 డెరివేటివ్స్‌పై రెండవ ఉపన్యాసానికి స్వాగతం కాబట్టి గత ఉపన్యాసంలో మేము ఒక పాయింట్ వద్ద ఒక ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపు యొక్క భావనలను చర్చించాము మరియు ఒక పాయింట్ వద్ద ఫంక్షన్ యొక్క ఉత్పన్నం అంటే ఏమిటో కూడా చర్చించాము మరియు తర్వాత మేము కొన్ని లక్షణాలను చూశాము ఈ రోజు డెరివేటివ్స్ మనం మొదట కంటిన్యుటీ మరియు డిఫరెన్సియబిలిటీ మధ్య సంబంధాన్ని చూస్తాము, ఆపై మనం మరికొన్ని ఫంక్షన్ల ఉత్పన్నాన్ని గణిస్తాము కాబట్టి నేను చర్చించబోయే మొదటి విషయం ఏమిటంటే కొనసాగింపు మరియు భేదం మధ్య ఏదైనా సంబంధం ఉందా,

కాబట్టి మొదట ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం కాబట్టి పరిగణించండి rలో xకి x యొక్క mod x కి సమానమైన ఫంక్షన్, కాబట్టి మనం ఈ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయడానికి ప్రయత్నిద్దాం, కాబట్టి ఏదైనా x పాజిటివ్‌కి mod xకి సమానం fx, ఇది xకి సమానం మరియు x నెగెటివ్‌కి ఇది మైనస్ x కాబట్టి.

 ఇది కూడా fx కి సమానం x సున్నా కంటే ఎక్కువ xకి సమానం మరియు సున్నా కంటే x కంటే మైనస్ x కుడివైపు ఇది చాలా సులభం కానీ ఈ ఫంక్షన్ యొక్క ఉపయోగకరమైన ప్రాతినిధ్యం మరియు గ్రాఫ్ l కనిపిస్తుంది ఇదే కాబట్టి ఇది x యొక్క మోడ్‌కి సమానమైన fx ఇప్పుడు మనం అడుగుదాం కాబట్టి ఫంక్షన్ అయితే x సున్నాకి సమానమైన fx నిరంతరాయంగా ఉందా కాబట్టి ఇక్కడ ఈ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయడం సులభం మరియు ఈ గ్రాఫ్ నుండి ఫంక్షన్‌ని చూడవచ్చు.

 సున్నా వద్ద నిరంతరంగా ఉంటుంది కానీ మేము పరిమితిని కూడా లెక్కించవచ్చు కాబట్టి x యొక్క f యొక్క పరిమితి ఇక్కడ పరిమితిని లెక్కించడానికి ఎడమ చేతి మరియు కుడి చేతి పరిమితిని లెక్కించడం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది కాబట్టి మీరు x యొక్క f యొక్క కుడి చేతి పరిమితిని గణిస్తే f.

 h సున్నాకి వెళ్లినప్పుడు సున్నా ప్లస్ h అంటే ఇది h సున్నాకి వెళ్లే పరిమితికి సమానం h యొక్క f సున్నా ప్లస్ mod h అయితే మనం సానుకూలంగా ఉండటానికి s తీసుకుంటున్నందున

ఇది h వెళ్లే పరిమితితో సమానం సున్నాకి సమానం అయిన సున్నా ప్లస్ అదే విధంగా ఎడమ చేతి పరిమితి h 0 మైనస్ f యొక్క 0 ప్లస్ hకి వెళుతుంది, ఇది mod h యొక్క సున్నా మైనస్‌కి వెళ్లే h పరిమితికి సమానం అయితే ఇక్కడ h సున్నా మైనస్ mod h మైనస్ hకి సమానం కానీ h సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి మైనస్ సున్నా కూడా సున్నాకి సమానం కాబట్టి పరిమితి ఉంది కాబట్టి కాబట్టి x యొక్క f పరిమితి x సున్నాకి చేరినప్పుడు ఇది 0కి సమానం కూడా f 0 యొక్క mod 0, కాబట్టి

x యొక్క f అనేది x యొక్క f పరిమితి, x సున్నాకి చేరుకుంటుంది కాబట్టి fx

సున్నాకి సమానం x వద్ద నిరంతరంగా ఉంటుంది ఇప్పుడు భేదం గురించి ఏమిటి

fx సున్నాకి సమానం కాబట్టి మేము ఈ పరిమితిని అడగాలి , h 0కి వెళ్లినప్పుడు h 0 మరియు h మైనస్ f 0 యొక్క f యొక్క పరిమితి ఉంటుంది మనం h సున్నా కాని hని తీసుకుంటే మరియు ఈ తేడా కోసైన్‌ని చూస్తే, ఇది h యొక్క f మైనస్ fకి సమానం 0 h మరియు h యొక్క f 0 యొక్క mod hf 0ని hతో భాగించండి కాబట్టి మనకు mod h వస్తుంది h ద్వారా ఇప్పుడు మనకు తెలుసు, h పాజిటివ్ అయితే mod h సమానం కనుక ఇది h పాజిటివ్ అయితే ఇది ఒకదానికి సమానం మరియు h ప్రతికూలంగా ఉంటే mod h మైనస్ hకి సమానం కాబట్టి h బై h మైనస్ వన్ ఇస్తుంది కాబట్టి మనం ఈ సే తేడా కోసైన్ h సానుకూలంగా ఉంటే స్థిరాంకం 1 కి సమానం మరియు h ప్రతికూలంగా ఉంటే అది మైనస్ 1కి సమానం కాబట్టి ఎడమ చేతి li mit మరియు కుడి చేతి పరిమితి సున్నా యొక్క f యొక్క కుడి చేతి పరిమితితో పాటు h సున్నా యొక్క h మైనస్ f ని hతో భాగించగా సమానం కాదు కాబట్టి మేము ఈ పరిమితి h సున్నా యొక్క f యొక్క సున్నాకి వెళుతుంది మరియు సున్నా యొక్క h మైనస్ f ని h ద్వారా భాగించబడుతుంది ఉనికిలో లేదు అంటే x యొక్క ఫంక్షన్ f సున్నాకి సమానమైన x వద్ద భేదం ఉండదు కాబట్టి x యొక్క ముగింపు xకి సమానం వద్ద x నిరంతరాయంగా ఉంటుంది, ఇది x యొక్క f వద్ద వర్తించదు x వద్ద భేదాత్మకం a లెట్ మీకి సమానం ఈ గ్రాఫ్‌కి తిరిగి వచ్చి, ఈ పాయింట్ సున్నా వద్ద ఫంక్షన్ భేదం కాదని మీరు ఎలా అంచనా వేయవచ్చో రేఖాగణితంగా మీకు వివరించండి, కాబట్టి ఉత్పన్నం ఉనికిలో ఉంటే అది ఆ సమయంలో టాంజెంట్ లైన్ వాలుకు సమానం అనే రేఖాగణిత వివరణను మేము చూశాము.

 ఇప్పుడు మీరు ఈ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను చూస్తే ప్రత్యేకమైన టాంజెంట్ లైన్ లేదు ఎందుకంటే ఏదైనా సానుకూల విషయానికి ఇది టాంజెంట్ లైన్ అని మీరు చూస్తారు , అయితే x ఏదైనా ప్రతికూలంగా ఉంటే, మనకు ఈ లైన్ ఉంటుంది కాబట్టి ఇక్కడ ప్రత్యేకమైన టాంజెంట్ లైన్ లేదు మరియు వాస్తవానికి మీరు కుడి చేతి ఉత్పన్నం ఈ రేఖ యొక్క వాలు తప్ప మరొకటి కాదని మీరు చూస్తారు, ఇది 1 మరియు ఎడమ చేతి ఉత్పన్నం ఈ రేఖ యొక్క వాలు, ఇది మైనస్ 1 మరియు అవి సమానంగా లేవు కాబట్టి గ్రాఫ్‌లో ఉన్నప్పుడు ఫంక్షన్ సాధారణంగా భేదించబడదు.

 మీ ఫంక్షన్ మీకు కార్నర్ పాయింట్‌ని చూస్తే

, ఆ సమయంలో ఫంక్షన్ డిఫరెన్సిబుల్ కాదు కాబట్టి కంటిన్యూటీ అంటే గ్రాఫికల్‌గా అంటే మీరు మీ పెన్ను ఎత్తకుండానే ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయవచ్చు

మరియు డిఫరెన్సిబిలిటీ అంటే ఫంక్షన్ చేయకూడదు.

 సంక్లిష్టమైన ఫంక్షన్‌ల కోసం ఏదైనా మూలను కలిగి ఉన్నప్పటికీ మనం ఈ వివరణను ఉపయోగించలేము కాబట్టి మనం రిగ్రెస్ డెఫినిషన్‌ను కూడా తెలుసుకోవాలి కాబట్టి ఇప్పుడు సంభాషణ గురించి ఏమిటి కాబట్టి సంభాషణ నిజం కాబట్టి సిద్ధాంతం ఏమిటంటే x యొక్క f ఏదో ఒక పాయింట్ వద్ద భేదం అయితే x సమానం a తర్వాత x యొక్క f తప్పనిసరిగా x వద్ద aకి సమానంగా ఉండాలి మరియు రుజువు చాలా సులభం కాబట్టి మీరు దీన్ని గమనించాలి కాబట్టి x యొక్క f అనేది xతో సమానంగా ఉంటుంది.

a మనకు f ప్రైమ్ a ఉంది, ఇది f యొక్క f యొక్క పరిమితికి సమానం, ఇది hతో భాగించబడిన h మైనస్ fకి సమానం
, ఇది ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపును తనిఖీ చేయడానికి ప్రస్తుతం ఉంది , x సమీపించే కొద్దీ x యొక్క f యొక్క పరిమితిని మనం చూడాలి.
కాబట్టి
x వద్ద కొనసాగింపును తనిఖీ చేయడానికి, x యొక్క f యొక్క పరిమితికి సమానం కావడానికి a యొక్క f అవసరం, ఇక్కడ x ఇప్పుడు a పరిమితిని చేరుకుంటుంది, ఈ పరిమితిని h సున్నాకి చేరుకునే చోట h యొక్క f యొక్క పరిమితిగా కూడా వ్రాయవచ్చు.

xని ఒక ప్లస్ h కి సమానంగా ఉంచడం ద్వారా x a చేరువైతే
h అది సమానం కనుక ఇది xని ఒక ప్లస్ hకి సమానంగా ఉంచడం ద్వారా ఇది h అంటే x మైనస్ a మరియు తర్వాత x చేరినప్పుడు ah 0కి చేరుకుంటుంది.
కాబట్టి మనం తనిఖీ చేయాలి h 0కి చేరుకునేటప్పుడు ఈ ప్లస్ h యొక్క ఈ పరిమితి ఉందో లేదో మరియు అది ఇప్పుడు fకి సమానం కాదా అని మీరు చూసినట్లయితే ఇది అదే విషయం కాబట్టి a ప్లస్ hh యొక్క పరిమితి f 0కి సమానంగా ఉంటుంది.
వ్రాత పరిమితి h ఒక ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క 0 fకి వెళ్లడం, ఇది 0 కుడికి సమానం ఎందుకంటే ఈ స్థిరమైన ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి nf యొక్క 0కి h చేరువవుతున్నప్పుడు అది f యొక్క f కాబట్టి మనకు ఇది ఇప్పుడు డెరివేటివ్ యొక్క నిర్వచనంలో వ్యత్యాస గుణకం యొక్క లవం కాబట్టి కానీ ఏదైనా h సున్నా f యొక్క ఒక ప్లస్ h మైనస్ fకి ఇది వ్రాయబడుతుంది.
h యొక్క h రెట్లు f యొక్క ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క h కుడిచేత భాగించబడినప్పుడు నేను దానిని గుణించాను మరియు hతో భాగించాను మరియు దీనిని పొందడానికి మరియు మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే
, h యొక్క పరిమితి h 0కి వెళ్లినప్పుడు ఇది సమానంగా ఉంటుంది.
0కి మరియు h నుండి సున్నా fకి h నుండి h మైనస్ f ని h కి పరిమితం చేస్తుంది, ఇది పరిమితుల కోసం ఉత్పత్తి నియమం
ప్రకారం కూడా ఉంటుంది విధులు ఉన్నాయి అప్పుడు ఉత్పత్తి యొక్క పరిమితి పరిమితి యొక్క ఉత్పత్తి కాబట్టి అది 0 రెట్లు f ప్రైమ్ a కి సమానం, ఇది 0కి సమానం కాబట్టి fx x వద్ద నిరంతరాయంగా x సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి మనం చూసినది ఏమిటంటే , a వద్ద ఫంక్షన్ యొక్క భేదం పాయింట్ ఆ సమయంలో ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపును సూచిస్తుంది, అయితే కొనసాగింపు సూచించాల్సిన అవసరం లేదు మేము కౌంటర్ ఉదాహరణ ద్వారా చూసిన భేదం, కాబట్టి మరికొన్ని ఉత్పన్నాలను లెక్కించడం పక్కన, డెరివేటివ్‌ల
కోసం ఉత్పత్తి నియమం అని పిలవబడేది నేర్చుకుందాం, కాబట్టి ఇది చెప్పేదేమిటంటే , నేను రెండు ఫంక్షన్‌లను తీసుకుంటే మరియు ఉత్పత్తిని dx dx of fx సార్లు gx చూస్తే ఇది f ప్రైమ్ x సార్లు gx ప్లస్ fx సార్లు g ప్రైమ్ x అందించిన f ప్రైమ్ x మరియు g ప్రైమ్ x కి సమానం కాబట్టి మేము దీనిని నిరూపిస్తాము కాబట్టి మనం x యొక్క u ని fx సార్లు gxకి సమానం అని వ్రాస్తాం, అప్పుడు మనం దేనినైనా చూడాలి h నాన్ జీరో u ఆఫ్ x ప్లస్ h మైనస్ u నుండి x ని hతో భాగిస్తే ఇది ఏమిటో మీరు చూడాలి కాబట్టి ఇది uకి సమానం అని వ్రాద్దాం f మరియు g ల ఉత్పత్తి కాబట్టి నాకు f వస్తుంది x ప్లస్ h సార్లు g x యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క x రెట్లు g x ని hతో భాగించగా ఇప్పుడు మనం ఇక్కడ కొంచెం బీజగణిత మానిప్యులేషన్ చేస్తాము కాబట్టి మేము దీన్ని జోడించి తీసివేస్తాము కాబట్టి మేము దీన్ని f యొక్క x ప్లస్ hg యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క x సార్లు g యొక్క x మైనస్ f అని వ్రాస్తాము ప్లస్ h ఆపై మేము మళ్లీ ఇదే పరిమాణాన్ని f యొక్క x సార్లు g యొక్క x ప్లస్ h ని జోడిస్తాము, ఆపై మనకు మైనస్ fxgx ఉంటుంది h ద్వారా విభజించబడింది కాబట్టి మేము ఇలా వ్రాస్తాము, ఆపై మొదటి రెండు పదాలను మరియు చివరి రెండు పదాలను ఇప్పుడు సమూహపరుస్తాము, మీరు మొదటి రెండు పదాలలో చూస్తే మనకు g x ప్లస్ h సాధారణం కాబట్టి మేము u యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ ux ని h ద్వారా పొందాము ఇది x యొక్క f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ fకి సమానం, h ఈ సార్లు g యొక్క x ప్లస్ hతో భాగించబడుతుంది మరియు తరువాతి రెండు పదాలలో మనకు fx సాధారణం కాబట్టి నేను fx సార్లు g యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ g అని వ్రాస్తాను x ని ఇప్పుడు h చే భాగించినట్లయితే, ఇప్పుడు కుడి వైపున ఉన్న రెండు పదాలను పరిశీలిస్తే, ఇప్పుడు h సున్నాకి వెళ్లినప్పుడు h x యొక్క సున్నాకి h ప్లస్ h మైనస్ f x ని hతో భాగిస్తే f ప్రైమ్ xకి సమానమని మనకు తెలుసు ఎందుకంటే f ప్రైమ్ x x వద్ద భేదమైనది h యొక్క ఈ ఉత్పత్తి పరిమితిలో రెండవ పదం x యొక్క x ప్లస్ h యొక్క 0కి వెళుతుంది, ఇది కేవలం g యొక్క xకి సమానం ఎందుకు అంటే g x వద్ద నిరంతరంగా ఉంటుంది కనుక ఇది x వద్ద భేదాత్మకంగా ఇవ్వబడుతుంది x వద్ద g భేదం ఉంటే అది కూడా నిరంతరంగా ఉంటుంది కాబట్టి దీని పరిమితి ఎందుకంటే a sh 0 x ప్లస్ h చేరుకుంటుంది x మరియు ఇది x వద్ద నిరంతరాయంగా ఉన్నందున ఈ పరిమితి తప్పనిసరిగా x వద్ద ఉన్న ఫంక్షన్ విలువకు సమానంగా ఉండాలి, అదే విధంగా
మనకు h యొక్క పరిమితి 0 g x x h మైనస్ g xకి వెళుతుంది hతో భాగించబడినప్పుడు ఇది x యొక్క g ప్రైమ్‌కి సమానం మరియు మొదటి పదం h నుండి స్వతంత్రంగా ఉంటుంది, ఇది x యొక్క f, కాబట్టి ఆ పరిమితి x యొక్క f కాబట్టి మేము ఈ పరిమితిని కలిగి ఉన్నాము u ప్రైమ్ x ఇది h యొక్క పరిమితికి సమానం సున్నా ux

ప్లస్ h మైనస్ ux ని hతో భాగిస్తే ఇది మొదటి పరిమితికి సమానం ఇక్కడ f ప్రైమ్ x రెండవ పరిమితి ఇది g యొక్క x ప్లస్ ఇక్కడ మొదటి పదం కేవలం f యొక్క x రెట్లు రెండవ దాని పరిమితి g ప్రైమ్ x సరైనదే కాబట్టి ఇది చాలా ముఖ్యమైన ఫార్ములా మరియు నేను ఈ ఫార్ములాని తీసుకోనివ్వండి
, నేను fx సార్లు gx యొక్క dx యొక్క dx ద్వారా
నేను f ప్రైమ్ x సార్లు g ప్రైమ్ అని వ్రాయడానికి ఇది సమానం అని మీరు వ్రాయకూడదు అని ఒక హెచ్చరికగా వ్రాస్తాను x ఇది నిజం కాదు ఉదాహరణకు మీరు fxని తీసుకుంటే , x తర్వాత f ప్రైమ్ xiకి సమానమైన gx s ఒకటి g ప్రైమ్ xకి సమానం అయితే fx టైమ్స్ dx అయితే fx సార్లు gx x స్క్వేర్‌కి సమానం కాబట్టి d బై dx of fxgx అంటే d బై dx x స్క్వేర్ అంటే మనం చూసిన 2 x ఇది కాదు f ప్రైమ్ x సార్లు g ప్రైమ్ xకి సమానం కాబట్టి ప్రారంభంలో చాలా మంది విద్యార్థులు ఈ పొరపాటు చేస్తారు మరియు వారు ఫంక్షన్‌ల ఉత్పత్తిని చూసి , ఆపై ఉత్పన్నం యొక్క ఉత్పత్తిని పరిమితం చేసినప్పుడు వారు ఉత్పన్నం యొక్క ఉత్పత్తిగా వ్రాస్తారు, ఇది పూర్తిగా తప్పు కాబట్టి ఇప్పుడు దీన్ని ఉపయోగించి మనం కొంత పొందవచ్చు.
మరిన్ని ఉత్పన్నాలు కాబట్టి ఉదాహరణకు మీరు x క్యూబ్ అని చెప్పడానికి fx సమానం అని అనుకుందాం ఆపై f ప్రైమ్ xని కనుక్కోండి కాబట్టి మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే , x స్క్వేర్ మరియు x కాబట్టి x క్యూబ్ f x ఇక్కడ x స్క్వేర్ రెట్లు x కాబట్టి f ప్రైమ్ x dx x స్క్వేర్ రెట్లు dకి సమానంగా ఉంటుంది, రెండవ ఫంక్షన్ x ప్లస్ x స్క్వేర్ టైమ్స్ d బై dx ఆఫ్ x, ఇది మొదటి డెరివేటివ్‌కి సమానం 2 x రెట్లు x ప్లస్ x స్క్వేర్ టైమ్స్ 1 కాబట్టి మనకు రెండు x స్క్వేర్ వస్తుంది ప్లస్ x స్క్వేర్ అంటే మూడు x చతురస్రం కాబట్టి మనం గణిద్దాం n అనేది ఏదైనా సహజ సంఖ్య అయిన n నుండి x నుండి dx నుండి dని గణించడం యొక్క ఉత్పన్నం కాబట్టి ఈ ఉత్పన్నాన్ని పొందడానికి ఉత్పత్తి నియమాన్ని పదే పదే ఉపయోగించడం ఒక మార్గం లేదా మీరు పరిమితిని నేరుగా లెక్కించడానికి ప్రయత్నించవచ్చు కాబట్టి మనం చూద్దాం వద్ద కాబట్టి మనకు xకి nకి సమానమైన fx ఉంటుంది కాబట్టి h నాన్ జీరో కోసం నేను x యొక్క fని x ప్లస్ h మైనస్ fని x ని hతో భాగించినట్లయితే ఇది x ప్లస్ hకి పవర్ n మైనస్ x నుండి n భాగానికి సమానం h మరియు మీరు ద్విపద సిద్ధాంతాన్ని చూసినట్లయితే, n నుండి x ప్లస్ sని మనం x నుండి n నుండి n ప్లస్ n అని వ్రాయవచ్చు n నుండి n మైనస్ ఒక సార్లు h ప్లస్ n ఎంచుకోండి రెండు x నుండి n మైనస్ రెండు h స్క్వేర్ మరియు మొదలైనవి చివరి పదం h నుండి n వరకు ఉంటుంది , ఆపై మైనస్ x నుండి n నుండి n నుండి భాగించబడుతుంది, ఇప్పుడు ఇక్కడ మీరు ఈ x నుండి n వరకు గమనించినట్లయితే దీనితో రద్దు చేయబడుతుంది మరియు ఇప్పుడు ప్రతి పదానికి h ఉమ్మడిగా ఉందని మీరు గమనించండి కనుక ఇది మనకు సమానం అవుతుంది h సార్లు n ఎంపిక ఒకదానిని కేవలం n నుండి n మైనస్ ఒకటి ప్లస్ మేము కలిగి n రెండు x నుండి n మైనస్ రెండు సార్లు h ప్లస్ ఇతర నిబంధనలు ఇది co ntains hh నుండి n మైనస్ 1 ని hతో భాగించగా, ఈ hని రద్దు చేయడం ద్వారా ఈ hని రద్దు చేయడం ద్వారా ఈ మొదటి పదం మినహా ప్రతి పదం hని కలిగి ఉన్నట్లు మనం చూస్తాము, కనుక ఇది n సార్లు x నుండి n మైనస్ 1 కి చేరుకుంటుంది, ఎందుకంటే h 0కి వెళుతుంది ఎందుకంటే మనకు అన్ని ఇతర నిబంధనలు ఇలా వస్తాయి.
h లేదా h స్క్వేర్ కాబట్టి అవి సున్నాకి వెళ్తాయి కాబట్టి
ఇది ప్రతి సహజ సంఖ్యకు n x నుండి n x నుండి n మైనస్ 1కి సమానం అని ఇది రుజువు చేస్తుంది n తర్వాత ఇది వాస్తవంగా కూడా నిజమని మనం చూస్తాము n అనేది సహజ సంఖ్య కానట్లయితే, మొదటి విషయం ఏమిటంటే, ఇప్పుడు దీని నుండి మీరు సులభంగా dని x స్క్వేర్ యొక్క dxతో లెక్కించవచ్చు , మీరు దీనిని లెక్కించవలసి వస్తే ఇది రెండు సార్లు x నుండి రెండు మైనస్ ఒకటి కాబట్టి x క్యూబ్ యొక్క dx ద్వారా రెండు xd ఉంటుంది.
మూడు రెట్లు x నుండి మూడు మైనస్ ఒకటి , ఇది మూడు x చదరపు d నుండి x నుండి నాలుగు వరకు dx, కాబట్టి మీరు ఘాతాంకాన్ని క్రిందికి తీసుకుని ఆపై ఘాతాంకాన్ని 1 ద్వారా తగ్గించండి ఇది 4 x క్యూబ్ మరియు అందువలన ఉత్పన్నం కోసం
పై సూత్రాన్ని రిమార్క్ చేయండి x నుండి n వరకు ఉన్న వాస్తవ సంఖ్య ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య n కోసం వాస్తవాన్ని కలిగి ఉంటుంది, ఇది తర్వాత నిరూపించబడుతుంది
కొంత నెగెటివ్ కోసం x నుండి nని లెక్కించడానికి ప్రయత్నిద్దాం, కాబట్టి మనం తీసుకునే x యొక్క ఉత్పన్నం 1 బై xకి సమానం, ఆపై f ప్రైమ్ x అంటే ఏమిటి కాబట్టి ఉత్పన్నం యొక్క నిర్వచనం అయిన మన మొదటి సూత్రాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా చేద్దాం.

మేము f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క x ని hతో భాగించినట్లయితే ఇది ఒకదానితో సమానం x ప్లస్ h మైనస్ ఒకటి x ద్వారా h ద్వారా భాగించబడుతుంది మరియు మీరు దీన్ని సరళీకృతం చేస్తే మీరు h సార్లు x సార్లు x ప్లస్ h ఆపై సంఖ్యను పొందుతారు x మైనస్ x ప్లస్ h కాబట్టి ఇక్కడ x రద్దు చేయబడుతుంది మరియు మేము మైనస్ hyhxx ప్లస్ hని పొందుతాము , ఆపై మీరు ఈ hని రద్దు చేయవచ్చు మరియు ఇది మైనస్ వన్ బై x సార్లు x ప్లస్ hకి సమానం ఇది ఏదైనా h సున్నా కానిదైనా వర్తిస్తుంది కాబట్టి పరిమితి ఇలా ఉంటుంది h సున్నా f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f x నుండి hకి వెళుతుంది, ఇది మైనస్ 1 by x స్క్వేర్‌కి సమానం ఎందుకంటే ఇక్కడ మీరు హారంలో x ప్లస్ h చేరుకోవడం x ప్లస్ 0ని చూస్తారు కాబట్టి x సార్లు x x స్క్వేర్ ఇస్తుంది ఇది నిజం అన్ని x కోసం సున్నా కుడికి సమానం కాదు కాబట్టి ఈ ఫంక్షన్ సున్నా వద్ద కూడా నిర్వచించబడలేదు కాబట్టి మనం సున్నా bu వద్ద ఉత్పన్నం గురించి మాట్లాడలేము t సున్నాకి సమానం కాని ఏదైనా xకి మనం d ద్వారా dx 1 బై x మైనస్ 1 బై x

స్క్వేర్‌కి సమానం అని xకి సమానం కాదు 0కి సమానం అని గమనించండి.
 నేను దీన్ని వ్రాయడానికి ఇదే సూత్రం
అని నేను వ్రాయగలను.
  d కోసం dx యొక్క dx నుండి n ఫార్ములాతో అంగీకరిస్తుంది సార్లు x నుండి మైనస్ ఒకటి మైనస్ ఒకటి, ఇది మైనస్ x నుండి మైనస్ రెండు , ఇది మైనస్ ఒకటి x చదరపు కుడికి సమానం మరియు మీరు ఇతర ప్రతికూల ఘాతాంకాలను కోరుకుంటే, మీరు ఉత్పత్తి నియమాన్ని ఉపయోగించవచ్చు కాబట్టి గణించడానికి ఉత్పత్తి నియమాన్ని ఉపయోగించవచ్చు d ద్వారా x యొక్క dx నుండి మైనస్ రెండు లేదా d ద్వారా d ద్వారా x నుండి మైనస్ మూడు మొదలైనవి కాబట్టి ఉదాహరణకు d ద్వారా x యొక్క dx నుండి మైనస్ రెండు వరకు d ద్వారా dx ఒకటి x సార్లు 1 ద్వారా x మరియు ఇప్పుడు మీరు ఉపయోగిస్తున్నారు ఉత్పత్తి నియమం ఇది మైనస్ 1 బై x స్క్వేర్ వలె ఉంటుంది, ఇది 1 బై x రెట్లు యొక్క ఉత్పన్నం రెండవ ఫంక్షన్ 1 బై x అలాగే మొదటి ఫంక్షన్ 1 బై x రెట్లు రెండవ ఫంక్షన్ మైనస్ 1 బై x స్క్వేర్ యొక్క ఉత్పన్నం ఉత్పత్తి నియమం ద్వారా ఉంటుంది మరియు ఇది మైనస్ 1 బై x క్యూబ్ మైనస్ 1 బై x క్యూబ్ కాబట్టి మైనస్ 2 బై x క్యూబ్ అయితే ఇది మళ్లీ అంగీకరిస్తుంది ఫార్ములా x నుండి n వరకు n రెట్లు x నుండి n మైనస్ 1 వరకు ఉంటుంది, ఇప్పుడు మనం ఉత్పత్తి కోసం చేసిన దాని కోసం మరొక సూత్రాన్ని పొందవచ్చు x యొక్క f అనేది x
కి సమానమైన x వద్ద భేదాత్మకం అని అనుకుందాం , కాబట్టి మనం x ద్వారా ఒకదాని ఉత్పన్నాన్ని లెక్కించినట్లే x యొక్క x యొక్క f ఒకదానికొకటి fకి సమానమైన g గురించి ఏమి
అడుగుతామో చూద్దాం ఒకదాని ఉత్పన్నాన్ని fx ద్వారా గణించవచ్చు కాబట్టి మీరు చూస్తే, ఆ ఉత్పన్నం ఏమిటో నేను వ్రాస్తాను , ఆ ప్రూఫ్ నుండి మనం పొందుతాము, కాబట్టి నేను hతో భాగించబడిన ఒక ప్లస్ h మైనస్ g యొక్క gను చూస్తే ఇది f ద్వారా ఒకటికి సమానం ఒక ప్లస్ h మైనస్ ఒకటి f నుండి f ని h చే భాగించబడుతుంది మరియు ఇది సమానం ఒక ప్లస్ h యొక్క మైనస్ f యొక్క f నుండి ఒక ప్లస్ h యొక్క af యొక్క h రెట్లు fతో భాగించబడుతుంది మరియు ఇది ఒక ప్లస్ h యొక్క f యొక్క ప్రతికూలతతో సమానం h మైనస్ f యొక్క h ద్వారా భాగించబడితే దీనిని బయటకు లాగి, ఆపై సార్లు 1 ద్వారా ఒక ప్లస్ h యొక్క f యొక్క రెట్లు ఇప్పుడు పరిమితి ఉందో లేదో చూద్దాం ఇప్పుడు మనకు తెలిసినదేమిటంటే, ఈ పరిమితి f ఒక ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క a బై h ఇది f ప్రైమ్ aకి చేరుకుంటుంది మరియు ఇక్కడ నేను 1 by fa సార్లు f కలిగి ఉన్నాను a ప్లస్ h కాబట్టి a ప్లస్ h యొక్క ఈ f ఇది aకి చేరుకుంటుంది కాబట్టి మనం పొందేది ఏమిటంటే,
g ప్రైమ్ a పరిమితి మైనస్ f ప్రైమ్ aకి సమానం
, నేను ఇక్కడ g యొక్క xని వ్రాస్తున్నప్పుడు స్క్వేర్డ్ యొక్క fతో భాగించబడుతుంది fx ద్వారా 1కి సమానం మరియు ఇది x వద్ద భేదం కాదా అని అడుగుతున్నాము కాబట్టి a యొక్క g తప్పనిసరిగా నిర్వచించబడాలి కాబట్టి మనం దానిని కలిగి ఉండాలి మరియు a యొక్క f 0కి సమానం కాదు, అప్పుడు g ప్రైమ్ a మైనస్ f ప్రైమ్‌కి సమానం ఒక స్క్వేర్డ్ యొక్క fతో భాగించబడి , ఆపై మనం మరింత సాధారణ భాగస్వామ్య నియమాన్ని పొందగలము కాబట్టి ఇది నాకు fx మరియు gx ఉంటే , అవి రెండూ ఏదో ఒక సమయంలో భేదాత్మకంగా ఉంటాయి మరియు వెళ్ళాయి fa అనేది 0కి సమానం కాదు, అప్పుడు
gx ద్వారా fx యొక్క dx ద్వారా కొసైన్ d యొక్క ఉత్పన్నం ఇది వేరొకటి కాదు, ఇది ఉత్పన్నం f ప్రైమ్ x రెట్లు g యొక్క x మైనస్ f యొక్క x సార్లు g ప్రైమ్ x g యొక్క x స్క్వేర్డ్ మరియు రుజువు మీరు తేడా కొసైన్ యొక్క పరిమితిగా ah వ్రాయడం ద్వారా దీన్ని చేయవచ్చు, కానీ ఇక్కడ మేము ఉత్పత్తి నియమాన్ని పొందాము మరియు ఫంక్షన్ యొక్క రెసిప్రోకల్ యొక్క ఉత్పన్నాన్ని పొందామని గమనించండి, కాబట్టి మనం d ద్వారా dx of fx by gxfx by gxi ద్వారా ఇలా వ్రాయవచ్చు ఉత్పత్తి fx సార్లు ఒకటి gx ఆపై మొదటిది ఉత్పత్తి నియమం ద్వారా ఇది f ప్రైమ్ x సార్లు d ద్వారా dxకి సమానం, నేను దానిని ఇక్కడ వ్రాస్తాను కాబట్టి ఇది మొదటి ఫంక్షన్ సమయాల నుండి gx ప్లస్ f x సార్లు ఉత్పన్నం రెండవ ఫంక్షన్ d బై dx ఆఫ్ వన్ బై జీఎక్స్ అనేది ప్రొడక్ట్ రూల్ ద్వారా మరియు ఆ తర్వాత జీఎక్స్ ద్వారా 1 నుండి డిఎక్స్ డెరివేటివ్ ఏమిటో మనకు తెలుసు కాబట్టి ఇది
x యొక్క g మరియు రెండవది కంటే f ప్రైమ్ xకి సమానం మైనస్ g ప్రైమ్ x ద్వారా భాగించబడిన g ద్వారా ఉత్పన్నం ఇవ్వబడుతుంది fx రెట్లు ప్లస్ యొక్క x స్క్వేర్ కుడి ఆపై మీరు x స్క్వేర్ యొక్క సాధారణ హారం g తీసుకుంటే, మేము f ప్రైమ్ x సార్లు g యొక్క x మైనస్ fx సార్లు g ప్రైమ్ x కుడిని పొందుతాము కాబట్టి ఉత్పత్తి నియమం మరియు గుణాత్మక నియమాన్ని సంగ్రహిద్దాం కాబట్టి ఉత్పత్తి నియమం కొన్నిసార్లు మేము కూడా వ్రాస్తాము ఈ సంజ్ఞామానం uv ఉపయోగించి ఇవి రెండు విధులు అయితే, uv యొక్క ఉత్పన్నం u ప్రైమ్ టైమ్స్ v ప్లస్ uv ప్రైమ్ మరియు నేను v ద్వారా u కలిగి ఉంటే గుణాత్మక నియమం అనేది డెరివేటివ్ ప్రైమ్ u ప్రైమ్‌కి సమానం v మైనస్ uv ప్రైమ్ v స్క్వేర్‌తో భాగించబడుతుంది ఇది ఉత్పత్తి నియమం మరియు ఇది గుణాత్మక నియమం మరియు ఈ నియమాలు డెరివేటివ్‌లను లెక్కించడానికి చాలా ముఖ్యమైనవి కాబట్టి సరే మరికొన్ని డెరివేటివ్‌లను గణిద్దాం కాబట్టి ఒకటి నేను చేస్తాను సే fx వర్గమూలం xకి సమానమైన సే యొక్క మరొక ఉదాహరణ ఉత్పన్నం x ఇది అన్ని x కంటే ఎక్కువ కోసం నిర్వచించబడింది సున్నా కాబట్టి మేము ఈ ఫంక్షన్ యొక్క ఉత్పన్నాన్ని ఏదైనా ధనాత్మక x కాబట్టి f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f నుండి x నుండి h నుండి లెక్కించాలనుకుంటున్నాము, x ఏదైనా ధనాత్మక వాస్తవ సంఖ్య అయితే దీనిని మనం x ప్లస్ h మైనస్ s యొక్క వర్గమూలంగా వ్రాయవచ్చు x యొక్క quare root h ద్వారా విభజించబడింది మరియు x సానుకూలంగా ఉంటే, చిన్న hx ప్లస్ h కూడా సానుకూలంగా ఉంటుంది కాబట్టి మనం ఈ వర్గమూలం గురించి మాట్లాడవచ్చు మరియు h సున్నాకి వెళుతుంది

కాబట్టి మనం దీని పరిమితిని కనుగొనాలనుకుంటున్నాము, కాబట్టి మనకు ఉన్న పరిమితిని లెక్కించేటప్పుడు ఈ రకం యొక్క గణన పరిమితులు కాబట్టి దీన్ని చేయడానికి ఒక మార్గం ఏమిటంటే, మీరు వర్గమూలం x మరియు h ప్లస్ వర్గమూలం x ద్వారా వర్గమూలం x ద్వారా గుణించి విభజించండి x ని h రెట్లు స్క్వేర్ రూట్ x ప్లస్ h ప్లస్ స్క్వేర్ రూట్ xతో విభజించి , ఆపై న్యూమరేటర్‌లో x క్యాన్సిల్ చేసి, ఆపై మీరు h ను రద్దు చేయవచ్చు, మీరు ఒక వర్గమూలం x ద్వారా x ప్లస్ స్క్వేర్ రూట్ x ద్వారా ఒకటి రెండు వర్గమూలం xకి చేరుకుంటుంది h సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి మనకు లభించినది ఏమిటంటే, dx యొక్క dx వర్గమూలం x అనేది సున్నా కంటే x అన్నింటికీ x రెండు వర్గమూలం x కి సమానంగా ఉంటుంది, ఇది
x నుండి n వరకు ఉన్న ఫార్ములాతో అంగీకరిస్తుందని గుర్తుంచుకోండి ఎందుకంటే నేను వ్రాస్తే మనం స్క్వేర్ రూట్ xని x అని పవర్‌కి సగం రాయండి, ఆపై ఉత్పన్నం వర్గమూలం x యొక్క iv d ద్వారా dx, ఇది 1 ద్వారా 2 వర్గమూలం x కి సమానం, ఇది పవర్ నెగటివ్ హాఫ్‌కు 1 బై 2 రెట్లు x తప్ప మరొకటి కాదు, ఇది పవర్ హాఫ్ మైనస్ వన్‌కు 1 బై 2 రెట్లు x సమానం
కాబట్టి ఇది కూడా ఫార్ములా dతో dxతో
nతో ఏకీభవిస్తుంది చతురస్రానికి సమానం n సగానికి సమానం మరియు తరువాత ఇది నిజమని నేను చేస్తాను మరొక ఉదాహరణలో ఇది నిజమని మేము చూస్తాము, ఇదివరకు మనం x యొక్క కొన్ని శక్తుల ఉత్పన్నాలను మాత్రమే లెక్కించాము కాబట్టి పాపానికి సమానమైన fx యొక్క ఉత్పన్నాన్ని గణిద్దాం x కాబట్టి మనం x యొక్క f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ f ని hతో భాగించినట్లయితే, ఇది సైన్ x ప్లస్ h మైనస్ సిన్ x ని hతో భాగిస్తే సమానం , ఆపై d యొక్క c మైనస్ సైన్ సైన్ యొక్క ఫార్ములా ఏమిటో మీకు గుర్తుకు వస్తుంది .
 రెండు రెట్లు ప్లస్ d రెండు ఒకే పాపం c మైనస్ పాపం d రెండు రెట్లు కొసైన్ c plకి సమానం us d by రెండు సార్లు sine c minus d by two కాబట్టి మనకు సైన్ x ప్లస్ h మైనస్ సిన్ x ఉంటుంది, ఇది రెండు cos c ప్లస్ d రెండు x ప్లస్ h బై టూ సైన్ h బై టూ మరియు అందువలన fx ప్లస్ h మైనస్ fx ద్వారా h ఇది రెండు కాస్ టూ x ప్లస్ హెచ్‌తో టూ సైన్ హెచ్‌ని రెండు హెచ్‌తో భాగించగా, ఈ పరిమితి ఉందో లేదో మనం అడగాలి కాబట్టి ఇది
x ప్లస్ హెచ్‌కి రెండు రెట్లు సైన్ హెచ్‌తో సమానంగా ఉంటుంది రెండు ద్వారా మరియు ఇప్పుడు h ద్వారా పాపం h సున్నాకి వెళ్లే పరిమితి ఒకటి అని గుర్తుంచుకోండి, కాబట్టి fx మరియు h మైనస్ fx పరిమితి h ద్వారా మరియు మొదటి పదం cos x plus h 2 ద్వారా ఇది x రెట్లు ఒకదానికి వెళుతుంది ఇది
ఎందుకంటే h సున్నాకి వెళ్లినప్పుడు sine h యొక్క పరిమితి ఒకదానికి సమానం కాబట్టి మేము d by dx of sine x is equal to cos x ఇది మళ్లీ మీకు ఉపయోగకరమైన సూత్రం కాబట్టి ఎవరైనా అడగవచ్చు cos x ఉత్పన్నం యొక్క ఉత్పన్నం కోసం , మీరు ఈ ఉత్పన్నం dని cos x యొక్క dx ద్వారా గణిస్తే, ఇది zerకి వెళ్లే h పరిమితికి సమానం అవుతుంది మీరు cos c minus cos d కోసం ఫార్ములాను ఉపయోగిస్తే, మీరు ఈ పరిమితి సైన్ x యొక్క మైనస్‌కు సమానం అని చూపితే, x యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ కాస్ ఆఫ్ x h ద్వారా h మరియు మళ్లీ మీరు దీన్ని ఒక వ్యాయామంగా వదిలివేస్తాను cos x యొక్క ఉత్పన్నం మైనస్ సంకేతం x అని తనిఖీ చేయడానికి ఒక వ్యాయామంగా మరియు ఇప్పుడు మనకు ఉత్పత్తి నియమం మరియు గుణాత్మక నియమం తెలిసినందున మేము ఇతర త్రికోణమితి ఫంక్షన్‌ల ఉత్పన్నాలను లెక్కించగలము కాబట్టి tan x యొక్క dx ద్వారా d అంటే ఏమిటో మాకు తెలుసు కాబట్టి tan x అని మాకు తెలుసు sine x by cos x తప్ప మరేమీ కాదు , ఆపై మేము quotient రూల్‌ని ఉపయోగిస్తాము కాబట్టి ఇది sine x సార్లు కాస్ x మైనస్ సైన్ x రెట్లు ఉత్పన్నం cos x యొక్క వ్యుత్పన్నాన్ని హారంతో భాగిస్తే cos x స్క్వేర్ మరియు ఇది quotient నియమం ద్వారా ఇప్పుడు మేము sin x యొక్క ఉత్పన్నాన్ని లెక్కించాము x cos x కాబట్టి ఇది cos x సార్లు cos x మరియు cos x యొక్క ఉత్పన్నం మైనస్ గుర్తు x అని ధృవీకరించమని నేను మిమ్మల్ని అడిగాను కాబట్టి ఇది మైనస్ sin xని cos x స్క్వేర్‌తో భాగించండి కాస్ స్క్వేర్ x కాబట్టి మనం న్యూమరేటర్‌లో కాస్ స్క్వేర్ xని పొందుతాము ప్లస్ సైన్ స్క్వేర్ x ని కాస్ స్క్వేర్ xతో భాగించండి, అయితే కాస్ స్క్వేర్ x ప్లస్ సిన్ స్క్వేర్ xని కాస్ స్క్వేర్ xతో 1 అని మీకు తెలుసు కాబట్టి ఇది సెకాంట్ స్క్వేర్ xకి సమానం కాబట్టి మనకు లభించేది టాన్ x నుండి సెకంట్ స్క్వేర్ x మరియు ఇప్పుడు ఇతర త్రికోణమితి ఫంక్షన్‌లను కూడా మీరు లెక్కించవచ్చు, ఎందుకంటే అవి
ఈ ఫంక్షన్‌ల యొక్క రెసిప్రొకల్స్ మాత్రమే కాబట్టి నేను dని సెకాంట్ x యొక్క dxతో వ్రాస్తే, సెకాంట్ x cos x ద్వారా ఒకటి తప్ప మరొకటి కాదు , ఆపై పరస్పరం యొక్క ఉత్పన్నం ప్రతికూల ఉత్పన్నం ద్వారా ఇవ్వబడిందని మనకు తెలుసు.

cos x ని cos x స్క్వేర్‌తో భాగించగా కుడివైపు ఇది quotient నియమం ద్వారా లేదా మా ప్రత్యేక విషయం ద్వారా ఒకటి fx ఉత్పన్నం ద్వారా ఆపై cos x యొక్క ఉత్పన్నం మైనస్ sin x కాబట్టి మనకు ఇది sine x అని cos square xతో భాగించబడుతుంది మరియు దీనిని మనం సాధారణంగా వ్రాస్తాము.
 ఈ రూపంలో నేను సైన్ x బై cos x సార్లు ఒకటి కాస్ x అని వ్రాయగలను, ఇది టాన్ x రెట్లు సెకెంట్ xకి సమానం కాబట్టి మేము ఈ ఫార్ములాని గుర్తుంచుకుంటాము d ద్వారా dx ఆఫ్ సెకాంట్ x సమానం x సార్లు టాన్ x మీరు dని dx ద్వారా ధృవీకరించండి cosecant x ఇది cosecant x సార్లు cot x మరియు d ద్వారా dx మరొకటి మిగిలి ఉంటే cot x ఇది మైనస్ cosecant చదరపు xకి సమానం కాబట్టి ఈ రెండూ మీ కోసం మళ్లీ వ్యాయామం కాబట్టి నేను తదుపరి తరగతిలో ఇక్కడ ఆపేస్తాను డెరివేటివ్ కోసం గొలుసు నియమాన్ని నేర్చుకుంటారు, ఇది చాలా

ఎక్కువ ఫంక్షన్ల ఉత్పన్నాన్ని లెక్కించడానికి చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది ధన్యవాదాలు