डेरिव्हेटिव्ह्जवरील दुसऱ्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे, म्हणून शेवटच्या व्याख्यानात आम्ही एका बिंदूवर फंक्शनच्या सातत्य संकल्पनांवर चर्चा केली आणि बिंदूवर फंक्शनचे व्युत्पन्न म्हणजे काय याचाही आम्ही चर्चा केला आणि नंतर आम्ही काही गुणधर्म पाहिले डेरिव्हेटिव्ह्ज आज आपण प्रथम सातत्य आणि भिन्नता यांच्यातील संबंध पाहू आणि नंतर आपण आणखी काही फंक्शन्सच्या व्युत्पन्नाची गणना करू, म्हणून सर्वप्रथम मी चर्चा करणार आहे की सातत्य आणि भिन्नता यांच्यात काही संबंध आहे का,
म्हणून सर्वप्रथम एक उदाहरण पाहूया म्हणून विचार करू.
r मधील x साठी x चे f चे mod x च्या बरोबरीचे फंक्शन
आपण या फंक्शनचा आलेख काढण्याचा प्रयत्न करू या म्हणजे fx mod x च्या बरोबरीने कोणत्याही x पॉझिटिव्हसाठी हे x च्या बरोबरीचे आहे आणि x नकारात्मक साठी ते उणे x च्या बरोबरीचे आहे.
हे सुद्धा fx च्या बरोबरीचे आहे x साठी x बरोबर शून्यापेक्षा मोठे आणि शून्यापेक्षा कमी x साठी उणे x हे अगदी सोपे आहे परंतु या कार्याचे उपयुक्त प्रतिनिधित्व आहे आणि आलेख l दिसतो.
ike हे म्हणजे हे x च्या mod च्या fx समान आहे आता आपण विचारूया की फंक्शन म्हणजे x बरोबर x शून्यावर fx सतत आहे का म्हणून येथे या फंक्शनचा आलेख काढणे सोपे होते आणि या आलेखावरून फंक्शन दिसेल.
शून्यावर सतत आहे परंतु आपण मर्यादा देखील मोजू शकतो
त्यामुळे x ची f मर्यादा म्हणून मर्यादा मोजण्यासाठी येथे डाव्या हाताची आणि उजव्या हाताची मर्यादा मोजणे उपयुक्त आहे म्हणून जर तुम्ही x च्या f च्या उजव्या हाताची मर्यादा मोजली तर f शुन्य अधिक h ची h शून्यावर जाते हे काय आहे हे h मर्यादा बरोबर आहे h च्या f च्या शून्य अधिक वर जात आहे h mod h आहे पण आपण s सकारात्मक मानत असल्यामुळे h ची मर्यादा h ला जाते तशीच गोष्ट आहे शून्य अधिक जे शून्याच्या बरोबरीचे आहे त्याचप्रमाणे डाव्या हाताची मर्यादा h ची 0 वजा f ची 0 अधिक h ची ही मर्यादा h ची मर्यादा मॉड h चे शून्य वजा होणार
आहे वजा h च्या बरोबरीने पण h शून्यावर जात आहे
त्यामुळे वजा शून्य देखील शून्याच्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे मर्यादा अस्तित्वात आहे म्हणून x शून्याच्या जवळ आल्यावर x ची f ची मर्यादा ही 0 च्या बरोबरी आहे तसेच f 0 ची मॉड 0 आहे जी 0 आहे
म्हणून x ची f ची मर्यादा x शून्याच्या जवळ येत आहे म्हणून fx
शून्यावर x समान आहे आता विभेदकता बद्दल काय fx हे x समान शून्यावर भिन्नता आहे म्हणून आपल्याला ही मर्यादा f ची 0 अधिक h वजा f ची 0 बाय h ची मर्यादा विचारायची आहे कारण h 0 वर जाते तेव्हा f शून्य अधिक h उणे म्हणजे काय ते पाहू.
f च्या शून्याला h ने कोणतेही h नॉन शून्य घेतले आणि हा फरक कोसाइन बघितला तर हे h च्या f वजा f चा 0 ने h आहे आणि h चा f 0 च्या mod hf 0 ला 0 ने भागले तर आपल्याला mod h मिळेल h द्वारे आता आपल्याला माहित आहे की mod h हे h च्या बरोबरीचे आहे जर h सकारात्मक असेल तर हे एक च्या बरोबरीचे आहे जर h सकारात्मक असेल आणि जर h नकारात्मक असेल तर mod h समान असेल वजा h च्या बरोबर
त्यामुळे वजा h द्वारे h वजा एक देईल म्हणून आपण हे पहा की हा फरक कोसाइन हा स्थिरांक 1 च्या समान आहे जर h सकारात्मक असेल आणि तो 1 उणे 1 असेल जर h नकारात्मक असेल तर डाव्या हाताला li mit आणि उजव्या हाताची मर्यादा ही उजव्या हाताची मर्यादा f च्या शून्य अधिक h वजा f शून्याच्या h ने भागल्यास उजव्या हाताच्या मर्यादेइतकी नाही म्हणून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की ही मर्यादा h शून्याच्या f शून्य आणि h शून्याच्या f शून्यावर जाईल अस्तित्वात नाही म्हणजे x चे फंक्शन x शून्याच्या बरोबरीने फरक करता येत नाही, तर x च्या x च्या बरोबरीने x अखंडावर f चा निष्कर्ष काय आहे हे x च्या f वर लागू केले जात नाही असे सूचित करत नाही की x च्या बरोबरीने a let me वर भिन्नता आहे या आलेखावर परत या आणि या शून्यावर फंक्शन वेगळे करण्यायोग्य नाही हे तुम्ही कसे काढू शकता हे भौमितीयदृष्ट्या स्पष्ट करा,
म्हणून आम्ही भौमितीय व्याख्या पाहिली आहे की व्युत्पन्न जर अस्तित्वात असेल तर ते त्या बिंदूवरील स्पर्शरेषेच्या उताराच्या बरोबरीचे आहे .
आता जर तुम्ही या फंक्शनचा आलेख बघितलात तर कोणतीही विशिष्ट स्पर्शरेषा नाही कारण कोणत्याही सकारात्मक गोष्टीसाठी तुम्हाला ही स्पर्शरेषा दिसते पण x ही नकारात्मक मध्ये कोणतीही असेल तर आपल्याकडे ही रेषा आहे
त्यामुळे येथे कोणतीही अद्वितीय स्पर्शरेषा नाही आणि खरं तर तुम्हाला दिसेल की उजव्या हाताचा व्युत्पन्न हा या रेषेचा उतार आहे जो 1 आहे आणि डाव्या हाताचा व्युत्पन्न हा या रेषेचा उतार आहे जो उणे 1 आहे आणि ते समान नाहीत म्हणून जेव्हा जेव्हा ग्राफमध्ये फंक्शन सामान्यतः भिन्न नसते.
तुमच्या फंक्शनमध्ये तुम्हाला कॉर्नर पॉइंट दिसला तर फंक्शन त्या बिंदूवर डिफरेंसिबल होणार नाही म्हणून कंटिन्युटी आम्ही म्हणालो की ते ग्राफिकली आहे म्हणजे तुम्ही पेन न उचलता फंक्शनचा आलेख काढू शकता
आणि डिफरेंसिबिलिटी म्हणजे फंक्शन नसावे.
कोणताही कोपरा असला तरी क्लिष्ट फंक्शन्ससाठी आपण फक्त हे इंटरप्रिटेशन वापरू शकत नाही म्हणून आपल्याला रिग्रेस व्याख्या देखील माहित असणे आवश्यक आहे म्हणून आता संभाषणाचे काय म्हणून संभाषण सत्य आहे म्हणून प्रमेय असे आहे की जर x चा f एखाद्या बिंदूवर x च्या बरोबरीने भिन्न असेल तर a नंतर x चा f हा x च्या बरोबरीचा x वर सतत असणे आवश्यक आहे आणि पुरावा अगदी सोपा आहे आपल्याला फक्त हे लक्षात घ्यावे लागेल कारण x चा f x च्या बरोबरीने भिन्न आहे a आमच्याकडे f अविभाज्य a आहे जो f च्या f च्या मर्यादेइतका आहे आणि h ने भागलेल्या h वजा f च्या f
च्या मर्यादेइतका आहे हे फंक्शनची सातत्य तपासण्यासाठी आत्ताच अस्तित्वात आहे x ची मर्यादा x जवळ येताच x ची f मर्यादा पाहणे आवश्यक आहे म्हणून
x च्या बरोबरीचे सातत्य तपासण्यासाठी आपल्याला x च्या f च्या मर्यादेच्या बरोबरीने a चा f असणे आवश्यक आहे

जेथे x आता जवळ येतो लक्षात ठेवा की ही मर्यादा आपण अधिक h ची मर्यादा म्हणून देखील लिहू शकतो जेथे h शून्य उजवीकडे जातो x ला अधिक h ला x टाकून जर x a च्या जवळ आला तर h जो समान आहे म्हणून x ला x ला अधिक h च्या बरोबरीचा ठेवा म्हणजे h x वजा a आहे आणि नंतर x ah च्या जवळ आला तर 0 च्या जवळ येतो.

म्हणून आपल्याला तपासावे लागेल h 0 च्या जवळ येत असताना f अधिक h ची ही मर्यादा अस्तित्त्वात आहे की नाही आणि ती आता a च्या f च्या बरोबरीची आहे की नाही आणि जर तुम्ही पाहत असाल तर ही समान गोष्ट आहे

म्हणून a प्लस hh ची मर्यादा f 0 च्या f च्या बरोबर येत आहे हे समतुल्य आहे लिहिण्याची मर्यादा h 0 f a अधिक h वजा f a ची ही बरोबर 0 बरोबर आहे कारण या स्थिर कार्याची मर्यादा a चा nf जसजसा h 0 च्या जवळ येईल तो a चा f आहे

त्यामुळे आपल्याकडे आता हे आहे व्युत्पन्नाच्या व्याख्येत फरक भागफलाचा अंश आहे म्हणून परंतु कोणत्याही h शून्य f साठी a अधिक h वजा f a चा हे लिहिता येईल h गुणिले f चा अधिक h वजा f चा a भागाकार h उजवीकडे मी फक्त गुणाकार केला आणि h ने भागाकार केला आणि हे मिळवण्यासाठी आपल्याला माहित आहे की ही मर्यादा अस्तित्त्वात आहे

म्हणून h ची मर्यादा 0 वर गेल्याने हे समान आहे 0 पर्यंत आणि मर्यादा h a च्या शून्य f वर अधिक h वजा f a by h वर हे देखील मर्यादेसाठी उत्पादन नियमानुसार अस्तित्वात आहे

आमच्याकडे h ची मर्यादा अधिक h च्या 0 f वर जाण्याची मर्यादा आहे जर दोन्हीची मर्यादा फंक्शन्स अस्तित्त्वात आहेत तर उत्पादनाची मर्यादा मर्यादेचे उत्पादन आहे जेणेकरुन ते 0 पट f प्राइम a च्या बरोबर असेल जे 0 च्या बरोबरीचे आहे म्हणून fx हे x च्या बरोबरीने निरंतर आहे म्हणून आपण पाहिले आहे की a येथे फंक्शनची भिन्नता आहे पॉइंट म्हणजे त्या बिंदूवर फंक्शनची सातत्य सूचित करते तर सातत्य सूचित करण्याची गरज नाही भिन्नता जी आपण काउंटर उदाहरणाद्वारे पाहिली आहे

त्यामुळे आणखी काही डेरिव्हेटिव्ह्जची गणना करण्यासाठी पुढे आपण डेरिव्हेटिव्ह्जसाठी उत्पादन नियम काय म्हणतात ते जाणून घेऊ या, तर हे काय म्हणते की जर मी दोन कार्ये घेतली आणि उत्पादनाकडे पाहिले तर dx च्या dx गुणा gx हे f अविभाज्य x वेळा gx बरोबर fx गुणा g prime x प्रदान केले आहे f prime x आणि g prime x अस्तित्त्वात आहे म्हणून आपण हे सिद्ध करूया म्हणून आपण x बरोबर fx गुणा gx च्या बरोबरीने u लिहूया मग आपल्याला कोणत्याहीसाठी ते पहावे लागेल x नॉन शून्य u चा x अधिक h वजा u चा x भागिले h तुम्हाला हे काय आहे ते पहायचे आहे तर मी हे लिहू दे की हे u च्या बरोबरीचे आहे f आणि g चे गुणाकार आहे म्हणून मला f चा x अधिक h गुणा g मिळेल x च्या x अधिक h वजा f चा x गुणिले g x च्या h ने भागले आता आपण येथे थोडे बीजगणितीय फेरफार करतो म्हणून आपण हे x च्या x अधिक hg च्या x अधिक h वजा f चा x गुणिले g x प्रमाणे जोडू आणि वजा करू.

अधिक h आणि मग आपण पुन्हा हेच प्रमाण f च्या x गुणिले g च्या x अधिक h जोडू आणि नंतर आपल्याकडे उणे fxgx आहे h ने भागले म्हणून आपण असे लिहू आणि नंतर पहिल्या दोन संज्ञा आणि शेवटच्या दोन पदांचा गट करा आता जर तुम्ही पहिल्या दोन पदांमध्ये पाहिल्यास आमच्याकडे g चा x अधिक h सामान्य आहे म्हणून आम्हाला u चा x अधिक h वजा ux ने h मिळाला.

हे x च्या f चा x अधिक h वजा f x ने भागले या वेळा g x अधिक h आणि नंतर अधिक पुढील दोन पदांमध्ये fx सामान्य आहे म्हणून मी x अधिक h वजा g च्या fx गुणिले g लिहीन x च्या x ला h ने भागले आता आपण उजव्या बाजूच्या दोन संज्ञा पाहिल्या तर आता मर्यादा आहे कारण h हे x च्या f च्या शून्यावर जाते आणि h वजा f चा x भागिले h हे आपल्याला माहित आहे की f अविभाज्य x समान आहे कारण f आहे x वर फरक करता येण्याजोगा

h च्या या उत्पादन मर्यादेतील दुसऱ्या टर्ममध्ये x च्या g च्या 0 वर जाणे अधिक h हे फक्त x च्या g च्या बरोबरीचे आहे असे का असे आहे कारण g x वर सतत आहे कारण x वर

भिन्नता दिली जाते बरोबर म्हणून लक्षात घ्या की आपण प्रमेय वापरत आहोत की आपण हे सिद्ध केले आहे की जर g x वर भिन्नता आहे तर ते निरंतर देखील आहे म्हणून याची मर्यादा कारण a   sh हा 0 x अधिक h कडे जातो x कडे जातो आणि x वर सतत असल्यामुळे ही मर्यादा x वरील फंक्शनच्या मूल्याच्या समान असणे आवश्यक आहे त्याचप्रमाणे दुसरी टर्म आपल्याकडे h ची मर्यादा x च्या 0 g अधिक h वजा x ची g आहे.

h ने भागल्यास हे x च्या g अविभाज्य बरोबर आहे आणि पहिले पद h पेक्षा स्वतंत्र आहे हे x चा f आहे

त्यामुळे ती मर्यादा x ची f आहे म्हणून आपल्याकडे ही मर्यादा u अविभाज्य x अस्तित्वात आहे जी h च्या मर्यादेइतकी आहे शून्य ux अधिक h वजा ux ला भागिले h हे पहिल्या मर्यादेच्या बरोबरीचे आहे येथे f अविभाज्य x दुसऱ्याची मर्यादा ही x ची g अधिक आहे येथे पहिली संज्ञा दुसऱ्या मर्यादेच्या x च्या x पट आहे g prime x बरोबर आहे म्हणून हे फार महत्वाचे सूत्र आहे आणि मला हा फॉर्म्युला काढू दे की dx च्या dx च्या fx वेळा gx तुम्ही असे लिहू नका की हे फक्त मला f prime x वेळा g prime लिहू देण्याइतके आहे.

x हे बरोबर नाही, उदाहरणार्थ तुम्ही fx इक्वल टू gx इक्वल टू x तर f prime xi घेतल्यास s जो g prime x च्या बरोबरीचा आहे पण fx गुणा dx बद्दल काय पण fx गुणा gx x चौरस बरोबर आहे म्हणून d x fxgx चा d x d x x चौरस आहे जो आपण पाहिला आहे 2 x बरोबर आहे हे नाही f prime x गुणा g prime x च्या बरोबरीने सुरुवातीला अनेक विद्यार्थी ही चूक करतात आणि जेव्हा ते फंक्शन्सचे उत्पादन पाहतात आणि नंतर डेरिव्हेटिव्ह मर्यादित करतात तेव्हा ते डेरिव्हेटिव्हचे उत्पादन म्हणून लिहितात जे पूर्णपणे चुकीचे आहे म्हणून आता हे वापरून आपण काही मिळवू शकतो अधिक डेरिव्हेटिव्ह्ज

त्यामुळे उदाहरण म्हणून समजा तुम्हाला x क्यूबसाठी fx समान हवा आहे आणि नंतर f प्राइम x शोधा म्हणजे आपल्याला x स्क्वेअर आणि x चे डेरिव्हेटिव्ह माहित आहे म्हणून x चा x क्यूब f येथे x चौरस गुणा x बरोबर आहे म्हणून f   अविभाज्य x dx च्या dx च्या चौरस वेळा बरोबर असेल दुसरे कार्य x अधिक x चौरस पट d x च्या dx च्या बरोबर आहे जे पहिल्या व्युत्पन्न 2 x पट x अधिक x चौरस गुणा 1 आहे म्हणून आपल्याला दोन x चौरस मिळेल अधिक x चौरस जो तीन x चौरस आहे तर चला गणना करूया d ची गणना करण्यासाठी x च्या dx द्वारे n ची n ची व्युत्पत्ती जेथे n ही कोणतीही नैसर्गिक संख्या आहे, म्हणून एक मार्ग म्हणजे उत्पादन नियम द्रुतगतीने वापरणे हे व्युत्पन्न मिळविण्यासाठी किंवा तुम्ही थेट मर्यादा देखील मोजण्याचा प्रयत्न करू शकता, म्हणून

आपण पाहूया तर आपल्याकडे fx हे x च्या n च्या बरोबरीचे आहे
त्यामुळे h शून्यासाठी मी x च्या f चा x अधिक h वजा f चा x भागाकार h ने पाहिले तर हे x अधिक h ची शक्ती n वजा x ला n ने भागले आहे h आणि जर तुम्ही द्विपद प्रमेय पाहिला असेल तर x ला n ला x अधिक s n म्हणून लिहू शकतो x ला n अधिक n निवडा एक x ला n वजा एक गुणा h अधिक n निवडा दोन x ते n वजा दोन h वर्ग आणि असेच शेवटची टर्म h ते n पर्यंत आणि नंतर उणे x ला n भागिले h आता इथे जर तुम्ही हे लक्षात घेतले तर x ते n यासह रद्द होईल आणि आता तुम्ही लक्षात घ्या की प्रत्येक टर्ममध्ये h साम्य आहे
त्यामुळे आम्हाला हे समान मिळते h वेळा n निवडा एक म्हणजे फक्त nx ते n वजा एक अधिक आपल्याकडे n दोन x ते n वजा दोन वेळा h अधिक इतर संज्ञा कोणत्या co hh ला n उणे 1 ला h ने भागले तर हे h रद्द केल्याने आपण पाहतो की या पहिल्या पदाशिवाय प्रत्येक पदात h आहे म्हणून हे n पट x n वजा 1 पर्यंत पोहोचते कारण h 0 वर जाते कारण इतर सर्व संज्ञा आपल्याला याप्रमाणे मिळतात h किंवा h चौरस म्हणून ते शून्यावर जातात म्हणून हे सिद्ध होते की म्हणून प्रत्येक नैसर्गिक संख्येसाठी x च्या dx चा n n गुणिले x ते n वजा 1 च्या बरोबर आहे n नंतर आपण पाहू की हे अगदी खरे आहे.
जर n ही नैसर्गिक संख्या नसेल तर पहिली गोष्ट म्हणजे आता यावरून तुम्ही सहजपणे पाहू शकता d ने x वर्गाच्या dx ची गणना करा जर तुम्हाला ही गणना करायची असेल तर x च्या दोन वजा एक च्या दुप्पट म्हणजे x क्यूबच्या dx ने दोन xd आहे.
तीन गुणा x ते तीन वजा एक म्हणजे तीन x चौरस d x x च्या dx चा चार म्हणजे तुम्ही घातांक खाली आणा आणि नंतर घातांक 1 ने कमी करा हा 4 x घन आहे आणि याप्रमाणे
व्युत्पन्नासाठी वरील सूत्र टिपा x ते n
हे कोणत्याही वास्तविक संख्येसाठी खरे आहे n हे नंतर सिद्ध होईल पण चला काही ऋणासाठी x ते n ची गणना करण्याचा प्रयत्न करूया म्हणून आपण x चे डेरिव्हेटिव्ह काढू जे x चे 1 च्या बरोबरीचे x आहे मग f प्राइम x म्हणजे काय तर आपण व्युत्पन्नाची व्याख्या म्हणून आपले पहिले तत्व वापरून करूया
जर आपण x चा f चा x अधिक h वजा f चा x भागिले h हे पाहिले तर हे एक x x अधिक h वजा एक x x भागिले h सारखे आहे आणि नंतर आपण हे सोपे केल्यास आपल्याला h गुणिले x गुणिले x अधिक h आणि नंतर अंश मिळेल x वजा x अधिक h आहे
त्यामुळे येथे x रद्द होतो आणि आपल्याला वजा hyhxx अधिक h मिळतो आणि मग आपण हे h रद्द करू शकता आणि हे x गुणिले x अधिक h च्या समान आहे हे शून्य नसलेल्या कोणत्याही h साठी खरे आहे आणि म्हणून मर्यादा h हे x च्या f च्या शून्यावर जाते आणि h चा x वजा f चा x x h च्या बरोबरीने हे उणे 1 बाय x चौरस आहे कारण येथे तुम्हाला x अधिक h हा x अधिक 0 च्या जवळ येतो म्हणून x गुणिले x x वर्ग देतो हे सत्य आहे सर्व x साठी शून्य उजवीकडे समान नाही म्हणून हे कार्य शून्यावर देखील परिभाषित केलेले नाही म्हणून आपण शून्य bu वर व्युत्पन्न बद्दल बोलू शकत नाही t कोणत्याही x साठी शून्य च्या बरोबरीचे नाही dx साठी 1 बाय x च्या बरोबरीचे d x 1 x बरोबर x साठी x 0 च्या बरोबरीचे नाही हे लक्षात घ्या.
लक्षात घ्या की हे मी लिहू शकतो की हे समान सूत्र आहे.
d च्या dx च्या dx च्या n च्या n च्या बरोबरीच्या nx च्या n च्या n च्या n साठी n उणे एक च्या n साठी वजा एक च्या बरोबर या सूत्राशी सहमत आहे हे देईल d बाय dx च्या x ला वजा एक येथे n आहे वजा एक गुणा x ते वजा एक वजा एक जे वजा x ते वजा दोनच्या बरोबरीचे आहे जे वजा एक बाय x चौरस उजवीकडे आहे आणि जर तुम्हाला इतर नकारात्मक घातांक हवे असतील तर तुम्ही उत्पादन नियम वापरू शकता
त्यामुळे गणना करण्यासाठी उत्पादन नियम वापरू शकता d by dx ते x वजा दोन किंवा d by dx ते x ते उणे तीन इत्यादी, उदाहरणार्थ d by dx ते वजा दोन हे d x dx एक x गुणिले 1 x x सारखे आहे आणि आता तुम्ही वापरता उत्पादन नियम हा वजा 1 बाय x स्क्वेअर सारखाच आहे हे 1 बाय x गुणिले व्युत्पन्न आहे दुसरे फंक्शन 1 बाय x आहे तसेच पहिले फंक्शन 1 बाय x पट दुसऱ्या फंक्शनचे व्युत्पन्न व्युत्पन्न 1 बाय x स्क्वेअर हे उत्पादन नियमानुसार आहे आणि हे वजा 1 बाय x क्यूब वजा 1 बाय x क्यूब देते
त्यामुळे वजा 2 बाय x क्यूब अर्थात हे पुन्हा याच्याशी सहमत आहे फॉर्म्युला x चे व्युत्पन्न n ते n गुणा x ते n वजा 1 आहे ठीक आहे आता हे पाहून आपण
उत्पादनासाठी केले म्हणून दुसरे सूत्र काढू शकतो आपण दोन फंक्शन्सच्या कोसाइनचे सूत्र देखील परिभाषित करू शकतो
तर आपण काय मोजण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे समजा x चा f हा
x च्या बरोबरीने a च्या बरोबरीने फरक करण्यायोग्य भिन्नता आहे आणि म्हणून आपण x च्या x च्या f च्या बरोबरीने एक च्या बरोबरीने x च्या बरोबरीने x च्या व्युत्पन्नाची गणना केली त्याप्रमाणे आपण x च्या बरोबरीने x ची व्युत्पत्ती काढण्याचे काय विचारू.
fx द्वारे एकाचे व्युत्पन्न मोजू शकतो, म्हणून जर तुम्ही पाहिले तर मी लिहीन की व्युत्पन्न काय आहे ते आम्हाला पुराव्यावरून मिळेल, म्हणून जर मी g चा एक अधिक h वजा g ला भागिले h ने पाहिले तर हे f ने एक समान आहे एक अधिक h वजा एक f चा a भागिले h आणि हे समान आहे एक अधिक h च्या f च्या वजा f ला भागी h ची गुणिले f एक अधिक h च्या f ला आणि हीच गोष्ट f च्या ऋणाप्रमाणे आहे a अधिक h च्या f चा उणे f भागिले h हे बाहेर काढू आणि नंतर गुणा 1 ने f चा गुणा f अधिक h चा आता मर्यादा अस्तित्त्वात आहे का ते पाहू या आता आपल्याला माहित आहे की f अधिक h ची ही मर्यादा f ची वजा f by h ही मर्यादा f प्राइम a च्या जवळ येते आणि येथे माझ्याकडे 1 by fa गुणिले f आहे a plus h म्हणून हा f a plus h चा f हा a च्या f जवळ येतो
त्यामुळे आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे
g अविभाज्य a बरोबर असते वजा f प्राइम a भागिले चौरस f ने अर्थातच इथे मी x चा g लिहितो fx च्या बरोबरीचे 1 आणि आम्ही विचारत आहोत की हे x च्या बरोबरीचे a च्या बरोबरीने भिन्न आहे का म्हणून a चे g परिभाषित करणे आवश्यक आहे म्हणून आपल्याकडे ते असणे आवश्यक आहे आणि a चा f 0 च्या बरोबरीचा नाही तर g prime a समान f वजा f प्राइम बरोबर आहे

a चा वर्गाच्या f ने भागाकार केला आणि नंतर आपण अधिक सामान्य भागफल नियम काढू शकतो म्हणून हे असे म्हणते की जर माझ्याकडे fx आणि gx असेल ज काही ठिकाणी भिन्न आहेत आ ि जातात fa 0 च्या बरोबर नाही तर कोसाइनचे डेरिव्हेटिव्ह d चे dx द्वारे fx च्या dx द्वारे gx हे व्युत्पन्न f prime x गुणिले g चा x वजा f चा x गुणा g प्राइम x भागिले x च्या वर्गाने भागिले आणि पुरावा आपण फरक कोसाइनची मर्यादा म्हणून फक्त ah लिहून हे करू शकतो परंतु येथे लक्षात ठेवा की आम्ही उत्पादन नियम व्युत्पन्न केला आहे आणि फंक्शनच्या रेसिप्रोकलचे व्युत्पन्न केले आहे म्हणून आपण ते वापरू शकतो म्हणून dx of fx by gxfx by gxi असे लिहू शकतो.

उत्पादन fx गुणिले एक gx आणि नंतर उत्पादन नियमानुसार प्रथम हे f प्राइम x गुणिले d बाय dx च्या बरोबर आहे , मी ते येथे लिहिते म्हणून हे पहिल्या फंक्शन गुणाकार गुणा एक x x गुणा x गुणा f चा व्युत्पन्न आहे दुसऱ्या फंक्शनचे डेरिव्हेटिव्ह d बाय dx चे वन बाय gx हे उत्पादन नियमानुसार आहे आणि मग आपल्याला माहित आहे की d बाय dx एक बाय gx हे डेरिव्हेटिव्ह काय आहे म्हणून हे x च्या g च्या वर f प्राइम x बरोबर दुसरा एक आहे आहे प्लस fx वेळा व्युत्पन्न वजा g प्राइम x भागिले g ने दिले आहे x चा वर्ग उजवीकडे आणि नंतर x वर्गाचा सामान्य भाजक g घेतल्यास आपल्याला x वजा fx गुणा g अविभाज्य x बरोबर मिळेल, म्हणून आपण उत्पादन नियम आणि भागफल नियम सारांशित करू या

म्हणून उत्पादन नियम कधीकधी आपण देखील लिहू या नोटेशन uv वापरून जर ही दोन फंक्शन्स असतील तर uv चा व्युत्पन्न u प्राइम टाइम्स v अधिक uv अविभाज्य असेल आणि भागफल नियम आहे जर मी u असेल तर v व्युत्पन्न अविभाज्य u अविभाज्य v उणे uv अविभाज्य भागाकार v वर्ग या उत्पादन नियम आहे आणि हा भागफल नियम आहे आणि डेरिव्हेटिव्हजची गणना करण्यासाठी हे नियम खूप महत्वाचे आहेत, म्हणून ठीक आहे आणखी काही डेरिव्हेटिव्हजची गणना करू या, म्हणून मी एक करेन हे दुसरे उदाहरण डेरिव्हेटिव्ह आहे fx समान वर्गमूळ x हे सर्व x पेक्षा मोठ्या साठी परिभाषित केले आहे शून्य म्हणून आपल्याला या फंक्शनच्या व्युत्पन्नाची गणना कोणत्याही धनावर करायची आहे तर x चा

x अधिक h वजा f चा x x द्वारे h जर x ही सकारात्मक वास्तविक संख्या असेल तर

आपण x अधिक h वजा s चे वर्गमूळ म्हणून लिहू शकतो.

x चे वर्गमूळ h ने भागले आणि जर x धनात्मक असेल तर लहान hx अधिक h साठी देखील धन आहे म्हणून आपण या वर्गमूळाबद्दल बोलू शकतो आणि नंतर आपल्याला याची मर्यादा शोधायची आहे कारण h शून्यावर जातो म्हणून मर्यादा मोजताना आपल्याकडे आहे या प्रकारच्या मर्यादांची गणना केली आहे म्हणून हे करण्याचा एक मार्ग म्हणजे तुम्ही

वर्गमूळ x अधिक h अधिक वर्गमूळ x ने वर्गमूळ x अधिक h अधिक वर्गमूळ x ने गुणाकार आणि भागाकार करा आणि नंतर तुम्हाला अंकात जे मिळेल ते तुम्हाला x अधिक h वजा मिळेल x ला h गुणिले वर्गमूळ x अधिक h अधिक वर्गमूळ x ने भागले आणि नंतर अंशामध्ये x रद्द होईल आणि नंतर तुम्ही h रद्द करू शकता तुम्हाला वर्गमूळ x अधिक h अधिक वर्गमूळ x द्वारे मिळणारा एक दोन वर्गमूळ x प्रमाणे h शून्यावर जातो म्हणून आपल्याला जे मिळाले ते म्हणजे d बाय dx चे वर्गमूळ x हे शून्यापेक्षा मोठ्या सर्व x साठी एक बाय दोन वर्गमूळ x बरोबर आहे हे पुन्हा लक्षात घ्या की हे n च्या x या सूत्राशी सहमत आहे कारण मी लिहिल्यास आपण वर्गमूळ x ला x घात एक अर्धा नंतर डेरिव्हॅट लिहा ive d by dx चे वर्गमूळ x जे 1 बाय 2 वर्गमूळ x च्या बरोबरीचे आहे जे 1 बाय 2 गुणिले x ते घात ऋण अर्धा जे 1 बाय 2 पट x ची घात अर्धा वजा एक सारखेच आहे तर हे देखील x च्या dx च्या dx च्या n च्या n च्या बरोबरीच्या n गुणिले x ते n वजा एक या सूत्राशी सहमत आहे जरी आम्ही हे सूत्र फक्त धन पूर्णांकांसाठी काढले आहे परंतु आम्ही पाहिले आहे की ते n च्या बरोबरीचे वजा एक ते n साठी सहमत आहे स्क्वेअर n बरोबर अर्ध्या बरोबर आणि नंतर आपण पाहू की हे खरे आहे कोणत्याही n साठी खरे आहे दुसरे उदाहरण मी करेन ते म्हणजे आतापर्यंत आपण फक्त x च्या काही पॉवर्सचे डेरिव्हेटिव्ह मोजले आहेत

त्यामुळे sin x च्या समान fx चे डेरिव्हेटिव्ह काढूया.

जर आपण x चा f चा x अधिक h वजा f चा x भागिले h हे पाहिले तर हे sine x अधिक h वजा sin x भागिले h आहे आणि मग तुम्हाला आठवेल की c च्या sine ची वजा d च्या sine चे सूत्र काय आहे.

अधिक d च्या दोन पट cos by दोन ठीक आहे sin c वजा sin d बरोबर दोन पट cosine c pl us d च्या दोन पट sine c वजा d बाय दोन म्हणून आपल्याकडे sine x अधिक h वजा पाप x हे दोन cos c अधिक d आहे दोन x अधिक h बाय दोन साइन h बाय दोन आणि म्हणून fx अधिक h वजा fx by दोन h हे दोन cos दोन x अधिक h बरोबर दोन sine h ने दोन भागिले h आणि मग ही मर्यादा अस्तित्त्वात आहे की नाही हे विचारावे लागेल म्हणून ही

x अधिक h च्या cos बरोबर दोन गुणिले साइन h ने दोन भागिले h दोन ने आणि आता लक्षात ठेवा की h ही मर्यादा h ने पाप h च्या शून्यावर जाते म्हणून एक म्हणून fx अधिक h वजा fx बाय h ची मर्यादा आणि प्रथम टर्म cos x अधिक h द्वारे 2 ही मर्यादा x गुणिले एक आहे कारण h ची sine h ची मर्यादा h शून्यावर जाते तेव्हा ही एक समान असते म्हणून आम्हाला समजले की d x ची sine x बरोबर cos x हे पुन्हा तुमच्यासाठी उपयुक्त सूत्र असेल म्हणून कोणी विचारू शकेल cos x च्या डेरिव्हेटिव्ह साठी so पुन्हा जर तुम्ही या व्युत्पन्न d ची dx ने cos x च्या dx ने गणना केली तर हे h च्या zer वर जाण्याच्या मर्यादेइतके असेल o of x ची cos अधिक h वजा cos of x द्वारे h आणि पुन्हा जर तुम्ही cos c उणे cos d साठी सूत्र वापरले आणि नंतर तुम्ही दाखवू शकता की ही मर्यादा सायन x च्या वजाएवढी आहे म्हणून मी व्यायाम म्हणून सोडतो.

cos x चे डेरिव्हेटिव्ह हे वजा चिन्ह x आहे हे तपासण्यासाठी एक व्यायाम म्हणून आणि आता आम्हाला उत्पादन नियम आणि भागफल नियम माहित असल्यामुळे आम्ही इतर त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचे डेरिव्हेटिव्ह काढू शकतो

त्यामुळे tan x च्या dx ने d म्हणजे काय म्हणून आम्हाला कळते की tan x cos x द्वारे sine x शिवाय दुसरे काहीही नाही आणि नंतर आपण भागफल नियम वापरतो म्हणून हा sine x गुणिले cos x वजा sine x गुणा cos x च्या व्युत्पन्नाच्या बरोबरीचा आहे cos x द्वारे भागाकार cos x वर्ग आहे आणि हा भागफल नियमानुसार आहे आता आपण sin x चे व्युत्पन्न cos x ची गणना केली आहे

त्यामुळे हे cos x गुणिले cos x आहे आणि मी तुम्हाला cos x चे व्युत्पन्न वजा चिन्ह x आहे हे सत्यापित करण्यास सांगितले आहे म्हणून हे वजा पाप x भागिले cos x चौरस आहे जे आम्ही देखील लिहितो cos स्क्वेअर x म्हणून आपल्याला cos स्क्वेअर x हा अंक मिळेल अधिक साइन स्क्वेअर x ला कॉस स्क्वेअर x ने भागले परंतु तुम्हाला माहित आहे की cos स्क्वेअर x अधिक sin स्क्वेअर x 1 ने cos स्क्वेअर x आहे म्हणून हे सेकंट स्क्वेअर x सारखे आहे म्हणून आपल्याला जे मिळते ते tan x चे व्युत्पन्न आहे secant स्क्वेअर x आणि आता इतर त्रिकोणमितीय फंक्शन्सची देखील तुम्ही गणना करू शकता कारण ती फक्त या फंक्शन्सची परस्पर आहेत, म्हणून जर मी सेकंट x च्या dx ने d लिहिला तर secant x हे cos x द्वारे एक नसून दुसरे काही नाही आणि नंतर आपल्याला माहित आहे की व्युत्पन्नाच्या नकारात्मक द्वारे रेसिप्रोकलचे व्युत्पन्न दिले जाते cos x चा भाग cos x चौरस बरोबर हा भागफल नियमानुसार आहे किंवा आपल्या विशेष गोष्टीने एक fx व्युत्पन्न आहे आणि नंतर cos x चे व्युत्पन्न आहे वजा sin x आहे म्हणून आपल्याला मिळेल हे sine x भागिले cos वर्ग x आणि सामान्यतः आपण हे लिहितो या फॉर्ममध्ये म्हणून हे मी sine x by cos x गुणिले एक बाय cos x असे लिहू शकतो जे tan x गुणिले secant x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण हे सूत्र लक्षात ठेवू की dx चा dx secant x च्या बरोबरीने tan x समान आहे.

तुम्ही dx च्या dx द्वारे सत्यापित करा cosecant x हे cosecant x गुणिले cot x च्या वजा च्या बरोबरीचे आहे आणि d x च्या dx चे आणखी एक डावीकडे आहे cot x हे उणे cosecant स्क्वेअर x च्या बरोबरीचे आहे म्हणून हे दोघे तुमच्यासाठी पुन्हा व्यायाम आहेत म्हणून मी पुढील वर्गात इथे थांबतो.

डेरिव्हेटिव्हसाठी चेन नियम शिकू जे आणखी अनेक फंक्शन्सच्या डेरिव्हेटिव्हची गणना करण्यासाठी खूप उपयुक्त आहे धन्यवाद