणित  $4$  गुणिले  $3$  गुणिले  $2$  जे  $2$  पट  $2$  गुणिले  $2$  पेक्षा मोठे आहे ते  $2$  घन म्हणजे  $4$  वर  $1$  असे लिहू.

फॅक्टोरियल  $1$  ओव्हर  $2$  क्यूब पेक्षा कमी आहे आणि असेच आहे कारण जर मी एक ओव्हर  $n$  अधिक एक फॅक्टोरियल लिहितो तर हे एक ओव्हर दोन ते  $n$  पेक्षा जास्त दोन पेक्षा जास्त आहे हे तुम्ही इंडक्शनद्वारे किंवा थेट  $i$  प्रमाणे सिद्ध करू शकता आता स्पष्ट केले आहे की येथे आपल्याला एक जीई मिळत आहे ओमेट्रिक मालिका  $1$  अधिक अर्धा अधिक अर्धा चौरस आणि याप्रमाणे आणि ही भौमितिक मालिका आपण पाहिली असेल की आपण या अनंत मालिकेची बेरीज करू शकतो, म्हणून मी हे लिहूया की भौमितिक मालिका  $a$  प्लस एआर प्लस एआर स्केअर आणि पुढे अनंतापर्यंत ही आहे जर  $1$  वजा  $r$  पेक्षा जास्त असेल तर भौमितिक गुणोत्तर  $r$  निरपेक्ष मूल्यात  $1$  पेक्षा कमी असेल तर हे तुम्ही भौमितिक प्रगतीच्या या बेरीजमध्ये पाहिले असेल की तुम्ही अनंत मालिकेची मर्यादा जोपर्यंत सामान्य गुणोत्तर पेक्षा कमी असेल तोपर्यंत  $1$  निरपेक्ष मूल्यामध्ये हे अभिसरण होते आणि हे एक ओव्हर वजा  $r$  च्या बरोबर असते म्हणून एक बरोबर एक आणि  $r$  बरोबर दोन ठेवल्यास एक अधिक क्षमस्व  $r$  समान एक बाय दोन मिळतो म्हणून  $ar$  म्हणजे एक बाय दोन अधिक एक बाय दोन वर्ग आणि

त्यामुळे यावर  $a$  म्हणजे एक एक वजा एक वजा दोन जे समान आहे म्हणून ही मालिका  $1$  अधिक अर्धा अधिक  $1$   $4$  था आणि  $1$   $8$  वरून ही बेरीज  $2$  होते आणि नंतर माझ्याकडे  $1$  अधिक आहे

त्यामुळे  $e$  एक अधिक पेक्षा कमी आहे भौमितिक बेरीज दोन होती जी तीन च्या बरोबरीची आहे  $ei$  फक्त एक वस्तुस्थिती म्हणून सांगेन की हे सिद्ध केले जाऊ शकते की  $e$  ही अपरिमेय संख्या देखील आहे मला काही मर्यादा लिहू द्या

त्यामुळे  $n$  ची मर्यादा एक अधिक एक च्या अनंतापर्यंत  $n$  ची घात  $n$  या क्रमाची मर्यादा पाहिल्यास  $1$  अधिक  $1$  बाय  $n$  ची पॉवर  $n$  हे आपल्याला  $e$  च्या अगदी बरोबरी देते आणि आपण  $x$  ची मर्यादा देखील लिहू शकतो जी  $1$  च्या  $0$  वर जाईल आणि  $x$  ची  $1$  ची घात  $1$  ने  $x$  ही देखील  $e$  च्या बरोबरीची आहे म्हणून मी हे सत्य करणार नाही आताच सिद्ध करूया की आपल्याला आणखी एक गोष्ट आवश्यक आहे ती म्हणजे  $h$  च्या घातांकाच्या  $0$  वर जाणारी  $h$  वजा एक ओव्हर  $h$  च्या मर्यादेची गणना करूया, म्हणून मी हे नोटेशन वापरू या म्हणून नोटेशन आपण घातांक  $x$  ला  $e$  म्हणून  $x$  घात लिहू.

म्हणून जर मी पाहिलं तर आपल्याला माहित आहे की  $h$  चा घातांक हा एक अधिक  $h$  वरील एक गुणनात्मक अधिक  $h$  चौरस वरील दोन गुणांकन या अनंत श्रृंखलाच्या बरोबरीचा आहे, म्हणून याचा अर्थ  $h$  घातांक आहे मी त्याला  $h$  वजा  $1$  वर ई लिहीन.

बरोबर  $h$  अधिक  $h$  चौरस द्वारे गुणनिष्ठ  $2 h$  घन गुणज तीन  $h$  ते  $n$  फलोत्पादन  $n$  द्वारे आणि यावरून असे सूचित होते की  $e$  ते  $h$  वजा एक ओव्हर  $h$  समान आहे एक अधिक  $h$  द्वारे गुणनिष्ठ दोन अधिक  $h$  वर्ग गुणनिय तीन  $h$  द्वारे  $n$  वजा एक गुणनिय  $n$  आणि असेच कोणत्याही शून्य नसलेल्या  $h$  साठी आणि मग हे दाखवले जाऊ शकते की  $e$  ते  $h$  वजा एक  $h$  वर ही मर्यादा एक उजवीकडे आहे म्हणून औपचारिकपणे आपण पाहू शकता की जसे  $h$  शून्याजवळ येतो तेव्हा या सर्व अटी  $h$  हा गुणांक  $3$  द्वारे चौरस होतो आणि या सर्व संज्ञा  $0$  पर्यंत पोहोचतात आणि पहिली संज्ञा  $1$  आहे

त्यामुळे हे दाखवले जाऊ शकते की ही मर्यादा  $h$  शून्यावर जाते तेव्हा ती एका जवळ येते म्हणून ही एक महत्त्वाची मर्यादा आहे ज्यासाठी आपल्याला घातांकाची मर्यादा आवश्यक आहे  $h$  वजा एक ओव्हर  $h$  एक समान आहे आता मी मोजण्याचा प्रयत्न करेन  $x$  साठी  $e$  चे व्युत्पन्न लक्षात घ्या की  $e$  चे  $x$  हे घातांकीय कार्य आहे म्हणून आपण  $f(x)$  ला  $e^x$  बरोबर लिहू या नंतर  $f$  प्राइम  $x$  शोधण्यासाठी  $h$  ही मर्यादा  $x$  च्या  $f$  च्या शून्यावर जाते की नाही हे पहावे लागेल अधिक  $h$  वजा  $f$  चा  $x$  जास्त  $h$  जर ही मर्यादा अस्तित्वात असेल तर मर्यादा व्युत्पन्न आहे आणि हे  $0$   $e$  ते  $x$  अधिक  $h$  वजा  $e$  ते  $x$  अधिक  $h$  वर जाणाऱ्या  $h$  च्या मर्यादेइतकेच आहे, आम्हाला माहित आहे की  $x$  अधिक  $h$  चा घातांक हा  $h$  वजा  $x$  घातांक  $x$  च्या  $h$  च्या घातांकी  $x$  गुणा घातांक आहे म्हणून आपण घेऊ शकतो.

$e$  ची  $x$  सामान्य हे  $e$  च्या  $x$  गुणिले  $h$  च्या मर्यादेच्या बरोबर  $e$  च्या  $0$  ते  $h$  वजा  $1$  वर  $h$  आणि ही मर्यादा आपण म्हटली  $1$  समान आहे म्हणून हे  $x$  च्या  $e$  च्या बरोबरीचे आहे.

$x$  एक्सपोनेन्शियल फंक्शन हे एक अतिशय खास फंक्शन आहे ज्याचे व्युत्पन्न स्वतःच आहे म्हणून आम्हाला समजले की  $dx$  द्वारे  $e$  च्या  $x$  चे व्युत्पन्न  $e$  चे  $x$  स्वतःच आहे आता एकदा आपल्याला  $e$  चे  $x$  चे व्युत्पन्न कळले की आपण गणना करण्याचा प्रयत्न करू शकतो.

काही डेरिव्हेटिव्हज ज्यात घातांकीय फंक्शन समाविष्ट आहे जे  $d x$  द्वारे  $e$  च्या  $5 x$  ची घात आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की आपण साखळी नियम वापरू शकतो आणि जर मी हे  $dd$  पाच  $x$   $e$  च्या पाच  $x$  पट  $d$  द्वारे पाच  $x$  च्या  $dx$  असे लिहिले तर एक्सपोनेन्शियल फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह मला पाच  $x$  गुणिले पाचला  $e$  देईल  $x$  स्काचे  $e$  चे व्युत्पन्न काय आहे  $re$  हे एक्सपोनेन्शियल इज च्या व्युत्पन्न बरोबर आहे पण नंतर मला साखळी नियमानुसार फरक करावा लागेल  $x$  वर्ग हा दोन  $x$  च्या बरोबरीचा आहे म्हणून मला  $x$  स्केअरच्या दोन  $x$  पट  $e$  मिळेल चला व्युत्पन्न  $d$  द्वारे  $dx$  च्या टॅनच्या व्युत्क्रमात करूया  $x$  आपल्याला माहित आहे की  $x$  च्या  $\tan$  व्युत्पन्नाचे व्युत्पन्न  $1$  पेक्षा  $1$  अधिक  $x$  चौरस आहे आणि नंतर  $x$  च्या  $e$  च्या व्युत्पन्नाच्या पट आहे म्हणून हे  $x$  च्या  $e$  च्या बरोबर आहे  $x$  ला एक अधिक  $e$  ने भागले तर दोन  $x$  ठीक आहे आजचे व्याख्यान संपवतो पुढील लेक्चरमध्ये आपण दाखवू की पुढील लेक्चरमध्ये आपण घातांकीय फंक्शनचा व्युत्क्रम परिभाषित करू ज्याला लॉगरिदमिक फंक्शन म्हणतात आणि नंतर आपण  $x$  च्या लॉगचे डेरिव्हेटिव्ह काढू आणि नंतर लॉगरिदमचे काही गुणधर्म पाहू.

आणि नंतर ही फंक्शन्स वापरून आणखी काही डेरिव्हेटिव्हची गणना करा धन्यवाद