डेरिवेटिव पर दूसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है,
इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने एक बिंदु पर एक फ़ंक्शन की निरंतरता की अवधारणाओं पर चर्चा की और हमने यह भी चर्चा की कि एक बिंदु पर फ़ंक्शन के व्युत्पन्न से हमारा क्या मतलब है और फिर हमने कुछ गुण देखे व्युत्पन्न आज हम पहले निरंतरता और भिन्नता के बीच संबंध देखेंगे और फिर हम कुछ और कार्यों के व्युत्पन्न की गणना करेंगे,
इसलिए पहली बात जो मैं चर्चा करने जा रहा हूं , क्या निरंतरता और भिन्नता के बीच कोई संबंध है,
इसलिए सबसे पहले एक उदाहरण देखें तो विचार करें x का फंक्शन f, r में x के लिए mod x के बराबर है,
तो आइए इस फ़ंक्शन का ग्राफ़ बनाने का प्रयास करें ताकि किसी भी x धनात्मक के लिए fx बराबर mod x के लिए यह x के बराबर हो और x ऋणात्मक के लिए यह माइनस x के बराबर हो।
यह भी एफएक्स के बराबर है एक्स के बराबर एक्स के बराबर शून्य से अधिक और शून्य से कम एक्स के लिए शून्य से कम है यह इस फ़ंक्शन का बहुत ही सरल लेकिन उपयोगी प्रतिनिधित्व है और ग्राफ एल दिखता है यह ठीक है तो यह x के मॉड के बराबर fx है, अब हम पूछते हैं कि क्या फ़ंक्शन ऐसा है fx निरंतर x पर शून्य के बराबर है,
इसलिए यहां इस फ़ंक्शन का ग्राफ़ बनाना आसान था और इस ग्राफ़ से कोई भी देख सकता है कि फ़ंक्शन शून्य पर निरंतर है लेकिन हम सीमा की गणना भी कर सकते हैं
इसलिए x की f की सीमा
इसलिए सीमा की गणना करने के लिए यहां बाएं हाथ और दाहिने हाथ की सीमा की गणना करना उपयोगी है,
इसलिए यदि आप x के f के दाहिने हाथ की सीमा की गणना करते हैं तो f जीरो प्लस एच के रूप में एच शून्य हो जाता है यह क्या है यह एच की सीमा के बराबर है एच के जीरो प्लस एच का प्लस मॉड एच है, लेकिन क्योंकि हम सकारात्मक होने के लिए एस ले रहे हैं यह वही बात है जैसे एच की सीमा एच के रूप में जाती है जीरो प्लस जो कि जीरो के बराबर है इसी तरह बायें हाथ की लिमिट h, 0 माइनस f के 0 प्लस
h पर जा रही है, यह h की लिमिट के बराबर है, मॉड h के ज़ीरो माइनस पर जा रहा है, लेकिन यहाँ क्योंकि h जीरो माइनस मॉड h पर जा रहा है।
माइनस एच के बराबर है लेकिन एच शून्य पर जा रहा है
इसलिए शून्य शून्य भी शून्य के बराबर है
इसलिए सीमा मौजूद है
इसलिए x के f की सीमा जैसे ही x शून्य के करीब पहुंचती है यह 0 के बराबर है और 0 का f भी mod 0 है जो 0 है
इसलिए 0 का f x की f की सीमा है क्योंकि x शून्य के करीब पहुंचता है
इसलिए fx
शून्य के बराबर x पर निरंतर है अब भिन्नता के बारे में क्या है fx शून्य के बराबर x पर अलग-अलग है
इसलिए हमें यह सीमा पूछनी है 0 की f की सीमा प्लस h घटा f की 0 से h के रूप में h 0 पर जाता है, आइए देखें कि शून्य का f क्या है और h घटा f शून्य से h यदि हम कोई h गैर शून्य लेते हैं और इस अंतर को देखते हैं तो यह h के f के बराबर है f का 0 बटा h और h का f mod hf है 0 का 0 h से विभाजित है
इसलिए हमें mod h मिलता है h अब तक हम जानते हैं कि mod h बराबर h है यदि h धनात्मक है तो यह एक के बराबर है यदि h धनात्मक है और यदि h ऋणात्मक है तो mod h माइनस h के बराबर है
इसलिए माइनस h बटा h माइनस एक देगा तो हम देखें कि यह अंतर कोज्या स्थिर 1 के बराबर है यदि h धनात्मक है और यदि h ऋणात्मक है तो यह ऋणात्मक 1 के बराबर है
इसलिए बायाँ हाथ li एमआईटी और दाहिने हाथ की सीमा शून्य के एफ की दाहिनी हाथ की सीमा के बराबर नहीं है और एच से विभाजित शून्य से एफ शून्य है,
इसलिए हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि
इसलिए यह सीमा एच शून्य के एफ के शून्य में जा रही है और एच शून्य से एफ शून्य से विभाजित है।
अस्तित्व में नहीं है जिसका अर्थ है कि x का फलन x के बराबर शून्य पर अवकलनीय नहीं है,
इसलिए x के बराबर x पर निरंतर x का निष्कर्ष क्या है, जिसका अर्थ यह नहीं है कि x के f पर लागू नहीं होता है , x के बराबर a के बराबर है।
इस ग्राफ पर वापस आएं और आपको ज्यामितीय रूप से यह भी समझाएं कि आप कैसे घटा सकते हैं कि फ़ंक्शन इस बिंदु शून्य पर भिन्न नहीं है,
इसलिए हमने ज्यामितीय व्याख्या देखी है कि व्युत्पन्न यदि यह मौजूद है तो यह उस बिंदु पर स्पर्शरिखा रेखा के ढलान के बराबर है।
अब यदि आप इस फ़ंक्शन के ग्राफ़ को देखें तो कोई अद्वितीय स्पर्श रेखा नहीं है क्योंकि किसी भी सकारात्मक चीज़ के लिए आप देखते हैं कि यह स्पर्शरिखा रेखा है लेकिन यदि x कोई ऋणात्मक है तो हमारे पास यह रेखा है
इसलिए यहां कोई अद्वितीय स्पर्शरिखा रेखा नहीं है और वास्तव में आप देखते हैं कि दाहिने हाथ का व्युत्पन्न इस रेखा की ढलान के अलावा और कुछ नहीं है जो कि 1 है और बाएं हाथ का व्युत्पन्न इस रेखा का ढलान है जो कि माइनस 1 है और वे समान नहीं हैं
इसलिए जब भी ग्राफ में फ़ंक्शन सामान्य रूप से भिन्न नहीं होता है आपका फ़ंक्शन यदि आप एक कोने बिंदु देखते हैं तो फ़ंक्शन उस बिंदु पर भिन्न नहीं होगा,
इसलिए निरंतरता हमने कहा कि यह ग्राफिक रूप से इसका मतलब है कि आप अपनी कलम उठाए बिना फ़ंक्शन का ग्राफ खींच सकते हैं
और भिन्नता का अर्थ है कि फ़ंक्शन नहीं होना चाहिए कोई भी कोना है, हालांकि जटिल कार्यों के लिए हम इस व्याख्या का उपयोग नहीं

कर सकते हैं ,
इसलिए हमें प्रतिगमन परिभाषा को भी जानना होगा,
इसलिए अब विलोम के बारे में क्या है,
इसलिए विलोम सत्य है
इसलिए प्रमेय यह है कि यदि x का f किसी बिंदु पर x के बराबर है a तो x का f , x के बराबर a पर निरंतर होना चाहिए और प्रमाण बहुत सरल है, आपको बस इसे नोट करना होगा, क्योंकि x का f , x के बराबर अवकलनीय है a हमारे पास f अभाज्य a है जो a की f की सीमा के बराबर है h से विभाजित h का f घटा है, यह अभी मौजूद है फ़ंक्शन की निरंतरता की जांच करने के लिए हमें x की f की सीमा को देखने की आवश्यकता है क्योंकि x एक के करीब पहुंचता है
इसलिए
x के बराबर x पर निरंतरता की जांच करने के लिए हमें x की f की सीमा के बराबर होने के लिए f की आवश्यकता होती है जहां x अब a तक पहुंचता है ध्यान दें कि इस सीमा को हम a प्लस h की f की सीमा के रूप में भी लिख सकते हैं जहां h शून्य दाईं ओर पहुंचता है एक्स को ए प्लस एच के बराबर रखकर अगर एक्स ए के पास पहुंचता है तो एच जो बराबर है तो यह एक्स को ए प्लस एच के बराबर रखता है यानी एच एक्स माइनस ए है और फिर जैसे एक्स ए के करीब पहुंचता है।

इसलिए हमें जांचना होगा क्या यह ए प्लस एच की सीमा एफ के रूप में एच के पास 0 मौजूद है या नहीं और क्या यह अब के एफ के बराबर है यदि आप देखते हैं कि यह एक ही चीज है जैसे कि ए प्लस एचएच की सीमा एफ 0 के बराबर एफ के बराबर है यह बराबर है लिखने की सीमा h को a के 0 f पर जाना h घटा f a का यह बराबर 0 के बराबर है क्योंकि इस स्थिरांक फ़ंक्शन की सीमा nf a का जैसे ही h 0 के करीब पहुंचता है, जो कि a का f है,
इसलिए अब हमारे पास यह व्युत्पन्न की परिभाषा में अंतर भागफल का अंश है, लेकिन किसी भी h शून्य शून्य f के लिए एक प्लस h माइनस f का यह लिखा जा सकता है एक प्लस एच के एच गुना एफ के रूप में एच से विभाजित एफ सही है, मैंने इसे प्राप्त करने के लिए इसे गुणा और एच से विभाजित किया है और हम जो जानते हैं वह यह है कि यह सीमा मौजूद है क्योंकि एच की सीमा 0 तक जाती है यह बराबर है से 0 तक और सीमा h को a के 0 f पर जा रहा है और a से h का घटा f यह भी उत्पाद नियम द्वारा मौजूद है सीमा के लिए हमारे पास h की सीमा a के 0 f तक जा रही है h माइनस f दोनों की अगर सीमा है फ़ंक्शन मौजूद हैं तो उत्पाद की सीमा उस सीमा का उत्पाद है जो 0 गुना f प्राइम ए के बराबर है जो 0 के बराबर है
इसलिए एफएक्स निरंतर एक्स के बराबर है,
इसलिए हमने जो देखा है वह एक फ़ंक्शन की भिन्नता है बिंदु का तात्पर्य उस बिंदु पर कार्य की निरंतरता से है जबकि निरंतरता का अर्थ यह नहीं है भिन्नता जो हमने एक काउंटर उदाहरण द्वारा देखी है,
इसलिए कुछ और डेरिवेटिव की गणना करने के लिए आइए जानें कि डेरिवेटिव के लिए उत्पाद नियम क्या कहा जाता है,
इसलिए यह क्या कहता है कि यदि मैं दो कार्य करता हूं और उत्पाद को देखता हूं तो d x dx गुणा gx यह एफ प्राइम एक्स गुणा जीएक्स प्लस एफएक्स गुना जी प्राइम एक्स के बराबर है बशर्ते एफ प्राइम एक्स और जी प्राइम एक्स मौजूद है
इसलिए हम इसे साबित करेंगे तो आइए हम एक्स के बराबर एफएक्स टाइम्स जीएक्स के बराबर लिखते हैं तो हमें किसी के लिए इसे देखना होगा एच नॉन जीरो यू ऑफ एक्स प्लस एच माइनस यू ऑफ एक्स को एच से विभाजित करने पर आपको यह देखना होगा कि यह क्या है तो मुझे इसे लिखने दें यह यू के बराबर है एफ और जी का उत्पाद है
इसलिए मुझे एक्स का एफ प्लस एच गुना जी मिलता है x का जोड़ h घटा x का x गुणा g, h से विभाजित अब हम यहां केवल थोड़ा बीजगणितीय जोड़तोड़ करते हैं
इसलिए हम जोड़ते और घटाते हैं हम इसे x के f के रूप में लिखते हैं, x का hg जोड़ h का घटा x का x गुणा g के रूप में लिखते हैं प्लस एच और फिर हम एक्स प्लस एच के एक्स गुणा जी की इसी मात्रा एफ को फिर से जोड़ते हैं और फिर हमारे पास माइनस एफएक्सजीएक्स होता है एच से विभाजित
इसलिए हम इस तरह लिखते हैं और फिर पहले दो शब्दों और अंतिम दो शब्दों को समूहित करते हैं यदि आप पहले दो शब्दों में देखते हैं तो हमारे पास एक्स प्लस एच का जी सामान्य है
इसलिए हमें एक्स प्लस एच माइनस यूएक्स बाय एच मिला है यह x के f के बराबर है और x का माइनस f इस बार x का g और h से विभाजित है
और फिर प्लस अगले दो पदों में हमारे पास fx सामान्य है
इसलिए मैं x का fx गुना g लिखूंगा प्लस h माइनस g x का अब h से भाग देने पर यदि हम दायीं ओर के दो पदों को देखें तो अब
सीमित करें क्योंकि h x के f के शून्य तक जाता है और x का h घटा f x से विभाजित होता है, यह हम जानते हैं कि f अभाज्य x के बराबर है क्योंकि f है x पर अवकलनीय है, इस गुणनफल सीमा में दूसरे पद के बारे में क्या है जो x के g के 0 पर जा रहा है।

ठीक है, तो ध्यान दें कि हम प्रमेय का उपयोग कर रहे हैं कि हमने साबित कर दिया है कि यदि जी एक्स पर अवकलनीय है तो यह भी निरंतर है
इसलिए इसकी सीमा क्योंकि ए sh 0 पर जाता है x जमा h x तक पहुंचता है और क्योंकि यह x पर निरंतर है, यह सीमा x पर फ़ंक्शन के मान के बराबर होनी चाहिए , इसी तरह दूसरे शब्द में हमारे पास h की सीमा x के 0 g प्लस h घटा x के g पर जा रही है h से विभाजित यह x के g अभाज्य के बराबर है और पहला पद h से स्वतंत्र है यह x का f है

इसलिए सीमा x की f है
इसलिए हमारे पास यह सीमा मौजूद है u अभाज्य x जो कि h की सीमा के बराबर है ज़ीरो ux प्लस h माइनस ux को h से विभाजित किया जा रहा है यह पहली सीमा के बराबर है यहाँ f प्राइम x है सेकंड की सीमा यह x का g है प्लस यहाँ पहला टर्म दूसरे की सीमा का x गुना है जी प्राइम एक्स राइट है
इसलिए यह बहुत महत्वपूर्ण फॉर्मूला है और मुझे इस फॉर्मूले को प्राप्त करने दें, मुझे एक चेतावनी के रूप में लिखने दें कि d by dx of fx टाइम्स gx आपको यह नहीं लिखना चाहिए कि यह बस मुझे f प्राइम x बार g प्राइम लिखने के बराबर है x यह सही नहीं है उदाहरण के लिए यदि आप x के बराबर gx के बराबर fx लेते हैं तो f अभाज्य xi एस एक जो जी प्राइम एक्स के बराबर है लेकिन एफएक्स गुणा डीएक्स के बारे में क्या है लेकिन एफएक्स गुणा जीएक्स एक्स वर्ग के बराबर है
इसलिए एफएक्सजीएक्स के डी बटा डीएक्स एक्स स्क्वायर के डी बटा डीएक्स है जो हमने देखा है 2 एक्स के बराबर है यह नहीं है f अभाज्य x गुणा g अभाज्य x के बराबर है,
इसलिए शुरुआत में कई छात्र यह गलती करते हैं और जब वे कार्यों के उत्पाद को देखते हैं और फिर एक व्युत्पन्न को सीमित करते हैं तो वे व्युत्पन्न के उत्पाद के रूप में लिखते हैं जो बिल्कुल गलत है
इसलिए अब इसका उपयोग करके हम कुछ प्राप्त कर सकते हैं अधिक व्युत्पन्न
इसलिए उदाहरण मान लीजिए कि आप x क्यूब के बराबर fx चाहते हैं और फिर f प्राइम x ढूंढते हैं, तो हम जो जानते हैं वह यह है कि हम x वर्ग और x का व्युत्पन्न जानते हैं,
इसलिए x का x क्यूब f यहां x वर्ग गुणा x के बराबर है,
इसलिए f अभाज्य x , x के वर्ग गुणा के d बटा dx के बराबर होगा , दूसरा फलन x जोड़ x वर्ग गुणा d बटा dx x है जो पहले व्युत्पन्न के बराबर है 2 x गुणा x जमा x वर्ग गुणा 1 है तो हमें दो x वर्ग मिलते हैं जोड़ x वर्ग जो तीन x वर्ग है तो चलिए गणना करते हैं एक्स के डीएक्स से एन की गणना करने के लिए व्युत्पन्न जहां n कोई प्राकृतिक संख्या है,
इसलिए इस व्युत्पन्न को प्राप्त करने के लिए उत्पाद नियम का तेजी से बार-बार उपयोग करने का एक तरीका होगा या आप सीधे सीमा की गणना करने का प्रयास कर सकते हैं तो आइए देखें
इसलिए हमारे पास x से n के बराबर fx है,
इसलिए h गैर शून्य के लिए यदि मैं x के f प्लस h माइनस f को x से विभाजित करके देखता हूं तो यह x प्लस h से घात n माइनस x से n से विभाजित के बराबर है एच और यदि आपने द्विपद प्रमेय देखा है तो एक्स प्लस एस टू द एन हम लिख सकते हैं एक्स से एन प्लस एन एक एक्स को एन घटाकर एक बार एच प्लस एन दो एक्स को एन घटाकर दो एच वर्ग चुनें और इसी तरह जब तक अंतिम पद h से n तक है और फिर ऋण x से n को h से विभाजित किया गया है, यदि आप इस x को n के साथ रद्द करते हैं और अब आप ध्यान दें कि प्रत्येक शब्द में h समान है तो हमें यह बराबर मिलता है h बार n एक चुनें बस nx से n घटा एक प्लस हमारे पास n दो x से n घटा दो गुना h प्लस अन्य शर्तें हैं जो सह h को n घटा 1 से विभाजित किया जाता है,
इसलिए इस h को रद्द करके हम देखते हैं कि इस पहले पद को छोड़कर प्रत्येक पद में h होता है,
इसलिए यह n गुणा x से n घटा 1 तक पहुंचता है क्योंकि h 0 पर जाता है क्योंकि अन्य सभी शर्तें हमें इस प्रकार मिलती हैं h या h वर्ग
इसलिए वे शून्य पर जाते हैं
इसलिए यह साबित होता है कि
इसलिए d x के dx से n के बराबर n गुणा x से n घटा 1 प्रत्येक प्राकृतिक संख्या n के लिए बाद में हम देखेंगे कि यह वास्तव में भी सच है यदि n एक प्राकृत संख्या नहीं है, तो पहली बात यह है कि अब इससे आप आसानी से x वर्ग के dx द्वारा dx की गणना आसानी से देख सकते हैं यदि आपको यह गणना करना है कि यह दो गुणा x से दो घटा एक है तो यह x घन के dx से दो xd है तीन गुना x से तीन घटा एक है जो तीन x वर्ग d है x के dx से चार तक तो आप घातांक को नीचे लाते हैं और फिर घातांक को 1 से घटाते हैं यह 4 x घन है और इसी तरह व्युत्पन्न के लिए
उपरोक्त सूत्र पर टिप्पणी करें x से n वास्तव में किसी भी वास्तविक संख्या n के लिए सही है, यह बाद में साबित होगा लेकिन आइए हम कुछ ऋणात्मक के लिए x से n की गणना करने का प्रयास करें ताकि हम x का व्युत्पन्न प्राप्त करें, x का f बराबर 1 बटा x है, तो f अभाज्य x क्या है तो आइए हम अपने पहले सिद्धांत का उपयोग करके ऐसा करें जो व्युत्पन्न की परिभाषा है
इसलिए अगर हम x के f जमा h से f को x से विभाजित करके देखें तो यह एक बटा x जोड़ h घटा एक बटा x को h से विभाजित करने के बराबर है और फिर यदि आप इसे सरल करते हैं तो आपको h गुणा x गुणा x जमा h और फिर अंश मिलता है एक्स माइनस एक्स प्लस एच है तो यहां एक्स कैंसिल होता है और हमें माइनस हायहक्स प्लस एच मिलता है और फिर आप इस एच को रद्द कर सकते हैं और यह माइनस वन बटा एक्स गुणा एक्स प्लस एच के बराबर है यह किसी भी एच गैर शून्य के लिए सच है और
इसलिए सीमा के रूप में h , x के f के शून्य पर जाता है और x का h घटा f का x बटा h, यह माइनस 1 बटा x वर्ग के बराबर है क्योंकि यहां हर में आप x जोड़ h को x जमा 0 के करीब पहुंचते हुए देखते हैं,
इसलिए x गुणा x x वर्ग देता है, यह इसके लिए सही है सभी x के लिए शून्य के बराबर नहीं है
इसलिए यह फ़ंक्शन शून्य पर भी परिभाषित नहीं है
इसलिए हम शून्य पर व्युत्पन्न के बारे में बात नहीं कर सकते t किसी भी x के लिए शून्य के बराबर नहीं है, हम पाते हैं कि d बटा dx 1 बटा x बराबर माइनस 1 बटा x वर्ग के लिए x के बराबर 0 नहीं है।
ध्यान दें कि यह मैं लिख सकता हूं कि यह वही सूत्र है मुझे इसे लिखने दें d बटा dx का x से n के बराबर n के बराबर n से n घटाकर n के बराबर माइनस वन के लिए सूत्र से सहमत हैं यह इसे d बटा dx देता
है घटाकर एक n बराबर n है, यहां माइनस एक है गुणा x से घटा एक ऋण एक जो ऋणात्मक x से ऋण दो के बराबर है जो

ऋणात्मक एक बटा x वर्ग दाएं के समान है और यदि आप अन्य नकारात्मक घातांक के लिए चाहते हैं तो आप उत्पाद नियम का उपयोग कर सकते हैं
इसलिए गणना करने के लिए उत्पाद नियम का उपयोग कर सकते हैं d x का dx से घटा दो या d x का dx से घटा तीन वगैरह
इसलिए उदाहरण के लिए d x का dx से घटा दो, d बटा dx के एक बटा x गुणा 1 x x के समान है और अब आप उपयोग करते हैं उत्पाद नियम यह माइनस 1 बटा x वर्ग के समान है यह 1 बटा x गुणा दूसरा फलन 1 बटा x का व्युत्पन्न है प्लस पहला फ़ंक्शन 1 गुणा x गुणा दूसरे फ़ंक्शन के व्युत्पन्न शून्य से 1 x वर्ग यह उत्पाद नियम द्वारा है और यह माइनस 1 बटा x क्यूब माइनस 1 बटा x क्यूब देता है
इसलिए माइनस 2 x क्यूब निश्चित रूप से यह फिर से सहमत है सूत्र x से n का व्युत्पन्न है n गुना x से n घटा 1 ठीक है अब इसे देखकर हम एक और सूत्र प्राप्त कर सकते हैं जो हमने उत्पाद के लिए किया था हम दो कार्यों के कोसाइन के सूत्र को प्राप्त करने के लिए भी परिभाषित कर सकते हैं
तो आइए गणना करने का प्रयास करें कि क्या ऐसा कहा जाता है कि मान लीजिए कि x का f
, x के बराबर, पर अवकलनीय है और
इसलिए हम पूछते हैं कि x का g, x के f के बराबर एक के बराबर है , जैसे हमने x के व्युत्पन्न की गणना की है, आइए यह देखने की कोशिश करें कि क्या हम एफएक्स द्वारा एक के व्युत्पन्न की गणना कर सकते हैं,
इसलिए यदि आप देखते हैं तो मैं लिखूंगा कि व्युत्पन्न क्या है जो हमें सबूत से मिलेगा,
इसलिए यदि मैं एक प्लस एच घटा जी के जी को एच से विभाजित करता हूं तो यह एक के बराबर एफ के बराबर है एक प्लस एच माइनस वन बटा एफ का विभाजित एच और यह बराबर है एक प्लस एच के माइनस एफ के एफ को ए प्लस एच के एच गुणा एफ से विभाजित किया जाता है
और यह वही चीज है जो प्लस एच के एफ के नकारात्मक के रूप में है और एच से विभाजित एफ इसे बाहर खींचने देता है और फिर 1 से गुणा करता है ए प्लस एच के एफ टाइम्स एफ अब देखते हैं कि सीमा मौजूद है या नहीं, हम जानते हैं कि यह सीमा एफ प्लस एच घटा एफ ए बाय एच यह एफ प्राइम ए तक पहुंचता है और यहां मेरे पास 1 बाय एफए टाइम्स एफ है ए प्लस एच तो यह ए प्लस एच का एफ यह ए के एफ तक पहुंचता है
इसलिए हमें जो मिलता है वह यह है कि
इसलिए सीमा जी प्राइम ए माइनस एफ प्राइम के बराबर है जो कि एक वर्ग के एफ द्वारा विभाजित है जब मैं एक्स का जी लिख रहा हूं 1 बटा fx के बराबर है और हम पूछ रहे हैं कि क्या यह x पर भिन्न है, a के बराबर है,
इसलिए a के g को परिभाषित किया जाना चाहिए,
इसलिए हमारे पास वह होना चाहिए और a का f 0 के बराबर नहीं है तो g अभाज्य a बराबर ऋण f अभाज्य है एक वर्ग के f द्वारा विभाजित और फिर हम अधिक सामान्य भागफल नियम प्राप्त कर सकते हैं,
इसलिए यह कहता है कि यदि मेरे पास fx और gx है जो किसी बिंदु पर दोनों अलग-अलग हैं और जाते हैं एफए 0 के बराबर नहीं है, तो कोसाइन डी बटा डीएक्स का एफएक्स बटा जीएक्स यह कुछ भी नहीं है, लेकिन व्युत्पन्न एफ प्राइम एक्स गुना जी एक्स माइनस एफ एक्स गुणा जी प्राइम एक्स विभाजित है एक्स वर्ग के जी द्वारा विभाजित और आप सबूत इसे केवल अंतर कोसाइन की सीमा के रूप में लिखकर कर सकते हैं, लेकिन यहां ध्यान दें कि हमने उत्पाद नियम प्राप्त किया है और फ़ंक्शन के पारस्परिक के व्युत्पन्न को व्युत्पन्न किया है,
इसलिए हम इसका उपयोग कर सकते हैं ताकि d x के dx द्वारा gxfx द्वारा gxi के रूप में लिख सकें उत्पाद fx बार एक द्वारा gx और फिर उत्पाद नियम द्वारा पहला यह f प्राइम x गुणा d बटा dx के बराबर है , मुझे इसे यहां लिखने दें,
इसलिए यह x बार के gx प्लस f द्वारा पहले फ़ंक्शन बार का व्युत्पन्न है दूसरे फ़ंक्शन का व्युत्पन्न d बटा dx का एक बटा gx यह उत्पाद नियम द्वारा है और फिर हम जानते हैं कि व्युत्पन्न d बटा dx बटा gx क्या है,
इसलिए यह x के g के ऊपर f अभाज्य x के बराबर है और दूसरा वाला प्लस एफएक्स गुना है , व्युत्पन्न शून्य से जी प्राइम एक्स को जी .
से विभाजित किया गया है x वर्ग दाएं का और फिर यदि आप x वर्ग का सामान्य भाजक लेते हैं तो हमें x का f अभाज्य x गुणा g घटा fx गुणा g अभाज्य x का अधिकार मिलता है, तो आइए उत्पाद नियम और भागफल नियम को संक्षेप में प्रस्तुत करें
ताकि उत्पाद नियम कभी-कभी हम भी लिखेंगे इस संकेतन uv का उपयोग करना यदि ये दो कार्य हैं तो uv का व्युत्पन्न u प्राइम टाइम्स v प्लस uv प्राइम है और भागफल नियम यह है कि यदि मेरे पास u बटा v है तो व्युत्पन्न प्राइम यू प्राइम वी माइनस यूवी प्राइम के बराबर है जिसे वी वर्ग से विभाजित किया गया है ।
उत्पाद नियम है और यह भागफल नियम है और ये नियम डेरिवेटिव की गणना के लिए बहुत महत्वपूर्ण हैं
इसलिए ठीक है कुछ और डेरिवेटिव की गणना करें,
इसलिए मैं एक और उदाहरण व्युत्पन्न कहूँगा fx वर्गमूल x के बराबर यह सभी x से अधिक के लिए परिभाषित है शून्य
इसलिए हम इस फ़ंक्शन के व्युत्पन्न की गणना किसी भी सकारात्मक x पर करना चाहते हैं,
इसलिए x का f प्लस h घटा f x x द्वारा h यदि x कोई सकारात्मक वास्तविक संख्या है तो इसे हम x प्लस h माइनस s के वर्गमूल के रूप में लिख सकते हैं x के वर्गमूल को h से विभाजित किया जाता है और यदि x धनात्मक है तो छोटे hx के लिए h भी धनात्मक है
इसलिए हम इस वर्गमूल के बारे में बात कर सकते हैं और फिर हम इसकी सीमा ज्ञात करना चाहते हैं क्योंकि h शून्य हो जाता है
इसलिए सीमा की गणना करते समय हमारे पास है इस प्रकार की परिकलित सीमाएँ
इसलिए ऐसा करने का एक तरीका यह है कि आप वर्गमूल x जमा h से वर्गमूल x को वर्गमूल x जोड़ h से वर्गमूल x से गुणा और

भाग दें और फिर आपको अंश में जो मिलता है वह x जमा h घटा x को h गुणा से विभाजित किया जाता है वर्गमूल x जमा h प्लस वर्गमूल x और फिर अंश में x रद्द करता है और फिर आप उस h को रद्द कर सकते हैं जो आपको वर्गमूल x प्लस h प्लस वर्गमूल x से मिलता है जो एक से दो वर्गमूल x के रूप में आता है h शून्य हो जाता है तो हमें जो मिला वह यह है कि d बटा dx वर्गमूल x के बराबर है एक बटा दो वर्गमूल x के लिए सभी x शून्य से बड़ा फिर से ध्यान दें कि यह सूत्र x से n से सहमत है क्योंकि अगर मैं लिखता हूं तो हम वर्गमूल x को x के रूप में घात एक आधा फिर व्युत्पन्न लिखिए वर्गमूल x का ive d बटा dx जो 1 बटा 2 वर्गमूल x के बराबर है जो कि 1 बटा 2 गुणा x के अलावा कुछ भी नहीं है और घात ऋणात्मक आधा जो 1 बटा 2 गुणा x के बराबर है और घात आधा घटा एक है तो यह भी सूत्र के साथ सहमत हैं
d बटा dx का x से n बराबर n गुणा x से n घटा एक है हालांकि हमने यह सूत्र केवल सकारात्मक पूर्णांकों के लिए निकाला है लेकिन हमने देखा है कि यह n के बराबर ऋण के लिए सहमत है, यह n के लिए सहमत है वर्ग n के बराबर आधा और बाद में हम देखेंगे कि यह वास्तव में किसी भी n के लिए सच है एक और उदाहरण मैं करूँगा अब तक हमने केवल x की कुछ शक्तियों के व्युत्पन्न की गणना की है,
इसलिए पाप x के बराबर fx के व्युत्पन्न की गणना करें।
यदि हम x का f जोड़ h घटा f को x से विभाजित करके देखें तो यह sine x जमा h घटा sin x को h से विभाजित करने के बराबर है और फिर आपको याद होगा कि c की sine का d का sine का सूत्र क्या है, यह बराबर है दो गुना cos of plus d by two ठीक sin c माइनस sin d दो गुना cosine c pl के बराबर है us d बटा साइन c माइनस d बटा टू, तो हमारे पास sine x जमा h माइनस sin x है यह दो के बराबर होगा cos c जमा d है टू x जमा h बटा दो sine h बटा टू और
इसलिए fx plus h माइनस fx by एच यह दो कॉस दो एक्स प्लस एच के बराबर है दो साइन एच बटा दो एच से विभाजित है और फिर हमें पूछना होगा कि क्या यह सीमा मौजूद है
इसलिए यह
एक्स प्लस एच के कॉस के बराबर है साइन एच बटा दो विभाजित एच दो से और अब याद रखें कि जैसे ही h, h बटा h के शून्य तक जाता है, एक है
इसलिए fx जमा h घटा fx बटा h की सीमा और पहला पद cos x जमा h बटा 2 यह x गुणा एक के cos पर जाता है इसका कारण यह है कि साइन एच बटा एच की सीमा जैसे ही एच शून्य हो जाती है यह एक के बराबर है
इसलिए हमें मिला है कि साइन एक्स का डी बटा डीएक्स बराबर कॉस एक्स है यह फिर से आपके लिए उपयोगी सूत्र होगा तो कोई पूछ सकता है कॉस एक्स व्युत्पन्न के व्युत्पन्न के लिए फिर से यदि आप इस व्युत्पन्न डी की गणना कॉस एक्स के डीएक्स से करते हैं तो यह एच की सीमा के बराबर होगा।
o के cos of x plus h माइनस cos of x बटा h और फिर से यदि आप cos c माइनस cos d के लिए सूत्र का उपयोग करते हैं और फिर आप दिखा सकते हैं कि यह सीमा साइन x के माइनस के बराबर है तो मैं इसे एक अभ्यास के रूप में छोड़ता हूँ I आपके लिए एक अभ्यास के रूप में यह जांचने के लिए कि कॉस एक्स का व्युत्पन्न ऋण चिह्न एक्स है और अब क्योंकि हम उत्पाद नियम और भागफल नियम जानते हैं, हम अन्य त्रिकोणमितीय कार्यों के डेरिवेटिव की गणना कर सकते हैं तो टैन एक्स के डीएक्स द्वारा डी क्या है,
इसलिए हम जानते हैं कि टैन एक्स कॉस एक्स द्वारा साइन एक्स के अलावा कुछ भी नहीं है और फिर हम भागफल नियम का उपयोग करते हैं,
इसलिए यह साइन के व्युत्पन्न के बराबर है x गुना कॉस एक्स घटा साइन एक्स गुना व्युत्पन्न कॉस एक्स को भाजक द्वारा विभाजित किया जाता है और यह भागफल नियम द्वारा होता है अब हमने पाप x के व्युत्पन्न की गणना की है,
इसलिए यह x गुना cos x है और मैंने आपको यह सत्यापित करने के लिए कहा है कि cos x का व्युत्पन्न ऋण चिह्न x है,
इसलिए यह ऋण x x है जिसे cos x वर्ग से विभाजित किया जाता है जिसे हम भी लिखते हैं cos वर्ग x के रूप में तो हम अंश में प्राप्त करते हैं cos वर्ग x प्लस साइन स्क्वायर एक्स को कॉस स्क्वायर एक्स से विभाजित किया गया है लेकिन आप जानते हैं कि कॉस स्क्वायर एक्स प्लस साइन स्क्वायर एक्स 1 बटा कॉस स्क्वायर एक्स है,
इसलिए यह सेकेंड स्क्वायर एक्स के बराबर है,
इसलिए हमें जो मिलता है वह टैन एक्स का व्युत्पन्न है सेकेंड स्क्वायर एक्स और अब अन्य त्रिकोणमितीय कार्यों की भी आप गणना कर सकते हैं क्योंकि वे
इन कार्यों के केवल पारस्परिक हैं
इसलिए यदि मैं सेकेंड एक्स के डीएक्स द्वारा डी लिखता हूं तो सेकेंड एक्स कुछ और नहीं बल्कि कॉस एक्स द्वारा एक है और फिर हम जानते हैं कि व्युत्क्रम का व्युत्पन्न व्युत्पन्न के नकारात्मक द्वारा दिया गया है कॉस एक्स को कॉस एक्स स्क्वायर राइट से विभाजित किया जाता है, यह भागफल नियम द्वारा या हमारी विशेष चीज द्वारा एफएक्स व्युत्पन्न द्वारा होता है और फिर कॉस एक्स का व्युत्पन्न माइनस पाप एक्स होता है,
इसलिए हमें यह मिलता है कि साइन एक्स को कॉस स्क्वायर एक्स से विभाजित किया जाता है और यह आम तौर पर हम लिखते हैं इस रूप में
इसलिए मैं साइन एक्स बटा कॉस एक्स गुना एक बटा कॉस एक्स लिख सकता हूं जो कि टैन एक्स गुणा सेकेंड एक्स के बराबर है
इसलिए हम इस फॉर्मूले को याद रखेंगे क्योंकि डी बटा डीएक्स ऑफ सेकंडेंट एक्स बराबर है सेकेंड एक्स गुणा टैन एक्स इसी तरह आप सत्यापित करते हैं कि d by dx of कोसेकेंट x यह कोसेकेंट के माइनस के बराबर है x गुणा cot x और d बटा dx का एक और बचा है cot x यह माइनस कोसेकेंट वर्ग x के बराबर है

इसलिए ये दोनों फिर से आपके लिए व्यायाम हैं
इसलिए मैं यहां अगली कक्षा में रुकूंगा व्युत्पन्न के लिए श्रृंखला नियम सीखेंगे जो कई और कार्यों के व्युत्पन्न की गणना करने के लिए बहुत उपयोगी है धन्यवाद