అందరికీ నమస్కారం కాబట్టి ఈ రోజు నేను కాలిక్యులస్‌లో రెండు ముఖ్యమైన భావనలను ప్రారంభిస్తాను, అవి ఒక ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపు మరియు భేదం అనేవి ఇప్పటివరకు మేము ఒక పాయింట్ వద్ద ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితులు అంటే ఏమిటో అధ్యయనం చేసాము మరియు మేము చూస్తాము పాయింట్ యొక్క ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపు మరియు వ్యత్యాసాన్ని నిర్వచించడంలో పరిమితులు ప్రధాన పాత్ర పోషిస్తాయి మరియు తదుపరి ఉపన్యాసాలలో ఈ భావనల యొక్క అనేక అనువర్తనాలను మనం చూస్తాము, కాబట్టి నేను ఒక పాయింట్ వద్ద నిరంతర ఫంక్షన్ అంటే ఏమిటో నిర్వచించడంతో ప్రారంభిస్తాను కాబట్టి నేను ఏమి చేయాలో చర్చిస్తాను మేము ఒక పాయింట్ వద్ద ఒక ఫంక్షన్ యొక్క కొనసాగింపు అని అర్థం చేసుకున్నాము, కాబట్టి మేము ఎల్లప్పుడూ f అనేది డొమైన్ dలో నిర్వచించబడిన నిజమైన విలువ కలిగిన ఫంక్షన్‌గా ఉండనివ్వండి కాబట్టి ఆ ఫంక్షన్ r వాస్తవ సంఖ్య యొక్క ఉపసమితి అయిన డొమైన్ dపై నిర్వచించబడిందని అనుకుందాం మరియు a d కి చెందినది అంటే f అనే ఫంక్షన్ a యొక్క f వద్ద
నిర్వచించబడుతుంది కాబట్టి x aకి చేరుకునేటప్పుడు f యొక్క f x ఫంక్షన్ f పరిమితికి సమానం అయితే a వద్ద f నిరంతరాయంగా ఉంటుందని చెబుతాము.

కాబట్టి xx యొక్క f పరిమితి a ఉనికిలో ఉండాలంటే f x యొక్క ఫంక్షన్ కొంత వ్యవధిలో నిర్వచించబడాలి అని గుర్తుంచుకోండి x రెండు షరతులు ముందుగా aకి సమానం అయితే x aకి చేరుకునేటప్పుడు f యొక్క పరిమితి ఉనికిలో ఉంటుంది కాబట్టి ముందుగా x aకి చేరుకునేటప్పుడు ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి ఉండాలి మరియు a యొక్క రెండవ f x యొక్క f యొక్క పరిమితికి సమానంగా ఉండాలి
x a ah చేరుకునేటప్పుడు, పరిమితి ఉనికిలో ఉండటానికి, ఫంక్షన్‌ని కొంత వ్యవధిలో నిర్వచించాలని కోరుకుంటున్నాము, కానీ తప్పనిసరిగా కాదు కానీ తప్పనిసరిగా x వద్ద కుడికి సమానం కాదు కాబట్టి పరిమితి కోసం మనకు ఫంక్షన్ అవసరం లేదు aకి సమానం x వద్ద నిర్వచించబడాలి కానీ కొనసాగింపు నిర్వచనం ఏమిటంటే , a వద్ద ఫంక్షన్ యొక్క విలువ తప్పనిసరిగా పరిమితికి సమానంగా ఉండాలి కాబట్టి f నిరంతరంగా ఉండాలంటే f కోసం fx నిరంతరంగా ఉండాలంటే x వద్ద ఫంక్షన్‌కి సమానం తప్పనిసరిగా నిర్వచించబడాలి.

x వద్ద తప్పనిసరిగా a మరియు fకి సమానం x
వద్ద x యొక్క f పరిమితి a వద్ద x సమీపిస్తుంది కాబట్టి మనం కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం,
కాబట్టి x యొక్క fని పరిగణించండి, ఇది x కోసం 0 కంటే తక్కువ మరియు 1 కోసం x పెద్దది సున్నాకి సమానం కాబట్టి మీరు గ్రాఫ్‌ను గీసినట్లయితే ఈ ఫంక్షన్ అన్ని x నెగటివ్‌కు సున్నా మరియు x సున్నాకి సమానం కంటే ఎక్కువ fx ఒకదానికి సమానం కాబట్టి ఇది నా xy మరియు ఇది y యొక్క గ్రాఫ్ x యొక్క fకి సమానం కాబట్టి ఇక్కడ మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే ఇక్కడ పరిమితి x వద్ద x 0కి చేరుకుంటుంది, ఇది ఉనికిలో లేదు ఎందుకంటే ఇది x యొక్క సున్నాకి ఎడమ చేతి పరిమితి సున్నాకి సమానం, ఇది సున్నా వద్ద కుడి చేతి పరిమితితో సమానం కాదు కాబట్టి పరిమితి ఉనికిలో లేదు.

కాబట్టి x యొక్క f సున్నాకి సమానం x వద్ద నిరంతరాయంగా ఉండదు , అయినప్పటికీ x యొక్క f సున్నాకి సమానం x వద్ద నిర్వచించబడినప్పటికీ , మనకు సున్నా యొక్క f ఉంటుంది, అయితే మీరు సున్నా కాకుండా వేరే ఏదైనా పాయింట్ తీసుకుంటే కానీ a సున్నాకి సమానం కాకపోతే x యొక్క f యొక్క పరిమితి x a సమీపించేటప్పటికి a ఖచ్చితంగా సానుకూలంగా ఉంటే 1కి సమానం మరియు a ఖచ్చితంగా ప్రతికూలంగా ఉంటే ఇది సున్నాకి సమానం ఇది మీరు ఈ గ్రాఫ్ నుండి చూడవచ్చు , మనం ఏదైనా a ని పాజిటివ్‌గా తీసుకుంటే, ఈ పాయింట్ aని కలిగి ఉన్న విరామంలో ఫంక్షన్ స్థిరంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఎడమ చేతి పరిమితి మరియు కుడి చేతి పరిమితి రెండూ ఒకదానికి సమానం అయితే మీ a ఎక్కడో ఇక్కడ ప్రతికూలంగా ఉంటే , ఈ విరామంలో ఫంక్షన్ ఒకేలా సున్నా అవుతుంది కాబట్టి పరిమితి సున్నా అయితే a యొక్క పరిమితి కూడా 1కి సమానం మరియు a ప్రతికూలంగా ఉంటే 0
కాబట్టి ఫంక్షన్ x యొక్క f సున్నాకి సమానం తప్ప అన్ని పాయింట్ల వద్ద
నిరంతరాయంగా ఉంటుంది , అలాగే x xకి సమానం వద్ద నిరంతరాయంగా లేనట్లయితే, x యొక్క f x వద్ద నిరంతరాయంగా ఉంటుంది , కాబట్టి అకారణంగా కొనసాగింపు అంటే కొనసాగింపు యొక్క సహజమైన అర్థం ఏమిటి మనం ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయగలిగితే మరియు మనకు ఈ పాయింట్ a ఉందని అనుకుందాం, కాబట్టి ఇది a యొక్క పాయింట్ కామా f కాబట్టి మనం ఫంక్షన్ y యొక్క గ్రాఫ్‌ను x యొక్క fకి సమానంగా గీయగలిగితే అప్పుడు x యొక్క f యొక్క కొనసాగింపు
at x సమానం al to a
అంటే గ్రాఫ్‌లోని a యొక్క కామా f పాయింట్‌కి సమీపంలో గ్రాఫ్ విచ్ఛిన్నం కాలేదు కాబట్టి మీరు ఈ పాయింట్‌కి సమీపంలో ఈ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను మీ పెన్ను ఎత్తాల్సిన అవసరం లేకుండా a యొక్క కామా fని గీయవచ్చు, కానీ మేము కొనసాగింపు యొక్క రిగ్రెషన్‌లను చేయడానికి ఈ సహజమైన నిర్వచనం సరిపోదని చూస్తారు కాబట్టి ఉదాహరణకు మునుపటి ఉదాహరణ fx కోసం 1కి సమానం x కంటే ఎక్కువ 0 మరియు 0 కోసం 0 సున్నా కంటే తక్కువ లేదా మేము సున్నాకి సమానం కంటే ఎక్కువ చెప్పాము ఇది ఒకటి మీరు గ్రాఫ్‌ను ఈ పాయింట్‌కి సమీపంలో గీస్తే సున్నా కామా ఒకటి కంటే ఎక్కువ x కోసం మీరు చూస్తారు, కానీ x కంటే తక్కువ 0కి ఇది 0.

కాబట్టి మీరు ఈ ఫంక్షన్ కోసం దీన్ని విచ్ఛిన్నం చేయలేరు కాబట్టి ఇక్కడ మీరు గ్రాఫ్ ప్రభావాలను చూస్తారు.

సున్నా కామా వన్ దగ్గర గ్రాఫ్ విరిగింది కాబట్టి ఈ ఉదాహరణ
ఒక పాయింట్ వద్ద ఫంక్షన్ నిరంతరంగా లేదా నిరంతరాయంగా లేనందున మునుపటి ఉదాహరణ ఆ సమయంలో

పరిమితి లేదు, కానీ తదుపరి ఉదాహరణ x యొక్క ఫంక్షన్ fని పరిశీలిద్దాం, ఇది సమానం al నుండి 1 వరకు x సున్నాకి సమానం కాకపోతే మరియు x వద్ద 0 సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఈ ఫంక్షన్ సున్నా మినహా అన్ని పాయింట్‌లలో ఒకటి కాబట్టి మనం ఇక్కడ ఓపెన్ సర్కిల్‌ని గీస్తాము మరియు ఇది విలువ ఒకటి మరియు సున్నాకి సమానమైన x వద్ద ఇది సున్నా.

కాబట్టి ఇది x యొక్క ఫంక్షన్ f యొక్క గ్రాఫ్ కాబట్టి ఈ సందర్భంలో సహజమైన అర్థాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా ఈ గ్రాఫ్ ఈ పాయింట్ సున్నా కామా వన్ పాయింట్‌లో విభజించబడిందని మీరు చూడవచ్చు కాబట్టి ఫంక్షన్ సున్నాకి సమానమైన x వద్ద నిరంతరంగా ఉండదు.

మీరు ఇక్కడ x యొక్క f యొక్క పరిమితిని చూస్తే x 0కి చేరుకుంటుంది, ఇది ఉనికిలో ఉంది మరియు 1కి సమానంగా ఉంటుంది, అయితే 0 వద్ద ఉన్న ఫంక్షన్ విలువ 0కి సమానంగా ఇవ్వబడుతుంది, ఇది x యొక్క f యొక్క పరిమితికి xగా సమానం కాదు.

సున్నాకి చేరుకుంటుంది కాబట్టి x యొక్క ఫంక్షన్ f సున్నాకి సమానమైన x వద్ద నిరంతరాయంగా ఉంటుంది కాబట్టి మేము ఒకదానిలో రెండు ఉదాహరణలను చూసాము కాబట్టి ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి ఒక పాయింట్‌లో ఉండదు మరియు అందువల్ల ఆ సమయంలో ఫంక్షన్ నిరంతరంగా ఉండదు మరియు పరిమితి ఉన్న చోట మరొక ఉదాహరణ ఆ సమయంలో ఫంక్షన్ నిర్వచించబడింది

కానీ విలువ ఫంక్షన్ యొక్క e పరిమితికి సమానం కాదు కాబట్టి మళ్లీ ఆ సమయంలో ఫంక్షన్ నిలిపివేయబడింది కాబట్టి ఇప్పుడు x యొక్క ఈ ఉదాహరణ fని పరిశీలిద్దాం, ఇది x రెట్లు 1 బై xకి సమానం మరియు నేను 1 బై x ఇది వ్రాస్తున్నాను.

xకి సమానమైన 0కి అర్థం లేదు కాబట్టి నేను దీనిని x కోసం ఫంక్షన్ యొక్క విలువగా నిర్వచించాను మరియు ఇది సున్నాకి సమానం కాదు మరియు ఇది సున్నాకి సమానమైన x కోసం నిర్వచించబడలేదు కాబట్టి xకి సమానమైన 0కి నేను ఫంక్షన్ విలువను నిర్వచిస్తాను 0 ఉండాలి.

కాబట్టి ఇది 0 వద్ద 0 ఉండే ఫంక్షన్ మరియు ఏదైనా సున్నా కాని x ఫంక్షన్ x రెట్లు సైన్ 1 బై x కాబట్టి ఇక్కడ మీరు ఏమి చెప్పగలరు

x వద్ద సున్నాకి సమానం కనుక ఈ సందర్భంలో మీరు మీరు ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను x టైమ్స్ సైన్ వన్ బై x గీయడానికి ప్రయత్నిస్తే చూడండి, దాన్ని పాయింట్ 0 దగ్గర గీయడం చాలా కష్టం, ఎందుకంటే మీరు 0 కి దగ్గరగా వెళ్లినప్పుడు ఈ ఫంక్షన్ సైన్ 1 బై x డోలనం చేస్తూనే ఉంటుంది కాబట్టి ఇక్కడ నేను చెప్పనివ్వండి గ్రాఫ్‌ని గీయడం కష్టం కాబట్టి గ్రాఫ్ విరిగిపోయిందో లేదో చూడటం కష్టం కానీ మీరు తెలియజేయండి మనం చేయగలిగితే పరిమితిని లెక్కించడానికి ప్రయత్నిస్తాము, అయితే పరిమితి యొక్క పరిమితిని మనం లెక్కించగలమా x 0 f xకి వెళ్లే పరిమితిని ఈ క్రింది విధంగా లెక్కించవచ్చు , ఈ ఉదాహరణను మనం ఇంతకు ముందు కూడా చూసి ఉండవచ్చు కాబట్టి పరిమితి ఉనికిలో ఉండేలా ఎలా చేయాలి కాబట్టి మీరు x యొక్క fని చూస్తే, x యొక్క mod f అంటే ఏమిటో చూద్దాం, ఇది 1 బై x యొక్క x సార్లు సైన్ యొక్క మోడ్‌కి సమానం, ఇది mod x సార్లు mod sin వన్ బై x మరియు సైన్ ఆఫ్ వన్ బై వన్ కంటే తక్కువ.

x ఇది ఎల్లప్పుడూ మైనస్ ఒకటి మరియు అన్నింటికీ ఒకటి మరియు అన్నింటికీ x సున్నాకి సమానం కాదని మాకు తెలుసు, అయితే x సున్నాకి సమానం గుర్తు ఒకటి x ద్వారా నిర్వచించబడలేదు కానీ సున్నాకి సమానం కాని ఏదైనా x కోసం y యొక్క సైన్ ఎల్లప్పుడూ మధ్య ఉంటుందని మనకు తెలుసు మైనస్ ఒకటి మరియు ఒకటి కాబట్టి mod sin one by x ఇది ఒకటి కంటే తక్కువ కాబట్టి x sin 1 by x ఇది mod xకి సమానం కంటే తక్కువ మరియు వాస్తవానికి ఇది మనం సంపూర్ణ విలువ mod తీసుకుంటున్నందున ఇది దాని కంటే ఎక్కువ 0కి సమానం.

ఇప్పుడు మనం శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతాన్ని చూశాము కాబట్టి

x యొక్క పరిమితి x యొక్క 0కి వెళ్లడం 0 అంటే అల్ శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతం ద్వారా x ఎడమ వైపు పరిమితికి సమానం 0 , శాండ్‌విచ్ సిద్ధాంతం ద్వారా x పరిమితి x sin 1 by x మేము mod x sin 1 by x అని వ్రాస్తాము x 0 కి సమానం మరియు ఇది పరిమితిని సూచిస్తుంది x యొక్క x sin one by x కూడా సున్నా కాబట్టి ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి 0కి సమానం అని మేము కలిగి ఉంటాము మరియు ఇది కొనసాగింపు యొక్క నిర్వచనం ప్రకారం x 0కి చేరినప్పుడు x యొక్క f యొక్క పరిమితికి సమానం కాబట్టి f యొక్క x సున్నాకి సమానమైన x వద్ద నిరంతరంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఈ ఉదాహరణ ముఖ్యమైనది ఎందుకంటే ఇక్కడ ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ను గీయడం మరియు

0కి సమానమైన x వద్ద ఫంక్షన్ నిరంతరాయంగా ఉందా లేదా అది కష్టమైనప్పటికీ

ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితిని లెక్కించడం ద్వారా ఊహించడం.

0 వద్ద, అది 0 యొక్క ఫంక్షన్ f విలువకు సమానం అని మేము చూశాము మరియు అందువల్ల ఫంక్షన్ సున్నా వద్ద నిరంతరంగా ఉంటుంది కాబట్టి తరువాత మనం కొన్ని ఫంక్షన్ల యొక్క మరికొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం, ఇక్కడ ఫంక్షన్ ఉందో లేదో తగ్గించడం చాలా సులభం కాదు.

ఒక పాయింట్ వద్ద నిరంతరాయంగా లేదా కాదు కానీ నన్ను అనుమతించండి ముందుకు సాగండి మరియు ఒక ఫంక్షన్ యొక్క భేదం ఉన్న మరొక భావనను చర్చించండి, కాబట్టి f యొక్క x నిజమైన విలువ కలిగిన ఫంక్షన్‌గా ఉండనివ్వండి అంటే ఫంక్షన్ యొక్క పరిధి వాస్తవ సంఖ్య యొక్క ఉపసమితి అని అర్థం

, మనం f యొక్క f అని చెప్పినప్పుడు fx నిజమైన విలువ కలిగిన ఫంక్షన్‌గా ఉండనివ్వండి.

h యొక్క పరిమితి పరిమితి f యొక్క f యొక్క సున్నాకి
వెళితే xతో సమానంగా ఉంటుంది xని తప్పనిసరిగా xని కలిగి ఉన్న ఓపెన్ ఇంటర్వెల్‌లో నిర్వచించాలి అంటే eకి సమానం, ఎందుకంటే ఈ పరిమితిని hతో భాగించగా h మైనస్ f యొక్క x ప్లస్ f యొక్క f యొక్క పరిమితి ఉండాలి కాబట్టి మీరు మొదట చూస్తారు.
ఇక్కడ a యొక్క f ఉంది కాబట్టి మనం తప్పనిసరిగా fని xతో సమానంగా నిర్వచించవలసి ఉంటుంది, మనం ఒక ప్లస్ h యొక్క f అని వ్రాస్తున్నాము , ఆపై పరిమితిని h సున్నాకి వెళుతున్నందున h సానుకూలంగా లేదా ప్రతికూలంగా ఉండవచ్చు.
మరియు వాస్తవ సంఖ్య చిన్నది కాబట్టి ఫంక్షన్ తప్పనిసరిగా కొన్నింటిలో నిర్వచించబడాలి విరామం కాబట్టి నేను ఇక్కడ కలిగి ఉన్నట్లయితే , దీనికి సమీపంలో కొంత విరామంలో ఫంక్షన్ నిర్వచించబడాలి, అప్పుడు మాత్రమే మనం ఫంక్షన్ యొక్క భేదం గురించి మాట్లాడగలం కాబట్టి ఇప్పుడు నేను a యొక్క ఎఫ్ ప్లస్ h మైనస్ ఎఫ్ అని వ్రాసిన ఈ నిష్పత్తి ఏమిటో వివరిస్తాను h ద్వారా కాబట్టి మీరు ఫంక్షన్ యొక్క గ్రాఫ్‌ని చూస్తే నేను రేఖాగణిత వివరణను వ్రాస్తాను కాబట్టి నన్ను ఒక ఫంక్షన్‌ని గీస్తాను మరియు ఈ పాయింట్‌ని x ఈక్వల్‌గా a కి తీసుకుందాం కాబట్టి ఇది a యొక్క f ఇప్పుడు నేను ఈ పాయింట్‌ని కలిగి ఉన్నాను.
నేను ఈ పాయింట్‌ని p అని పిలుస్తాను, దీని కోఆర్డినేట్‌లు a యొక్క కామా f మరియు మరొక పాయింట్‌ని చూద్దాం, ఇది ప్లస్ h ఇక్కడ నేను h పాజిటివ్‌గా తీసుకుంటున్నాను, ఇక్కడ మరొక పాయింట్ q ఉంది, దీని కోఆర్డినేట్‌లు a యొక్క ప్లస్ h మరియు f ఉంటాయి ప్లస్ h కాబట్టి మేము ఇప్పుడు
p మరియు q బిందువులను కలుపుతూ ఈ రేఖ విభాగాన్ని గీసి, నేను ఇక్కడ ఒక క్షితిజ సమాంతర రేఖను గీస్తే , ఈ భాగం h మరియు ఈ నిలువు భాగం a యొక్క f అని మీరు చూస్తే, ఇది ఇప్పుడు f యొక్క ప్లస్ h ఉంది.
a యొక్క ప్లస్ h మైనస్ f కాబట్టి ఈ నిష్పత్తి a యొక్క నిష్పత్తి f ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క a h ద్వారా ఇది మరేమీ కాదు, p పాయింట్లను కలిపే రేఖ యొక్క వాలు , ఇది a మరియు q యొక్క q ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఇది ఒక ప్లస్ h యొక్క పాయింట్ ప్లస్ hf ఇప్పుడు h 0కి చేరుకున్నప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది కాబట్టి మనం ఇదేనా అని అడగాలి ఈ ఫంక్షన్ యొక్క పరిమితి h 0కి చేరుకునేటప్పుడు ఈ నిష్పత్తి ఉనికిలో ఉందా లేదా మీరు ఈ గ్రాఫ్ నుండి చూస్తే h 0కి చేరుకునేటప్పుడు ఈ పాయింట్ q p కి చేరుకుంటుంది , h 0 పాయింట్‌కి q మొగ్గు చూపుతుంది మరియు ఏమి జరుగుతుంది మరియు అది సెకెంట్ వక్రరేఖపై ఈ బిందువులను కలిపే పంక్తి విభాగం p మరియు q అనే బిందువు వద్ద టాంజెంట్ లైన్‌కు చేరుకుంటుంది a కామా f a పాయింట్ కాబట్టి బహుశా నేను మరొక రేఖాచిత్రాన్ని గీయనివ్వండి ఇక్కడ ఈ పాయింట్ p ఉంది మరియు ఈ టాంజెంట్ లైన్ ఉంది ఈ q ఈ బిందువును కదిలిస్తుంది మరియు చేరుకుంటుంది p సెకెంట్ లైన్ ఈ టాంజెంట్ లైన్‌కు చేరుకుంటుంది మరియు సెకెంట్ లైన్ యొక్క వాలు టాంజెంట్ లైన్‌ను చేరుకుంటుంది కాబట్టి f యొక్క పరిమితి f ప్లస్ h మైనస్ f ని hతో భాగించండి ఇది అందించిన టాంజెంట్ లైన్ యొక్క వాలు పరిమితి ఉంది ఫంక్షను భేదమైతే కనుక x యొక్క f xతో సమానమైన xతో భేదమైతే, మేము f ప్రైమ్‌తో సూచిస్తాము, ఈ పరిమితి f యొక్క ప్లస్ h మైనస్ f ని hతో భాగించవచ్చు కాబట్టి ఫంక్షన్ భేదమైతే అది ఈ పరిమితి ఉంది అప్పుడు ఈ పరిమితి f ప్రైమ్ a అని నిర్వచించబడుతుంది మరియు f ప్రైమ్ a అనేది కుడికి సమానమైన x వద్ద x యొక్క f యొక్క ఉత్పన్నం అని పిలుస్తారు కాబట్టి
ఈ పరిమితి ఉనికిలో ఉన్నట్లయితే మరియు పరిమితి ఉంటే ఈ వ్యత్యాస కొసైన్ యొక్క ఉత్పన్నం పరిమితి.
ఉనికిలో లేదు, అప్పుడు మేము f యొక్క భేదం కొసైన్ యొక్క f యొక్క పరిమితిని h మైనస్ f నుండి h కలిగి ఉండకపోతే, అప్పుడు మేము x యొక్క f x వద్ద xతో సమానం కాదు అని అంటాము.
ఇప్పుడు మనం కొన్ని ఉదాహరణలను పరిశీలిద్దాం కాబట్టి మొదటిది సరళమైన ఫంక్షన్
r నుండి r వరకు తీసుకుందాం, ఇక్కడ f x ca స్థిరాంకంకు సమానం కాబట్టి అన్ని x కోసం cకి సమానమైన x యొక్క స్థిరమైన ఫంక్షన్‌ని చూద్దాం.
rలో ఇప్పుడు ఇక్కడ
rfలో ఏదైనా a కోసం f అంటే ఏమిటి a ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క a యొక్క ఇది c మైనస్ cకి సమానం, ఇది అన్ని hకి 0 ఉంటుంది, కాబట్టి h ద్వారా a ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క f యొక్క పరిమితి
సున్నాకి సమానం ఎందుకంటే లవం సున్నా కాబట్టి f a యొక్క ప్రతి a మరియు f ప్రైమ్ వద్ద భేదమైనది సున్నాకి సమానం కాబట్టి స్థిరమైన ఫంక్షన్ కోసం ఉత్పన్నం ప్రతిచోటా 0 అవుతుంది తదుపరి ఉదాహరణ xకి సమానమైన fxని చూద్దాం ఇప్పుడు పరిమితిని మళ్లీ లెక్కించేందుకు ప్రయత్నిద్దాం కాబట్టి f ప్రైమ్ a ఇది సమానం h యొక్క సున్నా fకి వెళ్లే h యొక్క పరిమితి, ఒక ప్లస్ h యొక్క మైనస్ fని hతో భాగించబడుతుంది, ఇది h యొక్క పరిమితికి సమానం, ఇది ఒక ప్లస్ h యొక్క సున్నా fకి వెళుతుంది
రద్దు చేస్తుంది కాబట్టి ఇది h కంటే h కంటే సున్నాకి వెళ్లే పరిమితికి సమానం మరియు h కంటే h సున్నా కాని h అయితే ఈ పరిమితి ఒకదానికి సమానం కాబట్టి
fxకి సమానం x ఉత్పన్నం f ప్రైమ్ x అందరికీ ఒకదానికి సమానం x లో r సరే ఇంకొకటి గణించటానికి ప్రయత్నిద్దాం నేను x విభజన యొక్క f యొక్క x ప్లస్ h మైనస్ fని చూస్తే ఇప్పుడు x చదరపుకి సమానమైన fxని చూద్దాం h సున్నాకి చేరుకునేటప్పుడు ఈ పరిమితి h నుండి h ఉంటే అది f ప్రైమ్ x ఉత్పన్నం అవుతుంది కాబట్టి ఇది x ప్లస్ h స్క్వేర్ మైనస్ x స్క్వేర్‌ని hతో భాగించబడుతుంది, ఆపై మేము x ప్లస్ h స్క్వేర్‌ని x స్క్వేర్ ప్లస్ 2 h సార్లు x అని వ్రాస్తాము ప్లస్ h చతురస్రం మైనస్ x చతురస్రాన్ని hతో భాగించగా, ఆపై x స్క్వేర్ మరియు

x స్క్వేర్ రద్దు అవుతుంది కాబట్టి మేము దీన్ని ఎల్లప్పుడూ h కోసం వ్రాస్తున్నాము సున్నాకి సమానం కాదు మరియు ఇది h రెట్లు రెండు x ప్లస్ hతో h కి సమానం కాబట్టి ఇది రెండు x ప్లస్ hకి సమానం ఇప్పుడు ఇది రెండు xకి వెళుతుందని మేము చూస్తున్నాము x h సున్నాకి వెళుతుంది కాబట్టి f ప్రైమ్ x అంటే x యొక్క సున్నాకి వెళ్లే h యొక్క పరిమితి h ప్లస్ h మైనస్ f x
2 xకి సమానం కాబట్టి నన్ను అనుమతించండి మరొక సంజ్ఞామానాన్ని పరిచయం చేయండి కాబట్టి ఈ f ప్రైమ్ xని d ద్వారా x యొక్క dx లేదా dy ద్వారా dx ద్వారా సూచిస్తారు, ఇక్కడ y అనేది x యొక్క fకి సమానం కాబట్టి మనకు ఇప్పటివరకు లభించినది ఏదైనా స్థిరాంకం యొక్క dxతో వ్రాయవచ్చు.
ఫంక్షన్ సున్నా d ద్వారా dx ఫంక్షన్ xకి సమానం fx ఒకదానికి సమానం మరియు x స్క్వేర్ యొక్క d ద్వారా dx ఇది ఇప్పటివరకు 2 xకి సమానం అని మేము చూశాము.
మేము ఇప్పుడు ఈ మూడు ఉత్పన్నాలను చూశాము
, అది fx మరియు g యొక్క x అనే రెండు ఫంక్షన్‌లు అనుకుందాం, ఇవి x వద్ద aకి సమానంగా ఉంటాయి, అప్పుడు fx ప్లస్ gx కూడా xతో సమానంగా ఉంటుంది మరియు మనం d అనే ఉత్పన్నాన్ని వ్రాయవచ్చు.
dx ద్వారా మేము దీన్ని x వద్ద వ్రాస్తాము fx ప్లస్ gxకి సమానం ఇది d ద్వారా fx యొక్క dx నుండి x వద్ద xతో సమానం వద్ద x వద్ద gx యొక్క ఉత్పన్నం a xతో సమానంగా ఉంటుంది, ఇది f ప్రైమ్ a ప్లస్ వలె ఉంటుంది g ప్రైమ్ a కాబట్టి ప్రూఫ్ చూద్దాం కాబట్టి నన్ను fx ప్లస్ gxకి సమానమైన ux అని వ్రాయనివ్వండి, అప్పుడు మీరు a వద్ద డిఫరెన్సిబుల్ అని చూపించాలనుకుంటున్నాము కాబట్టి నేను u యొక్క ప్లస్ h మైనస్ u అని వ్రాస్తే ఇది h తో భాగించబడుతుంది f యొక్క ప్లస్ h ప్లస్ g యొక్క ప్లస్ h అంటే u ప్లస్ h ఈ మైనస్ u a ప్లస్ g యొక్క f యొక్క f
మరియు h ద్వారా భాగించబడినది మరియు దీనిని f యొక్క ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క మొత్తంగా వ్రాయవచ్చు a h ప్లస్ gతో భాగించబడిన ఒక ప్లస్ h మైనస్ g a h తో భాగించబడుతుంది కాబట్టి ఏదైనా h సున్నా కాని దాని కోసం మనకు ఇది ఉంటుంది మరియు మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే వ కుడి వైపు e పరిమితి రెండు పరిమితులు ఉన్నాయి కాబట్టి h సున్నాకి వెళ్లినప్పుడు h యొక్క u పరిమితి h మైనస్ u పరిమితి h సున్నాకి వెళ్లే h పరిమితికి సమానం
h మైనస్ f యొక్క సున్నా a ద్వారా h ప్లస్ g యొక్క ఒక ప్లస్ h మైనస్ g పరిమితిని h తో భాగించినట్లయితే ఇది పరిమితుల యొక్క మొత్తం నియమం ద్వారా ఉంటుంది, ఇది fx మరియు gx యొక్క పరిమితి ఏదో ఒక సమయంలో ఉన్నట్లయితే , మొత్తం యొక్క పరిమితి కూడా ఉనికిలో ఉంది మరియు మొత్తం యొక్క పరిమితి పరిమితి మొత్తం కాబట్టి మనం ఉపయోగిస్తున్నది మరియు ఇది u ప్రైమ్ a ఉనికిలో ఉంది n అనేది f ప్రైమ్‌కి సమానం, ప్లస్ g ప్రైమ్ మరొక ముఖ్యమైన లక్షణం , నేను u అని వ్రాస్తే x వాస్తవ సంఖ్యలో కొన్ని స్థిరాంకమైన సి కోసం x యొక్క కొన్ని స్థిరాంక సమయాలకు సమానం మరియు f ప్రైమ్ a ఉనికిలో ఉంటుంది, అది f అనేది అప్పుడు u ప్రైమ్ a ఉనికిలో ఉంటుంది మరియు a యొక్క u ప్రైమ్ c టైమ్స్ f ప్రైమ్ aకి సమానం కాబట్టి దీనిని నిరూపించడానికి మళ్ళీ మనం u అంటే u అని వ్రాస్తాము h మైనస్ u ఆఫ్ a by h ఇది ఒక ప్లస్ h మైనస్ c సార్లు f యొక్క c సార్లు f కు సమానం hతో భాగించబడిన ఒక దానిని నేను c కామన్ తీసుకోగలను , ఆపై నేను hతో భాగించబడిన ఒక ప్లస్ h మైనస్ f యొక్క fని కలిగి ఉంటాను మరియు ఈ పరిమితి సమానమని మాకు తెలుసు కాబట్టి నేను దీన్ని c సార్లు f అని వ్రాస్తాను ప్రైమ్ a h సున్నాకి ఉంటుంది కాబట్టి u ప్రైమ్ a c రెట్లు f ప్రైమ్‌కి సమానం కాబట్టి ఈ రెండు ఫలితాలను ఉపయోగించి మనం మరింత సాధారణంగా
చెప్పగలం, x యొక్క u c 1 రెట్లు fx ప్లస్ c 2 రెట్లు g x మరియు f ప్రైమ్ ఎజి ప్రైమ్ a ఉంది అప్పుడు a వద్ద u ప్రైమ్ c 1 రెట్లు f ప్రైమ్ ప్లస్ c 2 రెట్లు g ప్రైమ్ a ఇది కేవలం మునుపటి రెండు లక్షణాలను కలపడం వల్ల a యొక్క u ప్రైమ్ మొత్తం నియమం ప్రకారం సమానం అని మాకు తెలుసు.
d నుండి d నుండి dx వద్ద x వద్ద x a యొక్క aకి సమానం x
f యొక్క x ప్లస్ d ద్వారా dx c యొక్క రెండు g x వద్ద x వద్ద x aకి సమానం
మరియు స్థిర గుణకం ద్వారా ఇది c ఒక రెట్లు f ప్రైమ్ a ప్లస్ c రెండు రెట్లు gకి సమానం మునుపటి రెండు ఫలితాల ద్వారా ప్రైమ్ a ని సరి కాబట్టి కొన్ని డెరివేటివ్‌లను గణించడానికి ఈ ఫలితాన్ని ఉపయోగించుదాం కాబట్టి ఉదాహరణకు fxని x స్క్వేర్ మైనస్ thrకి సమానం చేద్దాం ee x ప్లస్ రెండు f ప్రైమ్‌ని మూడు వద్ద లెక్కించండి,

కనుక మనకు తెలిసినది ఏమిటంటే , x యొక్క x స్క్వేర్ డెరివేటివ్ మరియు స్థిరాంకం యొక్క ఉత్పన్నం యొక్క ఉత్పన్నం మనకు తెలుసు కాబట్టి
x స్క్వేర్ యొక్క dx dx రెండు xd బై dx x ఒకటి మరియు స్థిరాంకం రెండు యొక్క ఉత్పన్నం సున్నా, x స్క్వేర్ మైనస్ 3 x ప్లస్ 2
యొక్క ఉత్పన్నం 2 x మైనస్‌కు మూడు రెట్లు x యొక్క ఉత్పన్నం ఒకటి మరియు సున్నాకి సమానం కాబట్టి ఇది x యొక్క f ప్రైమ్ తప్ప మరొకటి కాదు.
ఏదైనా x కోసం ఉత్పన్నం x వద్ద ఉంటుంది మరియు రెండు x మైనస్ మూడు ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది మరియు కనుక మూడు వద్ద f ప్రైమ్‌ని మీరు ప్లగ్ ఇన్ చేయాలి x ఈక్వల్ టు త్రీ, రెండు రెట్లు మూడు మైనస్ మూడు, ఇది మూడు కుడికి సమానం కాబట్టి ఈ మొత్తం నియమాన్ని ఉపయోగించి మరియు స్థిరమైన మల్టిపుల్ రూల్ లా ఈ ఫంక్షన్‌ల కలయిక కోసం డెరివేటివ్‌ని లెక్కించవచ్చు, వాటిలో ప్రతి ఒక్కటి ఉత్పన్నం నాకు తెలిస్తే, మేము ఇక్కడ

ఆపివేస్తాము మరియు తరువాతి తరగతిలో మనం మరికొన్ని లక్షణాలను నేర్చుకుంటాము మరియు మరికొన్ని ఫంక్షన్ల ఉత్పన్నాన్ని లెక్కిస్తాము ధన్యవాదాలు మీరు మీరు