ہیلو سب کو
تو آج میں کیلکولس میں دو انتہائی اہم تصورات شروع کروں گا جو ایک فنکشن کی تسلسل اور تفریق ہیں اب تک ہم نے مطالعہ کیا ہے کہ ایک نقطہ پر فنکشن کی حدود سے ہمارا کیا مطلب ہے اور ہم دیکھیں گے کہ حدیں نقطہ کے فنکشن کے تسلسل اور فرق کی وضاحت میں مرکزی کردار ادا کرتی ہیں اور اس کے بعد کے لیکچرز میں ہم ان تصورات کے بہت سے اطلاقات دیکھیں گے لہذا میں اس بات کی وضاحت کے ساتھ شروع کروں گا کہ ایک نقطہ پر ایک مسلسل فنکشن سے ہمارا کیا مطلب ہے لہذا میں اس بات پر بات کروں گا کہ کیا کرنا ہے۔ ہمارا مطلب ایک نقطہ پر کسی فنکشن پر بیان کیا گیا ایک حقیقی قابل قدر فنکشن ہے لہذا فرض کریں کہ d کو ایک ڈومین f کے تسلسل سے ہے لہذا ہم ہمیشہ فرض کریں گے کہ کی f سے تعلق رکھتا ہے کہ فنکشن a d حقیقی نمبر کا سب سیٹ ہے اور فرض کریں کہ r پر کی گئی ہے جو d فنکشن کی تعریف ڈومین کی حد کے برابر f کے فنکشن f x کا a پر لگاتار ہے اگر f پر کی گئی ہے اس لیے ہم کہیں گے کہ ہم کہتے ہیں کہ f کے a تعریف کے فنکشن کو کچھ f کے وجود میں جانے کے لیے a کے لیے f کی حد xx کے قریب آتا ہے۔ اس لیے یاد کریں کہ x a ہے جیسے ہی پر مشتمل ہوتا ہے a وقفے میں بیان کیا جانا چاہیے کچھ وقفہ میں
ہے f پر اگر a مسلسل ہے f تو ہم کہتے ہیں کہ
کے قریب پہنچتی ہے x a کی حد f کی x کے برابر ہے اگر دو شرط پہلے x a مسلسل ہے f کا x تو
ایک آہ کے قریب x کی حد کے برابر ہونا چاہئے۔ جب f کی f x کا دوسرا a تک پہنچتی ہے اور x تو سب سے پہلے فنکشن کی حد جیسے آتا ہے
ہو لیکن ضروری a تو میں یہاں یہ کہتا ہوں کہ حد کے موجود ہونے کے لیے ہم چاہتے ہیں کہ فنکشن کو کچھ وقفے میں بیان کیا جائے جس میں پر بیان کیا جائے لیکن تسلسل کی x ایک حق کے برابر ہو لہذا اس حد کے لیے ہمیں فنکشن کی ضرورت نہیں ہے۔ ایک کے برابر x نہیں ہے کہ کو fx کے برابر ہونے کے لیے fx کے مسلسل ہونے کے لیے f پر فنکشن کی قدر حد کے برابر ہونی چاہیے اس لیے a تعریف یہ ہے کہ a پر ایکس کے قریب ایف کی حد کے مساوی کریں x کے برابر f اور a ایک فنکشن کے برابر ہونا چاہیے۔ ایک ضروری کے
تو آئیے ہم کچھ مثالوں کی مثالیں دیکھیں ایک
صفر کے برابر ہے x سے کم اور 1 کے لیے x 0 پر غور کریں جو 0 کے برابر ہے f کے x تو
fx سے زیادہ کے لیے صفر کے برابر ہے x منفی کے لیے صفر ہے اور x تو اگر آپ اس کا گراف کھینچتے ہیں۔ یہ فنکشن تمام ایک کے برابر ہے
کے برابر f کے x کا گراف ہے y ہے اور یہ xy تو یہ میرا
کے x کے قریب پہنچتا ہے یہ موجود نہیں ہے یہ اس لئے موجود نہیں ہے کیونکہ 0 f x 0 کا x تو یہاں ہم جانتے ہیں کہ یہاں کی حد ہے کے صفر پر بائیں ہاتھ کی حد صفر کے برابر ہے جو کہ ایک کے برابر نہیں ہے جو کہ صفر پر دائیں ہاتھ کی حد ہے لہذا چونکہ حد موجود نہیں f ایک f پر بیان کیا جاتا ہے ہمارے پاس صفر کا x صفر کے برابر f کا x پر مسلسل نہیں ہے حالانکہ x صفر کے برابر f کا x ہے لہذا تک x a کی حد جیسے ہی f کی x صفر کے برابر نہیں ہے پھر a کے برابر ہے لیکن اگر آپ صفر کے علاوہ کوئی نقطہ لیں لیکن اگر سختی سے منفی صحیح ہے a سختی سے مثبت ہے۔ اور یہ صفر کے برابر ہے اگر a پہنچتی ہے یہ 1 کے برابر ہے اگر
کو مثبت مانتے ہیں a تو آپ اس گراف سے دیکھ سکتے ہیں کہ اگر ہم کسی بھی
ہوتا ہے اور اس لیے بائیں ہاتھ کی حد اور دائیں ہاتھ حد دونوں ایک کے برابر ہیں a تو فنکشن ایک وقفہ میں مستقل ایک ہوتا ہے جس میں یہ نقطہ کہیں منفی ہے a لیکن اگر آپ کا
منفی ہے a مثبت ہے اور 0 اگر a برابر ہے 1 اگر f کا بھی a تو اس وقفہ میں فنکشن یکساں طور پر صفر ہے لہذا حد صفر ہے
تمام پوائنٹس پر م f کا x تو فنکشن
م x کے برابر صفر کے حق کے بھی اگر x تواتر ہے سوائے
کے برابر ہے a کے برابر x تواتر نہیں ہے
م f کا x تو ہم کہیں گے کہ
کے برابر ہے x تواتر ہے
تو بدیہی طور پر تسلسل کا کیا مطلب ہے تسلسل کا بدیہی معنی اگر ہم فنکشن کا گراف کھینچ سکتے ہیں اور فرض کریں کہ ہمارے پاس یہ پوائنٹ a ہے
ہے f کا کوما a تو یہ پوائنٹ
کے برابر کھینچ سکتے ہیں f کے x کا گراف y تو اگر ہم فنکشن
پوائنٹ کے قریب نہیں ٹوٹا ہے لہذا اس کا مطلب f کے کوما a کا مطلب یہ ہے کہ گراف گراف پر al مساوات x کا تسلسل f کے x تو اپنی قلم اٹھائے بغیر کھینچ سکتے ہیں لیکن ہم دیکھیں گے کہ یہ بدیہی f کا کوما a ہے کہ آپ اس فنکشن کے گراف کو اس نقطہ کے قریب سے زیادہ اور 0 x 0 برابر 1 کے لیے fx تعریف تسلسل کے رجعت کے لیے کافی نہیں ہے اس لیے مثال کے طور پر پچھلی مثال کے لیے صفر سے کم یا ہم نے کہا کہ صفر کے برابر کے لیے یہ ایک ہے اگر آپ اس پوائنٹ کے قریب گراف کھینچتے ہیں x کے لیے سے کم کے لیے یہ 0 ہے۔ اس لیے آپ کو اس 0 x کے لیے نظر آتا ہے یہ ایک ہے لیکن x تو صفر کوما ایک کے لیے آپ کو صفر سے زیادہ فنکشن کے لیے یہ ٹوٹا نہیں ہو سکتا، لہذا یہاں آپ دیکھیں گے کہ گراف کے اثرات صفر کوما ون کے قریب گراف ٹوٹ گیا ہے لہذا یہ مثال ہے کے فنکشن پر x تو پچھلی مثال یہ تھی جہاں فنکشن کسی نقطہ پر مسلسل یا منقطع نہیں تھا کیونکہ اس مقام پر حد موجود نہیں تھی لیکن اگلی مثال پر 0 صفر کے برابر ہے x کے برابر نہیں ہے اور 0 x اگر al to 1 غور کرنے دیتی ہے جو کہ مساوی ہے۔
صفر کے برابر یہ صفر ہے x تو یہ فنکشن صفر کے علاوہ ہر نقطہ پر ایک ہے لہذا ہم یہاں ایک کھلا دائرہ کھینچتے ہیں اور یہ ایک قدر ہے اور کا گراف ہے f کے فنکشن x تو یہ
تو اس صورت میں دوبارہ بدیہی معنی کا استعمال کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ گراف اس پوائنٹ پر ٹوٹا ہوا ہے اس پوائنٹ پر صفر کوما ون ہے
کے قریب پہنچتا 0 x کی حد دیکھتے ہیں جیسے ہی f کی x پر مسلسل نہیں ہے۔ صورت میں اگر آپ یہاں x تو اس میں فعل صفر کے برابر ہے
کے برابر نہیں ہے۔ صفر کے قریب x کی حد f کی x تو یہ موجود ہے اور 1 کے برابر ہے لیکن 0 پر فنکشن کی قدر 0 کے برابر ہے جو پر منقطع ہے لہذا ہم نے دو مثالیں دیکھی ہیں ایک میں فنکشن کی حد کسی نقطہ پر موجود نہیں x صفر کے برابر f کا فنکشن x پہنچتا ہے لہذا تھی اور اس وجہ سے فنکشن اس مقام پر مستقل نہیں رہ سکتا ایک اور مثال یہ تھی جہاں حد موجود ہے فنکشن کی تعریف اس مقام پر ہوتی ہے لیکن کی اس مثال پر غور کریں جو x حد کے برابر نہیں ہے لہذا اس وقت ایک بار پھر فنکشن منقطع ہے اب آئیے دیکھتے ہیں کہ e ویلیو فنکشن کا لکھ رہا ہوں۔ ایکس کے برابر 0 کے لیے کوئی معنی نہیں رکھتا اس x x کے برابر ہے اور کیونکہ میں اسے 1 x x کے 1 sine کے x x کے لیے صفر کے برابر نہیں ہے اور یہ ایکس کے برابر صفر کے لیے نہیں ہے x لیے میں نے اس کی وضاحت کی کہ یہ فنکشن کی قدر ہے

اس لیے ایکس کے برابر 0 کے لیے میں فنکشن کی قدر کی وضاحت کروں گا۔ 0 ہونا۔
ہے x x اوقات سائن 1 x کے لئے فنکشن x تو یہ وہ فنکشن ہے جو 0 پر 0 ہے اور کسی بھی غیر صفر
مسلسل صفر کے برابر ہے f تو یہاں آپ کیا کہہ سکتے ہیں کہ
تو اس صورت میں اگر آپ دیکھیں کہ اگر آپ فنکشن کا گراف ایکس ٹائم سائن ون ایک کرکے کھینچنے کی کوشش کرتے ہیں
تو اسے پوائنٹ 0 کے قریب کھینچنا بہت مشکل ہے کیونکہ جب آپ 0 کے قریب جاتے ہیں
تو یہ فنکشن سائن 1 بائی ایکس یہ دولتا رہتا ہے
حد کا حساب لگانے کی s تو یہاں میں اسے کہوں۔ گراف کھینچنا مشکل ہے اس لیے یہ دیکھنا مشکل ہے کہ گراف ٹوٹا ہے یا نہیں لیکن چلو یو
تک جانے کا حساب اس طرح کیا جا سکتا ہے f کے 0 x کی حد کا حساب لگا سکتے ہیں x کوشش کریں اگر ہم ایسا کر سکتے ہیں لیکن کیا ہم
میرے خیال میں ہم نے یہ مثال پہلے بھی دیکھی ہے
تو میں کیسے کروں تاکہ حد موجود رہے۔ لہذا اگر آپ ایکس کے ایف کو دیکھتے ہیں
ون بائے sin تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ایکس کا موڈ ایف کیا ہے یہ ایکس ٹائم سائن کے موڈ کے برابر ہے 1 بائی ایکس جو کہ موڈ ایکس ٹائمز موڈ
صفر x ہم جانتے ہیں کہ یہ ہمیشہ مائنس ون اور ایک کے درمیان ہوتا ہے تمام کے لیے x ایکس کے برابر ہے اور چونکہ سائن آف ون بائی
کے لیے صفر کے x کی وضاحت نہیں کی گئی ہے لیکن کسی بھی x کے برابر صفر کے نشان کے لیے ایک بذریعہ x کے برابر نہیں یقیناً
یہ ایک سے کم ہے x ون بذریعہ sin کی سائن ہمیشہ کے درمیان ہوتا ہے۔ مائنس ون اور ون اس لیے موڈ y برابر نہیں ہے ہم جانتے ہیں کہ
لے رہے ہیں یہ اس Mod کے برابر سے کم ہے اور یقیناً یہ اس لیے ہے کہ ہم مطلق قدر mod x یہ x sin 1 by x کا mod اس لیے
سے زیادہ ہے۔ 0 کے برابر۔ اب ہم نے سینڈوچ تھیوریم دیکھا ہے
سینڈوچ تھیوریم کے ذریعہ x بائیں ہاتھ کی 0 کی حد کے برابر ہے جیسا کہ o ہے als کے 0 تک جاتی ہے جو کہ x کی حد x تو چونکہ
کا x پر جاتے ہیں یہ 0 کے برابر ہے اور اس سے مراد حد ہوتی ہے 0 x x 1 mod x sin کی حد ہم x x 1 x sin پر جاتا ہے 0
کی حد کے برابر f کی x کے برابر ہے اور یہ 0 f بھی صفر ہے لہذا فنکشن کی حد اس لئے ہمارے پاس ہے کہ 0 کا x گناہ ایک بذریعہ
پر مسلسل ہے اس لئے یہ مثال اہم x صفر کے برابر f کا x کے قریب پہنچتا ہے لہذا تسلسل کی تعریف کے مطابق لہذا 0 x ہے کیونکہ
پر مسلسل ہے یا نہیں یہ مشکل ہے لیکن فنکشن کی حد x ہے کیونکہ یہاں فنکشن کا گراف کھینچنا اور پھر یہ اندازہ لگانا کہ آیا فنکشن 0 کے برابر
کی قدر کے برابر ہے اور اس وجہ سے فنکشن صفر پر لگاتار ہے اس لیے بعد میں ہم f کا حساب لگا کر 0 پر ہم نے دیکھا کہ یہ 0 کے فنکشن
کچھ فنکشنز کی کچھ اور مثالیں دیکھیں گے جہاں سے یہ اندازہ لگانا بہت آسان نہیں ہوگا کہ فنکشن ہے یا نہیں۔ ایک نقطہ پر جاری ہے یا نہیں لیکن
ایک حقیقی ویلیو فنکشن ہے x کا f مجھے جانے دو آگے بڑھیں اور ایک اور تصور پر تبادلہ خیال کریں جو کہ ایک فنکشن کی تفریق ہے لہذا
کے x f x کا x کو ایک حقیقی ویلیو فنکشن ہونے دیں جب ہم کہتے ہیں کہ fx جس کا مطلب ہے کہ فنکشن کی رینج حقیقی نمبر کا سب سیٹ ہے
کے صفر پر جائے f کی حد h برابر پر تفریق کیا جا سکتا ہے اگر
سے تقسیم کیا جائے یہ موجود ہے f کے f مائنس h تو ایک جمع
کے x e کی وضاحت ایک کھلے وقفے میں ہونی چاہئے جس میں x کے فعل کے f کے برابر فرق ہونا x کے لیے fx تو نوٹ کریں کہ
سے یہ حد موجود ہونی h کی تقسیم h مائنس f کی ایک جمع f جمع x کی f برابر ہوتا ہے یہ اس لئے ہے کہ ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ
چاہئے
کے برابر ہونا چاہئے ہم ایک جمع a کے برابر x کو f ہے لہذا ہمارے پاس یہ ہونا چاہئے کہ f کا a تو سب سے پہلے آپ دیکھیں کہ یہاں
مثبت یا منفی ہو سکتا ہے اور حقیقی نمبر چھوٹا ہے h کو صفر کے طور پر لے رہے ہیں اس کا مطلب ہے کہ h لکھ رہے ہیں اور پھر f کا h
لہذا فنکشن کو کچھ میں بیان کرنا ضروری ہے۔ وقفہ ہے
ہے a تو اگر میرے پاس
تو اس کے قریب کسی وقفے میں فنکشن کی تعریف ہونی چاہئے تب ہی ہم فنکشن کی تفریق کے بارے میں بات کر سکتے ہیں
ہے h لکھا ہے؟ بذریعہ f کا f مائنس h کا جمع a تو اب میں بتاتا ہوں کہ یہ تناسب کیا ہے جس میں میں نے
تو اگر آپ فنکشن کے گراف کو دیکھیں
تو مجھے جیومیٹرک تشریح لکھنے دیں
کے برابر کرنے دیں x تو مجھے ایک فنکشن بنانے دیں اور مجھے اس پوائنٹ کو
ہیں اور ایک اور نقطہ f کا کوما a کہتا ہوں جس کے نقاط p ہے میں اس نقطہ کو let ہے اب میرے پاس یہ نقطہ ہے جو f کا a تو یہ
ہیں۔ f اور h کے جمع a ہے جس کے نقاط q مثبت لے رہا ہوں پھر یہاں ایک اور نقطہ h ہے یہاں میں h کو دیکھتے ہیں جو ایک جمع
جمع h
سے ملاتا ہوں اور میں یہاں q اور p ہے اب اگر آپ دیکھیں کہ کیا میں اس لائن سیگمنٹ کو پوائنٹ f کا h تو ہمارے پاس ہے یہ ایک جمع
افقی لکیر کھینچتا ہوں
کا f a مائنس h ہے۔ جمع f کا a ہے اور یہ عمودی حصہ یہ h تو یہ حصہ
a کو جوڑتی ہے جو p یہ کچھ نہیں ہے بلکہ لائن کی ڈھلوان ہے جو پوائنٹس h کا تناسب بذریعہ f a مائنس h جمع f a تو یہ تناسب
کے 0 کے قریب آنے پر کیا ہوتا ہے h کا پوائنٹ ہے اب h کا ایک جمع hf جمع a سے دی جاتی ہے جو کہ af کے q اور
کے قریب پہنچتا ہے موجود ہے یا نہیں اگر آپ اس گراف سے دیکھتے 0 h تو ہمیں پوچھنا ہوگا کہ کیا یہ اس فنکشن کی حد یہ تناسب جیسے ہی
کے قریب پہنچتا ہے 0 h ہیں کہ
کی طرف جاتا ہے اور اس کے ساتھ کیا ہوتا ہے اور سیکنٹ p پوائنٹ q کی طرف جاتا ہے 0 h کے قریب آتا ہے جیسا کہ q p تو یہ نقطہ
کے نقطہ پر ٹینجنٹ لائن f کے کوما a کو جوڑنے والی لائن سیگمنٹ ہے q اور p جو ہے وکر پر ان پوائنٹس کو جوڑنے والی لائن سیگمنٹ
کے قریب پہنچتا ہے
حرکت کرتا ہے اور اس نقطہ تک پہنچتا ہے q ہے اور یہ ٹینجنٹ لائن ہے تاکہ یہ p تو شاید میں ایک اور خاکہ کھینچتا ہوں ہمارے پاس یہ نقطہ
p جمع f کی حد f سیکنٹ لائن اس ٹینجنٹ لائن کے قریب پہنچتی ہے اور سیکینٹ لائن کی ڈھلوان ٹینجنٹ لائن کے قریب آتی ہے لہذا h
یہ ٹینجنٹ لائن کی ڈھلوان ہے بشرطیکہ حد موجود ہے ٹھیک ہے اگر فنکشن قابل تفریق ہے f a di divided by h مائنس
کے برابر ہے a کے برابر f x کا x تو اگر
حق سے h کی تقسیم f مائنس h کی ایک جمع f پرائم سے ظاہر کرتے ہیں اس حد f تو ہم
تو اگر فنکشن قابل تفریق ہے
تو یہ ہے یہ حد موجود ہے
حق کے x کے برابر x کا مشتق کہا جاتا ہے f کا x کو f prime a کے طور پر بیان کیا جاتا ہے اور f prime a تو اس حد کو
برابر ہے لہذا مشتق اس فرق کوزائن کی حد ہے اگر یہ حد موجود ہے اور اگر حد موجود نہیں ہے

موجود نہیں ہے h بذریعہ f مائنس h کا ایک جمع f تو ہم کہیں گے کہ فنکشن قابل تفریق نہیں ہے اگر فرق کوزائن کی حد جو کہ
کے برابر اب ہم کچھ مثالوں کو دیکھتے ہیں x متفرق نہیں ہے f کا x تو ہم کہتے ہیں کہ
تو مثالیں
کے برابر ہے ca constant برابر f کا x تک لیں جہاں r سے r کو f تو سب سے پہلے ایک آسان فنکشن یہ ہے کہ ہم
کا جمع a کیا ہے۔ f کے لیے a in rf اب یہاں کسی بھی in r کا مستقل فنکشن دیکھیں۔ f کے برابر c کے لیے x تو آئیے تمام
یہ صفر a by h کی f مائنس h کی حد جمع f کے لیے 0 ہے لہذا h کے برابر ہے جو کہ تمام c مائنس c کا یہ f a کا مائنس h
پرائم پر تفریق صفر کے برابر ہے لہذا مستقل فعل کے لیے مشتق ہر f اور a کے ہر a ہے f کے برابر ہے کیونکہ عدد صفر ہے لہذا
اس کے برابر f prime a کو دیکھتے ہیں اب ہم دوبارہ حد کا حساب لگانے کی کوشش کریں تاکہ x کے برابر fx جگہ 0 ہے اگلی مثال ہم
کے h جمع a کی حد کے برابر ہے h سے جو کہ h کی تقسیم f a مائنس h کی حد h پر جانے والی f کے صفر h ہو۔ ایک جمع
ہے منسوخ کرتا ہے a سے یہاں ایک مائنس h کی تقسیم f a مائنس h تک جانے والی ایک جمع f صفر
ایک ہے h زیادہ h کے لیے غیر صفر h کے صفر پر جا رہا ہے اور کسی بھی h کی حد کے برابر ہے h تو یہ
تو یہ حد ایک کے برابر ہے
ٹھیک ہے آئیے ایک اور حساب لگانے کی r میں x سب کے لیے ایک کے برابر ہے f prime x کے لیے مشتق x کے برابر ہے fx تو
h بذریعہ d تقسیم کرتا ہوں۔ x کو f مائنس h کے علاوہ f کے x کو دیکھیں اگر میں fx مربع کے برابر x کوشش کریں آئیے اب
صفر کے قریب پہنچتی ہے h اگر یہ حد
ہو گا f prime x تو یہ مشتق
h لکھتے ہیں۔ جمع x بار h مربع جمع 2 x مربع کو h جمع x کے برابر ہے اور پھر ہم h مربع تقسیم x مربع مائنس h جمع x تو یہ
مربع کو منسوخ کرتا ہے x مربع اور x سے تقسیم کیا جاتا ہے پھر h مربع کو x مربع مائنس
کے برابر ہے h جمع x ضرب دو h کے لیے لکھ رہے ہیں اور یہ h nought equal to zero تو یہ ہم ہمیشہ
جو x پرائم f صفر پر جاتا ہے لہذا h جاتا ہے x پر جاتا ہے جیسا کہ x کے برابر ہے اب ہم دیکھتے ہیں کہ یہ دو h جمع x تو یہ دو
کے برابر ہے ایک اور اشارے متعارف h 2 x زیادہ x کا f مائنس h کے علاوہ x کے صفر پر جانے والی f کی حد ہے h کہ
کروائیں
کے برابر ہے لہذا f کے y x جہاں dx بذریعہ dy سے یا dx کے f کے x سے ظاہر کیا جاتا ہے d کو بھی x پرائم f تو اس
برابر fx فنکشن کا dx بذریعہ d لکھ سکتے ہیں۔ فنکشن صفر d سے dx اب تک ہمیں جو کچھ ملا ہے وہ یہ ہے کہ ہم کسی بھی مستقل کے
کے برابر ہے۔ ہم نے یہ تین مشتقات دیکھے ہیں اب ایک اہم x مربع کا یہ اب تک d x x 2 ایک کے برابر ہے اور ہم نے دیکھا کہ x ہے
پر تفریق ہیں a کے برابر x دو فنکشنز ہیں جو g اور fx کے x خاصیت یہ ہے کہ فرض کریں کہ
dx لکھ سکتے ہیں۔ بذریعہ d پر تفریق ہے اور ہم مشتق a کے برابر x بھی gx پلس fx تو فنکشن
پلس پر a کے برابر x کے برابر ہے dx کے fx کے برابر ہے d کے برابر ہے یہ gx پلس fx کے برابر لکھیں گے x تو ہم اسے
gx کا مشتق x کے برابر ہے یہ f prime a پلس کے برابر ہے۔ g prime a
تو آئیے ثبوت دیکھتے ہیں
h جمع a کو u پر تفریق ہیں لہذا اگر میں a پھر ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ آپ fx plus gx برابر ux تو آئیے مجھے لکھنے دیں
minus u کا a divided h سے لکھتا ہوں
h کا تقسیم g جمع a ہے f کا u a ہے یہ مائنس u کا h جمع a جو u کا h کا جمع h جمع f کا h تو یہ برابر ہے ایک جمع
سے h کا ایک جمع g جمع h کو تقسیم کیا گیا a کے مجموعہ کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔ f کے مائنس h کے جمع f اور اسے
سے h کا تقسیم g مائنس
u کی دائیں طرف کی حد دونوں حدیں موجود ہیں اس لیے e غیر صفر کے لیے ہمارے پاس یہ ہے اور جو ہم جانتے ہیں وہ ہے h تو کسی بھی
صفر پر جاتی ہے h جب h کی طرف سے u مائنس h جمع a کی حد
h کے ایک جمع g جمع کی حد h کے بذریعہ a کے f مائنس h کے صفر پر جانے والی ایک جمع f کی حد کے برابر ہے h تو یہ
کی حد کسی gx اور fx سے یہ حدوں کے مجموعہ کے اصول سے ہے ہم نے حدوں کے لئے دیکھا ہے کہ اگر h کی تقسیم g کے مائنس
مقام پر موجود ہے
تو رقم کی حد بھی موجود ہے اور رقم کی حد حد کا مجموعہ ہے لہذا یہ وہی ہے جو ہم استعمال کر رہے ہیں اور یہ وہی چیز ہے جو یہ کہہ رہی
x لکھتا ہوں u ایک اور اہم خاصیت یہ ہے کہ اگر میں g prime جمع f prime a برابر ہے n موجود ہے u prime a ہے کہ
a پرائم u پر تفریق ہے پھر f موجود ہے جو a پرائم f کے کچھ مستقل اوقات کے برابر اور x کے لئے c حقیقی تعداد میں کچھ مستقل
h کے برابر ہے لہذا اس کو ثابت کرنے کے لئے ایک بار پھر ہم لکھتے ہیں کہ یو کا ایک جمع a پرائم f گنا c پرائم u کا a موجود ہے اور
i c جو برابر ہے a divided by h کا a کے برابر ہے f گنا c کے f گنا c مائنس h یہ ایک جمع h مائنس یو کا ہے بذریعہ
سے اور ہم جانتے ہیں کہ یہ حد برابر ہے لہذا میں a divided h ہے f مائنس h کا ایک جمع f کو عام لے سکتا ہے اور پھر میرے پاس
کے اس لیے ان دو f prime a گنا c برابر ہے a پرائم u صفر ہوتا ہے اس لیے h جیسا کہ a لکھوں گا پرائم f بار c اسے صرف
f prime ag اور g x گنا c 2 جمع fx گنا c 1 x کا u نتائج کو استعمال کرتے ہوئے ہم زیادہ عام طور پر کہہ سکتے ہیں کہ اگر
موجود ہے prime a ہے
یہ صرف پچھلی دو خصوصیات کو یکجا کر رہا ہے g prime a گنا c 2 جمع f prime a گنا c 1 برابر ہے u prime at a تو
جمع f x کا c کے ایک a برابر x بذریعہ dx بذریعہ d پرائم قاعدہ کے حساب سے یہ برابر ہے u کا a لہذا ہم جانتے ہیں کہ
کے برابر ہے پچھلے g دو بار c جمع a پرائم f ایک گنا c اور مستقل ملٹیپل سے یہ a کے برابر x x g کے دو dx c بذریعہ d
ٹھیک ہے prime a دو نتائج کے حساب سے
تو آئیے کہتے ہیں کہ اس نتیجے کو کچھ مشتقات کا حساب لگانے کے لیے استعمال کریں
پرائم کا حساب لگائیں اگر یہ موجود ہے f جمع دو تین پر ee x کے برابر کرنے دیں۔ thr مربع مائنس x کو fx تو مثال کے طور پر
dx مربع کا d x x کا مشتق ہے اور مستقل کا مشتق ہے لہذا چونکہ x مربع کا مشتق x تو ہم جو جانتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم جانتے ہیں کہ
مائنس کے برابر x جمع 2 کا مشتق 2 x مربع مائنس 3 x کا ایک ہے اور مستقل دو کا مشتق صفر ہے ہمارے پاس یہ ہے کہ x x xd دو
x کے لیے مشتق x پرائم کے سوا کچھ نہیں ہے۔ کسی بھی f کے x ایک اور جمع صفر ہے لہذا یہ حقیقت میں x کا مشتق تین گنا x ہے
کے برابر تین ہے دو گنا تین مائنس x پرائم تین پر آپ کو صرف f مائنس تھری سے دیا جاتا ہے اور اس لیے x پر موجود ہوتا ہے اور اسے دو
ہم ان افعال کے la تین جو کہ تین دائیں کے برابر ہے پلگ ان کرنا ہوگا لہذا اس رقم کے اصول کو استعمال کریں اور مستقل ایک سے زیادہ قاعدہ
مرکب کے مشتق کا حساب لگا سکتے ہیں اگر میں ان میں سے ہر ایک کا مشتق جانتا ہوں

تو ہم یہاں رکیں گے اور اگلی کلاس میں ہم کچھ اور خصوصیات سیکھیں گے اور پھر کچھ مزید افعال کے مشتق کا حساب لگائیں گے شکریہ تم تم