

ସମସ୍ତଙ୍କୁ ନମସ୍କାର ବିନ୍ଦୁର ଏକ କାର୍ଯ୍ୟର ନିରନ୍ତରତା ଏବଂ ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାରେ ସୀମା କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଭୂମିକା ନିର୍ବାହ କରେ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ବକ୍ତୃତାଗୁଡ଼ିକରେ ଆମେ ଏହି ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ଅନେକ ପ୍ରୟୋଗ ଦେଖିବା

ତେଣୁ ଏକ ସ୍ଥିତିରେ ଏକ ନିରନ୍ତର କାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଆମେ କ'ଣ କହିବାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ଆରମ୍ଭ କରିବା

ତେଣୁ ମୁଁ କ'ଣ କରିବି ସେ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବି | ଆମେ ଏକ ଅର୍ଥରେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ର ନିରନ୍ତରତା ଦ୍ୱ mean ାରା କହିଥାଉ

ତେଣୁ ଆମେ ସର୍ବଦା ଅନୁମାନ କରିବୁ ଯେ f ଏକ ଡୋମେନ୍ d ରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥିବା ଏକ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟବାନ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ଫଙ୍କସନ୍ ଏକ ଡୋମେନ୍ d ରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଯାହା r ରିଅଲ୍ ନମ୍ବରର ଏକ ସବ୍ସେଟ୍ ଅଟେ ଏବଂ ଧରାଯାଉ a, d ର ଅଟେ ଯାହାକି f ର ଫଙ୍କସନ୍ କୁ f ର ପରିଭାଷିତ କରାଯାଇଛି

ତେଣୁ ଆମେ କହିବୁ ଯେ f ଏକ କ୍ରମାଗତ ଅଟେ ଯଦି f ର a, f ର ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ, ଯେହେତୁ x, a କୁ ଆସେ |

ତେଣୁ ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ ମନେରଖନ୍ତୁ ଯେ xx ର ସୀମା ପାଇଁ f ର ଫଙ୍କସନ୍ ବିଦ୍ୟମାନ ହେବା ପାଇଁ କିଛି ବ୍ୟବଧାନରେ କିଛି ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ,

ତେଣୁ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ f ଯଦି କ୍ରମାଗତ ଅଟେ ତେବେ f ର x କ୍ରମାଗତ ଅଟେ | x ସହିତ ସମାନ, ଯଦି ଦୁଇଟି କଣ୍ଟିଣ୍ଟ୍ସ ପ୍ରଥମେ x ର f ର ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ, ତେବେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ସର୍ବପ୍ରଥମ ସୀମା ଯେପରି x ର ନିକଟତର ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ a ର ଦ୍ୱିତୀୟ f ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ x ର f ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ | ଯେହେତୁ x ଆହା ପାଖେଇ ଆସୁଛି ମୋଡେ ଏଠାରେ କହିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ରହିବା ପାଇଁ ଆମେ ଚାହୁଁ ଯେ ଫଙ୍କସନ୍ କିଛି ବ୍ୟବଧାନରେ ପରିଭାଷିତ ହେଉ କିନ୍ତୁ ଏକ ଜରୁରୀ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଏକ ଡାହାଣ ସହିତ x ସମାନ ନୁହେଁ

ତେଣୁ ସୀମା ପାଇଁ ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ ଆବଶ୍ୟକ କରୁନାହିଁ | x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ ହୁଅନ୍ତୁ କିନ୍ତୁ ନିରନ୍ତର ପରିଭାଷା ହେଉଛି ଯେ, ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ସୀମା ସହିତ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ,

ତେଣୁ f ପାଇଁ f ପାଇଁ କ୍ରମାଗତ ହେବା ପାଇଁ f ପାଇଁ ଫଙ୍କସନ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବା ପାଇଁ ଫଙ୍କସନ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ | x ରେ ଏକ a ଏବଂ f ସହିତ ସମାନ | x ରେ x ର f ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ,

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କିଛି ଉଦାହରଣ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

ତେଣୁ x ର f କୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହାକି x ପାଇଁ 0 ପାଇଁ 0 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହାର ଗ୍ରାଫ୍ ଆଙ୍କନ୍ତି ଏହି ଫଙ୍କସନ୍, ସମସ୍ତ x ନେଗେଟିଭ୍ ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ fx ଠାରୁ ସମାନ,

ତେଣୁ ଏହା ମୋର xy ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି y ର ଗ୍ରାଫ୍ x ର f ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏଠାରେ ସୀମା ଅଛି | x ର x ରେ x ପାଖାପାଖି 0 ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ନୁହେଁ କାରଣ ଏହାର x ର ଶୂନ୍ୟରେ ବାମ ହାତର ସୀମା ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଶୂନ୍ୟରେ ଡାହାଣ ହାତର ସୀମା ଅଟେ

ତେଣୁ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ |

ତେଣୁ x ର f ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯଦି x ର f କୁ ଶୂନ୍ୟରେ ପରିଭାଷିତ କରାଯାଏ, ତେବେ ଆମର ଶୂନ୍ୟର ସମାନ ଅଛି କିନ୍ତୁ ଯଦି ତୁମେ ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କ point ଶସି ବିନ୍ଦୁ ନିଅ, କିନ୍ତୁ ଯଦି ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ତାପରେ x ର f ର ସୀମା x ସହିତ ନିକଟତର ହେଲେ ଏହା 1 ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯଦି a କଠୋର ପଜିଟିଭ୍ ଥାଏ | ଏବଂ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି କ strict ଶସି ନକାରାତ୍ମକ ଡାହାଣ ଏହା ଆପଣ ଏହି ଗ୍ରାଫ୍‌ରୁ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ଯଦି ଆମେ କ positive ଶସି ପଜିଟିଭ୍ ନେଇଥାଉ ତେବେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ ସ୍ଥିର ଅଟେ ଏବଂ ଏହି କାରଣରୁ ବାମ ହାତ ସୀମା ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତ | ସୀମା ଉଭୟ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଯଦି ତୁମର a ଏଠାରେ କ negative ଶସି ସ୍ଥାନରେ ନକାରାତ୍ମକ ଥାଏ ତେବେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଫଙ୍କସନ୍ ସମାନ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ସୀମା ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଯଦି a ସକାରାତ୍ମକ ଏବଂ 0 ଯଦି a ନକାରାତ୍ମକ ଥାଏ ତେବେ ଫଙ୍କସନ୍ | x ର ସମସ୍ତ ପଏଣ୍ଟରେ କ୍ରମାଗତ ଅଟେ, x ବ୍ୟତୀତ ଶୂନ୍ୟ ଡାହାଣ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି x ସହିତ x ସମାନ ନୁହେଁ, ତେବେ ଆମେ କହିବୁ ଯେ x ର f ଅବିରତ ଅଟେ,

ତେଣୁ ନିରନ୍ତରତାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଅର୍ଥ କ'ଣ? ଯଦି ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ ଆଙ୍କନ କରିପାରିବା ଏବଂ ଧରାଯାଉ ଆମର ଏହି ପଏଣ୍ଟ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଏକ କମା f ,

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ କୁ x ର f ସହିତ ସମାନ କରିପାରିବା ତେବେ x ର f ର ନିରନ୍ତରତା | x ସମାନ ଏକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଗ୍ରାଫ୍ ଉପରେ ଏକ କମା f ର ବିନ୍ଦୁ ନିକଟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଭାଙ୍ଗି ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆପଣ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍‌କୁ ଏହି ପଏଣ୍ଟ ନିକଟରେ ଏକ କମା f ଆଙ୍କି ପାରିବେ କିନ୍ତୁ ଆପଣଙ୍କ କଲମକୁ ଉଠାଇବାକୁ ପଡିବ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏହା ଦେଖିବା ଯେ ଏହି ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ସଂଜ୍ଞା ନିରନ୍ତରତାର ରିଗ୍ରେସନ୍ କରିବା ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣ ପାଇଁ $fx = 1$ ରୁ x ପାଇଁ 0 ଏବଂ ଶୂନ୍ୟରୁ x ପାଇଁ 0 ପାଇଁ ସମାନ କିମ୍ବା ଆମେ ଶୂନ୍ୟରୁ ସମାନ ପାଇଁ ଏହା କହିବା ଏକ ଅଟେ | ଯଦି ତୁମେ ଏହି ପଏଣ୍ଟକୁ ଶୂନ୍ୟ କମା ନିକଟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଆଙ୍କନ୍ତି, ତୁମେ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅଧିକ x ପାଇଁ ଦେଖ, ଏହା ଗୋଟିଏ କିନ୍ତୁ x ରୁ 0 ପାଇଁ ଏହା 0 ଅଟେ

ତେଣୁ ତୁମେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ଏହାକୁ ଭାଙ୍ଗି ପାରିବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ତୁମେ ଦେଖ ଯେ f ଗ୍ରାଫ୍ ଇଫେକ୍ଟିଭ୍ | ଶୂନ୍ୟ କମା ନିକଟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଭାଙ୍ଗିଛି

ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣଟି ହେଉଛି ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣ ଯେଉଁଠାରେ ଫଙ୍କସନ୍ ଏକ ସମୟରେ ନିରନ୍ତର କିମ୍ବା ବନ୍ଦ ହୋଇନଥିଲା କାରଣ ସେହି ସମୟରେ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ନଥିଲା କିନ୍ତୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣଟି x ର ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହା ସମାନ ଅଟେ | $a \geq 1$ ରୁ 1 ଯଦି $x = 0$ ସହିତ 0 ଏବଂ x ରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଟି ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଏକ ଖୋଲା ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରୁ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ x ରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ |

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି x ର ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍

ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୁନର୍ବାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଅର୍ଥ ବ୍ୟବହାର କରି ଆପଣ ଦେଖିପାରିବେ ଯେ ଏହି ଗ୍ରାଫ୍ ଏହି ପଏଣ୍ଟରେ ଶୂନ୍ୟ କମା ଭାଙ୍ଗି ଯାଇଛି

ତେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ x ରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | କେମିତି ଆପଣ ଏଠାରେ x ର f ର ସୀମା ଦେଖନ୍ତି ଯେହେତୁ ଏହା x ନିକଟତର ହୁଏ 0 ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଏବଂ 1 ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ 0 ରେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ 0 ସହିତ ସମାନ ହେବା ପାଇଁ ଦିଆଯାଏ ଯାହାକି x ର f ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ଶୂନ୍ୟ ଆଡ଼କୁ ଆସେ

ତେଣୁ x ର ଫଙ୍କସନ୍ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦେଖୁ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ଏକ ସମୟରେ ବିଦ୍ୟମାନ ନଥିଲା ଏବଂ ସେହି କାରଣରୁ ଫଙ୍କସନ୍ କ୍ରମାଗତ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ଯେଉଁଠାରେ ସୀମା ଥିଲା | ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ସେହି ସମୟରେ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି କିନ୍ତୁ ଭାଲ୍ୟୁ | ଫଙ୍କସନ୍ ର e ସୀମା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ

ତେଣୁ ପୁନର୍ବାର ଫଙ୍କସନ୍ ସେହି ସମୟରେ ବନ୍ଦ ହୋଇଗଲା ଚାଲନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଚାଲନ୍ତୁ x ର ଏହି ଉଦାହରଣକୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହାକି x ଦ୍ୱ 1 ାରା x ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ମୁଁ ଏହା ଦ୍ୱାରା 1 ଲେଖୁଛି | x ପାଇଁ 0 ସହିତ ସମାନ ହେବାର ଅର୍ଥ ନାହିଁ

ତେଣୁ ମୁଁ ଏହାକୁ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ବୋଲି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିଲି ଏବଂ ଏହା x ସହିତ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ

ତେଣୁ x ପାଇଁ 0 ସହିତ ସମାନ, ମୁଁ ଫଙ୍କସନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବି | 0 ହେବା ପାଇଁ ଏହା ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା 0 ରେ 0 ଅଟେ ଏବଂ ଯେକ any ଶସି ଶୂନ୍ୟ ନଥିବା x ପାଇଁ ଫଙ୍କସନ୍ ହେଉଛି x ଗୁଣ ସାଇନ 1 ଦ୍ୱ x ାରା

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆପଣ କ'ଣ କହିପାରିବେ ଯେ x କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତୁ ଯଦି ଆପଣ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ x ଥର ସାଇନ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଗଣିତକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି ତେବେ ଏହାକୁ 0 ପଦ୍ମ ନିକଟରେ ଗଣିତ ଅତ୍ୟନ୍ତ କଷ୍ଟକର କାରଣ ଆପଣ ଯେତେବେଳେ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ସାଇନ 1 କୁ ପାଖାପାଖି ଯାଆନ୍ତି ଏହା ବୋହଲିଯାଏ
 ତେଣୁ ଏଠାରେ ମୋଡେ ଏହା କହିବାକୁ ଦିଅ | ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କରିବା କଷ୍ଟକର
 ତେଣୁ ଗ୍ରାଫ୍ ଉଲ୍ଲାସ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ତାହା ଦେଖିବା କଷ୍ଟକର କିନ୍ତୁ ଆପଣଙ୍କୁ ଦିଅନ୍ତୁ | s ଯଦି ଆମେ ଏହା କରିପାରିବା ତେବେ ସୀମା ଗଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର
 କିନ୍ତୁ x ର 0 f କୁ ଯାଉଥିବା ସୀମାର ସୀମାକୁ ଗଣନା କରିପାରିବା ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ଗଣନା କରାଯାଇପାରେ ଯୁଁ ଭାବୁଛି ଯେ ଆମେ ଏହି ଉଦାହରଣକୁ ପୂର୍ବରୁ ମଧ୍ୟ ଦେଖୁଛୁ
 ତେଣୁ ଯୁଁ କିପରି କରିବି ଯେପରି ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ |
 ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ x ର f କୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ x ର ମୋଡ୍ f କ'ଣ ତାହା ଦେଖିବା, ଏହା x ଦ୍ଵାରା ସାଇନ ମୋଡ୍ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯାହାକି ମୋଡ୍ x ଗାଲ୍ ମୋଡ୍ ପାପ ସହିତ x ଠାରୁ ସମାନ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ସାଇନ | x ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହା ସର୍ବଦା ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟରେ ସମସ୍ତ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ x ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ଚିହ୍ନ ସହିତ x ଦ୍ଵାରା ସମାନ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଯେକ any ଶସି x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ y ର ସାଇନ ସର୍ବଦା ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ | ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏ
 ତେଣୁ ମୋଡ୍ ପାପ ଗୋଟିଏ ପରେ x ଏହା ଏକ ସମାନ ଠାରୁ କମ୍
 ତେଣୁ $x \sin 1$ ଦ୍ଵାରା x ମୋଡ୍ ଏହା ମୋଡ୍ x ଠାରୁ ସମାନ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଏହା ହେଉଛି କାରଣ ଆମେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ମୋଡ୍ ନେଉଛୁ ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ | 0 ସହିତ ସମାନ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସାଣ୍ଡ୍ଵିଚ୍ ଥିରେମ୍ ଦେଖୁଛୁ
 ତେଣୁ x ର 0 କୁ ଯିବାର ସୀମା ହେଉଛି 0 ଯାହାକି als ଅଟେ | 0 ବାମ ପାର୍ଶ୍ଵ limit ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ 0 ଯେହେତୁ x ସାଣ୍ଡ୍ଵିଚ୍ ଥିରେମ୍ ଦ୍ଵାରା
 x କୁ 0 କୁ ଯାଏ ଆମେ $x \sin 1$ ଦ୍ଵାରା x ଲେଖୁ ଯେହେତୁ x 0 କୁ ଯାଏ ଏହା 0 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହା ସୀମାକୁ $impl$ ାଏ | x ର ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ x ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
 ତେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ଅଛି
 ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ 0 ର f କୁ 0 ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏହା x ର f ର ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେହେତୁ x 0 ନିକଟରେ ହୁଏ
 ତେଣୁ ନିରନ୍ତର ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ଵାରା |
 ତେଣୁ x ର f ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
 ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣଟି ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ କାରଣ ଏଠାରେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ ଆଙ୍କିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଫଙ୍କସନ୍ x ସହିତ 0 ସହିତ ସମାନ କି ନୁହେଁ ତାହା ଅନୁମାନ କରିବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ କିନ୍ତୁ କାର୍ଯ୍ୟର ସୀମା ଗଣନା କରି | 0 ରେ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଏହା 0 ର ଫଙ୍କସନ୍ ର ଭାଲ୍ୟୁ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ
 ତେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ ଶୂନ୍ୟରେ କ୍ରମାଗତ ଅଟେ
 ତେଣୁ ପରେ ଆମେ କିଛି ଫଙ୍କସନ୍ ର କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ଯେଉଁଠାରେ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି କି ନାହିଁ ତାହା ଅନୁମାନ କରିବା ସହଜ ହୋଇନପାରେ | ଏକ ଅବସ୍ଥାରେ କ୍ରମାଗତ କି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ମୋଡେ ଦିଅନ୍ତୁ | ଆଗକୁ ଯାଅ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ଧାରଣା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ଯାହାକି ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଭିନ୍ନତା ଅଟେ
 ତେଣୁ f ର x କୁ ଏକ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟବାନ ଫଙ୍କସନ୍ ହେବାକୁ ଦିଅ, ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ ର ରେଞ୍ଜ୍ ହେଉଛି ରିଆଲ୍ ନମ୍ବରର ଏକ ସବ୍ସେଟ୍, ଯେତେବେଳେ ଆମେ କହିବୁ f ର x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ଭିନ୍ନ ଅଟେ ଯଦି h ର ସୀମା ସୀମା f ର f ର ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା h ାରା ଏକ ବିଭାଜିତ h ମାଇନସ୍ f ର ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି
 ତେଣୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ $f(x)$ ଫଙ୍କସନ୍ ସହିତ x ରେ ଭିନ୍ନ ହେବା ପାଇଁ $f(x)$ ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଅଟେ | x ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏକ ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯିବା ଭାବରେ ଯାହାକି x ସହିତ e ସହିତ ସମାନ ଅଟେ କାରଣ ଏହା ଦେଖିବା କାରଣ ଆମେ କହୁଛୁ ଯେ x ର f ର f ର ପ୍ଲସ୍ ର ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର ଏହି ସୀମା h ଦ୍ଵାରା $divided$ ାରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥିବ
 ତେଣୁ ଏହି ସର୍ବପ୍ରଥମେ ଆପଣ ଦେଖିବା ଉଚିତ୍ | ଯେହେତୁ ଏଠାରେ f ର ଅଛି
 ତେଣୁ ଆମକୁ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ f କୁ x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ କରାଯିବା ଉଚିତ୍ ଏବଂ ଆମେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ର f ଲେଖୁଛୁ ଏବଂ ତା'ପରେ ସୀମାକୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା so ାରା ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ h ସକାରାତ୍ମକ କିମ୍ବା ନକାରାତ୍ମକ ହୋଇପାରେ | ଏବଂ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଛୋଟ କରନ୍ତୁ
 ତେଣୁ ଫଙ୍କସନ୍ କେତେକରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ | ବ୍ୟବଧାନ
 ତେଣୁ ଯଦି ମୋର ଏଠାରେ ଅଛି ତେବେ ଏହା ନିକଟରେ କିଛି ବ୍ୟବଧାନରେ ଫଙ୍କସନ୍ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯିବା ଉଚିତ୍ ତେବେ କେବଳ ଆମେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଭିନ୍ନତା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିପାରିବା
 ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ମୋଡେ ଏହି ଅନୁପାତର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା ଯୁଁ a ର ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର f ଲେଖୁଛି | h ଦ୍ଵାରା so ାରା ଯଦି ତୁମେ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଗ୍ରାଫ୍ କୁ ଦେଖ, ମୋଡେ ଜ୍ୟାମିତିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ,
 ତେଣୁ ମୋଡେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଆଙ୍କିବାକୁ ଦିଅ ଏବଂ ମୋଡେ ଏହି ପଦ୍ମକୁ x ସହିତ ସମାନ ହେବାକୁ ଦିଅ ଯୁଁ ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ p ଭାବରେ କଲ୍ କରେ ଯାହାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଗୁଡିକ a ର କମା f ଅଟେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଦ୍ମକୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା ଏଠାରେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ଅଟେ ଯୁଁ ଏଠାରେ h ପରିଚିତ୍ ନେଉଛି ତେବେ ଏଠାରେ ଆଉ ଏକ ପଦ୍ମ q ଅଛି ଯାହାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଗୁଡିକ ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ଏବଂ f ଅଟେ | ପ୍ଲସ୍ h
 ତେଣୁ ଆମର ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ର ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଯଦି ଯୁଁ ଏହି ଲାଇନ୍ ସେଗମେଣ୍ଟକୁ p ଏବଂ q ପଦ୍ମରେ ଯୋଡିଥାଏ ଏବଂ ଯୁଁ ଏଠାରେ ଏକ ଭ୍ରମାନ୍ତର ରେଖା ଆଙ୍କିଥାଏ ତେବେ ଏହି ଅଂଶଟି ହେଉଛି h ଏବଂ ଏହି ଭ୍ରମାନ୍ତ ଅଂଶଟି ହେଉଛି a ର f | ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର ଏକ ଅନୁପାତ
 ତେଣୁ ଏହି ଅନୁପାତ a ର ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର ଅନୁପାତ | h ଦ୍ଵାରା $this$ ାରା ଏହା କିଛି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ p ରେ ପଦ୍ମ ସହିତ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାର ope ୂଲି ଯାହା a ଏବଂ q ଦ୍ଵାରା ଦିଆଯାଇଥିବା ଯାହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ର ପଦ୍ମ hf ଯାହା ବର୍ତ୍ତମାନ h ପାଖାପାଖି 0 ଘଟେ
 ତେଣୁ ଆମକୁ ଏହା ପଚାରିବାକୁ ପଡିବ | ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର ସୀମା ଏହି ଅନୁପାତର h ପାଖାପାଖି 0 ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି କି ନାହିଁ
 ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଗ୍ରାଫ୍‌ରୁ h କୁ 0 କୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହି ପଦ୍ମ q କୁ p ପାଖକୁ ଆସେ ଯେପରି h ପଦ୍ମ 0 କୁ ଚେଷ୍ଟର କରେ ଏବଂ କ'ଣ ଘଟେ ଏବଂ ସେକାଣ୍ଡ ଯାହା ହେଉଛି ବକ୍ତରେ ଏହି ପଦ୍ମଗୁଡିକ ଯୋଗକରିବା ରେଖା ସେଗମେଣ୍ଟ୍ ହେଉଛି p ଏବଂ q ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ସେଗମେଣ୍ଟ୍ ହେଉଛି ଏକ କମା f ପଦ୍ମରେ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍ ନିକଟକୁ ଆସେ
 ତେଣୁ ହୁଏତ ମୋଡେ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଆମର ଏହି ପଦ୍ମ p ଅଛି ଏବଂ ଏହି ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍ ଅଛି | ଏହି q ଗତି କରେ ଏବଂ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଆଡକୁ ଆସେ p ସେକାଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍ ଏହି ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍ ଆଡକୁ ଆସେ ଏବଂ ସେକାଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍‌ର ope ୂଲି ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍ ନିକଟକୁ ଆସେ
 ତେଣୁ h ଦ୍ଵାରା by ାରା ବିଭାଜିତ ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର ସୀମା f ଅଟେ, ଏହା ହେଉଛି ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଲାଇନ୍‌ର ope ୂଲି | ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି | s ଠିକ ଅଛି
 ତେଣୁ ଯଦି ଫଙ୍କସନ୍ ଭିନ୍ନ ଅଟେ ତେବେ ଯଦି x ର f ସମାନ ଅଟେ ତେବେ x ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଆମେ f ପ୍ରାଇମ୍ ଦ୍ଵାରା ଏହି ସୀମା f ର ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f କୁ h ଦ୍ଵାରା $right$ ାରା ବିଭାଜିତ କରିଥାଉ
 ତେଣୁ ଯଦି ଫଙ୍କସନ୍ ଭିନ୍ନ ଅଟେ ଏହି ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ତେବେ ଏହି ସୀମାକୁ f ପ୍ରାଇମ୍ a ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଏବଂ f ପ୍ରାଇମ୍ a କୁ x ର x ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ କୁହାଯାଏ ଯାହା ତାହାଣରେ ସମାନ ଅଟେ
 ତେଣୁ ଯଦି ଏହି ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ ଏବଂ ଯଦି ସୀମା ଥାଏ ତେବେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ହେଉଛି ଏହି ପାର୍ଥକ୍ୟ କୋସାଇନ୍ ର ସୀମା | ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ ତା'ହେଲେ ଆମେ କହିବୁ ଯେ ଫଙ୍କସନ୍ ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ ଯଦି ପାର୍ଥକ୍ୟ କୋସାଇନ୍ ର ସୀମା ଯାହାକି a ର ଏକ ପ୍ଲସ୍ h ମାଇନସ୍ f ର ସୀମା ନଥାଏ, ତେବେ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ x ର f ସମାନ ନୁହେଁ x ରେ ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ | ଏବେ, ଆମେ କିଛି ଉଦାହରଣଗୁଡିକୁ ଦେଖିବା | r ରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏଠାରେ r ର ଯେକ any ଶସି ପାଇଁ f ର କ'ଣ ଅଛି | a

ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f ର c ମାଲନସ୍ c ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ସମସ୍ତ h ପାଇଁ 0 ଅଟେ
 ତେଣୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f ର f ର ସୀମା ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ କାରଣ ସଂଖ୍ୟାଟି ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ
 ତେଣୁ f ହେଉଛି | ପ୍ରତ୍ୟେକର a ଏବଂ f ପ୍ରାଇମରେ ଭିନ୍ନ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ
 ତେଣୁ କ୍ରମାଗତ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ହେଉଛି 0 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣରେ ଆସନ୍ତୁ fx କୁ x ସହିତ ସମାନ ଦେଖିବା, ଆସନ୍ତୁ ପୁନର୍ବାର ସୀମା ଗଣନା କରିବାକୁ
 ଚେଷ୍ଟା କରିବା
 ତେଣୁ f ପ୍ରାଇମ a ଏହା ସହିତ ସମାନ | h ର ଏକ ଶୂନ୍ୟ f କୁ ଶୂନ୍ୟ f କୁ ଯିବାର ସୀମା h ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଯାହାକି h ର ଶୂନ୍ୟ f କୁ ଯିବାର
 ସୀମା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ, a ର ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f ହେଉଛି ଏଠାରେ ଏକ ମାଲନସ୍ a | ବାଟିଲ୍ କରେ
 ତେଣୁ ଏହା h କୁ h ରୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା ପାଇଁ ସୀମିତ ଅଟେ ଏବଂ ଯେକ h ଶସି h ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ ନଥିବା h ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଅଟେ
 ତେଣୁ ଏହି ସୀମା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
 ତେଣୁ fx ପାଇଁ x ସହିତ ଡେରିଭେଟିଭ୍ f ପ୍ରାଇମ x ସମସ୍ତଙ୍କ ପାଇଁ ସମାନ | x in r ok ଆଉ ଏକ ହିସାବ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, fx କୁ x ବର୍ଗ
 ସହିତ ସମାନ ଦେଖିବା, ଯଦି x ବିଭାଜନର f ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f କୁ ଦେଖିବା | d ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଯଦି ଏହି ସୀମା ଶୂନ୍ୟ ଆଡକୁ ଆସେ ତେବେ ଏହା ଡେରିଭେଟିଭ୍
 f ପ୍ରାଇମ x ହେବ
 ତେଣୁ ଏହା x ପୂର୍ଣ୍ଣ h ବର୍ଗ ମାଲନସ୍ x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା'ପରେ ଆମେ x ପୂର୍ଣ୍ଣ h ବର୍ଗକୁ x ବର୍ଗ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ 2 ଘଣ୍ଟା x ଲେଖିବା | ପୂର୍ଣ୍ଣ h ବର୍ଗ
 ମାଲନସ୍ x ବର୍ଗକୁ h ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଚାପରେ x ବର୍ଗ ଏବଂ x ବର୍ଗ ବାଟିଲ୍
 ତେଣୁ ଏହା ଆମେ ସବୁବେଳେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ଲେଖୁଛୁ ଏବଂ ଏହା h ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଚାପରେ x ପୂର୍ଣ୍ଣ h ସହିତ ସମାନ
 ତେଣୁ ଏହା ଦୁଇଟି x ପୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା ଆଉ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀକୁ ପରିଚିତ କର | ଫଙ୍କସନ୍ ର dx ଦ୍ୱାରା ଫଙ୍କସନ୍ ଶୂନ୍ୟ d ଅଟେ, fx
 ଫଙ୍କସନ୍ x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁଲୁ ଯେ d ବର୍ଗର dx ଦ୍ୱାରା ଏହା ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ $2x$ ସହିତ ସମାନ | ଆମେ ଏହି ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖୁଛୁ
 ଗୋଟିଏ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସମ୍ପତ୍ତି ହେଉଛି ଧରାଯାଉ fx ଏବଂ g ର ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା x ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଫଙ୍କସନ୍ fx ପୂର୍ଣ୍ଣ gx ମଧ୍ୟ x ସହିତ ସମାନ
 ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଡେରିଭେଟିଭ୍ d ଲେଖିପାରିବା | dx ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଆମେ ଏହାକୁ x ରେ fx ପୂର୍ଣ୍ଣ gx ସହିତ ସମାନ ଲେଖିବା, ଏହା dx ସହିତ fx ର x
 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ x ରେ xx ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ସହିତ ସମାନ, ଯାହାକି f ପ୍ରାଇମ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ | g ପ୍ରାଇମ
 ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ପରୁ ଫଙ୍କସନ୍
 ତେଣୁ ମୋଡେ ux କୁ fx ପୂର୍ଣ୍ଣ gx ସହିତ ସମାନ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ତା' ହେଲେ ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ ଯେ ତୁମେ ଏକ ଭିନ୍ନ ଅଟେ
 ତେଣୁ ଯଦି x ତୁମକୁ ଏକ ବିଭାଜିତ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ u ଲେଖେ ତେବେ ଏହା ସମାନ | f ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ର ପୂର୍ଣ୍ଣ h ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ଯାହାକି ତୁମର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ
 h ର ଏହି ମାଲନସ୍ u ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ g ର f ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f ର f ର ସମସ୍ତ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ | h ଦ୍ୱିଭାଜିତ ଯଦି
 ବିଭାଜିତ h ପୂର୍ଣ୍ଣ g ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ g ଦ୍ୱିଭାଜିତ ହୋଇଛି
 ତେଣୁ ଯେକ h ଶସି h ଅଣ ଶୂନ୍ୟ ପାଇଁ ଆମ ପାଖରେ ଏହା ଅଛି ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ th ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ e ର ସୀମା ଉଭୟ ସୀମା ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି
 ତେଣୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ର ମାଲନସ୍ u ର ଏକ ସୀମା h ରୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା ସହିତ ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f ର ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବା ସୀମା ସହିତ ସମାନ | a ଦ୍ୱିଭାଜିତ
 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ର ମାଲନସ୍ g ର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ g ର ସୀମା ଦ୍ୱିଭାଜିତ ହେଉଛି ଏହା ସୀମା ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖିଥିବା ସୀମାର ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ଯଦି
 fx ଏବଂ gx ର ସୀମା କିଛି ସମୟରେ ବିଦ୍ୟମାନ ଆଏ ତେବେ ରାଶିର ସୀମା ମଧ୍ୟ | ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ରାଶିର ସୀମା ହେଉଛି ସୀମାର ସମସ୍ତ ଯାହା ଦ୍ୱିଭାଜିତ
 ଯଦି x ତୁମକୁ ଲେଖେ x ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାରେ କିଛି ସ୍ଥିର c ପାଇଁ x ର କିଛି ସ୍ଥିର ସମୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ f ପ୍ରାଇମ୍ ଏକ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଯାହା f
 ସେତେବେଳେ ଭିନ୍ନ ଅଟେ ଏବଂ u ପ୍ରାଇମ୍ a ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ u ପ୍ରାଇମ୍ a c ସମୟ f ପ୍ରାଇମ୍ ସହିତ ସମାନ
 ତେଣୁ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ | ପୁନର୍ବାର ଆମେ ଲେଖୁଛୁ ଯେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ u ର a କ'ଣ ହେଉଛି ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ c ଗାଇମ୍ f ସହିତ c
 ସମାନ ଅଟେ | h ଦ୍ୱିଭାଜିତ ହୋଇଥିବା ଯାହା ସହିତ ସମାନ, f କୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନେଇପାରେ ଏବଂ ତା'ପରେ ମୋର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ h ମାଲନସ୍ f
 ର h ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ହୋଇଛି ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହି ସୀମା ସମାନ
 ତେଣୁ f ଏହାକୁ c ସମୟ f କୁ ଲେଖିବା | ପ୍ରାଇମ୍ a ଯେପରି h ଶୂନ୍ୟରେ ଆଏ
 ତେଣୁ u ପ୍ରାଇମ୍ a c ସମୟ f ପ୍ରାଇମ୍ ସହିତ ସମାନ
 ତେଣୁ ଏହି ଦୁଇଟି ଫଳାଫଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅଧିକ ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହିପାରିବା ଯେ ଯଦି x ର u 1 ଗୁଣ fx ପୂର୍ଣ୍ଣ c 2 ଗୁଣ g ଏବଂ f ପ୍ରାଇମ୍
 ଏବଂ | ପ୍ରାଇମ୍ ଏକ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ତାପରେ u ପ୍ରାଇମ୍ c ସହିତ ସମାନ 1 ଥର f ପ୍ରାଇମ୍ ସହିତ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ c 2 ଗୁଣ g ପ୍ରାଇମ୍ a ଏହା କେବଳ ପୂର୍ବ ଦୁଇଟି
 ଗୁଣକୁ ମିଶ୍ରଣ କରୁଛି
 ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ u ପ୍ରାଇମ୍ ର ରାଶି ସହିତ ସମାନ, ଏହା ସମାନ ଅଟେ | d ରୁ dx ରେ x କୁ c ର ଗୋଟିଏ f ସହିତ x ପୂର୍ଣ୍ଣ d କୁ dx ର c ଦ୍ୱିଭାଜିତ
 ଯଦି x ଦୁଇ x x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ସ୍ଥିର ଏକାଧିକ ଦ୍ୱାରା ଏହା c କୁ ଗୋଟିଏ ଥର f ପ୍ରାଇମ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣ c ଦୁଇଥର g ସହିତ ସମାନ | ପୂର୍ବ ଦୁଇଟି ଫଳାଫଳ ଦ୍ୱିଭାଜିତ
 ପ୍ରାଇମ୍ ଏକ
 ତେଣୁ କିଛି ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ କୁହନ୍ତୁ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ fx କୁ x ବର୍ଗ ମାଲନସ୍ g ସହିତ ସମାନ କରନ୍ତୁ |
 ee x plus ଦୁଇଟି ଗଣନା f ପ୍ରାଇମ୍ ଯଦି ଏହା ବିଦ୍ୟମାନ ଆଏ ତେବେ ଆମେ ଯାହା ଜାଣୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଆମେ x ର ବର୍ଗର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ର x ଏବଂ
 ଡେରିଭେଟିଭ୍ ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଜାଣୁ
 ତେଣୁ ଯେହେତୁ d ବର୍ଗର dx ଦ୍ୱିଭାଜିତ x x dx ଦ୍ୱିଭାଜିତ xd ଗୋଟିଏ ଏବଂ କ୍ରମାଗତ ଦୁଇଟିର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଆମ ପାଖରେ x ବର୍ଗ
 ମାଲନସ୍ $3x$ ପୂର୍ଣ୍ଣ 2 ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ $2x$ ମାଲନସ୍ ସହିତ ସମାନ, x ର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଶୂନ୍ୟ
 ତେଣୁ ଏହା x ର f ପ୍ରାଇମ୍ ଛଡ଼ା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ଯେକ any ଶସି x ପାଇଁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ x ରେ ବିଦ୍ୟମାନ ଅଛି ଏବଂ ଦୁଇଟି x ମାଲନସ୍ g ପ୍ରାଇମ୍
 ଯାହା ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ f ପ୍ରାଇମ୍ ରେ ତୁମକୁ x କୁ ସମାନ ଭାବରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ପଡିବ ଦୁଇଥର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଯାହା ଡେରିଭେଟିଭ୍ ତାହାଣ ସହିତ
 ସମାନ
 ତେଣୁ ଏହି ରାଶି ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଏବଂ କ୍ରମାଗତ ଏକାଧିକ ନିୟମ $1a$ ଆମେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ମିଶ୍ରଣ ପାଇଁ ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗଣନା କରିପାରିବା ଯଦି f
 ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଜାଣେ
 ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଅଟକିଯିବା ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଆଉ କିଛି ଗୁଣ ଶିଖିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଆଉ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟର ଡେରିଭେଟିଭ୍ ଗଣନା କରିବା
 ଧନ୍ୟବାଦ | ତୁମେ ତୁମେ